

머신러닝 앙상블을 사용한 항공기 동력 전달 체계의 물림 강성 예측 모델

강연준¹ · 김연희¹ · 박정선^{2,†}¹한국항공대학교 대학원 항공우주 및 기계공학과²한국항공대학교 항공우주 및 기계공학부Mesh Stiffness Prediction Models for Aircraft Power Train Systems
Using Machine Learning EnsembleYeonjoon Kang¹, Yeonhi Kim¹ and Jungsun Park^{2,†}¹Graduate School of Aerospace and Mechanical Engineering, Korea Aerospace University²Department of Aerospace and Mechanical Engineering, Korea Aerospace University

Abstract

This paper aimed to develop mesh stiffness prediction models using spur gear design parameters as input variables through a machine learning ensemble method. A dataset was generated by calculating individual stiffness using a calculation method presented in previous studies and deriving the minimum and maximum values of total mesh stiffness. Using multivariate linear regression, support vector regression, and decision tree regression, models were created to predict the minimum and maximum values of mesh stiffness. The stacking ensemble method was used to create meta models. Prediction models of three algorithms were used as base models. These Ensemble meta models were verified with specifications of gears used in actual aircraft engine starters, showing very high prediction performances. Thus, feasibility of applying Ensemble meta models to an actual gear system and their effectiveness were confirmed.

초 록

본 논문에서는 앙상블 기법을 통해 스피어 기어의 설계 변수들을 입력 변수로 갖는 물림 강성 예측 모델을 제시하였다. 기존 연구들에서 제시된 계산 방식을 통해 개별 강성을 계산하고 총 물림 강성값의 최소 및 최대값을 도출하여 데이터셋을 생성하였다. 다변량 선형 회귀, 서포트 벡터 회귀, 의사결정 트리 회귀를 사용하여 물림 강성 최소 및 최대값을 예측하는 모델을 생성하였다. 스택킹 앙상블 기법을 사용하여 해당 예측 모델들을 기반 모델로 갖는 메타 모델을 생성하였다. 실제 항공기 엔진 시동기에 사용되는 기어의 제원을 통해 앙상블 메타 모델의 검증을 수행하였으며, 매우 높은 예측 성능을 보이는 것을 통해 실제 기어 시스템에 대한 적용 타당성 및 유효성을 확인하였다.

Key Words : Spur Gear(스피어 기어), Mesh Stiffness(물림 강성), Multivariate Linear Regression(다변수 선형 회귀), Support Vector Regression(서포트 벡터 회귀), Decision Tree Regression(의사결정 트리 회귀), Ensemble Method(앙상블 기법)

1. 서 론

기어 구동 시 진동 및 소음의 발생은 필연적으로, 기어의 성능과 수명에 높은 영향을 미치는 요인이기 때

문에 이를 최소화하기 위한 연구가 지속적으로 수행되어져 왔다. 진동 및 소음에 영향을 주는 인자들이 다양하고 복잡적이기 때문에 실제 기어에서 발생할 진동 및 소음을 정확히 예측하는 것은 고난이도의 작업이다. 따라서 이에 가장 높은 영향을 미치는 것으로 알려진 전달 오차(transmission error, TE)를 최소화하는 방식으로 많은 연구들이 진행되었다.

Figure 1과 같이 기어쌍의 맞물림 회전 시 구동

Received: Jan. 09, 2024 Revised: Aug. 19, 2024 Accepted: Aug. 22, 2024

† Corresponding Author

Tel: ****-***** E-mail: jungsun@kau.ac.kr

© The Society for Aerospace System Engineering

(drive) 기어 회전에 의해 출력되는 중동(driven) 기어의 이론적인 회전 위치와 실제 회전 위치의 차이를 전달 오차라고 정의하며, 기어의 진동 및 소음과 밀접한 관련을 갖는 것으로 알려져 있다[1-4]. 전달 오차는 각도 또는 길이 단위로 표현되며, 본 논문에서는 길이 단위로 설정하였다.

이상적인 상황에서 두 기어의 원주 방향 회전 거리는 동일하지만 실제 기어 구동 시에는 다양한 원인에 의해 두 값 간의 차이가 발생하게 된다. 이로 인한 전달 오차가 증가할수록 진동과 소음을 증가시키고 수명을 감소시키는 것으로 알려져 있다[1,2]. 전달 오차와 소음 수준 간의 명확한 정량적 관계는 규명되지 않았으나 전달 오차의 진폭 증감이 기어 화인 소음(whine noise)의 증감과 높은 상관 관계를 가진다는 것이 연구들을 통해 추론되었다[3,4].

전달 오차는 프로파일 오차, 정렬 오차, 치면 손상, 하중에 의한 축과 기어치의 변형 등에 기인한다. 발생 원인 중 대다수는 기어열(geartrain)의 가공, 생산 및 제작 공정에서의 정밀도를 증가시키는 것으로 그 영향을 감소시킬 수 있으므로, 정확하게 가공되고 설치된 고정밀 기어의 경우 전달 오차는 하중에 의한 변형에 가장 큰 영향을 받게 된다[5,6]. 따라서 하중에 의한 기어치의 변위를 정의하는 강성인 물림 강성(mesh stiffness, MS) 값을 계산하여 기어의 전달 오차를 예측하는 방법이 다수의 연구들에서 사용된 바 있다[5,7-9].

물림 강성 이론값의 계산을 위해서는 일반적으로 포텐셜 에너지 기법(potential energy method)이 사용되며, 이는 여러 종류의 개별 강성을 각각 계산한 후 총 물림 강성 값을 도출하는 계산 과정을 갖는다. 해당 계산법은 이후 다수의 연구들에서 보충, 보완 및 활용되어 왔으나, 계산에 필요한 변수들이 다양하고 계산 과정이 복잡하여 기어 시스템 전반에 대한 높은 이해도가 요구된다[14-16].

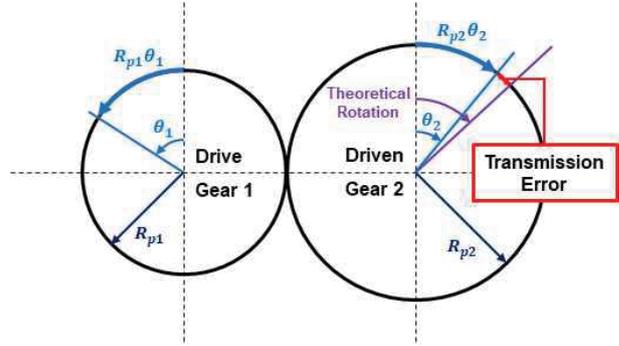


Fig. 1 Definition of Transmission Error

Weber와 Banascheck[10]는 반무한 평면 탄성체(semi-infinite elastic plate)로 가정한 기어치의 기반(foundation)에 부착된 다중 단면 외팔보(nonuniform cantilever)로 기어치를 가정하여 스피어 기어의 기어치 변형량을 계산하는 접근법을 제시하였다. Yang 및 Lin[11]은 포텐셜 에너지 기법을 적용하여 기어치에 저장된 포텐셜 에너지를 굽힘(bending) 에너지, 기어치 높이 방향(axial) 에너지, 헤르츠 접촉(Hertzian) 에너지로 분류한 후 기어치 변형량을 예측하고 변형량과 전달하중 간의 관계를 통한 물림 강성 계산식을 제시하였다. 해당 접근법은 Wu 등[12] 및 Sainot 등[13]의 후속 연구를 통해 보완되었으며, 기어치의 전단(shear) 강성 및 기어치 뿌리 기반(fillet-foundation) 강성을 예측하는 계산법이 추가되었다.

기어의 진동 및 소음 최소화를 위한 설계 과정에서 전달 오차 및 물림 강성을 해석적으로 예측하고 수치적으로 검증하는 방식이 다양하게 제시되었으나, 머신러닝, 특히 앙상블 기법을 활용하여 기어의 물림 강성을 예측하는 접근법에 대해서는 진행된 연구의 수가 적은 상황이다. 따라서 본 연구에서는 머신러닝 앙상블 기법을 통해 초기 설계 변수 이외의 형상 변수들에 대한 계산을 요구하지 않는 물림 강성 예측 모델을 생성하여 해당 계산 과정을 간소화하는 것을 목적으로 한다. 이를 통하여 물림 강성 및 전달 오차 계산 소요 시간을 단축시키고 설계 변수 세부 수정 시 시간적 효율을 증가시킬 수 있도록 하였다.

2. 물림 강성 데이터 수집 및 구성

2.1 스퍼 기어 물림 강성 계산

물림 강성은 기어의 형상과 물성에 의존하는 값이며, 이를 계산하기 위해서는 형상을 결정하는 설계 변수들이 필요하다. 스퍼 기어의 물림 강성 이론값은 1장에서 설명한 바와 같이 Yang 및 Lin[11]에 의해 최초로 제안되고 후속 연구들을 통해[12-16] 보완 및 검증된 포텐셜 에너지 기법을 통해 계산된다. 이론적 계산을 수행하기 위해서는 기어의 설계 변수들에 대한 이해가 필요하다.

출력 변수인 물림 강성, 또는 총 강성 K_t 의 계산식은 Eq. 1과 같이 정의된다. 기어 1은 토크가 입력되는 구동 기어, 기어 2는 하중을 전달받는 종동 기어를 의미하며, Eq. 1에서 아래첨자 1과 2로 표현된다. 굽힘 강성 k_b , 전단 강성 k_s , 기어치 높이 방향 강성 k_a , 기어치 뿌리 기단 강성 k_f 은 기어 1과 2에서 별도로 계산되며, 헤르츠 접촉 강성 k_h 는 재료 물성과 기어의 폭을 통해 두 기어에서 하나의 상수 값으로 계산된다.

$$\frac{1}{K_t} = \left(\frac{1}{k_b} + \frac{1}{k_s} + \frac{1}{k_a} + \frac{1}{k_f} \right)_1 + \left(\frac{1}{k_b} + \frac{1}{k_s} + \frac{1}{k_a} + \frac{1}{k_f} \right)_2 + \frac{1}{k_h} \quad (1)$$

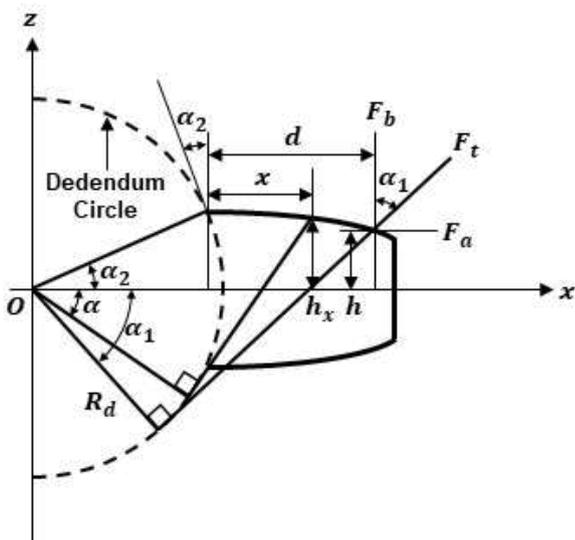


Fig. 2 Gear Tooth Cantilever Model for Calculation of Mesh Stiffness

개별 강성을 구하는 과정은 Eq. 2-4과 같다. 이는 포텐셜 에너지 기법을 통해 기어의 변형을 계산한 Yang 및 Lin[11], Wu 등[12], Sainsot 등[13]의 연구 및 기타 후속 연구들[14-16]에서 사용한 계산 과정을 요약하여 정리한 것이다.

각각의 기어치를 Fig. 2와 같이 기어의 디텐덤(dedendum) 원에 부착된 다중 단면을 갖는 외팔보로 가정한다. 기어치에 작용하는 전달 하중에 의해 각각의 기어치에 축적되는 굽힘, 전단, 기어치 높이 방향 변형 에너지 U_b , U_s , U_a 는 Eq. 2-4와 같이 계산할 수 있다[6]. E 는 재료의 탄성 계수, G 는 재료의 전단 계수, A_x 및 I_x 는 각각 기어치 접촉 지점에서의 x 축 방향 단면적 및 단면의 관성 모멘트이다.

$$U_b = \frac{F_t^2}{2k_b} = \int_0^d \frac{M_b^2}{2EI_x} dx \quad (2)$$

$$U_s = \frac{F_t^2}{2k_s} = \int_0^d \frac{1.2F_b^2}{2GA_x} dx \quad (3)$$

$$U_a = \frac{F_t^2}{2k_a} = \int_0^d \frac{F_a^2}{2EA_x} dx \quad (4)$$

방향 별 하중 F_b , F_a 및 굽힘 모멘트 M_b 값은 Eq. 5-7과 같이 계산할 수 있다. β 는 전달 하중의 작용 각도, d_i 및 h_i 는 접촉 지점까지의 x 및 y 축 방향 거리를 의미한다.

$$F_b = F_t \cos \beta \quad (5)$$

$$F_a = F_t \sin \beta \quad (6)$$

$$M_b = F_b(d_i - x) - F_a h_i \quad (7)$$

이를 정리하면 Eq. 8-10과 같은 k_b , k_s , k_a 계산식이 성립한다.

$$\frac{1}{k_b} = \int_0^d \frac{(x \cos \beta - h \sin \beta)^2}{EI_x} dx \quad (8)$$

$$\frac{1}{k_s} = \int_0^d \frac{1.2 \cos^2 \beta}{GA_x} dx \quad (9)$$

$$\frac{1}{k_a} = \int_0^d \frac{\sin^2 \beta}{EA_x} dx \quad (10)$$

기어치 뿌리 강성 k_f 의 경우 Eq. 11과 같이 하중 F_t 에 의한 기어치의 처짐 변형량 δ_f 을 통해 계산한다.

$$\frac{1}{k_f} = \frac{\delta_f}{F_t} \quad (11)$$

변형량 δ_f 의 계산식은 Eq. 12와 같다.

$$\delta_f = \frac{F_t \cos^2 \beta}{Eb} \left\{ L^* \left(\frac{u_f}{S_f} \right)^2 + M^* \left(\frac{u_f}{S_f} \right) + P^* (1 + Q^* \tan^2 \beta) \right\} \quad (12)$$

각각의 계수 L^* , M^* , P^* , Q^* 는 Table 1과 같은 값을 Eq. 13에 대입하여 얻는다. 해당 값은 다수의 선행 연구들[13,14,16]에서 공통적으로 사용된 값이다.

$$X^*(h_f, \theta_f) = \frac{A_i}{\theta_f^2} + B_i h_f^2 + \frac{C_i h_f}{\theta_f} + \frac{D_i}{\theta_f} + E_i h_f + F_i \quad (13)$$

접촉 강성 k_h 의 경우 헤르츠 접촉 이론에 기초하여 맞물리는 두 기어치가 등방성 탄성체라고 가정한다. 접촉 위치와 무관한 상수 값을 가지며, 계산식은 Eq. 14과 같다. E 는 재료의 탄성 계수, ν 는 재료의 포아송 비, b_w 는 기어치 폭이다.

$$k_h = \frac{\pi E b_w}{4(1-\nu^2)} \quad (14)$$

Table 1 Coefficients for Deformation Calculation

	L^*	M^*	P^*	Q^*
A_i ($\times 10^{-5}$)	-5.574	60.111	-50.952	-6.2042
B_i ($\times 10^{-3}$)	-1.9986	28.100	185.50	9.0889
C_i ($\times 10^{-4}$)	-2.3015	-83.431	0.0538	-4.0964
D_i ($\times 10^{-3}$)	4.7702	-9.9256	53.300	7.8297
E_i	0.0271	0.1624	0.2895	-0.1472
F_i	6.8045	0.9086	0.9236	0.6904

2.2 물림 강성 데이터 수집

기어의 형상을 결정하고 물림 강성 이론값을 계산하기 위해 필요한 설계 변수들을 데이터셋의 입력 변수들로 선정하였다. 이는 기어 모듈, 기어 1의 기어치 개수, 기어 2의 기어치 개수, 압력각, 기어 너비, 기어 1의 전위 계수, 기어 2의 전위 계수, 기어 1의 내부 반경 비율, 기어 2의 내부 반경 비율로, 총 9개의 입력 변수를 갖는다. 형상에 영향을 주지 않는 기어의 물성치 E 및 ν 값은 일반적인 강재의 물성치를 단일 값으로 고정하였다. 물림 강성은 지속적으로 값이 변화하는 시변(time-varying) 변수이므로 데이터셋에 포함하기 위해 상수값을 선정할 필요가 있다. 본 논문에서는 물림 강성의 최소 및 최대값을 대표값으로 선정하였다.

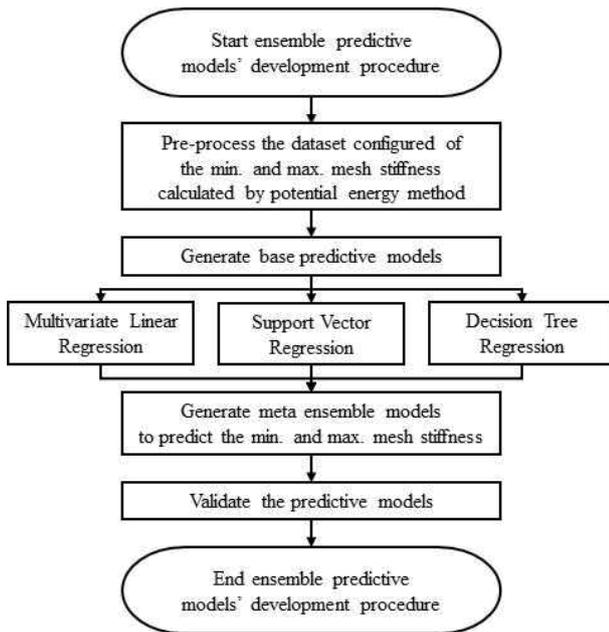
각각의 입력 변수마다 Table 2와 같이 범위를 설정한다. 이는 0.1~2.0의 모듈 값을 갖는 기어쌍이 일반적으로 가지는 변수 값들을 고려하여 선정된 값이다. 해당 범위의 설계 변수에서 생성 가능한 모든 경우의 수는 $5*5*5*4*5*5*5*4*4=1E+6$ 개이며, 학습 시간 단축을 위해 일부 데이터만을 사용하면서 동시에 데이터의 다양성을 확보하기 위해 10,000개의 기어 설계 변수 데이터를 random sampling으로 추출하였다. MATLAB을 사용하여 2.1절의 내용과 같이 해당 설계 변수들에 대한 물림 강성 계산 과정을 수행한 후, 계산한 물림 강성 이론값의 최소값 및 최대값을 출력 변수로 하여 학습에 사용할 데이터셋을 생성하였다.

Table 2 Values of Design Parameters

Parameter	List of Values
Module [mm]	0.1, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0
No. of Tooth, Gear 1	12, 16, 20, 32, 50
No. of Tooth, Gear 2	12, 16, 20, 32, 50
Pressure Angle [deg]	14.5, 17.5, 20, 25
Gear Width [mm]	5, 10, 18, 20, 25
Shift Coeff., Gear 1	-0.6, -0.3, 0, 0.3, 0.6
Shift Coeff., Gear 2	-0.6, -0.3, 0, 0.3, 0.6
Internal Ratio, Gear 1	1.4, 2.0, 4.0, 7.0
Internal Ratio, Gear 2	1.4, 2.0, 4.0, 7.0

3. 머신러닝 앙상블 메타 모델 개발

본 연구에서 진행한 앙상블 메타 모델 개발을 위한 학습 및 검증 과정은 Fig. 3과 같다.

**Fig. 3** Procedure of Ensemble Machine Learning

3.1 데이터 전처리

앞서 2.2절에서 random sampling을 통해 수집한 10,000개의 데이터 샘플을 8:2의 비율로 분할하여 8,000개의 트레이닝 데이터와 2,000개의 테스트 데이터를 생성하였다. 트레이닝 데이터를 통해 회귀 학습 및 적합도 검증이 수행되며, 테스트 데이터를 통해 예측 성능을 평가한다.

특성 데이터들 간 단위 및 범위가 상이할수록 회귀 학습 시 부적합한 결과가 발생할 가능성이 증가하며 이를 방지하기 위해 특성 스케일링(feature scaling)을 수행하였다. 특성 스케일링은 각각의 특성을 평균과 분산으로 표현 가능한 확률분포의 형태로 변환한다. 본 논문에서는 잠재적 이상치의 영향을 최소화하기 위해 [17] Eq. 15와 같이 데이터 값을 변환하는 로버스트 스케일링(robust scaling)을 사용하였다.

$$X_{scale} = \frac{x_{(i)} - x_{med}}{x_{75th} - x_{25th}} \quad (15)$$

3.2 적합도 검증 및 예측 성능 평가 지표

회귀 모델의 적합도를 검증하기 위해 결정계수 R^2 및 수정 결정계수 R_{adj}^2 를 계산하였다. 결정계수는 회귀 모델의 예측 성능을 평가하는 지표로 사용되며 계산식은 Eq. 16과 같이 정의된다. 해당 식에서 SS_{tot} 은 총 제곱합, SS_{reg} 은 회귀 제곱합, SS_{res} 은 잔차 제곱합이다. 총 제곱합은 전체 데이터의 평균값에 대한 실제값들의 총분산, 회귀 제곱합은 전체 데이터의 평균값에 대한 회귀 모델 예측값들의 총분산, 잔차 제곱합은 각각의 회귀 모델 예측값이 실제값에 대해 갖는 오차인 잔차들의 합을 의미한다.

$$R^2 = \frac{SS_{reg}}{SS_{tot}} = 1 - \frac{SS_{res}}{SS_{tot}} \quad (16)$$

결정계수는 회귀 및 평가에 사용된 입력 변수의 수가 증가할수록 실제 예측 성능과 무관하게 증가하는 경향이 존재하므로 다수의 입력 변수를 갖는 모델을

평가하기 위해 사용하기에 부적합하다. 수정 결정계수는 이러한 결정계수의 단점을 보완하기 위해 사용되는 평가 지표이다. 데이터 샘플의 수 n 및 입력 변수의 수 p 를 계산에 포함하여 Eq. 17과 같이 표현한다.

$$R_{adj}^2 = 1 - \frac{(n-1)}{(n-p-1)}(1-R^2) \quad (17)$$

해당 수식에서 $n \gg p$ 일 때 $R_{adj}^2 \approx R^2$ 임을 확인할 수 있다. 연구에서 사용한 데이터의 $n=10,000$, $p=9$ 이며 $R_{adj}^2 \approx R^2$ 의 성립을 연구 과정에서 확인하였기 때문에 본 논문에서는 결정계수 R^2 값만을 기록하였다.

모든 학습 과정에서 트레이닝 데이터에 대한 5회의 K-겹 교차 검증(K-fold cross validation)을 수행하였다. 트레이닝 데이터에 대한 분할을 반복 수행하여 K개의 검증 데이터를 생성하고 각 데이터 별 성능 평가 지표와 그 평균값을 도출하여 예측 모델의 일반화 성능(generalization performance)을 평가하는 검증 방식이다. 계산된 5개 결정계수의 평균값인 CV_{mean} 을 평가를 위해 사용하였다.

3.3 다변량 선형 회귀 학습

다변량 선형 회귀(multiple linear regression, MLR)는 입력 변수와 출력 변수 간의 관계를 선형으로 정의하기 위한 회귀 분석 기법이다[18]. Eq. 18과 같이 데이터 샘플 별 i 번째 입력 변수 x_i 에 곱해지는 가중치 w 들의 값을 조정하는 것으로 회귀식을 정의한다. 이 때 회귀 적합도 평가를 위해 평균 제곱 오차(mean squared error, MSE)를 비용함수로 선택하였다. 이는 Eq. 19와 같이 실제값과 예측값 간의 잔차(residual error)를 평가하는 지표이다.

$$y = w_0 + \sum_{i=1}^n w_i x_i \quad (18)$$

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_{(i)} - \hat{y}_{(i)})^2 \quad (19)$$

Table 3 Weights of MLR Model

	y_1 Model	y_2 Model
w_0	-18,637.3	-25,663.1
w_1	867.80	641.46
w_2	835.86	1,010.8
w_3	833.13	1,020.4
w_4	132,154	292,966
w_5	9,920.3	18,863.5
w_6	28,872.2	58,438.2
w_7	28,230.8	58,634.5
w_8	-11,812.5	-21,421.6

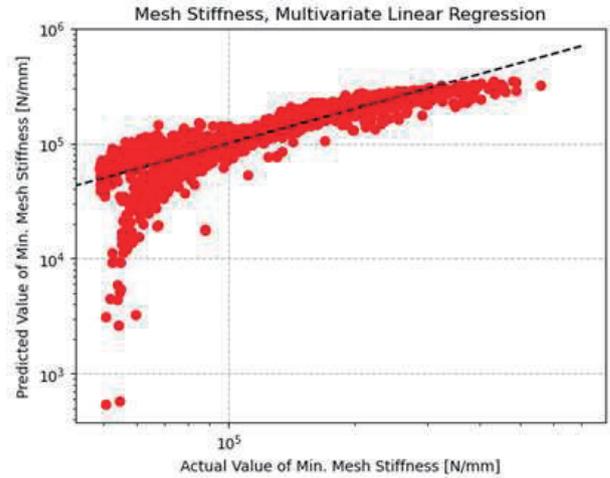


Fig. 4 Comparison of Predictive - Actual Value of the Minimum Mesh Stiffness, MLR

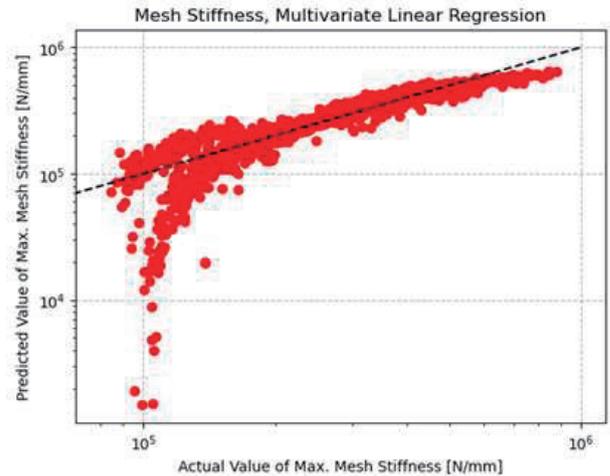


Fig. 5 Comparison of Predictive - Actual Value of the Maximum Mesh Stiffness, MLR

Table 4 Evaluation Metrics of MLR Model

	y_1 Model	y_2 Model
R^2 , Train	0.858	0.908
CV_{mean}	0.858	0.908
R^2 , Test	0.858	0.905

회귀 학습 결과로 정의된 물림 강성 최소값 및 최대값 예측 모델은 각각 Eq. 18 및 Table 3와 같다. 물림 강성 최소값을 y_1 , 최대값을 y_2 로 지정하였다.

해당 모델의 적합도 검증 및 예측 성능을 평가하기 위해 결정계수 R^2 및 CV_{mean} 값을 계산하여 Table 4에 정리하였으며 각 모델의 예측값과 데이터 실제값을 비교한 그래프를 Fig. 4 및 Fig. 5로 작성하였다. 해당 표에서 R^2 , Train은 8,000개의 트레이닝 데이터로 생성한 회귀식이 갖는 회귀 적합도이며, R^2 , Test는 R^2 , Train에서 생성된 회귀식을 2,000개의 테스트 데이터로 평가한 예측 성능에 대한 지표이다. 결정계수 값을 통해 물림 강성 최소값(y_1) 예측 모델의 예측 성능이($R^2 < 0.9$) 물림 강성 최대값(y_2) 예측 모델의 예측 성능($R^2 > 0.9$) 대비 상대적으로 낮고, 그래프를 통해 최소 및 최대값 예측 모델에서 공통적으로 낮은 물림 강성 값들에 대한 오차가 크게 발생하는 것을 관측할 수 있다.

3.4 서포트 벡터 회귀 학습

서포트 벡터 회귀(support vector regression, SVR)는 Vapnik[19]이 제안한 회귀 분석 기법으로 저용량 데이터에서도 높은 분류 및 예측 능력을 갖고 있어 많은 예측 문제에 사용되어 왔다. 서포트 벡터 회귀는 머신러닝을 통해 커널(kernel) 함수로 매핑(mapping)된 데이터들에 대한 초평면(hyperplane)을 정의하는 회귀 학습이다. 두 초평면 간에 최대한 많은 데이터 샘플을 포함하도록 하는 결정 경계(decision boundary)의 수직 벡터 \mathbf{w} 를 학습하며, 초평면과 결정 경계 간의 거리인 마진 ε 값의 최대화를 목표로 한다. 선형(linear), 다항식(polynomial), 방사기저함수(radial basis function, RBF) 등의 커널 함수 중 하나를 선정하여 단일 결정 경계로 회귀 및 분류가 가능하도록 주

어진 데이터를 고차원으로 매핑한다. 모델의 성능을 조정하기 위해 사용자가 직접 판단하고 입력하는 변수를 하이퍼파라미터(hyperparameter)라고 하며, 각각의 커널 함수들은 종류에 따라 서로 다른 하이퍼파라미터를 갖는다[20]. Eq. 20은 서포트 벡터 회귀의 비용함수이며 Eq. 21은 계산 조건을 나타낸 것이다.

$$\text{minimize} : \frac{1}{2} \|\mathbf{w}\|^2 + C \sum_{i=1}^m (\xi_{(i)} + \xi_{(i)}^*) \quad (20)$$

$$\begin{cases} y_i - (\mathbf{w} \cdot \varphi(\mathbf{x}_i)) - b < \varepsilon + \xi_{(i)} \\ (\mathbf{w} \cdot \varphi(\mathbf{x}_i)) + b - y_i < \varepsilon + \xi_{(i)}^* \\ \xi_i, \xi_i^* & i = 1, \dots, m \end{cases} \quad (21)$$

서포트 벡터 회귀는 다수의 커널과 하이퍼파라미터를 갖기 때문에 최적의 조합을 찾기 위해 값을 순차적으로 변경해 가며 결과를 확인하는 것은 시간 및 비용 면에서 비효율적이므로 파이썬 오픈 소스 머신러닝 라이브러리인 사이킷런(Scikit-learn)의 grid search 기능을 통한 하이퍼파라미터 튜닝을 수행하였다. 3개의 커널 함수, 6개의 C 값, 6개의 γ 값, 3개의 다항식 차수, 3개의 ε 값을 변수 후보군으로 Table 5에 주어진 것과 같이 설정하고 5겹 교차 검증 과정을 거치는 grid search를 수행하였다. 이후 결과로 출력된 커널 함수 및 하이퍼파라미터를 서포트 벡터 회귀 학습에 적용한다. 예측 모델에 적용된 하이퍼파라미터 목록은 Table 6와 같다.

해당 모델의 적합도 검증 및 예측 성능을 평가하기 위해 결정계수 R^2 및 CV_{mean} 값을 계산하여 Table 7에 정리하였으며 각 모델의 예측값과 데이터 실제값을 비교한 그래프를 Fig. 6 및 Fig. 7으로 작성하였다. 결정계수 값으로 판단한 물림 강성 최소 및 최대값에 대한 예측 성능이 높고($R^2 > 0.95$), 실제 데이터 값에 대해 높은 예측 정확도를 보이는 것을 그래프를 통해 관측할 수 있다.

Table 5 Grid Search Parameters of SVR Model

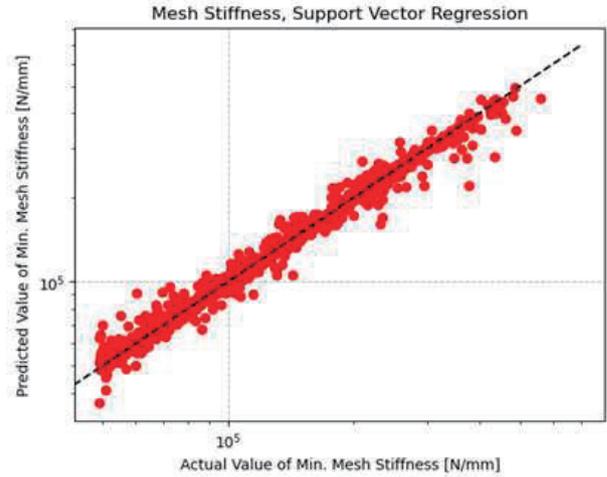
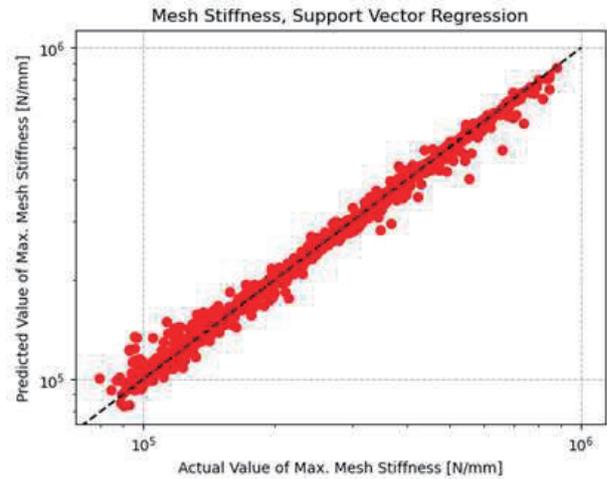
Kernel	C	γ	Degree	ε
Linear	100	0.1	2	0.1
	1,000	0.2		
Poly-nomial	10,000	0.3	3	0.5
	50,000	0.5		
RBF	100,000	0.8	4	1.0
	200,000	1.0		

Table 6 Hyperparameters of SVR Model

	y_1 Model	y_2 Model
Kernel	RBF	
C	100,000	
γ	0.8	
ε	0.1	

Table 7 Evaluation Metrics of SVR Model

	y_1 Model	y_2 Model
R^2 , Train	0.990	0.994
CV_{mean}	0.965	0.978
R^2 , Test	0.971	0.982

**Fig. 6** Comparison of Predictive - Actual Value of the Minimum Mesh Stiffness, SVR**Fig. 7** Comparison of Predictive - Actual Value of the Maximum Mesh Stiffness, SVR

3.5 의사결정 트리 회귀 학습

의사결정 트리 회귀(decision tree regression, DTR)는 이진(binary) 트리의 분기를 통해 수행되는 분류 및 회귀 학습으로, 각 분기마다 한 가지 변수를 선정하여 해당 변수의 영역을 2개로 구분하는 트리를 성장시키며 학습을 수행한다[21]. 이용자가 분류 및 회귀 과정과 분기 생성 기준치를 직관적으로 파악할 수 있고 학습 완료 후 추가된 데이터를 신속하게 분류 또는 예측할 수 있는 장점을 가지나, 분기 생성 수 증가에 따라 트리의 깊이(depth)가 깊어질수록 과적합 발생 가능성이 빠르게 증가하는 단점을 갖는다[21].

의사결정 트리 회귀 또한 하이퍼파라미터에 의해 예측 결과와 회귀 적합도, 예측 성능 등이 크게 달라지므로 서포트 벡터 회귀 모델과 동일하게 grid search를 통해 하이퍼파라미터 튜닝을 수행하였다.

2개의 오차 평가 지표, 8개의 최대 트리 깊이 및 8개의 리프 노드의 값을 변수 후보군으로 Table 8에 주어진 것과 같이 설정하고 5겹 교차 검증 과정을 거치는 grid search를 수행하였다. 이후 결과로 출력된 커널 함수 및 하이퍼파라미터를 의사결정 트리 회귀 학습에 적용한다. 예측 모델에 적용된 하이퍼파라미터 목록은 Table 9과 같다.

해당 모델의 적합도 검증 및 예측 성능을 평가하기 위해 결정계수 R^2 및 CV_{mean} 값을 계산하여 Table 10에 정리하였으며 각 모델의 예측값과 데이터 실제값을 비교한 그래프를 Fig. 8 및 Fig. 9으로 작성하였다. 결정계수 값으로 판단한 물림 강성 최소 및 최대값에 대한 예측 성능이 높고($R^2 > 0.9$), 실제 데이터 값에 대해 높은 예측 정확도를 보이는 것을 그래프를 통해 관측할 수 있다.

Table 8 Grid Search Parameters of DTR Model

Criterion	Max. Depth	Min. No. of Leaf Sample
Squared Error	6	1
	7	2
	8	3
	9	4
Absolute Error	10	5
	12	6
	15	7
	20	8

Table 9 Hyperparameters of DTR Model

	y_1 Model	y_2 Model
Criterion	Squared Error	
Max. Depth	10	
Min. No. of Leaf Sample	4	

Table 10 Evaluation Metrics of DTR Model

	y_1 Model	y_2 Model
R^2 , Train	0.947	0.966
CV_{mean}	0.919	0.950
R^2 , Test	0.929	0.951

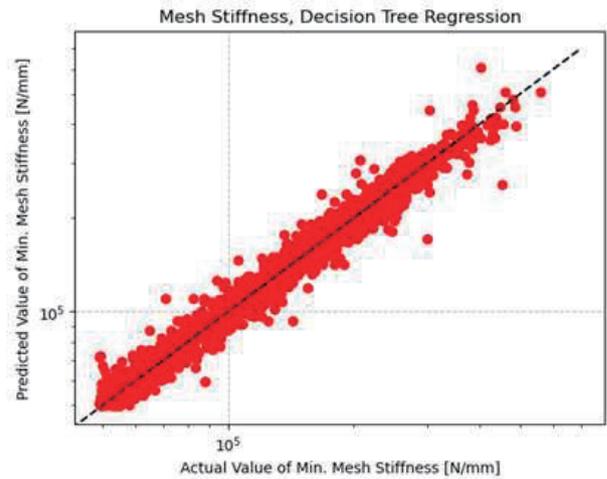


Fig. 8 Comparison of Predictive - Actual Value of the Minimum Mesh Stiffness, DTR

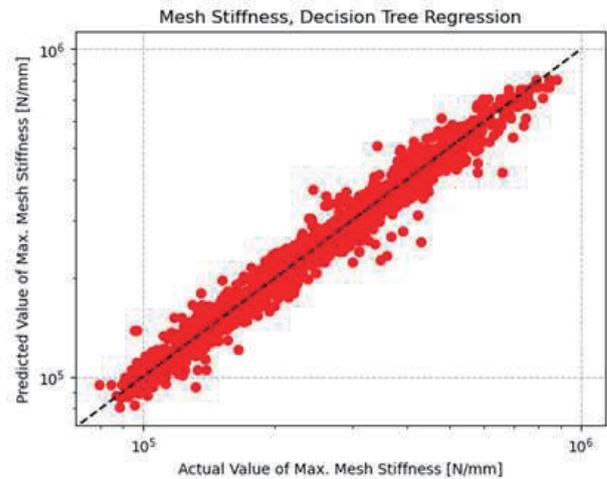


Fig. 9 Comparison of Predictive - Actual Value of the Maximum Mesh Stiffness, DTR

3.6 앙상블 메타 모델

머신러닝 앙상블 기법은 다수의 기반 모델에서 생성된 예측 결과를 조합하여 예측 성능을 증가시키는 기법이며[22], 일반적으로 배깅(bagging), 부스팅(boosting), 스택킹(stacking)의 세 가지 기법 중 하나를 사용한다. 본 연구에서는 스택킹 기법을 사용하였다.

스택킹 기법은 기반 모델들의 예측값을 새로운 학습을 위한 데이터로 활용하여 메타 모델을 생성하는 방식이다. 사용자의 의도와 목적에 맞는 회귀 기법을 설정하여 일반적인 회귀 학습과 유사한 과정을 수행한다. 본 논문에서는 기반 모델 예측값과 메타 모델 예측값 간의 관계를 명시하기 위하여 다변량 선형 회귀 학습을 통해 메타 모델을 생성하였다.

앞서 진행된 기반 모델들의 테스트 데이터로 할당되었던 2,000개의 예측값 샘플에 대한 다변량 회귀 학습을 수행하였으며 그 과정은 3.1절과 유사하다. 데이터 샘플을 8:2의 비율로 분할하여 1,600개의 트레이닝 데이터와 400개의 테스트 데이터를 생성하였다. 트레이닝 데이터는 5회의 K-겹 교차 검증을 수행한 후 계산된 5개 결정계수의 평균값을 CV_{mean} 값으로 기록하였다. 세 가지 학습 모델의 예측 결과값에 곱해지는 가중치를 조정하며 높은 R^2 , Train 및 R^2 , Test 값을 탐색하는 학습을 수행한다. 학습 결과로 정의된 모델의 관계식은 Eq. 22 및 Eq. 23과 같다. 해당 식에서는 앙상블 예측 모델을 ESB 로 표기하였다.

$$\begin{aligned}
 ESB_{MinMS} &= 1518.7 \\
 &+ (-0.05177)PRED_{MLR} \\
 &+ (1.0203)PRED_{SVR} \\
 &+ (0.04565)PRED_{DTR}
 \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned}
 ESB_{MaxMS} &= -3729.5 \\
 &+ (-0.0237)PRED_{MLR} \\
 &+ (0.9989)PRED_{SVR} \\
 &+ (0.04141)PRED_{DTR}
 \end{aligned} \quad (23)$$

Table 10 Evaluation Metrics of Ensemble Model

	y_1 Model	y_2 Model
R^2 , Train	0.992	0.995
CV_{mean}	0.992	0.995
R^2 , Test	0.988	0.994

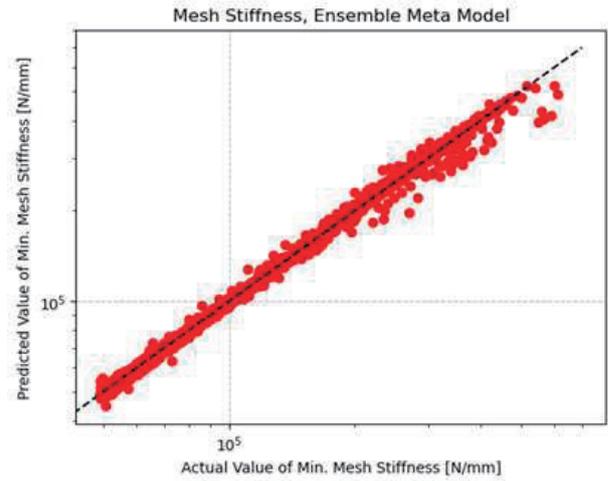


Fig. 10 Comparison of Predictive - Actual Value of the Minimum Mesh Stiffness, DTR

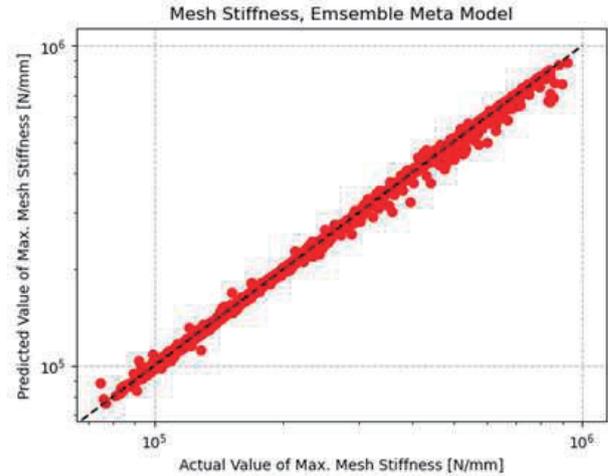


Fig. 11 Comparison of Predictive - Actual Value of the Maximum Mesh Stiffness, DTR

해당 모델의 적합도 검증 및 예측 성능을 평가하기

위해 결정계수 R^2 및 CV_{mean} 값을 계산하여 Table 10에 정리하였으며 각 모델의 예측값과 데이터 실제값을 비교한 그래프를 Fig. 10 및 Fig. 11으로 작성하였다. 앙상블 메타 모델의 물림 강성 최소 및 최대값에 대한 예측 성능이 매우 높고($R^2 > 0.98$), 실제 데이터 값에 대해 매우 높은 예측 정확도를 보이는 것을 그래프를 통해 관측할 수 있다.

Table 11 Evaluation Metrics, y_1 Predictive Models

	MLR	SVR	DTR	Ensemble
R^2 , Train	0.858	0.990	0.947	0.992
R^2 , Test	0.858	0.971	0.929	0.988

Table 12 Evaluation Metrics, y_2 Predictive Models

	MLR	SVR	DTR	Ensemble
R^2 , Train	0.908	0.994	0.966	0.995
R^2 , Test	0.905	0.982	0.951	0.994

3종의 알고리즘을 통해 생성된 기반 모델들의 회귀 적합도 및 예측 성능과 앙상블 메타 모델의 회귀 적합도 및 예측 성능을 Table 11 및 12에 정리하였다. MLR, SVR, DTR 모델과 비교하였을 때 트레이닝 및 테스트 데이터에 대한 결정계수가 모두 증가하였다. 앙상블 메타 모델의 회귀 적합도 및 예측 성능이 모든 경우에서 단일 모델 대비 우수하다는 것을 의미하며, 물림 강성 최소값 및 최대값 예측에 대한 앙상블 기법의 적용 타당성을 확인할 수 있다.

세부적으로는 SVR 모델 대비 MLR 및 DTR 모델의 낮은 적합도 및 예측 성능이 앙상블을 통해 보완되었으며 SVR 및 DTR 모델의 회귀 적합도 대비 낮은 예측 성능이 보완되었다.

4. 앙상블 메타 모델 검증 및 평가

4.1 사례 적용을 통한 메타 모델의 타당성 검증

항공기 구동 계통에 사용되는 유성(planetary) 기어에서 한 쌍의 sun 및 planet 기어를 스피어 기어로 치환하여 앙상블 메타 모델의 검증을 수행하였다. 본 연구에서 사용한 기어의 형상은 Fig. 12와 같고 제원은 Table 13과 같다. 유성 기어의 sun 기어를 기어 1로, planet 기어를 기어 2로 설정하였다. 2장을 참고하여 기어의 제원을 통해 물림 강성 이론값을 계산하고 3장을 참고하여 앙상블 메타 모델을 통해 도출되는 예측값을 비교하였다.

해당 제원을 통해 계산된 물림 강성 이론값의 최소 및 최대값과 각각의 기반 모델에서 도출된 예측값, 앙상블 메타 모델에서 도출된 예측 결과값을 Table 14 및 Table 15로 정리하였다.

메타 모델의 예측 결과값이 각각 2.070%, 0.218%로 모든 모델들과 비교해 보았을 때 실제 이론값 대비 가장 낮은 오차를 갖는 것을 확인할 수 있다. SVR 모델의 학습에서 이미 높은 수준의 예측 성능을 달성하였기 때문에 SVR 모델 대비 오차 개선의 폭은 작지만 기어 설계 변수의 세부 조정은 작은 범위에서 수행되기 때문에 이러한 변경에 따른 결과값의 변화를 정확하게 반영하기 위해서는 물림 강성 예측 모델에 매우 높은 민감도와 정확도가 요구된다. 앙상블 모델은 해당 요구 사항을 충족할 수 있을 것으로 사료된다.

결론적으로 본 논문에서 제시한 앙상블 메타 모델은 매우 높은 정확도를 가지고 있는 것이 검증되었다. 기어의 물림 강성을 이론적으로 계산하기 위한 기어 시스템 전반에 대한 높은 이해도와 다수의 변수 계산 과정 등을 요구하지 않으며, 적절한 데이터셋을 사용하여 학습을 수행한다면 형상 결정에 필수적인 6종(9개)의 초기 설계 변수만으로도 매우 높은 정확도를 갖는 예측 모델을 생성할 수 있음을 증명하였다. 실제 기어 설계 시 물림 강성 최소 및 최대값의 유용한 예측 수단으로 작용할 것으로 추론할 수 있다.

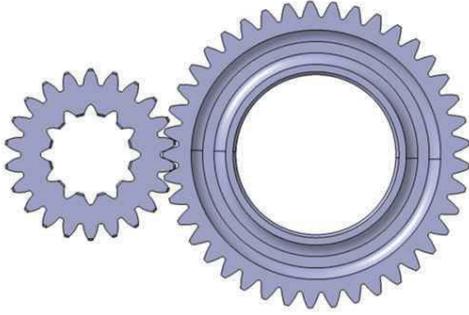


Fig. 12 Sun-Planet Gear as Spur Gear Pair

Table 13 Gear Specification

Parameter	Gear 1	Gear 2	Unit
Gear Module	1.25		[mm]
Number of Teeth	22	41	-
Pressure Angle	25		[rad]
Gear Width	11		[mm]
Shift Coefficient	0.0	0.0	-
Internal Ratio	1.385	1.104	[mm]

Table 14 Comparison of y_1 Predictive Models

	Value [N/mm]	Error
Theoretical	187,566.56	-
MLR	172,291.16	8.144%
SVR	179,157.80	4.483%
DTR	122,507.12	34.69%
Ensemble	183,684.78	2.070%

Table 15 Comparison of y_2 Predictive Models

	Value [N/mm]	Error
Theoretical	311,816.65	-
MLR	320,897.16	4.841%
SVR	310,082.75	0.556%
DTR	307,198.67	1.481%
Ensemble	311,137.42	0.218%

5. 결 론

본 논문에서는 앙상블 기법을 통해 스피어 기어의 설계 변수들을 입력 변수로 갖는 물림 강성 예측 모델을 제시하였다. 우선적으로 기존 연구들에서 제시된 계산 방식을 통해 개별 강성을 계산하고 총 물림 강성값의 최소 및 최대값을 도출하였다. 10,000개의 입력 변수 조합에 대한 계산을 수행하고 데이터셋을 생성하였다. 데이터셋을 8:2의 비율로 분할하여 트레이닝 데이터를 이용한 머신러닝 회귀 학습 및 5겹의 교차 검증을 수행하고 테스트 데이터를 이용하여 예측 모델의 예측 성능을 확인할 수 있도록 하였다. 데이터 간 단위 및 범위가 상이함에 따라 로버스트 스케일링을 통해 높은 회귀 적합도를 갖는 모델이 생성되도록 하였으며 잠재적 이상치의 영향을 최소화하였다. 다변량 선형 회귀, 서포트 벡터 회귀, 의사결정 트리 회귀를 사용하여 3종의 알고리즘을 사용한 물림 강성 최소 및 최대값을 예측하는 모델을 생성하였다. 학습 과정에서 과대적합 및 과소적합 방지를 위해 하이퍼파라미터를 튜닝하였으며, MLR, SVR, DTR 모델이 각각 0.85~0.99 범위의 결정계수를 갖는 것으로 모델 별 높은 회귀 적합도 및 예측 성능을 확인하였다. 또한 스택킹 앙상블 기법을 사용하여 해당 예측 모델들을 기반 모델로 갖는 메타 모델을 생성하였다. 2,000개의 테스트 데이터에 대해 기반 모델들이 출력한 예측 결과를 새로운 학습 데이터셋으로 사용하여 앞서 수행한 회귀 분석 과정들과 동일하게 8:2의 비율로 분할하고 다변량 선형 회귀 학습을 수행하였다. 결과적으로 생성된 앙상블 메타 모델은 기반 모델들과 비교하였을 때 모든 경우에서 회귀 적합도 및 예측 성능이 증가하였다. 실제 항공기 엔진 시동기에 사용되는 기어의 제원을 통해 앙상블 메타 모델의 검증을 수행하였으며, 매우 높은 예측 성능을 보이는 것을 통해 기어 시스템의 물림 강성 예측을 위한 수단으로서의 적용 타당성 및 유효성을 확인하였다.

후 기

이 논문은 2022년도 국방기술진흥연구소 부품국산화 지원사업(과제번호: C210020)의 연구비 지원 및 2022년도 정부(교육부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임(과제번호: 2022R1A6A1A03056784)

References

- [1] M. S. Tavakoli, D. R. Houser. "Optimum Profile Modifications for the Minimization of Static Transmission Errors of Spur Gears," *Transactions of the ASME*, Vol. 108, 86-95. 1986.
- [2] H. H. Lin, D. P. Townsend, and F. B. Oswald. "Prediction of Gear Dynamics Using Fast Fourier Transform of Static Transmission Error," *Mechanics of Structures and Machines*, 21(2), 237-260. 1993.
- [3] H. Kohler, A. Pratt, and A. Thompson. "Dynamics and Noise of Parallel-Axis Gearing," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Conference Proceedings*, 184(15): 111-121. 1969.
- [4] D. R. Houser, R. Donald, B. O. Fred, J. V. Mark, J. D. Raymond, and W. L. Joseph. "Measurements of transmission error, vibration and noise in spur gears." AIAA. 1994.
- [5] M. Åkerblom. "Gear noise and vibration: A literature survey," Digitala Vetenskapliga Arkivet. 2001.
- [6] J. Harianto, D. R. Houser. "A Methodology for Obtaining Optimum Gear Tooth Micro-Topographies for Noise and Stress Minimization Over a Broad Operating Torque Range," 10.1115/DETC2007-34655. 2007.
- [7] S. Du, R. B. Randall, and D. W. Kelly. "Modelling of spur gear mesh stiffness and static transmission error." *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*. 212(4) : 287-297. 1998.
- [8] D. Lu, R. Zhu, H. Wang and Y. Shen. "Numerical analysis of gear transmission error based on a 6-DOF gear misalignment model," *MEMAT 2022; 2nd International Conference on Mechanical Engineering, Intelligent Manufacturing and Automation Technology*, Guilin, China, 2022, pp. 1-9. 2022.
- [9] Z. Chen, P. Ji. "Research on the variation of mesh stiffness and transmission error for spur gear with tooth profile modification and wear fault," *Engineering Failure Analysis*, Vol. 122. 2021.
- [10] C. Weber, K. Banaschek. "Formänderung und Profilrücknahme bei gerad - und schrägverzahnten Rädern," *Schriftreihe Antriebstechnik*, Vol. 11, Vieweg-Verlag, Braunschweig. 1953.
- [11] D. Yang and J. Lin. "Hertzian Damping, Tooth Friction and Bending Elasticity in Gear Impact Dynamics," *ASME. J. Mech., Trans., and Automation*, 109(2): 189-196. 1987.
- [12] S. Wu, M. J. Zuo, and A. Parey. "Simulation of spur gear dynamics and estimation of fault growth," *Journal of Sound and Vibration*, 317(3-5): p. 608-624. 2008.
- [13] P. Sainsot, P. Velex, and O. Duverger. "Contribution of gear body to tooth deflections - a new bidimensional analytical formula," *J. Mech. Des.*, 126(4): p. 748-752. 2004.
- [14] Y. Yong, W. Jiaxu, Z. Qinghua, H. Yanyan, Z. Jinxuan, and Y. Wanyou. "Mesh stiffness modeling considering actual tooth profile geometry for a spur gear pair," *Mechanics & Industry*, 19(3), 306. 2018.
- [15] E. Rezaei, M. Poursina, M. Rezaei, and A. Ariaei. "A New Analytical Approach for Crack Modeling in Spur Gears," *Jordan Journal of Mechanical and Industrial Engineering*, Vol. 13, No. 2, 69-74. 2019.
- [16] J. Hou, S. Yang, Q. Li, Y. Liu, and W. Jiujian. "Mesh stiffness calculation and vibration analysis of the spur gear pair with tooth crack, considering the misalignment between the base and root circles," *International Journal of Mechanical System Dynamics*. 1(1), 143-156. 2021.
- [17] M. M. Ahsan, M. A. P. Mahmud, P.K. Saha, K. D. Gupta, Z. Siddique. "Effect of Data Scaling Methods

- on Machine Learning Algorithms and Model Performance,” *Technologies*, 9(3), 52. 2021.
- [18]C. H. Mason, and W. D. Perreault. “Collinearity, Power, and Interpretation of Multiple Regression Analysis,” *Journal of Marketing Research*, 28(3), 268-280. 1991.
- [19]H. Drucker, C. J. C. Burges, L. Kaufman, A. Smola, and V. Vapnik. “Support vector regression machines,” *In Proceedings of the 9th International Conference on NIPS'96*, MIT Press, Cambridge, MA, USA, 155-161. 1996.
- [20]S. Amari, S. Wu. “Improving support vector machine classifiers by modifying kernel functions,” *Neural Networks*, Vol. 12, Issue 6, 783-789. 1999.
- [21]S. L. Crawford. “Extensions to the CART algorithm,” *International Journal of Man-Machine Studies*, 31(2), 197-217. 1989.
- [22]J. Mendes-Moreira, C. Soares, A. M. Jorge, and J. F. D. Sousa. “Ensemble approaches for regression: A survey,” *ACM Computing Surveys*, 45(1), 1-40. 2012.