

ChatGPT와 파이썬을 활용한 <인공지능 수학>의 최적화 교수·학습 자료 개발 연구

이 승 훈 (하길고등학교, 교사)

고 호 경 (아주대학교, 교수)[†]

본 연구의 목적은 인공지능의 핵심 수학적 원리에 대한 이해와 활용 능력을 향상시키고, 알고리즘적 사고와 융합한 방법론을 적용할 수 있는 교수·학습 자료를 개발하는 데 있다. 이를 위해 ChatGPT를 활용한 파이썬을 통해 최적화 개념을 구현하는 교수·학습 자료를 개발하고자 평균제곱오차와 경사하강법을 주제로 총 5차시의 자료를 구성하였다. 이 자료는 고등학교 학생들을 대상으로 적용되었으며, 학생들의 이해도와 학습 방법, 태도를 관찰한 결과 긍정적인 반응을 보였다. 이에 따라 본 연구에서 개발한 인공지능 수학 최적화 교수·학습 자료의 효과성과 교육 현장에서의 적용 가능성을 확인하였다.

I. 서론

인공지능(AI), 3D 프린팅, 자율주행 자동차, 드론, 로봇 등 혁신 기술들이 시공간의 제약을 넘어서면서 제4차 산업혁명이 현실화되고 있다(서명희, 2022). 이러한 기술 발전은 특히 인공지능의 발전으로 대표되는바, 인공지능이란 인간의 지능과 유사한 방식의 알고리즘을 기계로 구현하는 기술을 포괄적으로 지칭되며(고선규, 2019), 인간의 논리적 판단력과 창의적 지적 기능을 기계가 구현함으로써 다양한 문제 해결에 활용되고 있다(노지화, 고희경, 김병수, 허난, 2023). 이러한 인공지능은 일자리 시장을 비롯해 사회, 경제, 기술, 산업 분야뿐만 아니라 교육의 변화에도 큰 영향을 미치고 있다. 교육 분야에서는 '에듀테크(Edu Tech)' 분야에서 인공지능을 활용한 교육혁신에 주목함과 동시에 인공지능의 원리를 이해하거나 인공지능 소양을 함양하기 위한 교육과정과 방법 등을 설정하려는 노력이 중요시되고 있다(고호경, 2020).

이러한 변화는 2015 개정 교육과정에서 소프트웨어(SW) 교육이 도입되면서 본격적으로 시작되었다(교육부, 2015). 교육부는 2015 개정 교육과정에서 과학 기술 소양 함양 교육을 위해 소프트웨어(SW) 교육을 강화해야 한다고 주장하며 창의 융합형 인재 양성을 목표로 한 인공지능 교육의 방향을 발표한 바 있다(교육부, 2015). 2018년부터 초·중등학교에서 SW 교육을 의무화하고, 정보 교과목을 필수 교과목으로 지정하여 학령기 모든 학생이 SW 교육을 받을 수 있게 하였다. 또한, SW 교육 필수화와 더불어 관련 영재를 발굴하기 위하여 SW 영재학급을 편성하고 심화학습 기회를 제공해왔으며(교육부, 2017), SW 교육의 성장을 위해 약 5천 명 정도의 인공지능 관련 전문교사를 양성하기 위하여 인공지능과 관련된 교육기관을 설립하는 등 SW, 인공지능 학습 기회를 확대하고 인공지능 융합 교육을 강화하고 있는 추세이다(교육부, 2015).

2022 개정 교육과정에서는 이러한 흐름을 이어받아 인공지능과 디지털 리터러시 교육을 보다 체계적으로 포

* 접수일(2024년 8월 14일), 심사(수정)일(2024년 9월 20일), 게재확정일(2024년 9월 25일)

* 2020 Mathematics Subject Classification : 97R40, 97U50

* 주제어 : ChatGPT, 파이썬, 인공지능 수학, 최적화, 경사하강법

* 본고는 이승훈의 석사학위 논문의 일부를 수정·보완하였음.

* 이 연구는 대한민국교육부와 한국연구재단의 지원을 받아 수행되었음 (NRF-2023S1A5A2A01081630).

† 교신저자 : kohoh@ajou.ac.kr

함하고, 학생들의 디지털 소양을 강화하는 데 중점을 두고 있다. 특히 인공지능과 데이터 사이언스, 빅데이터 등 4차 산업혁명과 관련된 기술을 학습함으로써 문제 해결 능력을 기르고 창의적 사고를 발달시키는 방향으로 설계되었다. 이에 따라 교육부는 인공지능과의 융합형 교육을 더욱 확대하고 있으며, 교사들의 인공지능 관련 교육 역량을 강화하기 위한 다양한 지원 프로그램을 운영하고 있다(교육부, 2022). 이렇게 2022 개정 교육과정은 인공지능을 다양한 교과와 연계하여 융합형 인재를 양성하는 방향으로 발전시키고 있으며 이를 통해 미래 사회에서 요구되는 디지털 리터러시와 AI 활용 능력을 기르는 데 기여할 수 있도록 추구하고 있다.

인공지능의 기저인 기계학습(Machine Learning)은 그 특성상 수학을 기반으로 이해하는 것이 필수적이다. 기계학습의 기본전제는 확률과 통계, 미적분, 기본적인 선형대수를 알아야 하고 구체적으로 상관관계, 선형회귀, 고윳값과 고유벡터, 공분산, 역행렬, 선형변환에 대한 통합적인 이해가 필요하기 때문이다(고호경, 2020). 교육부(2020a)는 인공지능 기술의 기저로 수학이 필요함에 따라 학교 현장에서 수학 교육 강화를 위한 ‘제3차 수학교육종합계획(2020-2024)’을 발표하였는데, 주 내용 중 하나는 학생들이 미래 기술인 인공지능의 원리에 대한 이해와 활용 역량을 함양하기 위한 빅데이터 활용, 알고리즘의 개발과 적용을 위한 것이다. ‘인공지능 수학’ 교과목이 고등학교 진로 선택 과목으로 편성된 것도 그 흐름의 일부라 할 수 있으며 지능정보사회가 필요로 하는 융합 인재의 기반 역시 수학 과목에서 시작한다고 볼 수 있다(교육부, 2020b; 서병희, 2022).

이와 맥락을 같이 하여 수학교육 연구에서도 인공지능을 융합한 시도들이 활발히 이루어지고 있는 바, 특히 코딩과 관련된 연구들이 활발히 이루어지면서 다양한 측면에서의 효과성을 보고하고 있다. 예를 들어, 수학적 문제를 코딩 알고리즘을 통해 해결하는 경험이 학생들의 수학적 사고력 향상에 도움이 된다는 결과를 제시하였다(심광섭, 심성아, 2018; 김나리 외, 2018; 신기철, 서보억, 2019; 김예미, 2020; 박지영, 2023; 최혜진, 2021; 이도영, 2018). 특히, 파이썬(Python)은 간결하고 가독성이 높아 교육용 코딩 프로그램으로 널리 활용되고 있으며, 학생들의 문제해결력과 자기효능감, 수학적 태도 및 흥미를 높이는 데 긍정적인 효과가 있음을 주장하고 있다(이서빈, 고상숙, 2018; 심광섭, 심성아, 2018; 신기철, 서보억, 2019). 이러한 연구들에서 주로 활용한 교육용 코딩 프로그램은 파이썬(Python)이었는데, 파이썬은 범용 프로그래밍 언어로 다른 텍스트 기반의 프로그래밍 언어들에 비해 간결하고 가독성이 높아 학생들의 학습 부담이 적다는 장점이 있다(이도영, 2018). 또한 생산성과 효율성이 뛰어나 산업 및 인공지능 개발 등 다양한 분야에서 활발히 활용될 수 있는 프로그래밍 언어라는 특징에 의하여 학생들의 문제해결력과 자기효능감, 수학적 태도 및 흥미 등 다양한 측면에서 활용 가능한 도구라는 것이다(이서빈, 고상숙, 2018; 심광섭, 심성아, 2018; 신기철, 서보억, 2019).

그러나 현재의 인공지능 교육은 주로 코딩에만 집중되어 있으며, 기계학습의 핵심 수학적 원리와 알고리즘적 사고를 충분히 반영하지 못하고 있다(박미림, 2023). 이에 따라, 인공지능의 기초가 되는 수학적 이해를 강화하는 교육 자료의 개발이 시급하다. 특히, 학생들이 각기 다른 수준에서 학습할 수 있도록 지원하는 맞춤형 교육의 중요성이 대두되고 있으며, 이러한 필요성을 충족하기 위해서는 ChatGPT와 같은 인공지능 기반 보조 교사를 활용하는 방법이 효과적일 수 있다. ChatGPT는 학습자들에게 코딩을 하는데 있어서 개별화된 피드백을 제공함으로써 맞춤형 교육이 가능하게 한다(박미림, 2023; 박수정, 최은실, 2023; 신동광 외, 2023). ChatGPT는 학습자들의 개방형 질문에 답변하고 코드를 도출하는 다양한 프로그램 상황에서 개별적 지원을 제공하고, 이를 통해 파이썬 프로그래밍 언어 지식 및 활용 능력이 전반적으로 향상되었으며, 개별화된 설명과 오류 원인 분석 등 맞춤형 교육이 효과적이다(신동광 외, 2023).

따라서 본 연구의 목적은 인공지능 교육에서 필수적으로 요구되는 수학적 원리와 알고리즘적 사고를 융합한 교수·학습 자료를 개발하는 것이다. 이를 위해 ChatGPT를 활용한 맞춤형 피드백과 파이썬을 이용한 최적화 문제 해결 과정을 중심으로, 학습자들의 이해도와 코딩 능력을 향상시키기 위한 교육 자료를 제안하고자 한다.

II. 연구의 배경

1. <인공지능 수학> 교육과정 내용의 주요 배경 원리

가. 인공지능(AI)의 원리

인공지능 분야의 핵심 원리는 데이터 기반의 기계학습(Machine Learning)이다. 기계학습이란 인간이 가지고 있는 학습 능력을 기계를 활용하여 실현하는 것으로 데이터 기반의 패턴 학습 및 결과 예측 프로그램 전체를 통칭하는 기법을 의미한다(서명희, 2022). 기계학습은 데이터의 입출력을 자체적으로 생성하므로 새로운 데이터가 추가되어도 기존 레이블을 바꿀 필요가 없다는 장점이 있다(권철민, 2020). 이에 기존의 소프트웨어만으로 해결하기 어려웠던 현실의 복잡한 문제들을 해결하는 데 큰 도움이 되었다. 기계학습은 학습하고자 하는 문제의 유형에 따라 크게 지도학습(Supervised learning), 비지도학습(Unsupervised learning), 강화학습(Reinforcement learning)으로 나뉜다. 지도학습(Supervised learning)은 입력값과 출력값이 있는 데이터를 활용하여 컴퓨터에 주어진 입력에 맞는 출력을 찾는 학습 방법이다(최현정, 2023). 각 데이터의 정답(label)을 알려주며 학습을 이어가고, 수집된 데이터를 바탕으로 함수를 평가하여 값을 최적화한다. 지도학습은 크게 분류(Classification)와 회귀(Regression)로 나뉜다. 분류는 주어진 데이터를 해당하는 소집단으로 나누는 것을 말하며, 회귀는 데이터의 특성과 속성을 기준으로 데이터를 예측하는 것을 말한다(최현정, 2023). 비지도학습(Unsupervised Learning)은 지도학습과는 달리 입력값만 있는 데이터들을 활용하여 일련의 규칙성을 찾는 학습 방법이다. 정답(label)이 없는 데이터를 이용하여 학습할 시 많이 사용하는 학습 방법이며 비슷한 특징을 가지고 있는 데이터끼리 군집화하여 새로운 데이터를 예측한다. 주로 해결책을 요하는 문제나 데이터의 속성과 특징을 연구할 때 많이 활용된다고 볼 수 있다(최현정, 2023). 강화학습(Reinforcement Learning)은 주어진 상황에 대하여 최적의 결괏값을 선택하는 학습 방법이다. 특정 행동에 대한 세부 기준을 제시하여 학습을 진행하는 방법으로, 현재의 상태를 바탕으로 선택할 수 있는 행동 중 최대의 보상을 가져다주는 행동을 선택하는 것이다(최현정, 2023). 군집화(Clustering)와 차원 축소(Dimension reduction)는 강화학습의 대표적인 예이다.

나. 평균제곱오차

평균제곱오차(MSE, Mean Squared Error)는 오차(error)를 제곱한 값으로 회귀 분석 및 통계 모델링에서 예측 결과와 실제 관측값 사이의 차이를 측정하는 데 사용되는 지표이다. 회귀 분석은 독립변수에 대한 정보에 대해 종속변수를 예언하는 통계 방법으로 독립변수의 개수에 따라 단순회귀분석(Simple Regression analysis)과 중다회귀분석(Multiple Regression analysis)로 구분한다(서명희, 2022). 평균제곱오차에서는 알고리즘이 정답에 가까울수록 값이 작아진다(변현석, 2007). 평균제곱오차의 계산 방법은 다음과 같다. 첫째, 예측값과 실제값 사이의 차이를 구한다. 둘째, 차이를 제곱하여 각 오차를 모두 양수로 만든다. 셋째, 제곱된 오차의 합을 구한다. 마지막으로 합을 관측치 수로 나누어 평균을 구한다. 평균제곱오차의 내용은 다음과 같다.

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

여기서 n 은 데이터의 개수, y_i 는 실제값, \hat{y}_i 는 예측값을 나타낸다. 예를 들어, 실제 데이터값인 $y_i = [3, -0.5, 2, 7]$ 이고 예측값인 $\hat{y}_i = [2.5, 0.0, 2, 8]$ 라 가정할 때 오차 값은 $[0.5, -0.5, 0, -1]$ 이고 제곱 오차 값은 $[0.25, 0.25, 0, 1]$ 이다. 제곱 오차의 합산 값은 $0.25 + 0.25 + 0 + 1 = 1.5$ 이며 평균은 $\frac{1.5}{4} = 0.375$ 이다. 평균제곱오차는 오차가 커질수록 손실함수 E 값이 빠르게 증가하는 특징이 있다. 손실함수 E 의 크기는 오

차의 제곱에 비례하여 변하며 오차가 커질수록 미분값 역시 커진다(변현석, 2007). 이는 실제 값과 예측값 간의 차이를 제공하여 계산하기 때문에 오류가 커질수록 결괏값에 더 큰 영향을 미친다고 볼 수 있는 것이다.

다. 경사하강법

경사하강법은 인공지능 알고리즘을 최적화하는 데 가장 많이 쓰이는 알고리즘이다(김가은, 2012). 기계학습 기반의 회귀에서는 데이터를 학습하며, 손실함수의 값을 지속적으로 감소시켜 손실함수가 최솟값이 되도록 매개변수를 갱신하는 것으로 손실함수는 실제값과 예측값의 차이를 수치화해 주는 함수이다(김가은, 2012). 일반적으로 인공지능에서 다루는 함수는 매우 복잡한 다변수함수이기 때문에 해석적으로 최솟값을 구하는 방법 대신 인공지능의 최적화기법인 경사하강법을 사용한다(Russell & Norvig, 2021). 경사하강법은 두 값의 차이 즉, 오차가 최소화되도록 매개변수를 갱신하는데 손실함수의 기울기를 사용하는 것으로 현재 최고의 딥러닝 학습 알고리즘으로 활용되고 있다. 경사하강법은 1847년 Augustin Louis Cauchy가 발표한 논문에서 일반적으로 연립방정식을 해결하는 방법으로 처음 제시되었다(이상구, 남윤, 이재화, 2023). 1847년 당시 Cauchy는 천체의 궤도를 계산하기 위하여 천체의 움직임을 나타내는 대수방정식을 풀기 위해 함수의 최솟값을 구하는 문제로 변형하여 해결하는 방법을 제시하였다. 먼저, 항상 0보다 크거나 같은 연속인 함수 $u = f(x, y, z, \dots)$ 를 만든다. 그 후 특정점 (x_0, y_0, z_0, \dots) 에서 f 의 함숫값을 u_0 라고 할 때, 만일 $X = f_x(x_0, y_0, z_0, \dots)$, $Y = f_y(x_0, y_0, z_0, \dots)$, $Z = f_z(x_0, y_0, z_0, \dots)$ 라 하면 f 는 근사적으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$f(x_0 + \alpha, y_0 + \beta, z_0 + \gamma, \dots) = u_0 + X\alpha + Y\beta + Z\gamma + \dots$$

작은 양수 $\theta > 0$ 을 취하여 $\alpha = -\theta X, \beta = -\theta Y, \gamma = -\theta Z, \dots$ 이라 하면, 다음과 같이 u_0 보다 작은 함숫값 u_1 을 얻을 수 있다.

$$u_1 = f(x_0 - \theta X, y_0 - \theta Y, z_0 - \theta Z, \dots) = u_0 - \theta(X^2 + Y^2 + Z^2 + \dots) < u_0$$

즉, $x_1 = x_0 - \theta X, y_1 = y_0 - \theta Y, z_1 = z_0 - \theta Z, \dots$ 면, (x_0, y_0, z_0, \dots) 에서 함숫값이 더 감소한 (x_1, y_1, z_1, \dots) 을 얻게 된다.

여기서 $x_1 = x_0 - \theta X, y_1 = y_0 - \theta Y, z_1 = z_0 - \theta Z, \dots$ 은 계속 값을 구할 경우 경사하강법의 반복 단계를 보여준다. 위의 방법으로 반복 진행하면 f 의 최솟값에 수렴하게 된다(이상구 외, 2023). 다시 말해 경사하강법은 2차 곡선, 평면 위의 임의의 한점에서 Δ 만큼 반복적인 작업을 통해 손실함수가 최소로 되는 점으로 접근하는 방법으로 최저점에 가장 근접한 근사치 해를 구하는 것이 목적이다(서명희, 2022). 이를 수식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \omega(t) &= (\beta_0(t), \beta_1(t)) \\ \omega(t+1) &= \omega(t) + \Delta\omega(t) \end{aligned}$$

여기서 t 는 반복 횟수를, $\Delta\omega(t)$ 는 방향과 크기를 갖는 벡터이다. 경사하강법의 목적은 $\Delta\omega(t)$ 의 값을 구하는 것으로 벡터 $\Delta\omega(t)$ 의 방향은 손실함수 $E(\beta_0, \beta_1)$ 의 그래디언트 벡터 $\nabla E = (\frac{\alpha E}{\alpha\beta_0}, \frac{\alpha E}{\alpha\beta_1})^T$ 를 이용해 나

타낼 수 있다(서명희, 2022). 그래디언트 벡터 $\nabla E = (\frac{\alpha E}{\alpha\beta_0}, \frac{\alpha E}{\alpha\beta_1})^T$ 는 그래프에서 접선 방향으로 가장 빠르게 증가하는 벡터이다. 다음으로 벡터 $\Delta\omega(t)$ 의 크기는 t 단계인 $\omega(t)$ 의 위치에서 다음 단계인 $t+1$ 단계의 $\omega(t+1)$ 의 위치로 이동할 거리를 결정한다. 이동 거리가 너무 클 경우 정확한 해에 수렴하지 못할 가능성이 있으므로 $\Delta\omega(t)$ 의 크기 결정을 위해 그래디언트 벡터가 갖는 크기를 보정 할 필요가 있다. 보정 계수인 α 를 그래디언트 벡터 $\nabla E = (\frac{\alpha E}{\alpha\beta_0}, \frac{\alpha E}{\alpha\beta_1})^T$ 에 곱하는데 이를 학습률(Learning rate)이라고 한다. 이처럼 경사하강법을

반복적으로 실시하여 학습자들은 결과적으로 최소의 평균제곱오차를 가지는 회귀직선을 구할 수 있다(서명희, 2022).

라. 인공지능 수학 교과 관련 주요 수학 내용 영역

이카이시(2018)는 인공지능 원리에 쓰이는 수학을 미분, 선형대수, 확률과 통계 등으로 제안하고 있으며 인공지능 알고리즘에 응용하기 위해서는 선형회귀 모델, 최소제곱법 등의 학습을 제안하고 있다(고호경, 2020). 또한 딥러닝을 위한 수학으로 이시카와(2018)는 고등학교 수학의 중요성을 강조하였으며, 미분과 적분 영역에서는 합성함수와 역함수를 포함한 함수와 극한과 미분, 극대와 극소, 다항식의 미분, 곱의 미분, 합성함수와 역함수의 미분, 다변수함수의 미분, 벡터와 행렬 영역으로 코사인 유사도를 그리고 확률과 통계 및 지수함수와 로그함수의 학습을 제안하고 있다(고호경, 2020; Charniak, 2018).

이상구, 이재화, 함윤미(2020)에서는 데이터 분석과 관련된 행렬을 이해하기 위하여 벡터, 일차독립과 기저(basis) 및 차원(Dimension), 선형 연립방정식, 행렬과 행렬식, 선형변환, 수치해석(numerical linear algebra over the real fields) 등에 관한 내용이 인공지능 기술에 쓰이는 수학의 내용과 연계되며, 확률과 통계의 확률변수, 기댓값, 확률분포, 통계적 추정 및 확률모형 및 자료 분석을 위한 통계적 방법론의 기본개념의 이해를 통해 궁극적으로 인공지능에 적용되는 확률과 통계 개념과 원리를 이해할 수 있다고 제안한다(고호경, 2020). 선행연구들을 바탕으로 인공지능과 관련된 수학 내용 중 대수, 확률과 통계, 해석의 영역에 해당되는 내용을 정리해보면 다음 <표 II-1>과 같다.

<표 II-1> 선행연구들의 인공지능 관련 핵심 수학 내용

	이카이시(2018)	이시카와(2018)	이상구 외(2020)
대수	<ul style="list-style-type: none"> ·벡터(정의,성질연산) ·내적(절댓값,정의,벡터 성분) ·행렬(정의,연산,내적표현,행렬곱) 	<ul style="list-style-type: none"> ·집합과 원소 ·절댓값과 유클리드거리 ·벡터(연산유향성분노름) ·직교조건 법선벡터 ·행렬(연산역행렬,선형변환,고윳값,고유벡터) 	<ul style="list-style-type: none"> ·벡터 · 정사영 · 차원 ·최단거리 · 선형변환 ·선형 연립방정식 ·행렬과 행렬식 ·기저 · 이차형식 ·최소제곱해 · QR분해 ·고윳값 · 고유벡터 ·행렬의 대각화 ·특이값분해(SVD)
확률과 통계	<ul style="list-style-type: none"> ·확률변수 · 확률분포 ·확률밀도함수 ·확률분포함수 ·가능도함수 (최대가능도추정) 	<ul style="list-style-type: none"> ·확률 · 대가능도추정 ·확률변수와 확률분포 ·결합확률 ·조건부확률,기댓값,평균, 분산,공분산,상관계수 	<ul style="list-style-type: none"> ·통계학과 R ·순열 · 조합 · 확률 ·확률변수 · 이산확률분포 ·연속확률분포 ·공분산과 상관계수 ·데이터활용의 실제
해석	<ul style="list-style-type: none"> ·함수 (합성함수,역함수) ·미적분(극한,미분,극대극소 미분법,적분) ·삼각함수 (삼각비,그래프) ·다변수함수미분 (편미분,전미분) ·지수함수 · 로그함수 	<ul style="list-style-type: none"> ·함수(최대값,최솟값) ·거듭제곱 거듭제곱근 ·지수함수 · 수열 ·로그함수 · 극한 ·삼각함수·미분 (상미분,편미분,여러가지함수미분, 곱의법칙) 	<ul style="list-style-type: none"> ·극한과 도함수 ·미분의 응용 · 적분 ·다변수함수 ·편도함수와 그래디언트, 함수의 극대,극소 ·경사하강법 · 중적분

고호경(2020)에 따르면 현재 교육과정에는 다루어지고 있지 않으나 고등학교 심화 수학 교육과정 또는 대학 기초수학에서 다루어져야 할 내용으로 미적분학(편미분, 특수함수의 미분), 선형대수(행렬의 덧셈, 뺄셈, 행렬의 곱셈, 역행렬, 선형변환, 고윳값과 고유벡터, 벡터의 노름, 상관계수, 선형회귀, 공분산), 이산수학(연결그래프, 무향그래프, 유향그래프, 그래프의 행렬표현, 트리), 확률과 통계(음이향분포, 포아송분포, 카이제곱분포, 초기하분포, 코시분포, 로지스틱분포, 베이지정리), 해석학(푸리에 변환) 등이 있다고 하였다. 마지막으로 선행연구들을 바탕으로 인공지능과 관련된 핵심 수학 내용을 추출하면 행렬, 벡터, 기하, 함수, 확률, 네트워크, 상관관계, 기술통계, 회귀분석, 베이지 통계, 다변수함수, 미분, 최적화, 알고리즘 등이 핵심 내용이라 생각할 수 있겠다(고호경, 2020).

2. ChatGPT의 교육적 활용 탐색

가. 생성형 인공지능의 개념

ChatGPT는 생성형 인공지능 중 하나이다. 생성형 인공지능이란 말 그대로 텍스트, 음악, 비디오, 이미지 등과 같은 콘텐츠를 생성해낼 수 있는 인공지능을 뜻한다. 특정 알고리즘을 통해 패턴을 학습하고, 학습한 내용을 기반으로 새로운 데이터를 출력해내는 방식이다(박미림, 2023; 정윤경, 2023). 생성형 AI는 몇 가지 기술을 기반으로 한다. 첫째, 생성형 AI는 인간 뇌 신경망과 같은 딥러닝(Deep Learning) 기술을 바탕으로 한다(박미림, 2023; 정윤경, 2023). 딥러닝 기술은 독자적으로 데이터를 학습하고 결과를 예측하며 자체의 기준을 거쳐 인지와 판단, 추론 등의 결과물을 만들어내는 것을 말한다. 이렇게 되면 사람이 기준을 정해주지 않아도 컴퓨터 독자적으로 결과값을 출력할 수 있게 된다. 둘째, 생성형 AI는 자연어 처리기술(Natural Language Processing)을 바탕으로 한다(박미림, 2023; 정윤경, 2023). 과거의 출력 결과물이 현실의 자연어 문법과는 동떨어진 어색한 부분이 있다면 자연어 처리기술은 해당 출력 내용을 문맥에 따라 자연스럽게 매끄럽게 출력한다는 장점이 있다. 셋째, 생성형 AI는 컴퓨터 비전 기술(Computer Vision)을 기반으로 한다. 시각적 자료에 해당하는 비디오, 이미지 등에서 의미 있는 정보를 추출하여 데이터를 출력하는 방식이다(김동현, 2020). 마지막으로 생성형 AI는 적대 신경망 기술(Generative Adversal Networks)을 기반으로 한다. 비지도학습에 사용되는 생성자와 판별자 두 가지 신경망 모델을 통해 데이터 출력물의 품질을 향상하는 것이다. 생성자는 새로운 데이터를 만들어내는 역할을 맡고 판별자는 생성자가 만들어낸 데이터를 판단하여 출력을 결정하며 이러한 과정을 통해 데이터의 정교함이 완성된다. 위 네 가지와 같은 기술을 바탕으로 한 생성형 AI는 기존의 인공지능에 비해 더 창의적이고 높은 수준의 작품을 출력할 수 있으며 2022년, 생성형 AI의 하나로 ChatGPT가 탄생하였다(정윤경, 2023).

나. 생성형 인공지능인 ChatGPT의 교육적 활용 가능성

ChatGPT는 OpenAI에서 개발한 대규모 자연어 처리 모델이다. GPT는 Generative Pre-trained Transformer의 약자로, 이 모델은 대량의 텍스트 데이터를 바탕으로 문장을 생성하고 번역, 감정 분석, 요약 및 질의응답 등 다양한 자연어처리 작업을 수행할 수 있다(장문철, 2023). 2021년 9월까지 약 1,750억 개의 파라미터를 가지고 있기 때문에 사용자의 질문에 대한 전문적이고 상세한 응답과 정교한 답변이 가능하다(박수정, 최은실, 2023). ChatGPT는 채팅과 대화형 인터페이스가 적용되어, 사용자의 질문에 대해 자연스러운 응답을 출력하는 인공지능 챗봇이며 타 챗봇과 비교했을 때 사회적 대화 능력, 정보 제공 능력, 자연어 처리 능력, 도덕적 분별력 등이 일관되게 우수하다는 평이 있다(장문철, 2023; 신동광 외, 2023).

코로나-19 이후 에듀테크가 교육계에 새로운 패러다임으로 대두되었다(박지수, 길준민, 2020). 학습자들은 에듀테크 도구를 활용하여 공간과 시간에 구애받지 않고 스스로 수준에 맞춰 학습량을 조절, 자기 주도적 학습이 가능해졌다. 이에 교사들에게는 다양한 에듀테크를 교육에 접목하여 활용하고 또 적극적으로 사용하는 능력이

필수적으로 요구되고 있다(박지수, 김준민, 2020). ChatGPT가 에듀테크 도구로서 각광 받기 시작한 이유는 ChatGPT를 교사들이 수업에서 활용할 수도 있지만, 수업을 위한 교수 학습자료 개발에도 활용될 수 있기 때문이다(박미림, 2023).

선행연구들에 따르면 ChatGPT의 교육적 활용 가능성에 대해 많은 교육 전문가는 이를 긍정적으로 평가했다는 결과가 있다(예, 신동광 외, 2023). 교육 현장에서의 ChatGPT 활용은 학생들이 수동적인 존재에서 벗어나 스스로 질문에 대한 답을 찾는 능동적인 존재가 될 수 있으며, 개인의 수준에 맞는 맞춤형 교육 환경을 제공할 수 있다. 수학 학습에서 ChatGPT를 활용한 선행연구들은 다음과 같다. 조문영(2023)은 인공지능 ChatGPT 기반 학습 프로그램을 활용한 수학 수업이 수학 성취도 및 수학 흥미도에 긍정적인 영향을 미친다는 점을 제시하였고 김태립(2023)은 인공지능 기반 맞춤형 수학 수업이 수학 학업 성취도와 인공지능을 받아들이는 태도에 미치는 영향에서 유의미한 시사점을 발견했다고 하였다. 또한 정슬기, 박만구(2023)는 다양한 인공지능 챗봇 기능과 수학을 연계한 교육 프로그램의 효과를 제시했으며 수학과 융합 교육 프로그램의 개발이 가능하다고 시사하였다. 마지막으로 정예지(2024)는 수학 수업에서 학생들이 ChatGPT와 챗봇을 이해하고 구축하는 목적으로서의 AI 구현을 위해 ChatGPT를 활용한 수학과 프로젝트 학습을 시행하고 교수·학습 활동에 대한 시사점을 제시하였다.

파이썬을 활용한 교육에서도 ChatGPT의 교육적 활용 가능성을 눈여겨볼 수 있다. 첫째, ChatGPT는 파이썬 프로그래밍과 관련된 질문에 대한 응답이 가능하다. 코드 예제, 기본 구문, 함수 사용 방법, 라이브러리 도움말 등에 관한 응답을 할 수 있으며, ChatGPT는 이에 대한 설명과 예제 코드를 제공할 수 있다. 둘째, 문제 해결 지원이 가능하다. 파이썬 학습 중 어려움을 겪을 때 ChatGPT에 도움을 청할 수 있다. 학생들은 프로그래밍 오류 해결, 디버깅 팁, 코드 최적화 방법 등에 대한 정보를 물어볼 수 있고, ChatGPT는 문제를 해결하는 데 도움이 될 수 있다. 셋째, 학습 관련 자료를 추천받을 수 있다. 파이썬을 활용할 시 필요한 관련 학습자료, 온라인 강의, 책, 웹사이트, 커뮤니티 등에 대한 추천을 받을 수 있고 ChatGPT는 파이썬 학습을 위한 유용한 자원을 제안해 줄 수 있다. 마지막으로 예제 코드 작성에 대한 도움을 받을 수 있다. ChatGPT는 특정 작업 또는 프로젝트에 대한 파이썬 코드 예제 생성이 가능하다. 특정 기능(수학적 코드)을 구현하거나 프로젝트를 시작하는 데 도움이 필요한 경우, ChatGPT의 도움을 받을 수 있다는 것이다.

3. 파이썬의 교육적 활용 사례

가. 교육 프로그래밍 언어(Education Programming Language:EPL)로써 파이썬

학습자들의 논리 사고력과 창의적 문제해결력을 신장시키기 위해서 교육용 프로그래밍 언어를 활용할 수 있다(박대륜, 유인환, 2018). 교육용 프로그래밍 언어란 학습용으로 개발된 프로그래밍 언어를 말하며 컴퓨팅 사고력 향상을 위한 도구로 활용되고 있는 것을 말한다. 초기에는 C언어, java와 같은 프로그래밍 교육을 위해 사용되었으나 현재는 나사, 구글, 야후, 유튜브 등 다양한 플랫폼에서 활용되고 있다(이도영, 2018). 교육용 프로그래밍 언어로 활용할 수 있는 오픈 소스 프로그램 언어들에는 R과 파이썬 등이 있다. 컴파일러 기반의 언어인 java와 C언어 역시 프로그래밍에 사용될 수 있지만 파이썬이나 R에 비해 접근성이 떨어지고 구조가 복잡하여 교육 초보자들로 하여금 많은 시행착오를 겪게 한다(권철민, 2020). 통계와 데이터를 주로 분석하는 프로그래밍 언어인 R과는 달리 파이썬은 시스템 관리, 데이터 프로그래밍, 소프트웨어 개발 등을 위해 범용적으로 활용되므로(손정아, 2019) 본 연구에서는 초보자들이 접근하기 쉽고 개발 생산성이 뛰어난 파이썬에 주목하고자 한다.

파이썬은 교육용 프로그래밍 언어 중 하나로 1991년 네덜란드 수학자 귀도 반 로섬(Guido Van Rossum)에 의해 개발되었다(이상훈, 2023). 흔히 프로그래밍 언어는 컴퓨터가 이해할 수 있는 기계어로 입력을 해야 하지만 다른 언어들과는 달리 파이썬은 한 줄만의 문장을 입력하고 바로 결과값을 즉시 볼 수 있다는 편리성이 있다(이도영, 2018). 또한 다른 교육 프로그래밍 언어들에 비해 접근장벽이 낮으며 사람들이 사용하는 언어와 비슷한 프

로그래밍 언어를 사용하기에 초보 학습자들도 쉽게 프로그래밍 언어를 익힐 수 있다(조준우, 2020).

파이썬은 결과를 시각적으로 바로 출력하며 오픈 소스로 개발되어 있어 무료로 내려받아 사용할 수 있으며 C와 C++로 만든 프로그램과 상호 호환이 되기 때문에 프로그램의 기능을 확장할 수 있다(황재호, 2020). 선행연구들에서는 파이썬의 수치 계산과 데이터 해석의 강점으로 인해 구글, 나사(NASA) 등과 같은 기업, 연구기관, 산업, 대학 등에서 파이썬이 활발하게 활용되고 있으며 윈도우와 맥OS 등 운영체제 변환 과정이 없기에 시스템 유틸리티 제작, C/C++와의 결합, 데이터 프로그래밍, 사물 인터넷, 웹 및 데이터 분석 등 다양한 분야에서 유용하게 쓰이고 있다고 한다(이도영, 정종인, 2019).

나. 파이썬을 활용한 수학 교육 선행 연구

선행연구들을 살펴보면 파이썬을 적용한 수학 학습에 관한 연구가 활발히 이루어짐을 알 수 있다. 박경은, 이상구, 함윤미, 이재화(2019)는 파이썬 기반의 코딩교육을 미적분학 교수 학습 콘텐츠 개발에 적용하여 컴퓨팅 사고력의 증진과 더불어 문제해결력 향상에 도움이 된다고 주장하였다. 신기철, 서보익(2019)은 파이썬 기반 코딩 교육 중 하나인 SageMath를 활용한 수학과 교수 학습자료, 모형을 개발하였다. 이는 단순히 교과서로만 접하는 수학보다는 실생활에 실제로 수학이 어떻게 활용되는지에 주목하여 학생들이 수학적 원리를 깨닫는 과정에 집중하였다. 손정아(2019)는 중학교 학생들을 대상으로 수학 정의와 알고리즘을 작성하는 파이썬 코딩 수업을 제안하였고, 심광섭, 심성아(2018)는 중학교 수학 교과와 소인수분해에 대한 코딩 지도 방안을 제시하며 파이썬의 적용 범위를 넓혔다. 파이썬을 활용한 수학 학습에서 수학적 지식 외에 정의적 요인의 향상도 확인할 수 있었다. 이서빈, 고상숙(2018)은 중학교 함수 단원에서의 파이썬 학습 계획과 적용을 통해 학생들의 프로그래밍 효능감, 코딩교육의 중요성, 수학적 자기효능감 변화에 주목하였다. 즉, 파이썬을 적용한 수학 학습에서 학생들은 수학적 문제해결력, 사고력과 인공지능의 기반인 코딩 능력이 향상되었음을 확인했으며, 수학적 흥미와 태도, 수학적 가치 인식에 긍정적인 영향이 있었음을 알 수 있었다. 그러나 기존에 진행된 연구들은 주로 중학생을 대상으로 한 연구들이 많았고 고등학생을 대상으로 파이썬을 수학에 적용한 연구는 거의 이루어지지 않았다. 또한 파이썬의 활용 가치를 높이 평가한 연구는 많았지만, 학교 현장에서 실제로 파이썬을 활용한 수학 학습자료, 개발을 제시한 연구는 찾기 어려웠다(서명희, 2022).

피아제의 인지 발달 단계 중 형식적 조작기에 해당하는 고등학생들은 가설에 근거한 추론이 가능해지는 단계이므로 텍스트 언어 기반의 파이썬 프로그래밍 언어가 고등학생들의 사고 발달 단계에 알맞다고 볼 수 있다(서명희, 2022). 파이썬은 결과만 남는 GUI(Graphic User Interface)와는 달리 프로그래밍의 모든 작업 과정을 코드로 작성하기에 학습자들이 지닌 논리적 사고 활동에 주목할 수 있다(나귀수, 박미미, 김동원, 김연, 이수진, 2018). 프로그래밍 과정에서의 오류와 오류를 수정하는 반성적 기회는 학습자들이 자신의 수학적 사고와 절차적 지식 형태의 변환 과정을 시각적으로 학습할 수 있다는 점에서 수학 학습에 도움이 되기에 고등학생을 대상으로 파이썬을 적용한 수학 교육이 필요하다(김영우, 2017). 또한 시대의 변화에 맞추어 2015 개정 수학과 교육과정 중 진로 선택 과목으로 인공지능 수학이라는 과목이 개설됨에 따라 고등학생들을 대상으로 인공지능에 적용할 수 있는 수학 학습 연구가 반드시 이루어져야 함을 알 수 있다.

4. 연구방법 및 절차

가. 연구 절차

본 연구는 교재 개발을 목적으로 하며, 연구의 각 단계는 ‘자료 개발’과 ‘자료 검토 및 수정’, ‘자료 적용 및 평가’로 나누어 진행하였다. 연구의 목적은 인공지능 알고리즘에 필수로 적용되는 수학적 원리를 파이썬과 ChatGPT를 활용하여 학습할 수 있는 교수·학습 자료를 개발하고, 이를 현장에 적용하여 효과를 분석하는 것이

다. 각 과정에서 자료 수집과 분석이 체계적으로 이루어졌으며, 구체적인 연구 절차는 다음과 같다.

먼저 ‘개발 자료 적용’ 단계에 포함되는 내용은 다음과 같다. 자료 개발 이후 함께 근무하고 있는 현직 수학 교사 2명, 수학교육과 교수 1명에게 자료의 적절성 및 타당성에 대한 평가를 의뢰하였고 받은 피드백 내용을 반영하여 자료를 수정·보완하였다. 이후 교내 동아리 학생들을 대상으로 연구참여자를 모집한 후 연구 참여 서면 동의서를 받았고, 개발된 자료를 수업에 적용한 후 결과를 분석, 정리하였다. 구체적인 연구 절차는 다음 <표 II-2>와 같다.

<표 II-2> 본 연구 추진 절차

기간	연구 절차	내용
2023. 9	주제 설정	· 연구의 필요성 및 목적 수립
2023. 9~ 2023. 11	선행연구 조사 및 이론적 배경 확립	· ChatGPT의 교육적 활용 조사 · 파이썬을 활용한 수학과 교수 학습자료 개발 선행연구 조사
2023. 11~ 2024. 3	교수 학습자료 개발	· 2015 개정 수학과 교육과정 분석 · 인공지능 수학 원리 추출 및 자료 수집
2024. 3	파일럿 테스트	· 현직 수학 교사 2명, 수학교육과 교수 1명을 대상으로 교수 학습자료의 타당성 평가 · 평가를 바탕으로 수정, 점검
2024. 3	연구참여자 선정 및 연구 참여 동의 확인	· 연구자가 맡고 있는 교내 동아리 대상 참여 학생 모집 · 연구 참여에 대한 서면 동의받음
2024. 4~ 2024. 5	교수 학습자료 적용	· 교수 학습자료를 수업에 적용 · 비디오 녹화, 활동지, 학생 설문지, 면담 자료 수집
2024. 5~ 2024. 6	결과 분석 및 평가	· 수업 종료 및 내용 정리 · 연구 결과 분석 · 실행 과정 평가

나. 연구 대상

본 연구의 연구 대상은 경기도 소재 H 고등학교에 재학 중인 2학년 7명, 3학년 3명, 총 10명으로 구성되었다. 연구자는 연구 대상자를 모집할 때, 학생들의 자발적인 참여를 유도하고 연구 참여에 대한 서면 동의를 받았다. 연구 참여 학생들은 인공지능의 개념을 알고 있었으나 구체적인 알고리즘 원리에 대해서는 이해도가 낮았고, 파이썬 활용 경험은 1학년 정보 시간에 기초적인 수준에서 다뤄본 것이 전부였다. ChatGPT 활용 경험이 있는 학생은 2명뿐이었다.

다. 자료 수집 방법

본 연구에서는 질적 연구 방법을 사용하여 다양한 자료를 수집하였다. 자료는 참여 관찰, 문서 자료, 심층 인터뷰를 통해 수집되었으며, 이를 통해 연구의 타당성을 높였다. 연구의 자료는 참여관찰(비디오 녹화, 사진, 관찰 등)과 문서자료(생성 문서, 공식 문서 등), 면담(인터뷰)을 통해 수집되었다. 다양한 자료원들에서 자료를 수집한 이유는 연구의 타당성과 일관성의 확보를 위함이다(정민수, 김연경, 부재울, 2019).

1) 참여 관찰

참여 관찰(participant observation)은 연구자가 연구참여자와 함께 연구에 참여하여 관찰하는 것으로 관찰의 목적은 교육 상황에 대한 내부인의 견해를 구체적으로 수집하기 위함이다(정민수 외, 2019). 연구자는 그 집단의 일부분이 되어 연구의 과정에서 어떠한 변화가 일어나는지, 일어나지 않는지까지 파악하게 된다.

비디오 녹화(video)는 자료 수집 과정 내내 진행되었다. 학생들에게 동의를 구한 뒤 교육 진행 전 카메라를 세팅하고, 교육 진행 내내 카메라가 잘 작동되는지 확인하였다. 비디오 녹화는 연구자가 경험한 내용을 충분히 기억하고자 하기 위함이며 연구자가 놓쳤던 연구의 작은 부분도 다시 보고 분석할 수 있기에 선택하였다. 사진(photo)은 연구 도중 연구자가 직접 필요시 촬영하였다. 학생들의 학습 진행 모습이 주된 내용이며, 학생들의 학습 결과물 등이 포함되었다.

2) 필드노트 및 학습 활동지 활용

필드노트는 참여관찰과 연계되어 연구의 신뢰성과 타당성을 확보하기 위한 중요한 자료로 사용된다(김아영, 2000). 본 연구에서는 필드노트뿐만 아니라 공식 문서와 생성 문서를 함께 수집하여 심층적인 자료 분석을 가능하게 하였다. 추가적으로, 2015 개정 수학과 교육과정, 2022 개정 수학과 교육과정, 학생생활기록부 등 다양한 문서를 활용하여 학생들의 인적 정보 및 교과 발달 수준을 파악하고 학습 시 필요한 지원 사항을 확인하였다.

수집된 생성 문서에는 학생들의 학습 결과물들이 주로 포함되었다. 이들 문서에는 사진 조사지, 학습 결과물, 활동지, 학생 평가 설문지, 자유 서술식 소감문 등이 포함되어 있다. 사진 조사지에서는 파이썬 및 ChatGPT 사용 경험, 수학 학습 정도, 수학에 대한 흥미 및 학습 태도와 관련된 기본 정보를 수집하였다. 연구가 종료된 후에는 학생들의 깊이 있는 의견을 얻기 위해 소감문을 제출받아 추가 문서자료로 활용하였다.

3) 심층 인터뷰

연구 대상자와의 심층 인터뷰는 수업과 학습자료에 대한 교육을 마친 뒤 과정에 대한 피드백을 받고, 다음 수업과 학습자료 점검 및 수정을 위해 연구 참여 학생들을 대상으로 진행되었다. 면담은 한 회기가 끝나고 매번 이루어져 총 5차례 이루어졌으며 학생별로 짧게는 10분, 길게는 20분 정도 학습과 관련된 부분에 대한 반구조화된 질문이 주를 이루었다. 면담 구성 영역은 다음 <표 II-3>과 같으며 학습한 수학적 개념 원리에 대한 이해, 파이썬의 활용도, ChatGPT의 활용도 및 해당 차시의 전반적인 이해 여부와 느낀 점 등으로 이루어졌다.

<표 II-3> 연구 참여 학생 대상 심층 인터뷰 주요 내용

면담 내용
1. 오늘 수업에서 학습한 수학적 개념에 대해 이해했나요?
2. 오늘 학습에서 파이썬 활용은 어땠나요?
3. 오늘 학습에서 ChatGPT의 활용은 파이썬 활용에 도움이 되었나요?
4. 오늘 학습에서 이해가 안 되거나 어려운 점이 있었나요?
5. 오늘 학습에 참여하고 느낀 점을 편하게 말해주세요.

라. 자료 분석 및 처리

본 연구는 연구목적 달성을 위하여 참여관찰(비디오 녹화, 사진 촬영), 문서자료(공식 문서, 생성 문서), 심층 면담(연구 참여 학생) 등의 자료가 수집되었다. 수집된 자료는 다음 <표 II-4>와 같은 방법으로 처리하였다.

<표 II-4> 수집된 연구 자료 처리 방법

자료 형태	수집 대상	자료 처리
<인공지능 수학> 교수 학습자료	연구자, 동료 교사(A, B)	파일럿 테스트 후 교육에 활용
학습 참여 영상	연구자, 연구 참여 학생	녹화 후 전사
학습 참여 사진	연구 참여 학생	차시 별 사진 정리
면담 내용	연구 참여 학생	녹음 후 전사
학습 결과물	연구 참여 학생	포트폴리오 정리

첫째, 본 연구의 가장 중요한 점인 교수 학습자료 개발에서 교육목표와 단원의 연결, 파이썬을 활용할 수 있는 단원의 선택 등의 과정은 수학과 교수 및 인공지능 융합 전공 석사 동료 수학과 교사들의 검토를 받아 수정 보완하였다. 교육목표의 달성, 교육내용의 연계성, 학생들의 현행 학습 수행 수준 등을 고려한 총 5차시 개발 내용에 대한 타당성 검토는 아래 <표 II-5>의 질문을 바탕으로 이루어졌다.

<표 II-5> 개발된 교수·학습자료에 대한 내용 타당도 검토를 위한 질문 내용

영역	질문 내용
단원 선정 및 교육과정 확인	1. 해당 단원이 2015 개정 교육과정 고등학교 수학과 관련이 있는가?
인공지능 연계	2. 해당 단원은 인공지능과 관련된 핵심 수학 내용과 관련이 있는가? 3. 해당 단원은 인공지능의 기능과 관련이 있는가?
차시 설정	4. 해당 차시의 배분은 현장의 상황(물리적 상황)을 적절히 고려하였는가? 5. 차시의 순서는 전·후 학습이 연계성을 보이는가?
내용 선정	6. 해당 내용은 파이썬 코드 교육에 집중되어 있지는 않은가? 7. 해당 내용은 학생들의 학습 수준에 적절한가? 8. 해당 내용은 학생들의 동기 유발에 도움이 되는가? 9. 해당 내용은 일상생활과 연계를 할 수 있는가?
기타	- 기타 자유 서술로 보완과 수정이 필요하다고 생각되는 사항

둘째, 참여관찰의 학습 녹화 영상은 교사 개인 핸드폰으로 촬영하였다. 수집된 녹화본은 매 차시가 끝난 후 한글2022(교육용)를 활용하여 전사하였다. 고등학교 학습 시간이 50분임을 고려할 때 약 250분으로, 수업 시간 전후 5분을 더 녹화하여 수업 준비과정과 현장 분위기 등을 더 담았다.

셋째, 학습 참여 사진은 학생들이 ChatGPT를 활용하여 파이썬 코드를 작성하거나 문제를 해결하고 있어 연구자에게 여유시간이 생겼을 경우 연구자가 직접 촬영하였다. 학습 참여 사진은 차시별로 묶어 저장하였고 학생들이 확인 및 삭제 요청할 경우 언제든지 확인 및 삭제를 할 수 있도록 하였다.

넷째, 연구 참여 학생들과의 개별 면담은 매 차시가 끝난 후 약 5분 내외로 이루어졌으며 대상자들의 동의하에 녹음되고 전사되었다. 연구 참여 학생들과의 면담 내용은 해당 차시의 적절성과 다음 차시 준비를 위한 평가로 활용되었다.

마. 연구 타당성 및 연구 윤리

질적 연구 특성상 연구의 타당성을 높이는 방법으로 성태제, 시가자(2016)의 기준에 따라 다음과 같은 절차를 수행하였다. 질적 연구의 진실성과 타당성을 위하여 첫째, 동료 교사와 수학교육과 교수의 피드백을 받았다. 본 연구의 연구 결과에서는 수학과 교수 학습자료 개발 관련 단원 선택과 교육과정 연계, 해당 단원에 대한 자료 개발, ChatGPT와 파이썬의 활용 등이 제시된다. 학생들에게 교육내용을 적용해야 하기에 단원 선택, 학습지, 차시 구성, 내용 구성 등의 타당성이 매우 중요하기 때문에 피드백을 수행하였다. 둘째, 충분한 기간 함께 참여한

찰을 하였다. 연구를 계획하고 실행하는 모든 과정에 쏟은 정성은 연구 결과의 진실성을 높일 수 있는 중요한 요인이 된다(성태제, 시가자, 2016). 심층적인 연구 결과를 위해 연구 결과 해석의 오류를 최대한 줄일 수 있도록 연구방법을 설정하였다. 마지막으로 본 연구는 다른 연구들과는 달리 연구의 과정이 곧 학습 즉 교육의 과정이다. 따라서 연구참여자들인 학생들과 함께 교육내용 및 과정에 대해 성찰하였다.

또한 본 연구는 학생들의 자발적인 참여를 보장하고, 연구 참여 과정에서 언제든지 참여를 철회할 수 있도록 하였다. 또한, 학생들의 개인정보는 비밀로 유지되며, 연구 종료 후 필요시 삭제하였다.

III. 연구 결과 및 논의

1. 교수·학습 자료 내용 선정

2015 개정 교육과정 ‘인공지능 수학’ 교육과정 체계는 I. 인공지능과 수학, II. 자료의 표현, III. 분류와 예측, IV. 최적화 단원으로 구성되어 있다. I. 인공지능과 수학 단원에서는 인공지능의 역사, 인공지능과 관련된 수학에 대한 간단한 소개, II. 자료의 표현 단원에서는 벡터와 행렬을 이용하여 텍스트 및 이미지 자료를 표현하고 처리하는 인공지능 원리에 대한 설명, III. 분류와 예측 단원에서는 유사도를 활용한 텍스트 및 이미지 자료의 분류, 추세선과 확률을 활용한 경향성 및 예측에 대한 설명, IV. 최적화 단원에서는 손실함수, 경사하강법 등을 활용한 최적화와 의사결정의 원리에 대한 설명으로 이루어져 있다.

이 중 ‘최적화’ 단원은 인공지능의 핵심 이론인 ‘딥러닝’ 인공신경망(artificial neural networks)의 기저이며 미분 및 함수의 최대, 최소 등 주요 수학적 배경으로 하고 있어 수학 교과와의 연계성을 확보할 수 있다(한서현, 2022). 최적화 단원에서 다루는 평균제곱오차는 데이터의 경향을 나타내는 추세선의 정확도를 수학적으로 수치화한 것으로 평균제곱오차가 작을수록 데이터를 예측하는 정확도가 높다. 최소의 평균제곱오차를 구하는 과정에서 함수의 최솟값을 구하는 수학적 원리가 적용되며, 이는 경사하강법을 통한 최솟값을 구하는 과정으로 자연스럽게 연결될 수 있다. 최적화 단원에서 다루는 큰 틀의 수학 영역은 함수와 관련되며 2022 개정 교육과정 ‘함수와 그래프 성취기준’에서는 공학적 도구 활용, 실생활 문제를 해결하는 활동을 통해 함수와 그래프의 유용성을 학생들이 인식할 수 있도록 안내하고 있다. 이에 ChatGPT와 파이썬을 이용하여 인공지능 기계학습 핵심 분야인 평균제곱오차, 경사하강법에 적용되는 수학적 원리의 시각적 학습에 중점을 두어 수학 교수 학습자료 제작을 하고자 하였다.

가. 차시별 수업 구성 내용

본 연구의 수업 차시 구성은 인공지능 수학에서 다루는 수학적 원리의 이해를 위해 ChatGPT와 파이썬을 학생들이 활용하여 학습하는 활동으로 구성되어 있다. 고등학교 수학 동아리 학생들을 대상으로 수업이 진행되는 학습자 특성과 일반 교실에서 노트북을 사용하는 물리적 환경을 고려하여 총 5차시로 개발되었다. 1차시는 학생들에게 앞으로 진행될 수업의 내용 및 방향에 대한 설명과 ChatGPT, 파이썬, 인공지능의 개념에 대한 간략한 소개 및 프로그램들의 기본적인 사용 방법을 익히는 활동으로 구성하였다. 2, 3차시는 ChatGPT와 파이썬을 통해 평균제곱오차를 구하는 프로그램을 만드는 것으로, 기상 예측에 관한 일상생활의 소재를 접목하여 활동을 구성하였다. 이는 수학의 태도 및 실천 능력을 함양하기 위해 생활 주변과 사회 및 자연 현상과 관련지어 지도하여 수학의 필요성과 유용성을 알게 하고, 수학의 역할과 가치를 인식할 수 있게 해야 한다는 교육부(2022)의 지침을 따랐다. 학생에게 인공지능에 사용되는 원리를 일상생활에서 찾아볼 수 있는 소재를 바탕으로 도입하여 학습 흥미와 수학의 가치 및 필요성을 느낄 수 있도록 한 것이다. 4, 5차시는 ChatGPT와 파이썬을 이용하여 경

사하강법으로 최솟값을 구하는 프로그램을 만들도록 하였다. 시작점, 반복 횟수, 학습률에 따라 그래프에서 최솟값을 찾아가는 과정을 애니메이션으로 보여줌으로써 학생들이 직관적으로 개념을 이해하는 데 도움이 되는 활동을 구성하였다. 이는 공학적 도구를 활용한 수업을 운영할 때의 유의 사항으로 인공지능 기술을 직접 시연해 볼 수 있는 환경을 제공함으로써 인공지능에 활용되는 수학을 경험할 기회를 학생들이 갖게 하는 것과 직관적으로 이해할 수 있는 수준으로 작성된 프로그램의 코드를 제공하여 학생들이 프로그래밍에 대한 부담을 느끼지 않게 해야 한다는 교육부(2022) 지침을 반영한 것이다. 수업 차시 계획은 다음 <표 III-1>과 같다.

<표 III-1> 차시별 수업 개요

차시	주제	내용
1	ChatGPT, 파이썬, 인공지능 소개	ChatGPT, 파이썬 기능 소개 및 인공지능 이해
2	ChatGPT와 파이썬을 활용하여 평균제곱오차 프로그램 만들기(1)	평균제곱오차 개념 소개 및 ChatGPT와 파이썬을 활용한 평균제곱오차 프로그램을 만들기
3	ChatGPT와 파이썬을 활용하여 평균제곱오차 프로그램 만들기(2)	ChatGPT와 파이썬을 활용한 평균제곱오차 프로그램 시각화하기
4	ChatGPT와 파이썬을 활용하여 경사하강법 프로그램 만들기(1)	경사하강법 개념 소개 및 ChatGPT와 파이썬을 활용한 경사하강법 프로그램 만들기
5	ChatGPT와 파이썬을 활용하여 경사하강법 프로그램 만들기(2)	ChatGPT와 파이썬을 활용한 평균제곱오차 프로그램 시각화하기

다른 선행연구들과는 달리 본 연구는 미리 작성된 파이썬 프로그램 코드를 학생들에게 제공하는 것이 아니라, 학생들이 직접 ChatGPT를 통해 파이썬 코드를 생성하고 실행하도록 구성한다는 차별점이 있다. ChatGPT에 학생들이 직접 코드 생성을 지시하는 점, 학생마다 생성된 코드가 다르다는 점, 그리고 학습자마다 다양한 결과물을 만들어낼 수 있다는 점 등의 차별화를 통해 학생들의 흥미를 유도하였다. 또한, [그림 III-1]과 같이 ChatGPT에 프로그램 코드 주석을 상세하게 달아달라는 요구를 추가하여 학생들이 코드를 직관적으로 쉽게 이해할 수 있도록 하였고 이를 통해 학생들이 코드를 부분적으로 수정하면서 인공지능의 원리를 체험할 수 있도록 하였다.

The screenshot shows a chat window with the following content:

You: (1, 2) (2, 3) (3, 2) (4, 5) (5, 3) 데이터를 바탕으로 $y=x+1$ 의 평균제곱오차를 구하는 파이썬 코드를 만들어줘. 이 때 코드에 주석을 최대한 자세하게 해줘.

ChatGPT: 먼저, $y=x+1$ 의 평균제곱오차를 구하는 파이썬 코드를 작성해 보겠습니다. 코드에는 주석을 최대한 자세하게 추가하겠습니다.

```
python
# 필요한 라이브러리를 임포트합니다.
import numpy as np

# 입력 데이터셋을 정의합니다.
data = [(1, 2), (2, 3), (3, 2), (4, 5), (5, 3)]

# 모델 함수를 정의합니다.
def model(x):
    return x + 1

# 평균 제곱 오차를 계산하는 함수를 정의합니다.
def mean_squared_error(y_true, y_pred):
    # 입력된 실제 값과 예측 값의 차이를 계산합니다.
    squared_errors = (y_true - y_pred) ** 2
    # 평균 제곱 오차의 평균을 계산합니다.
    mse = np.mean(squared_errors)
    return mse
```

[그림 III-1] ChatGPT 코드 생성 예시

나. 개발된 교수 학습자료

1) ChatGPT, 파이썬 기능 소개 및 적용

1차시 수업은 학생들에게 앞으로 진행될 수업의 내용 및 방향에 대한 설명과 ChatGPT, 파이썬의 소개 및 기본적인 사용 방법으로 구성하였다. 이는 생성형 인공지능 ChatGPT에 대한 기능, 기본적인 사용 방법과 ChatGPT를 둘러싼 다양한 논란을 이해하고, 학습자들이 이 과정을 통해 올바르게 ChatGPT를 사용할 수 있는 방법에 대해 고민하도록 지도하였다. 브라우저에서 직접 파이썬 코드를 입력하고 실행할 수 있는 클라우드 기반의 구글 코랩(Corab) 사용 방법 안내와 ChatGPT에 간단한 계산기 코드 작성을 요청하고 이를 코랩에서 실행하도록 하는 등 ChatGPT와 코랩을 처음 접하는 학생들이 이후 학습에서 해당 프로그램을 유용하게 활용할 수 있도록 반복하여 익히도록 하였다.

2) ChatGPT와 파이썬을 활용한 평균제곱오차 프로그램을 만들기

2, 3차시 수업에서는 학생들이 ChatGPT와 파이썬을 활용하여 평균제곱오차를 구하는 프로그램을 만들도록 하였다. 인공지능 기반 기상 예측 모델이 슈퍼컴퓨터로도 해결하지 못한 기상을 정확하게 예측하였다는 뉴스 기사 내용으로 포문을 열어 인공지능 예측 모델 활용에 대한 학생들의 호기심과 흥미를 유도하였다.

좌표평면 위에 추세적 경향을 보이는 점들과 점들의 경향성을 잘 나타낼 수 있는 선을 그려보며 ‘추세선’이라는 개념을 자연스럽게 도입하였다. 추세선의 개념은 인공지능 예측 모델에서 데이터의 추세를 분석하고 미래 추이를 예측하는 데 중요하게 사용된다는 점과 연결하여 제시하였다. 여러 추세선을 제시한 후 점들의 추세를 가장 잘 나타내는 추세선이 무엇인지 직관적으로 찾게 하는 활동과 데이터의 경향성을 가장 잘 나타낼 수 있는 추세선을 수학적으로 찾는 활동 이후 평균제곱오차 개념을 제시하였다. 실제 데이터값과 예측된 값의 차를 오차라 하고, 오차 제곱들의 평균을 평균제곱오차로 정의한다는 것을 알게 하였다. 오차들의 평균이 아닌 오차 제곱들의 평균으로 구하는 것은 양의 오차와 음의 오차들이 서로 상쇄되는 문제를 보완하기 위함임을 직관적으로 설명하고 이 과정에서 중학교에서 학습한 분산에서 편차 제곱의 평균으로 분산을 구하는 것을 상기시켜 학생들의 이해를 돕고자 하였다.

또한 학생들에게 오차 제곱 평균을 구하는 이유를 다각도에서 생각해볼 수 있도록 ChatGPT에 오차 제곱의 평균을 구하는 이유를 질문하고 그 이유를 활동지에 정리하게 하였다. 학습자별 맞춤형 학습이 이루어지도록 활동 중 이해되지 않는 부분은 학습자들 스스로 추가 질문을 통해 개념을 보충하도록 하였다. 평균제곱오차를 구하는 방법은 키(cm)와 몸무게(kg) 예시 데이터를 바탕으로 절차적으로 안내하여 학생들이 이해를 도왔으며, 계산하기 쉬운 샘플 데이터를 제시한 후 학생들이 직접 평균제곱오차를 계산하여 추세선으로 적합한 예측함수를 선택할 수 있게 하였다(<표 III-2> 및 [그림 III-2]).

<표 III-2> 평균제곱오차와 분산의 비교

평균제곱오차 계산식	분산 계산식
n : 자료의 개수, y_i : 실제 데이터, \hat{y}_i : 예측 데이터	n : 자료의 개수, x_i : 변량, \bar{x} : 평균
$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$	$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$

평균제곱오차를 구하는 파이썬 코드를 생성하기 위해 제시된 데이터와 예측함수를 ChatGPT에 입력하고 이를 코랩에서 실행하도록 하였다. 학생들이 손으로 직접 계산한 평균제곱오차와 같은 값이 나오는지 확인하도록 한 뒤, [그림 III-3]과 같이 주석을 달면서 학생들이 기본 상숫값들을 수정하면서 ChatGPT를 활용할 수 있도록 하였다.

1) $Y=0.5X+20$ 예측함수에 대한 오차 제곱의 평균 구하기

키(X)	155	160	165	170	175
몸무게(Y)	55	60	65	70	75
예측값	97.5	100	102.5	105	107.5
오차(실제-예측)	-42.5	-40	-37.5	-35	-32.5
오차 제곱	1806.25	1600	1406.25	1225	1056.25
오차 제곱의 평균	$\frac{1806.25 + 1600 + 1406.25 + 1225 + 1056.25}{5} = 1182.2917$				

x	1	2	3	4	5
y	2	3	2	5	3
예측값					
오차(실제값-예측값)					
오차 제곱					
오차 제곱의 평균					

[그림 III-2] 2차시 평균제곱오차 학습을 위한 학생 활동지 예시

You
 (1, 2), (2, 3), (3, 2), (4, 5), (5, 3)와 $y=x+2$, $y=x+3$ 의 평균제곱오차를 구하는 파이썬 코드를 만들어줘. 이때 주석은 자세하게 달아줘.

```
# Step 1: 데이터 점을 (x, y) 좌표를 나타내는 튜플의 리스트로 정의
data_points = [(1, 2), (2, 3), (3, 2), (4, 5), (5, 3)]

# Step 2: 두 직선 y = x + 2와 y = x + 3 정의
def line1(x):
    return x + 2

def line2(x):
    return x + 3

# Step 3: 평균제곱오차를 계산하는 함수
def calculate_mse(data_points, line_func):
    squared_errors = [(y - line_func(x))**2 for x, y in data_points]
    mse = sum(squared_errors) / len(data_points)
    return mse

# Step 4: 평균제곱오차 계산 및 출력
mse_line1 = calculate_mse(data_points, line1)
mse_line2 = calculate_mse(data_points, line2)

print(f"y = x + 2에 대한 MSE: {mse_line1}")
print(f"y = x + 3에 대한 MSE: {mse_line2}")
```

$y = x + 2$ 에 대한 MSE: 5.6
 $y = x + 3$ 에 대한 MSE: 10.6

[그림 III-3] 2차시 평균제곱오차 계산을 위한 파이썬 코드 생성 예시

3차시 수업에서는 ChatGPT와 파이썬을 활용하여 실제 데이터를 바탕으로 예측함수의 평균제곱오차를 구하고, 평균제곱오차가 가장 작은 예측함수를 구하도록 하였다. 수업에서 활용한 실제 데이터는 2024학년도 모 고등학교 전국연합평가 수학 점수와 전체 과목의 점수를 표로 정리해놓은 것으로 학생들은 해당 데이터를 엑셀 파일로 받아 ChatGPT에 입력하였다. 데이터 입력 이후 일차 함수를 입력받아 평균제곱오차를 계산하는 파이썬 코드를 만들도록 한 뒤, 수학 점수와 전체 과목의 총합 점수와와의 관계를 유추하고 적당한 예측함수를 코드에 입력

하여 평균제곱오차를 확인하는 과정을 반복하도록 하였다. 이 과정을 통해 평균제곱오차가 최소가 되는 예측함수를 찾는 것의 필요성을 깨닫게 하였다. 이후 $y = ax + b$ 형태 예측함수의 평균제곱오차를 가장 작게 하는 a, b 를 찾는 파이썬 코드를 생성한 뒤, 이 결과를 코랩에서 확인하게 하였다([그림 III-4]).

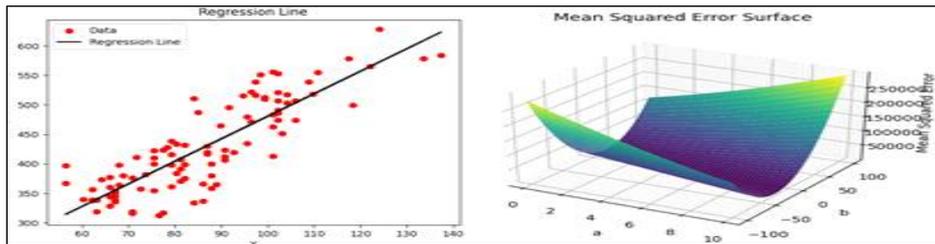
82.2	375.4	67	350.5	67	335.3	82.2	431.9	81.2	370.8
101.2	555.6	86	336.8	102.2	521.3	97.4	516.2	98.4	551.2
60.3	339.3	95.5	480.1	109.8	518	67.9	363.7	85	486.8
79.3	361.2	87.9	399.4	96.5	522.2	56.5	396.8	122.2	564.9

1) ChatGPT에 위 데이터(입력용 데이터는 엑셀 파일로 따로 제공)를 입력 후 "이 데이터를 바탕으로 사용자로부터 예측 일차 함수를 입력받고 평균제곱오차를 계산하는 파이썬 코드를 만들어줘"라고 질문하여 코드를 생성하시오.

4) ChatGPT에 "방금 입력한 데이터를 바탕으로 a 의 범위는 0부터 10사이, b 의 범위는 -100부터 100사이일 때, $y = ax + b$ 와 평균제곱오차가 가장 작은 a 와 b 를 구하는 파이썬 코드를 만들어줘"라고 입력하여 코드를 생성 후 실행하고 그 결과를 붙여 넣으시오.

[그림 III-4] 3차시 전국연합평가 점수 데이터를 통한 최소 평균제곱오차 계산 활동 내용

또한 활동에서는 수학 표준점수가 100점인 학생의 전 과목 총합 점수 예측을 위해 평균제곱오차가 가장 작은 예측함수를 활용한 예측값을 구하기를 하였다. 또한, 결과화면을 3차원으로 볼 수 있도록 추가 요청사항을 ChatGPT에 입력하여 학생들이 시각적으로 결과를 확인할 수 있도록 하였다.



[그림 III-5] 3차시 평균제곱오차 시각화 설명

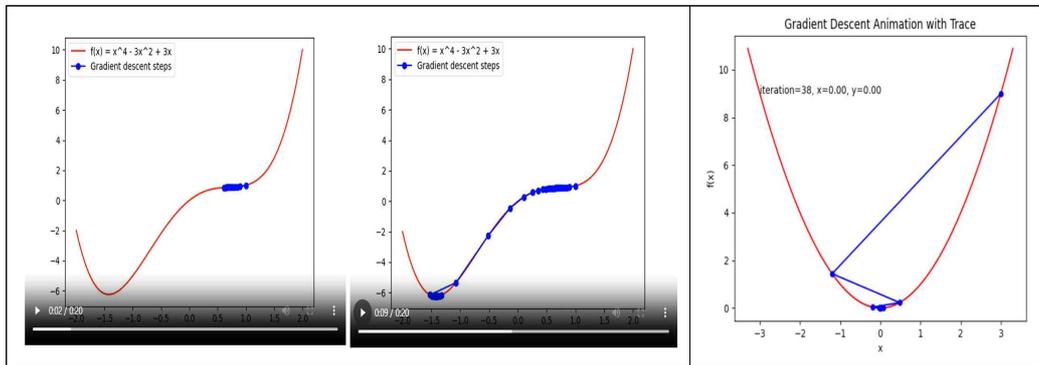
마지막으로 평균제곱오차가 최소가 되는 예측함수를 찾는 학습 과정에서 최솟값을 구하는 것이 인공지능 최적화 분야에서 중요한 부분인 것을 다시 한번 상기시키며, 자연스럽게 다음 차시 학습 주제인 경사하강법과 연결 지어 수업을 마무리하였다.

3) ChatGPT와 파이썬을 활용한 경사하강법 프로그램 만들기

4, 5차시 수업에서는 ChatGPT와 파이썬을 이용하여 경사하강법으로 최솟값을 구하는 프로그램을 만들도록 하였다. 일반적으로 고등학교 교육과정에서 다루는 함수들은 미분을 통해 최솟값을 찾을 수 있는 함수지만, 인공지능에서 다루는 함수들은 차수가 높거나 변수가 여러 개인 다변수함수와 같이 복잡한 함수들이 대부분이라는 내용을 도입에 제시하였다. 위와 같은 복잡한 함수들은 미분하여 극솟값을 찾아 최솟값을 구하는 방식으로 찾기가 어렵다는 점을 여러 예시를 통해 학생들이 이해하도록 하였다.

경사하강법은 그 활용 못지 않게 명명과 더불어 원리를 이해하는 것이 필요한 사항이기 때문에 그 원리를 산

에서 내려오는 과정에 빗대어 설명하여 학생들이 쉽게 이해할 수 있도록 하였다. 경사는 접선의 기울기와 같고 경사가 급하다는 것은 아직 산의 높은 곳에 있다는 뜻이며 경사가 완만해진다는 것은 산 밑으로 가까워지고 있다는 의미이므로 보폭의 폭을 줄여 이동하는 원리를 접목하여 경사하강법을 소개하였다. 또한 [그림 III-6]에서와 같이 본 활동에서는 경사하강법의 원리를 이해할 수 있는 프로그램 코드는 ChatGPT를 활용하여 생성하였고 시작점, 반복 횟수, 학습률에 따라 최솟값을 찾아가는 과정을 애니메이션으로 보여줌으로써 학생들이 직관적으로 개념을 이해하는 데 도움이 되게 하였다. 마지막으로는 개념을 정리하기 위한 간단한 이차함수 예제를 제시하고 학생들에게 직접 경사하강법을 구하게 함으로써 개념을 내재화하도록 하였다. ChatGPT를 통해 학생들이 경사하강법으로 계산했던 값이 정답이 맞는지 확인할 수 있는 파이썬 코드를 생성하여 학생들이 계산한 결과와 비교하는 활동이다. 5차시에서는 [그림 III-6]의 예시와 같이 학생들이 직접 경사하강법을 구하는 과정을 애니메이션으로 볼 수 있도록 ChatGPT를 활용하여 코드를 생성하고 시작점, 학습률, 반복 횟수를 변화시키면서 시각적으로 경사하강법 개념을 다시 숙지하도록 유도하였다.



[그림 III-6] 4차시 애니메이션을 통한 경사하강법 학생 활동 예시

2. ChatGPT와 파이썬을 활용한 수학과 교수 학습자료 적용 사례

본 연구에서 개발한 교수 학습자료는 연구자가 재직하고 있는 고등학교 수학 동아리 학생들 총 10명(2학년 7명, 3학년 3명)에게 적용하였다. 수업은 총 5차시로 진행되었고 학생 활동지, 파이썬 코드 및 실행 결과물, 설문지들을 바탕으로 학생들의 이해도와 정의적 태도 변화를 확인하였다.

가. 파이썬에 대한 학생들의 인식 조사 결과 및 ChatGPT, 파이썬 기능 소개 및 적용 결과

1차시 수업에서는 ChatGPT, 파이썬에 대한 소개, 사용법 숙지 및 ChatGPT로 간단한 파이썬 프로그램 만들기 실습 등을 진행하였다. 수업에 앞서 진행한 사전 설문조사에서 학생들의 인공지능 인식, 파이썬 프로그램 숙련도, ChatGPT 사용 경험을 물었다. 대부분 학생은 인공지능에 대한 기본적인 개념은 알고 있지만 구체적인 알고리즘이나 작동 원리까지는 알지 못하였고, 파이썬 활용과 관련해서는 1학년 정보 시간에 간단한 수준의 명령어를 다뤄본 경험이 전부였다. 모든 학생이 ChatGPT에 대해 들어본 바가 있으나 실제 사용을 해본 학생은 2명에 불과하였다.

수업 적용은 사전 설문조사 결과를 바탕으로 학생들의 수준을 파악하여 학습자료를 적용하였고 그 결과는 다음과 같다. 먼저, 1차시 도입에서는 학생들에게 ChatGPT 기능 소개와 더불어 ChatGPT 사용 시 주의점에 관해

설명하고, 효과적이고 윤리적으로 ChatGPT를 활용하는 방법을 토론하고 발표하였다. 이 과정에서 [그림 III-7]의 예시에서 나타나듯이 ChatGPT는 어떠한 질문에도 답변해주기 때문에 학습에 대한 호기심을 가지고 보조적인 수단으로 활용하면 효과적이지만, ChatGPT에 과도하게 의존하면 오히려 역효과가 발생하기 때문에 사용자가 주도성을 잃지 않고 활용해야 한다는 의견들이 제시되기도 하였다. 또한 학생들에게 ChatGPT에 간단한 계산기 코드를 만들도록 요청하고 그 결과를 구글 코랩에서 실행하도록 하였더니 자신들이 직접 코딩을 한 것이 아니었음에도 그 결과물에 매우 흠족해하는 모습을 관찰할 수 있었고 ChatGPT에 추가적인 질문을 통해 자신들만의 계산기 프로그램으로 수정하는 모습을 볼 수 있었다.

Q. ChatGPT를 활용하여 효과적인 도움을 받기 위해서는 어떻게 ChatGPT를 사용해야 할지 고민해보고, 발표와 토론해요.	
- (자신의 생각) ▶ ChatGPT를 활용하여 효과적인 도움을 받기 위해서는 우선 ChatGPT에게서 얻어낸 정보를 무조건적으로 수용하는 것이 아니라 다양한 정보를 토대로 분석한 후 왜곡된 정보를 걸러내고 수용해야 한다고 생각한다. 어떠한 문서를 ChatGPT를 활용하여 작성한다고 가정하면, 나온 답변을 그대로 활용하지 않고, 정보들을 직접 학습해 자신에게 적합한 지표를 판단해 사용해야 한다.	
- (다른 의견 정리) 질문을 하여 답을 얻어야 한다. ChatGPT를 활용하면 과학 기술 미래를 예측하는데 효과적이다. 코딩에 도움이 된다. 수학 문제를 풀 때 과정을 보는데 유용하다. 자신이 할 수 있는 한 정보를 수집한 후 ChatGPT와 논의해서 정리하는 방식으로 이용한다. 질문의 특성상과 구체성이 중요하다. 업무의 효율성을 높이는데 사용해야 한다. 아이디어를 떠올리기 위해 이용하면 효과적이다.	

[그림 III-7] 1차시 올바른 ChatGPT 활용 방안 학생 토의 활동지

나. ChatGPT와 파이썬을 활용한 평균제곱오차 프로그램 제작 결과

2, 3차 수업은 ChatGPT를 활용하여 평균제곱오차를 구하는 파이썬 코드 생성을 주제로 진행되었다. 추세선은 데이터의 경향성을 나타내는 선이며, 추세를 예측하는 추세선은 다양하게 존재할 수 있음을 설명하였다. 추세선이라는 개념 자체는 학생들이 비교적 쉽게 이해하는 모습을 보였다. 이후 데이터의 경향성을 가장 잘 나타내는 추세선을 구하는 방법으로 평균제곱오차라는 수학적 개념이 활용된다는 것을 학생들에게 설명하였다. 간단한 예제를 바탕으로 평균제곱오차를 구하는 방법을 절차적으로 보여주고 중학교 교육과정에서 학습한 분산을 구하는 과정과 비교하여 학생들의 이해를 도왔다. 평균제곱오차 계산 방법과 분산을 구하는 방법의 비교 설명에 학생들이 흥미를 느끼는 것을 관찰할 수 있었다.

[그림 III-8]과 같은 학생 활동지를 활용한 수업에서 학생들이 간단한 데이터 자료와 제시된 예측 일차 함수로 평균제곱오차를 구하는 활동은 비교적 수월하게 수행했지만, 데이터의 경향성을 나타내는 예측 일차 함수식을 구하는 활동에서는 지나치게 신중하게 예측 일차 함수를 선정하려고 하여 예상보다 시간이 오래 걸렸다. 학생들에게 직접 계산에 사용했던 데이터와 예측함수 2개를 ChatGPT에 입력하고 평균제곱오차를 구하는 파이썬 코드를 만들어 코랩에서 확인하도록 하였다. 직접 손으로 계산한 결과와 프로그램에서 계산한 값을 비교하며 자신의 계산 과정을 검토하도록 한 후 파이썬 코드에서 함수식을 수정하며 평균제곱오차의 값의 변화를 확인하도록 하였다. 학생들은 대부분 ChatGPT가 제공하는 상세한 주석의 도움으로 어려움 없이 파이썬 코드에서 함수식을 바꾸는 과정을 해결하였다.

3차시 수업에서는 H 고등학교 전국연합평가 수학 점수와 전체 과목의 점수 데이터를 엑셀 파일로 학생들에게 제공한 뒤, ChatGPT에게 사용자로부터 예측함수를 입력받아 평균제곱오차를 구하는 파이썬 코드를 생성하여

Q2. 위에서 조사한 평균제곱오차(MSE)를 바탕으로 다음 질문에 답하십시오.

1) 다음 데이터에 대한 예측함수($y = ax + b$)를 2개를 적으시오.

x	1	2	3	4	5
y	2	3	2	5	3

1) $y = 2x + 1$ 2) $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

2) 위에서 구한 예측함수 1)에 대하여 표를 채워 넣으시오

x	1	2	3	4	5
y	2	3	2	5	3
예측함수	2	3	4	5	6
오차(실제값-예측값)	0	0	-2	0	-3
오차 제곱	0	0	4	0	9
오차 제곱의 평균	13		5		$\frac{13}{5}$

3) 위에서 구한 예측함수 2)에 대하여 표를 채워 넣으시오.

x	1	2	3	4	5
y	2	3	2	5	3
예측함수	1	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{5}{2}$	3
오차(실제값-예측값)	1	$\frac{3}{2}$	0	$\frac{5}{2}$	0
오차 제곱	1	$\frac{9}{4}$	0	$\frac{25}{4}$	0
오차 제곱의 평균	$(1 + \frac{9}{4}) \div 5 = \frac{13}{5}$		$\frac{25}{20} = \frac{5}{4}$		$\frac{11}{10}$

```

import numpy as np

# 데이터 포인트
x = np.array([1, 2, 3, 4, 5])
y = np.array([2, 3, 2, 5, 3])

# 첫 번째 함수 y = x + 1
predictions1 = x + 1
mse1 = np.mean((y - predictions1) ** 2)

# 두 번째 함수 y = 0.5x + 0.5
predictions2 = 0.5 * x + 0.5
mse2 = np.mean((y - predictions2) ** 2)

# 결과 출력
print(f"The Mean Squared Error (MSE) for y = x + 1 is {mse1:.2f}")
print(f"The Mean Squared Error (MSE) for y = 0.5x + 0.5 is {mse2:.2f}")
    
```

The Mean Squared Error (MSE) for y = x + 1 is 2.60
The Mean Squared Error (MSE) for y = 0.5x + 0.5 is 1.90

[그림 III-8] 2차시 평균제곱오차 계산 프로그램 제작 학생 결과물

프로그램을 만들도록 하였다. 학생들에게 수학 점수와 전체 과목의 점수 총합의 관계식을 예측하도록 하였다. 지난 2차시 수업에서 일차 함수로 예측함수를 다룬 경험이 있기에 학생들은 무리 없이 수학 점수를 x 로 전체 과목의 점수 총합을 y 로 설정하여 적당한 일차 함수를 만들었다. 이후 자신들이 예측한 함수를 프로그램에 입력하여 평균제곱오차를 확인하였는데, 이때 학생들이 서로 구한 평균제곱오차를 비교하며 가장 작은 평균제곱오차가 얼마인지 알아내고자 논의하는 모습을 볼 수 있었다. [그림 III-9]와 같이 학생들은 ChatGPT에 최소의 평균제곱 오차를 갖는 추세선의 함수식을 구하는 파이썬 코드를 생성하여 확인하였고, 결과를 시각적으로 볼 수 있도록 추가 질문을 통해 수정하며 다양한 측면에서 이해할 수 있는 시간을 갖도록 하였다.

최적의 a: 3.8202207242076065
최적의 b: 98.36725259228654
최적의 평균 제곱 오차: 1548.075609546252

MSE as a Function of a and b

4) ChatGPT에 "평균 입력한 데이터를 바탕으로 a의 범위는 0부터 10사이, b의 범위는 -100부터 사이일 때, $y = ax + b$ 와 평균제곱오차가 가장 작은 a와 b를 구하는 파이썬 코드를 만들어줘 입력하여 코드를 생성 후 실행하고 그 결과를 붙여 넣으시오.

$a = 3.8202169$
 $b = 98.36761012$
minimum MSE: 1548

5) 위 활동 결과를 바탕으로 수학 표준 점수가 100점인 학생의 전 과목 표준 점수의 총합은 얼마 예측할 수 있는지 설명하십시오.

$y = 3.8202169x + 98.36761012$ 에 $x=100$ 을 대입해서 480.38928012 로 예측할 수 있다.

[그림 III-9] 최소 평균제곱오차 프로그램 생성 결과물(좌) 및 최적화 예측하기 학생 활동 결과지(우) 예시

다. ChatGPT와 파이썬을 활용한 경사하강법 프로그램 제작 결과

수업의 도입에서는 지난 3차시에서 학습했던 평균제곱오차를 갖는 예측함수를 구하는 과정을 상기시키며, 학생들에게 최솟값을 구하는 과정의 필요성을 연결하여 자연스럽게 경사하강법 개념을 소개하였다. ChatGPT를 활용하여 경사하강법으로 최솟값을 구하는 애니메이션을 만들어 경사하강법 원리를 설명하였다. 이 과정에서 시작점, 학습률, 반복 횟수의 변화를 시각적으로 보여주어 학생들의 개념의 이해를 도왔다. 추가적인 개념 보충이 필요한 학생들은 ChatGPT에 경사하강법의 원리를 질문하여 필요한 부분의 개념을 스스로 보충하도록 하였다.

경사하강법에 사용되는 미분 개념은 2학년 학생들은 아직 배우지 않는 개념이기에 2학년 학생들을 위하여 미분 개념을 직관적으로 설명하는 과정이 필요하였다. 경사는 접선의 기울기로 표현할 수 있고 접선의 기울기를 구할 때 미분이 사용된다는 것으로 별도의 수학적 증명이나 원리 없이 도입하였다. 이차함수 $y = x^2$ 의 $x = 1$ 에서 접선의 기울기를 판별식을 이용한 방법과 미분을 이용한 방법을 비교하여 미분의 유용성을 설명하였다. 이차함수 $y = x^2$ 의 $x = 1$ 에서 접선의 기울기를 구하기 위해 $y = x^2$ 위의 점 $(1, 1)$ 을 지나는 직선의 방정식 $y = m(x - 1) + 1$ 에 대해 이차방정식 $x^2 = m(x - 1) + 1$ 의 판별식이 0임을 이용하여 구하는 과정과 $y' = 2x$ 임을 형식적으로 설명한 후 $x = 1$ 을 대입하여 접선의 기울기를 구하여 값을 구하는 과정을 비교하였다. 미분의 원리를 설명하는 수업이 아니므로 평균변화율, 순간변화율의 개념 설명 없이 접선의 기울기를 구하는 것에 초점을 두어 도구적 개념으로 설명하였고, 이후 학습에 사용되는 함수들의 도함수를 함께 제시하여 미분 개념의 부재로 인한 학생들의 혼란을 최소화하였다.

이후 ChatGPT를 통해 경사하강법으로 최솟값을 구하는 파이썬 코드를 생성하여 직접 계산하여 구한 값과 프로그램을 통해 구한 값을 비교하도록 하였다. 1보다 작은 학습률일 때, 계산이 복잡하여 학생들이 직접 계산한 값과 프로그램을 통해 구한 값이 다르게 나온 경우가 많아 재계산하여 값을 수정하는 과정을 거쳤다.

학습률(learning rate) α 는 1. 반복횟수 5번. 시작점 $x_0 = 0$

x	계산식	값
x_1	$x_1 = x_0 - 1 \times (2x_0 + 3)$	-3
x_2	$x_2 = x_1 - 1 \times (2x_1 + 3)$	0
x_3	$x_3 = x_2 - 1 \times (2x_2 + 3)$	-3
x_4	$x_4 = x_3 - 1 \times (2x_3 + 3)$	0
x_5	$x_5 = x_4 - 1 \times (2x_4 + 3)$	-3

- 학습률(learning rate) α 는 0.1. 반복횟수 5번. 시작점 $x_0 = 0$

x	계산식	값
x_1	$x_1 = x_0 - 0.1 \times (2x_0 + 3)$	-0.3
x_2	$x_2 = x_1 - 0.1 \times (2x_1 + 3)$	-0.54
x_3	$x_3 = x_2 - 0.1 \times (2x_2 + 3)$	-0.348
x_4	$x_4 = x_3 - 0.1 \times (2x_3 + 3)$	-0.5184
x_5	$x_5 = x_4 - 0.1 \times (2x_4 + 3)$	-0.176272

5. ChatGPT를 통해 계산 결과 확인하기

1.3432 3.304 0.2104

-0.1673 2.4 -6.24 -1.08 1.92

-0.16432 -0.696432 -0.440192

```

def gradient_descent(starting_point, iterations, learning_rate):
    # 초기값 설정
    x = starting_point

    # 반복적으로 경사 하강법을 적용
    for i in range(iterations):
        # 현재 위치에서의 미분값 계산
        gradient = 2*x + 3

        # 경사 하강법 공식 적용
        x = x - learning_rate * gradient

    # 출력
    print(f"Iteration ({i+1}): x = {x:.5f}, y = {x**2 + 3*x + 2:.5f}")

    return x

# 사용자 입력 받기
starting_point = 0
iterations = 5
learning_rate = 0.1

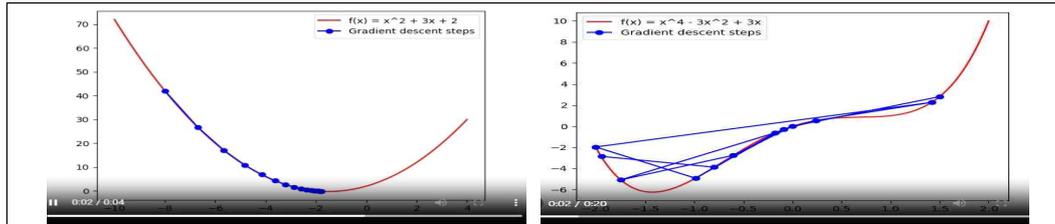
# 경사 하강법 함수 호출
minimum_point = gradient_descent(starting_point, iterations, learning_rate)
print(f"최솟값을 찾은 x는 {minimum_point}, 그 때의 y는 {minimum_point**2 + 3*minimum_point + 2:.5f}입니다.")
                    
```

Iteration 1: x = -0.30000, y = 1.19000
 Iteration 2: x = -0.54000, y = 0.67160
 Iteration 3: x = -0.73200, y = 0.33982
 Iteration 4: x = -0.69560, y = 0.12749
 Iteration 5: x = -0.00848, y = -0.00841
 최솟값을 찾은 x는 -0.00848, 그 때의 y는 -0.00841입니다.

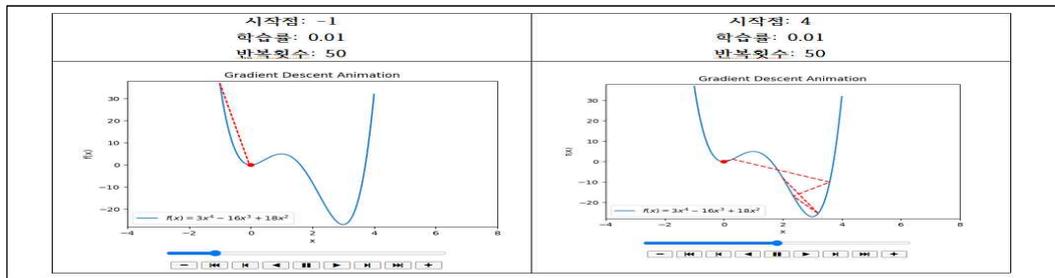
[그림 III-10] 경사하강법 지필 계산 및 프로그램 생성 결과물 예시

5차시에서는 학생들이 ChatGPT를 활용하여 애니메이션으로 경사하강법을 구하는 파이썬 코드를 생성하도록 하였다. 단순히 경사하강법으로 구한 최솟값을 보여주는 코드보다 애니메이션으로 최솟값을 구하는 과정을 보여주는 파이썬 코드에 학생들이 관심을 두는 모습을 관찰할 수 있었고 학습률, 반복 횟수, 시작점을 수정하며 어떤

변화가 생기는지 시뮬레이션 해내는 모습을 볼 수 있었다([그림 III-11] & [그림 III-12]).



[그림 III-11] 5차시 경사하강법 프로그램 시각화 학생 결과물 예시



[그림 III-12] 5차시 시작점, 학습률, 반복 횟수에 따른 시각화 학생 결과물 예시

IV. 결론 및 제언

본 연구에서는 ChatGPT를 활용하여 개별화된 피드백과 맞춤형 교육을 제공함으로써 학습자의 코딩 이해도를 높이고, 인공지능에 필수적인 수학적 원리와 알고리즘 학습을 융합한 교수·학습자료를 개발하고자 하였다. 본 연구의 자료 개발과 적용을 바탕으로 얻은 결론을 제시하면 먼저, 파이썬을 활용한 수학 교수 학습을 통해 긍정적 문제 해결 태도 지향, 실생활에서의 수학의 중요성 인식, 수학의 흥미도를 높일 수 있는 가능성을 제기하는 바이다. 이도영, 정종인(2019)의 연구와 같이 ChatGPT와 파이썬을 활용한 수업을 통해 학생들이 수학에 대한 흥미도와 유용성에 대한 인식을 높일 수 있는 가능성을 확인하였다. 파이썬 기반의 코딩 수학 학습은 결과물을 시각적으로 확인하고 다양한 조건을 변화시키며 문제를 효과적으로 이해하는 데 도움이 되며 문제 해결에 대한 자신감을 향상시킨다(박경은 외, 2019). 인공지능에 활용되는 수학의 원리를 적용하는 파이썬 코드를 ChatGPT를 통해 학생들이 직접 개발하고 학습함으로써 인공지능의 원리를 분석적으로 이해하는 역량을 기를 가능성을 확인하였다. 파이썬은 결과만 남는 GUI(Graphic User Interface)와는 달리 프로그래밍의 모든 작업 과정을 코드로 작성하기에 학습자들이 지닌 논리적 사고 활동에 주목할 수 있다는 기 연구처럼(나귀수, 박미미, 김동원, 김연, 이수진, 2018) 프로그래밍 과정에서의 오류와 오류를 수정하는 반성적 기회는, 학생들이 자신의 수학적 사고와 절차적 지식 형태의 변환 과정을 시각적으로 학습할 수 있다는 점에서 도움이 되었기에 고등학생을 대상으로 파이썬을 적용한 수학 교육이 꼭 필요하다고 할 수 있겠다(김영우, 2017).

두 번째, ChatGPT를 활용한 파이썬 코딩 및 수학 교육은 기존의 파이썬 활용 수학 교수 학습의 한계인 ‘코딩하는 방법만 학습’을 벗어나 학생에게 개별 피드백 제공이 가능하게 하여 학생 맞춤형 수업을 실현한다(김동

회, 2023). 선행연구들에 따르면 수학 과목은 학습 위계가 가장 분명하다고 볼 수 있는 학문으로, 개별 학습지도와 지식 전달, 학습자 분석에 있어서 인공지능을 통한 개별 학습이 가장 적합한 교과라고 한다(박혜연, 2021). 학생들 개별 능력에 따라 적절한 시간과 피드백, 맞춤형 교수 학습 전략은 학생들의 집중도를 향상할 뿐만 아니라 학생들의 교육적 요구에 맞추어 학습이 진행되기 때문에 학생들의 수준과 흥미가 높아지고 학습 과제 완수에 긍정적 영향을 미친다(Holmes & Fadel, 2019; Voskoglou & Salem, 2020). 선행연구들과 같은 맥락으로 본 연구에서는 파이썬 코드에 대한 상세한 설명, 코드 오류 수정, 헛갈리는 수학 용어 및 개념을 ChatGPT를 통해 질문하고 학생 스스로 해결하는 과정들을 통해 학습자 맞춤형 피드백을 제공함으로써 개별화 학습의 가능성을 확인했다고 볼 수 있다. 특히, ChatGPT는 학습자들의 다양한 질문에 신속하게 답변하고, 코드의 오류를 분석하여 수정 방향을 제시함으로써 코딩 학습 과정에서 발생할 수 있는 난관을 효율적으로 극복할 수 있도록 지원하였다. 이를 통해 학생들은 파이썬 프로그래밍 언어에 대한 이해도와 활용 능력을 향상시킬 수 있었으며, 더 나아가 인공지능과 관련된 수학적 개념을 보다 깊이 있게 학습할 수 있었다.

본 연구는 이러한 결과를 바탕으로 인공지능 시대에 적합한 교육 방법의 하나로서 ChatGPT와 같은 인공지능 도구를 적극 활용하는 방안을 마련하는 것을 제안하는 바이다. 이러한 도구들은 개별화된 학습 경험을 제공함으로써 학습자의 자기주도적 학습 능력을 강화하고, 인공지능 기술을 이해하고 활용하는 역량을 키우는 데 중요한 역할을 할 것으로 기대된다. 마지막으로, 수학 학습자료 개발 측면에서 인공지능이나 파이썬 등을 활용한 수업을 개발하고 적용할 때는 인공지능 교육과정 및 교육내용이 인공지능 활용 역량까지 학습할 수 있게 해야 한다. 인공지능과 관련된 수학 교육 내용과 방법이 무엇인지 현재의 교육과정과 전혀 동떨어진 새로운 내용이라면 학생들이 인공지능을 교육과정으로 받아들이기까지 시간이 오래 걸리고 가까이하기 힘들다(정제영, 2018). 그렇기에 수학 교과안에서, 더 깊게는 하나의 단원, 하나의 차시 안에서 인공지능의 활용 역량 함양을 학습할 주제를 선정할 때는 수학 교육과정 중에서 인공지능과 관련된 핵심 내용을 추출해야 하고, 인공지능의 원리나 기능에 따른 주요 수학 내용을 수학과 성취기준에 비추어 결정해야 한다. 가급적 현재 교육과정 내용을 토대로 하되 데이터 자체에 대한 이해, 데이터 분석의 원리, 수학 학습에서의 인공지능 활용 등 교과 학습 내에서 인공지능의 원리와 활용 전반에 대한 통합적 이해가 가능하게 해야 한다.

향후 연구에서는 다양한 교육 환경과 학습자 수준을 고려한 추가적인 실험과 분석을 통해 ChatGPT를 포함한 에듀테크 도구들이 교육 현장에서 어떻게 효과적으로 적용될 수 있는지에 대한 심층적인 연구가 필요할 것이다. 또한, 인공지능을 활용한 수학 교육의 효과성을 검증하고, 이를 바탕으로 더욱 발전된 교육 프로그램을 개발하는 데 중점을 두어야 할 것이다. 이러한 연구들은 학생들의 학습 성과를 극대화하고, 미래 사회가 요구하는 융합형 인재를 양성하는 데 기여할 수 있을 것으로 기대된다. 마지막으로 본 연구에서는 ChatGPT를 활용하여 인공지능 원리를 확인하는 파이썬 코드를 생성하고 실행하는 수업을 실행하였다. 파이썬 코드에 대한 별도의 학습 없이 ChatGPT가 생성한 코드를 활용하였는데, 이는 파이썬 코드 학습이 주가 아닌 인공지능에 활용되는 수학적 원리를 파이썬 코드를 활용하여 시각적으로 이해하고 인공지능 원리를 체험하는 것에 주안점을 두었기 때문이다. 학습 코딩과 수학 교육의 연계와 관련된 연구는 다양하게 시도되고 있지만, 인공지능과의 결합, 학교급에 따른 연구들은 많이 이루어지지 않고 있기에 이와 관련하여 다양한 후속 연구를 기대하는 바이다.

참 고 문 헌

- 고선규. (2019). **인공지능과 어떻게 공존할 것인가**. 타커스.
- Ko, S. G.(2019). *How to coexist with Artificial Intelligence*. Tacus.
- 고호경. (2020). 인공지능(AI) 역량 함양을 위한 고등학교 수학 내용 구성에 관한 소고. **한국학교수학회논문집**, 23(2), 223-237.
- Ko, H. K.(2020). A study on development of school mathematics contents for artificial intelligence(AI) capability. *Journal of the Korean School Mathematics*, 23(2), 223-237.
- 교육부. (2015). **초중학교 교육과정총론**(교육부 고시 제2015-74호 [별책1]).
- Ministry of Education. (2015). *General curriculum for elementary and middle school* (Ministry of Education Notice No. 2015-74 [Annex 1]). <https://www.kice.re.kr/resrchBoard>
- 교육부. (2017). **2017년 SW 교육 연구 선도학교 1,200개 선정 결과 발표**. 교육부 보도자료(2017.3.8.).
- Ministry of Education. (2017). *2017 SW education research leading schools selection results announced*. Ministry of Education Press Release(2017.3.8). <https://www.korea.kr/briefing/pressReleaseView.do?newsId=156189368>
- 교육부. (2020a). **수학교육종합계획**. 교육부보도자료(2020.5.27.).
- Ministry of Education. (2020a). *Comprehensive plan for mathematics education* Ministry of Education Press Release(2020.5.27.) <https://news.unn.net/news/articleView.html?idxno=229852>
- 교육부. (2020b). **수학과 교육과정**(교육부 고시 제2020-23호 [별책8]).
- Ministry of Education. (2020b). *Curriculum of mathematics* (Ministry of Education Notice No.2020-23 [Annex 8]. <https://www.kice.re.kr/resrchBoard>
- 권철민. (2020). **파이썬 머신러닝 완벽가이드: 다양한 캐글 예제와 함께 기초 알고리즘부터 최신 기법까지 배우는**. 위키북스.
- Kwon, C. M.(2020). *The complete guide to Python Machine Learning: Learn from basic algorithms to the latest techniques with a variety of Kaggle examples*. Wikibooks.
- 김가은. (2012). **그래디언트를 활용한 문제해결 탐색** [석사학위논문, 영남대학교 교육대학원].
- Kim, G. E. (2012). *Problem Solving using a gradient navigation* [Master's thesis, Yeungnam University].
- 김나리, 서용현, 조한혁. (2018). 코딩수학 내용 및 환경 설계-수학화와 컴퓨팅 사고력을 중심으로-. **학습자중심 교과교육연구**, 18(4), 647-673.
- Kim, N. R., & Seo, Y. H., & Cho, H. H. (2018). Coding mathematics contents and environment design- focusing on mathematization and computational thinking-. *The Journal of Learner-centered Curriculum and Instruction*, 18(4), 647-673.
- 김동현. (2020). **딥러닝 및 컴퓨터 비전을 이용한 드론의 목표물 탐지 및 추적에 관한 연구** [석사학위논문, 한국항공대학교 대학원].
- Kim, D. H. (2020). *A study of target detection and tracking via drones using deep learning and computer vision*. [Master's thesis, Korea Aerospace University].
- 김동희. (2023). **인공지능(AI) 학습 플랫폼을 활용한 수학 개별화 교수-학습에서 나타나는 피드백 사례 연구** [박사학위논문, 이화여자대학교 대학원].
- Kim, D. H. (2023). *A case study of the feedback in mathematics individualized teaching-learning using artificial intelligence (AI) learning platforms* [Doctoral dissertation, Ewha Women's University].
- 김아영. (2000). **관찰연구법**. 교육과학사.
- Kim, A. Y. (2000). *Observational research methods*. Kyoyookbooks.
- 김영우. (2017). **쉽게 배우는 R 데이터 분석**. 이지스.

- Kim, Y. W. (2017). *Easy ways to learn R Data Analysis*. Easis.
- 김예미. (2020). **수학과 코딩의 융합 수업을 위한 교수-학습자료 개발 - 중1 소인수분해, 평면도형을 중심으로** [석사학위논문, 아주대학교 교육대학원].
- Kim, Y. M. (2020). *Development of teaching and learning materials for convergence classes in mathematics and coding* [Master's thesis, Ajou University].
- 김태림. (2023). **인공지능 기반 맞춤형 초등 수학 학습이 학업 성취도와 인공지능에 대한 태도에 미치는 영향 연구** [석사학위논문, 서울교육대학교 교육전문대학원].
- Kim, T. R. (2023). *A study on the effects of Artificial Intelligence-based personalized elementary math learning on academic achievement and attitude towards AI* [Master's thesis, Seoul National University of Education].
- 나귀수, 박미미, 김동원, 김연, 이수진. (2018). 미래 시대의 수학교육 방향에 대한 연구. *수학교육학연구*, 28(4), 437-478. <http://doi.org/10.29275/jerm.2018.11.28.4.437>
- Na, G. S., & Park, M. M., & Kim, D. W., & Kim, Y., & Lee, S. J. (2018). Exploring the direction of mathematics education in the future age. *The Journal of Educational Research in Mathematics*, 28(4), 437-478.
- 노지화, 고호경, 김병수, 허난. (2023). 인공지능 활용 교육의 토픽모델링 분석을 통한 수학교육 연구 방향의 합의. *한국학교수학회논문집*, 26(1), 1-19. <http://doi.org/10.30807/ksms.2023.26.1.001>
- No, J. W., & Ko, H. K., & Kim, B. S., & Heo, N. (2023). An analysis of the international trends of research on artificial intelligence in education using topic modeling. *Journal of the Korean School Mathematics*, 28(1), 1-17.
- 박경은, 이상구, 함윤미, 이재화. (2019). 파이썬(Python) 기반의 코딩교육을 적용한 대학 미적분학의 교수 학습. *수학교육논문집*, 33(3), 163-180. <http://doi.org/10.7468/jksmee.2019.33.3.163>
- Park, K. E., & Lee, S. G., & Ham, Y. M., & Lee, J. H. (2019). Teaching and learning of university calculus with Python-based coding education. *Communications of Mathematical Education*, 33(3), 163-180.
- 박대륜, 유인환. (2018). 초등학생을 위한 로봇 활용 파이썬 학습 모형 개발. *정보교육학회논문지*, 22(3), 357-366. <http://doi.org/10.14352/jkaie.2018.22.3.357>
- Park, D. R., & Yoo, I. H. (2018). Development of Python instructional model using robot for elementary students. *Journal of the Korean Association of Information Education*, 22(3), 357-366.
- 박미림. (2023). **ChatGPT 스캐폴딩이 프로그래밍 언어 학습에 미치는 영향** [석사학위논문, 서울대학교 대학원].
- Park, M. R. (2023). *Effects of ChatGPT scaffolding on programming language learning* [Master's thesis, Seoul National University].
- 박수정, 최은실. (2023). 챗GPT의 아이러니 번역 활용 가능성 고찰. *번역학연구*, 24(2), 131-160. <http://doi.org/10.15749/jts.2023.24.2.005>
- Park, S. J., & Choi, E. S. (2023). A study of translatability of irony in ChatGPT. *The Journal of Translation Studies*, 28(2), 131-160.
- 박지수, 길준민. (2020). 4차 산업혁명 시대의 에듀테크. *정보처리학회 논문지*, 9(11), 329-331. <http://doi.org/10.3745/KTSDE.2020.9.11.329>
- Park, J. S., & Gil, J. M. (2020). Edutech in the era of the 4th industrial revolution. *KIPS Transactions on Software and Data Engineering*, 9(11), 329-331.
- 박지영. (2023). **파이썬을 활용한 <인공지능 수학> 교수 학습자료 개발: 군집분류(Clustering)를 중심으로** [석사학위논문, 한국교원대학교 대학원].
- Park, J. Y. (2023). *Development of teaching-learning materials for the subject <Mathematics for Artificial Intelligence> using Python: Focusing on clustering* [Master's thesis, Graduate school of Korea national University of Education].
- 박혜연. (2021). **교수학습 활동을 위한 수학 에듀테크 플랫폼 분석 연구** [석사학위논문, 아주대학교 교육대학원].

- Park, H. Y. (2021). *Analytical study of mathematical edtech platform for teaching and learning activities* [Master's thesis, Ajou University].
- 변현석. (2007). **크리깅 메타모델의 검증을 위한 평균제곱오차 및 응답 적분법** [석사학위논문, 한양대학교 대학원].
- Byon, H. S. (2007). *Method of integrated mean squared errors and responses for validation of kriging metamodel* [Master's thesis, Hanyang University].
- 서명희. (2022). **파이썬(Python)을 적용한 인공지능 수학 교수학습자료 개발 및 적용 - 기계학습을 중심으로** - [석사학위논문, 한국교원대학교대학원].
- Seo, M. H. (2022). *Development and application of teaching-learning materials for artificial intelligence mathematics using Python* [Master's thesis, Graduate school of Korea National University of Education].
- 성태제, 시가자. (2016). **연구방법론 2판**. 학지사.
- Sung, T. J., & Si, G. J. (2016). *Research methodology 2nd edition*. Hakjisa.
- 손경아. (2019). **파이썬(Python)을 활용한 중학교 수학 수와 연산 영역의 융합수업 모델링** [석사학위논문, 부산대학교 대학원].
- Son, J. A. (2019). *Modeling the convergence of middle school mathematics numbers and computation domain using Python*. [Master's thesis, Pusan National University]
- 신기철, 서보억. (2019). 수학 정보 융합교육을 위한 코딩과 연계한 교수학습자료 개발 연구. **과학교육연구지**, 43(1), 17-42. <http://doi.org/10.21796/jse.2019.43.1.17>
- Shin, G. C., & Seo, B. E. (2019). A study on development of teaching & learning materials related to coding for convergence education integrating mathematics and information. *Journal of Science Education*, 43(1), 17-42.
- 신동광, 정혜경, 이용상. (2023). 내용중심 영어 교수 학습의 도구로서 ChatGPT의 활용 가능성 탐색. **영어교과교육**, 22(1), 171-192.
- Shin, D. K., & Jung, H. K., & Lee, Y. S. (2023). Exploring the potential of using ChatGPT as a content-based English learning and teaching tool. *Journal of Korea English Education Society*, 22(1), 171-192.
- 심광섭, 심성아. (2018). 파이썬 코딩을 도입한 수학 교과 지도 방안 개발-2015 개정 중학교 수학 교육과정의 '소인수분해' 내용을 중심으로-. **교육연구**, 73(1), 43-64. <http://doi.org/10.17253/swueri.2018.73.003>
- Shim, K. S., & Shim, S. A. (2018). Development of teaching method of mathematics subject with Python coding - Focusing on the content of 'Prime Decomposition' in the middle school mathematics subject of 2015 revised curriculum -. *Study of Education*, 73(1), 43-64.
- 아카ishi 마사노리. (2018). **딥러닝을 위한 수학**(신상재 역). 위키북스.
- Akaishi Masanori.. (2018). *Mathematics for deep learning*. Wikibooks.
- 이도영. (2018). **중학교 수학 통계 영역과 파이썬(Python) 프로그래밍 융합수업이 문제해결력과 교과 흥미도에 미치는 영향** [석사학위논문, 공주대학교 교육대학원].
- Lee, D. Y. (2018). *The effects of middle school mathematical statistics area and python programming STEAM instruction on problem solving ability and curriculum interest* [Master's thesis, Kongju University].
- 이도영, 정종인. (2019). 중학교 수학 통계 영역과 파이썬(Python)프로그래밍 융합수업이 문제해결력과 교과 흥미도에 미치는 영향. **한국산학기술학회논문지**, 20(4), 335-344. <http://doi.org/10.5762/KAIS.2019.20.4.336>
- Lee, D. Y., & Jung, J. I. (2019). The effects of middle school mathematical statistics area and Python programming STEAM instruction on problem solving ability and curriculum interest. *Journal of Korea Academia-Industrial cooperation Society*, 20(4), 335-344.
- 이상구, 남윤, 이재화. (2023). 대학수학 경사하강법(gradient descent method) 교수 학습자료 개발. **수학교육** 논

- 문집, 37(3), 467-482. <http://doi.org/10.7468/jksmee.2023.37.3.467>
- Lee, S. G., & Nam, Y., & Lee, J. H. (2023). A study on the development of teaching-learning materials for gradient descent method in college AI mathematics classes. *Communications of Mathematical Education*, 37(3), 467-482. <http://doi.org/10.7468/jksmee.2023.37.3.467>
- 이상구, 이재화, 함윤미. (2020). 인공지능(Artificial Intelligence)과 대학수학교육. *수학교육논문집*, 34(1), 1-15.
- Lee, S. G., & Lee, J. H., Ham, Y. M. (2020). Artificial intelligence and college mathematics education. *Communications of Mathematical Education*, 34(1), 1-15.
- 이상훈. (2023). **파이썬(Python) 기반의 코딩을 활용한 고등학교 적분 단원의 교수학습자료 개발 연구** [석사학위논문, 부산대학교 대학원].
- Lee, S. H. (2023). *A development of teaching and learning materials on integration in the high school using Python-based coding* [Master's thesis, Pusan National University].
- 이서빈, 고상숙. (2018). 파이썬을 활용한 수학교과 코딩수업의 효과. *수학교육학연구*, 28(4), 479-499. <http://doi.org/10.29275/jerm.2018.11.28.4.479>
- Lee, S. B., & Ko, S. S. (2018). The effects of the mathematical program, DM³ based on coding instruction using Python. *The Journal of Education Research in Mathematics*, 28(4), 479-499. <http://doi.org/10.29275/jerm.2018.11.28.4.479>
- 이시카와 아키히코. (2018). **인공지능을 위한 수학 (신상재, 이진희 역)**. 프리렉.
- Ishikawa Akihiko. (2018). *Mathematics for artificial intelligence*. Pretek
- 장문철. (2023). **ChatGPT를 활용한 40가지 파이썬 프로그램 만들기**. 앤써북.
- Jang, M. C. (2023). *Create 40 Python programs with chatGPT*. Answerbook.
- 정민수, 김연경, 부재율. (2019). 수학과 과정중심평가에 대한 교사학습공동체의 동료코칭 실행연구. *한국교육교육연구*, 36(1), 19-49. <http://doi.org/10.24211/tjkte.2019.36.1.19>
- Jung, M. S., & Kim, Y. K., & Boo, J. Y. (2019). An action research on colleague coaching for process-focused assessment in math. *The Journal of Korean Teacher Education*, 38(1), 19-49. <http://doi.org/10.24211/tjkte.2019.36.1.19>
- 정슬기, 박만구. (2023). 초등수학과 교육과정과 연계한 인공지능 수학 융합 교육 프로그램 개발. *한국초등수학교육학회지*, 27(1), 87-108. <http://doi.org/10.54340/kseme.2023.27.1.5>
- Jung, S. K., & Park, M. G. (2023). Development of an artificial intelligence mathematics convergence education program tailored to elementary mathematics curriculum. *Journal of Elementary Mathematics Education in Korea*, 27(1), 7-108.
- 정예지. (2024). **AI 챗봇 활용 수학 수업이 초등학생의 학업 성취도 및 수학 흥미도에 미치는 영향** [석사학위논문, 광주교육대학교 교육대학원].
- Jung, Y. J. (2024). The impact of AI Chatbot-based math classes on elementary school students' academic achievement and math interest [Master's thesis, Gwangju National University].
- 정윤경. (2023). 챗(Chat) GPT의 이용과 저작권 쟁점 고찰. *과학기술과 법*, 14(1), 141-180. <http://doi.org/10.34267/cbstl.2023.14.1.141>
- Jung, Y. K. (2023). A study on the use of Chat GPT and copyright issues. *Science, Technology and Law*, 14(1), 141-180. <http://doi.org/10.34267/cbstl.2023.14.1.141>
- 정제영. (2018). **제4차 산업혁명시대의 학교교육과 인재양성: 학교시스템의 혁신 방안**. 박영 story.
- Jung, J. Y. (2018). *School education and human resource training in the era of the fourth industrial revolution: Innovative measures for the school system*. Parkyoung story.
- 조문영. (2023). **인공지능(AI)기반 학습 프로그램을 활용한 수학수업이 수학성취도 및 흥미에 미치는 영향** [석사학위논문, 고려대학교 교육대학원].

- Jo, M. Y. (2023). *Effects of AI-based learning programs on mathematical achievement and interest* [Master's thesis, Korea University].
- 조준우. (2020). 머신러닝, 딥러닝에 필요한 기초 수학 with 파이썬. 인사이트.
- Jo, J. W. (2020). *Machine learning, basic mathematics for deep learning with Python*. Insite.
- 최현정. (2023). 인공지능 원리를 융합한 수학교육 프로그램 개발 및 적용 [석사학위논문, 서울교육대학교 교육전문대학원].
- Choi, H. J. (2023). *Development and application of mathematical education program converging artificial intelligence principles* [Master's thesis, Seoul National University of Education].
- 최혜진. (2021). 딥러닝 코딩 실습을 통한 특성화 고등학교 학생의 수학적 이해도 향상에 관한 연구 [석사학위논문, 국민대학교 교육대학원].
- Choi, H. J. (2021). *A study on improvement of mathematical understanding of specialized high school students with deep learning coding practice* [Master's thesis, Kookmin University].
- 한서현. (2022). 인공지능 수학 교육과정 재구조화 방안에 대한 연구 [석사학위논문, 서울대학교 대학원].
- Han, S. H. (2022). *A study on the restructuring of <Artificial Intelligence Mathematics>: Focusing on the mathematical structure of deep learning* [Master's thesis, Seoul National University].
- 황재호. (2020). 예제 중심의 파이썬 입문: 파이썬 기초 with 데이터 분석 시각화. 인포앤북.
- Hwang, J. H. (2020). *An example-driven introduction to Python: Python fundamentals with data analysis visualization*. Info&book.
- Charniak, E. (2018). *Introduction to deep learning*. MIT Press.
- Holmes, W. B. M & Fadel, C. (2019). *Artificial intelligence in education*. Center for Curriculum Redesign.
- Russell, S. J. & Norvig, P. (2021). *Artificial intelligence: A modern approach(4th)*. Pearson.
- Voskoglou, M. G. & Salem, A. B. M. (2020). Benefits and limitations of the Artificial with Respect to the Traditional Learning of Mathematics. *Mathematics*, 8, 1-15. <https://doi.org/10.3390/math8040611>

Development of optimization teaching and learning materials for artificial intelligence mathematics using ChatGPT and Python

Lee, Seunghoon

Hagil High School
E-mail : lsh2015@korea.kr

Ko, Ho Kyoung[†]

Ajou University
E-mail : kohoh@ajou.ac.kr

The purpose of this study is to enhance understanding and utilization of the core mathematical principles of artificial intelligence, and to develop teaching and learning materials that apply algorithmic thinking and integrated methodologies. To achieve this, teaching and learning materials were developed to implement the concept of optimization through Python using ChatGPT, focusing on mean squared error and gradient descent, structured into a total of five sessions. These materials were applied to high school students, and observations of their understanding, learning methods, and attitudes showed positive responses. As a result, the effectiveness of the AI mathematics optimization teaching and learning materials developed in this study and their applicability in educational settings were confirmed.

* 2020 Mathematics Subject Classification : 97R40, 97U50

* Key words : ChatGPT, Python, artificial intelligence mathematics, optimization, gradient descent

[†] corresponding author