韓國數學敎育學會誌 시리즈 E <數學敎育 論文集>
https://doi.org/10.7468/jksmee.2024.38.3.443
제 38집 제 3호, 2024. 9. 443-458

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. E:
Communications of Mathematical Education
Vol. 38, No. 3, Sep. 2024. 443-458

미적분학의 기본정리에 의한 정적분 도입에 대한 고찰: 내용전문가와 학교 현장 교사의 인식을 중심으로

허 완 규 (대구북동중학교, 교사)

본 연구는 2015 개정 수학과 교육과정에서 정적분을 '미적분학의 기본정리'로 도입하는 것에 대한 수학 학문적 관점과 실제 학교 현장의 현황을 분석하였다. 이에 수학 학문적 관점과 학교 현장의 현황을 조사하기 위해 해석학 전공 교수 12명과 교사 36명을 대상으로 연구를 진행하였다. 수학 학문적 관점에서 해석학 전공 교수들은 2015 개정 수학과 교육과정에서 정적분을 '미적분학의 기본정리'로 도입하는 것이 정적분의 본질과 의미를 유의미하게 나타내기 힘들다고 하였다. 실제 학교 현장에서 교사는 정적분과 도형의 넓이와의 관계에 대한 필요성은 인식하고 있지만 '미적분학의 기본정리'로 정적분을 도입할 경우 학생들은 정적분과 도형의 넓이와의 관련성을 인식하기 어려워한다고 하였다. 이후 시행 될 2022 개정 교육과정에서도 정적분을 '미적분학의 기본정리'로 도입함에 따라 본 연구를 통해 정적분 도입 및 지도에 대한 시사점을 생각해 볼 수 있다. 또한, '미적분학의 기본정리'로 정적분을 도입할 때 정적분을 도형의 넓이와 관련지을 수 있는 효과적인 교수·학습 방법과 다양한 시각적 도구 및 매체에 대한 후속 연구를 제안하였다.

Ⅰ. 서론

2015 개정 교육과정의 총론의 핵심은 다양한 인문학적 상상력과 과학기술 창조력을 갖춘 창의·융합형 인재를 양성하는 것이다. 이에 2015 개정 수학과 교육과정은 '공학적 도구의 활용 강조', '실생활 중심의 통계 내용 재구성', '학습자의 정의적 측면 강조', '수학 교과 역량의 구현', '학습 부담 경감 추구' 등에 초점을 두었다(한국과학창의재단, 2015). 교육부는 수학에 대한 실제적인 활용 능력과 수학적 능력을 증진시키는 방안을 강조하면서 학습 부담 경감을 통해 학생들에게 수학에 대한 자신감과 긍정적인 인식을 심어주는 방향을 취하고 있다고 볼 수 있다.

2015 개정 교육과정의 방향과 취지에 맞게 교육부는 수학과 교육과정의 전반적인 구성을 변화시키고 내용 감축 차원에서 주요 내용들을 삭제 또는 약화시키거나 이동시켰다. 대부분의 학생들이 선택할 것으로 예상되는 <수학Ⅱ>에서 수열의 극한과 급수를 삭제하고 차후 이공계열로 진학하는 학생들이 선택하는 <미적분>에 수열의 극한과 급수를 구성하였다.

2009 개정 교육과정에서는 고등학교 1학년 때 <수학Ⅰ>, <수학Ⅱ>를 학습하고 고등학교 2학년 때 <미적분Ⅰ>을 학습하게 된다. <미적분Ⅰ>의 '수열의 극한' 단원에서 수열의 극한과 급수를 학습한 후 '함수의 극한', '다항함수의 미분법' 단원 순서로 학습하고 '다항함수의 적분법' 단원을 학습한다. '다항함수의 적분법' 단원에서 부정적분을 학습한 후 구분구적법[1])을 사용하여 정적분을 도입하게 된다. 반면, 2015 개정 교육과정에서는 고등학

* 접수일(2024년 8월 20일), 심사(수정)일(2024년 9월 4일), 게재확정일(2024년 9월 24일)
* MSC2020분류 : 97I50
* 주제어 : 정적분, 미적분학의 기본정리, 2015 개정 교육과정, 2022 개정 교육과정
* 이 논문은 저자의 2021년 석사학위 논문을 보완하여 재구성한 것임.

1) 원의 넓이를 구하는데 극한을 도입한 아르키메데스의 방법을 현대화한 것이 구분구적법이며, 정적분은 구분구적법을 추상화한 리만합의 극한으로 정의된다.(Lason, Hostetler, & Edwards, 2002.)

교 1학년 때 <수학>을 학습하고 고등학교 2학년 때 <수학Ⅰ>, <수학Ⅱ>를 학습하게 되는데 <수학Ⅱ>에서 '함수의 극한', '다항함수의 미분법' 단원 순서로 학습하고 그 후 '다항함수의 적분법' 단원에서 정적분을 학습한다. 그러나 2015 개정 교육과정은 나중에 이공계열로 진학하는 학생들이 배우게 되는 <미적분>에서 '수열의 극한' 단원을 학습하게 되어 <수학Ⅱ>에서는 구분구적법으로 정적분을 도입할 수 없게 된다. 따라서, 2015 개정 교육과정에서는 부정적분을 배운 후 '미적분학의 기본 정리'를 이용하여 정적분을 도입하게 된다. 향후 <미적분>을 학습하게 되는 이공계열 학생들은 '수열의 극한' 단원을 학습한 후 '정적분의 활용' 단원에서 정적분과 급수의 합 사이의 관계를 배우지만 본 논문은 <수학Ⅱ>에서 정적분을 미적분학의 기본정리로 도입할 때를 초점으로 맞추어 분석하겠다.

2015 개정 교육과정을 시행한 지 5년이 지났다. '미적분학의 기본정리'로 정적분을 도입하는 동안 실제 학교 현장에서 교사가 정적분 지도 시 경험했던 교수·학습 상황이나 학생들이 정적분의 의미와 본질을 잘 이해하였는지 여부 등 다양한 조사의 필요성이 대두되었다. 또한, 교육부는 2021년 11월 24일 2022 개정 교육과정을 발표하였는데 2022 개정 수학과 교육과정에서도 2015 개정 교육과정과 마찬가지로 정적분을 '미적분학의 기본정리[2]'로 도입하게 된다. 하지만, 2022 개정 수학과 교육과정 성취기준 해설 부분에서는 정적분 도입 시 직접적으로 정적분과 도형의 넓이를 관련지어 도입하는 것을 명시하였다. 이는 이미 시행한 2015 개정 수학과 교육과정에서의 정적분 도입을 보완한 것으로 생각할 수 있다. 이에 '미적분학의 기본정리'로 정적분을 도입하는 것에 대하여 수학 학문적 관점과 실제 학교 현장의 현황에 대해 조사하고 및 분석하겠다. 특히, 아래의 두 가지 주안점을 설정하여 자세히 알아보도록 하겠다.

첫째, 2015 개정 수학과 교육과정에서 '미적분학의 기본정리'로 정적분을 도입하는 것에 대해 4년제 대학교에서 해석학을 가르치는 해석학 전공 교수들의 의견을 수집하고 분석해 보겠다.

둘째, 2015 개정 수학과 교육과정에서 '미적분학의 기본정리'로 정적분을 도입하는 것에 대해 실제 학교 현장에서 근무하는 교사들을 대상으로 설문 조사를 실시하고 그 결과를 분석한 다음, 여러 시사점을 논의해 보겠다.

이 두 가지의 주안점에 대해 관련 전문가들의 견해와 학교 현장의 의견을 바탕으로 분석해 보고 교사들이 '미적분학의 기본정리'로 정적분 도입을 지도할 때 학생들에게 효과적으로 정적분의 의미와 본질을 지도할 수 있는 방안을 모색하고자 하였다. 나아가, 2015 개정 교육과정에서 시행한 경험을 바탕으로 앞으로 시행될 2022 개정 수학과 교육과정에서의 정적분 도입 및 지도에 대한 시사점을 도출해 보겠다.

Ⅱ. 연구의 배경

1. 적분의 역사

고대 이집트는 나일강 주변으로 농업이 활발하게 진행되고 문명이 발달하였다. 나일강 주변은 매년 장마 시기에 홍수로 인한 나일강의 범람으로 기존 토지의 경계선이 무너지게 되었다. 이때, 강 주변의 농지를 재분배하고 그 세금을 부과하는 일에 있어서 땅의 면적을 계산하는 일이 필수적이었다. 하지만 농지의 경계에 곡선이 나

---

2) 미적분학의 기본정리는 제1정리와 제2정리로 구분할 수 있다.

[미적분학의 제1기본정리] 함수 $f(x)$가 $[a,b]$에서 연속일 때, $F(x)=\int_a^x f(t)dt$이면 $\frac{d}{dx}F(x)=f(x)$이다.

[미적분학의 제2기본정리] $[a,b]$에서 연속인 함수 $f(x)$의 한 부정적분을 $F(x)$라 하면, $\int_a^b f(x)dx=[F(x)]_a^b=F(b)-F(a)$ 이다.

타나게 되고 그 토지의 넓이를 구하기 위해 곡면의 넓이를 구하는 방법에 대한 필요성이 대두되었고 이로 인해 적분이 발생하게 되었다. 고대 그리스의 아르키메데스(Archimedes, 287-212 B.C)는 포물선과 직선으로 둘러싸인 영역의 넓이를 구하기 위해 다음과 같은 구적법[3]을 이용하였다. 포물선과 직선으로 둘러싸인 영역에 내접하는 삼각형을 그린 후 각 변과 포물선으로 둘러싸인 영역에 또 다른 내접하는 삼각형을 그린다. 이러한 과정을 반복하면 각 삼각형의 넓이의 합이 포물선과 직선으로 둘러싸인 영역의 넓이에 수렴한다는 원리이다.

이와 비슷한 원리로 에우독소스(Eudoxus, 408-355 B.C)의 실진법이 있다. 실진법은 영역을 무한히 나눌 수 있다는 가정과 “어떤 양으로부터 절반 이상의 부분을 빼내고, 다시 나머지 부분으로부터 절반 이상의 부분을 빼내는 과정을 계속하면, 결국 나머지는 정해진 적은 양보다도 더 적어진다.”(김남희 외, 2017).라는 명제를 기초로 하는 원리이다.

Cavilieri의 불가분량법(method of indivisibles)은 주어진 평면도형의 불가분량은 현이고, 주어진 입체도형의 불가분량은 그 입체도형을 평면으로 자른 단면과 같다는 것이다. 즉, 한 평면도형은 평행한 현의 무한집합으로 만들어진 것이고, 한 입체도형은 평행한 단면의 무한집합으로 만들어진 것이라는 원리이다(김권욱, 김성미, 1998).

뉴턴(Newton, 1642-1727)과 라이프니츠(Leibniz, 1646-1716)는 17세기에 미적분학의 본격적인 정립을 이루었다(김성옥 외, 2010). 서로 무관하다고 생각했던 미분과 적분이 역연산임을 밝혔고 ‘미적분학의 기본정리’를 통해 미분과 적분의 관계를 명확히 했으며 조작적인 계산을 할 수 있는 기호를 도입하게 되었다. 특히, 라이프니츠(Leibniz)는 합을 나타내는 라틴어 summa(합)의 첫 알파벳 S를 세로로 길쭉하게 늘인 현대적인 적분 기호 $\int$와 dx, dy, $\frac{dy}{dx}$ 등을 처음으로 사용하였다.

이후 리만은 함수 $f(x)$가 구간 $[a,b]$에서 유계라 하고, 이 구간을 코시의 적분과 같은 방법으로 n개의 소구간으로 분할한다. 각 소구간 $[x_{i-1,}\, x_i]$에서 $f(x)$의 최소상계를 M_i, 최대하계를 m_i라 하고, 상합 $\overline{S} = \sum_{i=1}^{n} M_i \Delta x_i$, 하합 $\underline{S} = \sum_{i=1}^{n} m_i \Delta x_i$라 하면 구간 $[a,b]$를 세분할 할수록 상합은 작아지고 하합은 커진다. 구간 $[a,b]$을 한없이 세분할 할 때 $\overline{S}$와 $\underline{S}$가 같은 극한값을 가지면, 함수 $f(x)$는 구간 $[a,b]$에서 리만적분가능 또는 적분가능이라 하고 그 극한값을 $\int_a^b f(x)dx$로 표기한다.

리만적분 이외에도 르베그 적분, 스틸체스 적분, 중적분 등 다양한 적분들이 있지만 고등학교 과정에서의 정적분 개념의 본질은 ‘리만합의 극한’이라 할 수 있다(Larson, Hostetler, & Edwards, 2002; 신보미, 2008; 박진희 외, 2018; 신수진 외, 2018).

앞서 살펴보았듯이 ‘정적분’은 역사·발생적으로 어떤 도형의 넓이를 구하기 위한 필요성에 의해 발생되었고 그것이 정적분 개념의 본질이다. 정리하면, 도형의 넓이를 구하기 위해 일반화 한 것이 ‘리만합의 극한’으로서의 정적분 개념이고 이것이 바로 현재 정적분의 본질이라고 할 수 있다. 사실 積 ‘쌓을 적’ 分 ‘나눌 분’이라는 적분(積分)의 뜻 의미 자체로도 알 수 있듯, 정적분 개념의 본질은 넓이와 밀접한 관련이 있다.

2. 우리나라 수학과 교육과정에서 미적분

앞서 적분의 역사·발생적 관점에서 살펴보았듯이 미분과 적분은 태생부터 관련지어 발생된 것이 아니라, 독립

---

[3] 구적법(求積法)이란 도형의 넓이와 부피를 구하는 방법을 의미한다.

적으로 발생된 후 '미적분학의 기본정리'에 의해 미분과 적분이 역관계라는 사실이 밝혀지게 되었다. 엄밀하게는 미분과 부정적분이 역관계라는 사실이 밝혀지고 정적분의 의미와 계산과정도 발전하게 되었다. '미적분학의 기본정리'는 별개의 것으로 알고 있었던 미분과 적분의 관계를 알려준 수학 학문의 발전에 지대한 영향력을 미친 중요한 정리이다. 역사·발생적 순서로는 적분이 먼저 발생된 후 미분이 발생되었고, 그 이후에 '미적분학의 기본정리'에 의해 미분과 적분이 서로 관련이 있음을 알게 되었다.

역대 우리나라 수학과 교육과정의 미적분 단원에서 정적분을 지도하는 순서를 살펴보면 다음과 같다. 제1차 교육과정부터 2009 개정 교육과정까지는 큰 변화 없이 '수열, 수열의 극한(급수), 함수의 극한, 미분, 적분'의 순으로 다루고, 특히 적분 지도는 '부정적분, 구분구적법[4], 정적분의 정의, 미분과 적분의 관계'의 순으로 이루어졌다. 하지만, 2015 개정 수학교육과정부터는 '수열의 극한(급수)'를 <수학Ⅱ>에서 삭제하고 <미적분>으로 이동하여 '함수의 극한, 미분, 적분'의 순으로 다루고, 특히 적분 단원은 '부정적분, 정적분의 정의(미적분학의 기본정리), 미분과 적분의 관계'의 순으로 지도한다. 2022 개정 교육과정에서도 2015 개정 교육과정과 같은 순서로 정적분을 도입하게 된다. 따라서 정적분 도입의 변화 발생 시점인 2009 개정 수학과 교육과정과 2015 개정 수학과 교육과정에서 정적분 도입이 어떻게 이루어지는지 자세히 살펴보겠다.

2009 개정 교육과정을 포함하여 그 이전의 교육과정에서는 구분구적법으로 정적분을 도입한다. " 어떤 도형의 넓이 또는 부피를 구할 때, 넓이 또는 부피를 알고 있는 기본 도형으로 주어진 도형을 세분하여 어림값을 구하고, 이 어림값의 극한값으로 도형의 넓이 또는 부피를 구하는 방법을 구분구적법이라고 한다."(이강섭 외, 2014, 157p)

그 후 곡선 $y=x^2$과 x축 및 직선 $x=1$로 둘러싸인 부분의 넓이를 구분구적법으로 구하는 방법을 예시로 보여준다. 구간 $[0,1]$을 n개로 일정하게 분할하여 이를 가로로 하고 함숫값을 세로로 하는 직사각형의 넓이를 생각한다. 이때 $n\to\infty$으로 하면 무수히 많은 직사각형들의 합은 $y=x^2$과 x축 및 직선 $x=1$로 둘러싸인 부분의 넓이로 근사한다. 따라서 2009 개정 수학과 교육과정과 그 이전의 교육과정들은 직사각형의 합의 극한인 구분구적법(리만 합의 극한)으로 정적분을 정의하였다. $\int_a^b f(x)dx=\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} f(x_k)\Delta x$ $\left(\text{단, } \Delta x=\frac{b-a}{n},\ x_k=a+k\Delta x\right)$에서 '$\lim\limits_{n\to\infty}$'의 수학적 개념과 기호로 인해 '수열의 극한(급수)'가 선행학습 과제로 필요하게 되었다.

2015 개정 수학과 교육과정은 '미적분학의 기본정리'로 정적분을 도입하게 된다. 2015 개정 수학과 교육과정 교수·학습 방법 및 유의사항에는 "급수의 합을 이용한 정적분 정의는 다루지 않는다. $f(x)$의 부정적분 $F(x)$에 대하여 $F(b)-F(a)$를 $f(x)$의 a에서 b까지의 정적분이라 정의하되, 그 도입 및 설명 방법을 다양하게 할 수 있다."(교육부, 2020, 77p)를 명시하고 있다. 이에 2015 개정 교육과정에서는 <표 Ⅱ-1>과 같이 정적분을 크게 2가지 방법으로 도입한다(박경미 외, 2015b, 115p).

<표 Ⅱ-1> 2015 개정 교육과정에서는 정적분을 도입하는 방법

항목	2015 개정 교육과정에서는 정적분을 도입하는 방법
방법 (1)	구간 $[a,b]$에서 $f(t)\geq 0$이고, $F(x)$를 $f(x)$의 부정적분이라 할 때, $t=a, t=x, y=f(t)$, x축으로 둘러싸인 영역의 넓이 $S(x)$에 대하여 $S(x)=F(x)-F(a)$, $S(b)=F(b)-F(a)$ 임을 설명한 뒤 이로부터 '$F(b)-F(a)$'를 '$f(x)$의 a에서 b까지의 정적분이라 정의한다.
방법 (2)	역으로 넓이와 무관하게 부정적분의 함숫값을 이용하여 '$F(b)-F(a)$'를 $f(x)$의 a에서 b까지의 정적분이라 정의한다.

[4] 제1차 교육과정에서부터 제3차 교육과정까지는 '구분구적법'을 '구분구적분'으로 불렀다.

‘방법 (1)’은 정적분을 도입할 때 도형의 넓이와 부정적분 사이의 관계를 관련지어 탐구한 후 미적분학의 기본정리를 이용하여 정적분을 정의하는 방법이다. 도형의 넓이와 정적분을 연결시켜 정의한다는 것에 의의가 있지만 정적분의 본질인 리만 합의 극한(구분구적법)을 반영하지는 않는다.

‘방법 (2)’는 도형의 넓이와 정적분 사이의 관계는 다루지 않고 ‘정적분(定積分)’이라는 용어 자체인 정해진 적분이라는 의미로 도입하는 방법이다. ‘부정적분(不定積分)’ 용어의 의미는 정해지지 않은 적분 즉, 적분상수가 있기 때문에 하나로 정해지지 않는다는 뜻이고, 정적분(定積分)은 $F(a)-F(b)$의 값이 하나로 정해진 적분이라는 의미로 해석할 수 있다. 하지만 ‘방법 (2)’ 또한 미적분학의 기본정리로 정적분을 도입하는 방법으로 정적분의 본질인 리만합의 극한을 반영하지 않는다고 할 수 있다.

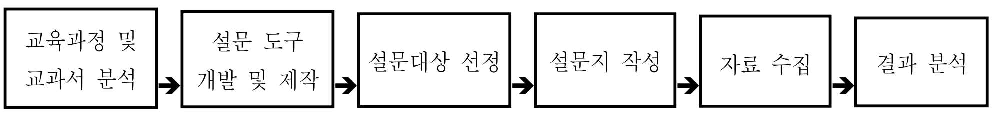
우리나라 9종의 검정교과서 중 하나의 교과서에서만 ‘방법 (1)’로 정적분을 도입하고 나머지 8종의 교과서는 ‘방법 (2)’로 정적분을 도입한다. 정적분 도입 ‘방법 (1)’로 도입한 교과서에서는 간단한 예시를 들어 넓이와 부정적분 사이의 관계를 연관 지어 탐구한 후 이를 일반화하여 미적분학의 기본정리를 이용하여 정적분을 정의하였다. 구체적인 예시를 들어 학생들이 해당 내용을 이해하고 받아들이기 쉽게 서술되어 있지만, ‘미적분학의 기본정리’로 일반화하는 과정에서 정확한 수학적인 증명을 하지 않는다. 이는 학생들이 해당 내용의 수학적인 증명을 이해하기 어렵기 때문에 의도적으로 삭제하고 구체적인 예시로부터 일반화하여 ‘미적분학의 기본정리’로 정적분을 정의한 것으로 보인다.

정적분을 ‘방법 (2)’로 도입한 교과서를 살펴보면, 넓이와 부정적분 사이의 관계는 다루지 않고 정적분(定積分) 용어의 의미로부터 $F(a)-F(b)$의 값이 하나의 값으로 정해진다는 맥락을 통해 설명하고 ‘방법 (1)’과 같이 ‘미적분학의 기본정리’로 정적분을 정의하였다. 정적분 용어와 관련지어 학생들이 받아들이기 쉽게 서술하였다. 또한, 정적분의 계산에 초점을 맞추고 다양한 문제를 제공하고 정적분의 성질들을 알려준다. 그 후 적분과 미분의 관계를 설명하고 그 후 ‘정적분의 활용’ 파트에서 비로소 정적분을 넓이와 연관시켜서 설명한다.

3. 연구 방법

가. 연구 절차

이 연구는 질적 사례 연구 방법을 통해 2015 개정 교육과정에서 ‘미적분학의 기본정리’로 정적분을 도입하는 것을 수학 학문적인 관점과 실제 학교 현장에서의 교수·학습 관점에서 분석해 보고 앞으로의 정적분 지도 방향에 대해 여러 시사점을 논의해 보도록 한다. 수학 학문적인 관점에서 수학 내용전문가들의 설문조사[5]는 2021년 진행 하였고 이후 학교 현장에서의 교수·학습 관점에서 학교 현장 전문가들의 설문조사는 2024년에 진행하였다. 연구 절차는 [그림 Ⅱ-1]과 같다.



[그림 Ⅱ-1] 연구 절차

나. 연구 대상

수학 학문적인 관점에서 2015 개정 교육과정의 ‘미적분학의 기본정리’로 정적분을 도입하는 것에 대한 수학

5) ‘2015 개정 수학과 교육과정에서의 정적분 도입에 관한 고찰(허완규, 2021)’ 자료 활용

내용학 전문가의 관점을 살펴보기 위해 4년제 대학에서 해석학을 가르치는 해석학 전공 교수들의 의견을 조사하였다. 설문은 4년제 국립대학 교수 7명(대구 지역 5명, 부산 지역 1명, 충남 지역 1명), 4년제 서울 사립 대학교 교수 2명, 경기도 지역 4년제 사립 대학교 교수 2명, 지방 사립 대학교 교수 1명(대구)으로 총 12명을 대상으로 진행하였다.

교수·학습 관점에서 정적분 도입과 관련하여 학교 현장의 현황과 인식을 살펴보기 위해 실제 학교 현장에서 근무하는 전문가들의 의견을 조사하였다. 설문은 대구 지역에 근무하는 교사 16명, 수도권 지역(서울 4명, 경기도 4명)에 근무하는 교사 8명, 경남 지역에 근무하는 교사 4명, 경북 지역에 근무하는 교사 4명, 부산 지역에 근무하는 교사 4명으로 총 36명을 대상으로 설문조사를 실시하였다. 이를 정리하면 <표 Ⅱ-2>과 같다.

<표 Ⅱ-2> 연구 대상

설문 대상	인원수	구분(인원수)	지역(인원수)
해석학 내용 전문가	12	4년제 국립대학(7), 4년제 사립대학(5)	수도권(4), 대구(6), 부산(1), 충남(1)
수학 교사	36	사립학교 교사(18), 공립학교 교사(18)	수도권(8), 경북(4), 경남(4), 대구(16), 부산(4)

다. 설문 도구

1) 수학 학문적 관점

해석학 전공 교수들의 의견을 수렴하기 위해 참고자료로 2009 개정 수학과 교육과정을 구현한 한 종의 미적분Ⅰ 교과서 A(이강섭 외, 2014), 2015 개정 수학과 교육과정을 구현한 두 종의 수학Ⅱ 교과서 B(홍성복 외, 2018)와 교과서 C(황선욱 외, 2018)를 활용하였다. 교과서 A는 '구분구적법'으로 정적분을 도입하였고 교과서 B와 C는 각각 2015 개정 교육과정에서 정적분을 도입하는 두 가지 방법인 '방법 (1)'과 '방법 (2)'으로 정적분을 도입하는 교과서이다. 이를 정리하면 <표 Ⅱ-3>와 같다.

<표 Ⅱ-3> 교과서 자료

구분	교과서 종류	정적분 도입 방법
교과서 A	2009 개정 교육과정 <미적분Ⅰ>	구분구적법
교과서 B	2015 개정 교육과정 <수학Ⅱ>	미적분학의 기본정리- 방법 (1)
교과서 C		미적분학의 기본정리- 방법 (2)

3종의 교과서 A, B, C의 정적분 도입 부분을 비교하는 자료를 첨부하여 설문 도구를 구성하였다. 2009 개정 교육과정에서 구분구적법으로 정적분을 도입하는 교과서 A, 2015 개정 교육과정에서 '미적분학의 기본정리'로 정적분을 도입[6]하는 교과서 B, 교과서 C의 정적분 도입 부분을 활용하여 설문 도구를 구성하고 이러한 정적분 도입의 변화에 대하여 해석학 내용 전문가들의 의견을 자유롭게 서술하는 형태로 설문으로 실시하였다.

2) 학교 현장에서의 교수·학습 현황

정적분을 지도하는 실제 학교 현장의 교수·학습 현황을 조사하기 위해 크게 4가지 문항으로 설문 도구를 구성하였다. 설문내용으로 첫째, 정적분을 구분구적법(2009 개정 교육과정)으로 지도한 경험 유무와 미적분학의 기본정리(2015 개정 교육과정)로 지도한 경험 유무이다. 둘째, 미적분학의 기본정리(2015 개정 교육과정)로 정적분

[6] <표 Ⅱ-1> 참고

을 도입할 때 넓이와의 관련성 언급 여부와 그 이유이다. 셋째, 미적분학의 기본정리(2015 개정 교육과정)로 정적분을 도입할 때 2가지 방법 중 어떤 방법을 선택하여 지도하는 지와 이때 학생들이 정적분과 넓이와의 관련성을 이해하는 지 여부 및 그 이유이다. 마지막으로 실제 학교 현장에서 미적분학의 기본정리(2015 개정 교육과정)로 정적분을 도입할 때, 정적분이 도형의 넓이를 구하는데 필요한 개념이라고 이해할 수 있도록 지도할 수 있는 방안에 대한 의견을 수합하였다. 구체적인 문항에 대한 정보는 <표 Ⅱ-4>과 같다.

<표 Ⅱ-4> 학교 현장에서의 교수·학습 현황 설문 문항 정보

문항	내용	구분
1	구분구적법(2009 개정 교육과정)으로의 정적분 도입과 미적분학의 기본정리(2015 개정 교육과정)로의 정적분 도입 지도 경험 유무	선택형
2-1	미적분학의 기본정리(2015 개정 교육과정)로 정적분을 도입할 때 도형의 넓이와 관련성 언급 여부	선택형
2-2	‘문항2-1’ 응답에 대한 이유	서술형
3-1	2015 개정 교육과정에서 정적분 도입 시 2가지 방법 중 어느 방법을 선택하여 지도하는지	선택형
3-2	‘문항3-1’에서 선택한 방법으로 지도했을 때, 학생들이 정적분을 도형의 넓이를 구할 때 필요한 개념으로 이해하는지 여부	선택형
3-3	‘문항3-2’ 응답에 대한 이유	서술형
4	정적분을 ‘미적분학의 기본정리’로 정의할 때 정적분이 도형의 넓이를 구할 때 필요한 개념이라고 이해할 수 있도록 지도할 수 있는 방안에 대한 의견	서술형

라. 자료 수집 및 분석

당시 코로나 상황으로 비대면 조사를 실시하기 위해 4년제 국립/사립 대학교 교수 12명에게 전자메일을 통해 설문지를 보냈다. 1차 설문조사는 5명의 해석학 전문가를 대상으로 2021년 3월 25일부터 2021년 4월 2일까지 진행하였고, 2차 설문조사는 1차와 동일한 내용과 방법으로 7명의 해석학 전문가에게 2021년 5월 20일부터 2021년 5월 28일까지 진행하였다. 다음으로 실제 학교 현장에서 정적분을 미적분학의 기본정리(2015 개정 교육과정)로 도입하는 것에 대한 현황을 조사하기 위해 학교에서 근무하는 교사 36명에게 구글 설문지로 설문을 실시하였다. 1차 설문조사는 26명의 학교 현장 교사를 대상으로 2024년 1월 2일부터 2024년 1월 15일까지 진행하였고, 2차 설문조사는 1차와 동일한 내용과 방법으로 10명의 학교 현장 교사에게 2024년 2월 21일부터 2024년 3월 5일까지 진행하였다.

2015 개정 교육과정에서 정적분을 ‘미적분학의 기본정리’로 도입하는 것에 대한 해석학 내용 전문가들의 의견을 수합한 후 내용을 분류하여 이를 정리하고 분석하였다. 학교 현장에서 근무하는 교사들의 의견은 각 문항 선택지의 빈도수와 비율로 산출하여 정리하고 분석하였다. 또한 각 선택지 응답에 대한 이유를 정리하고 분석하였다.

Ⅲ. 연구 결과 및 논의

1. 수학 학문적 관점에서 수학 내용학 전문가의 견해

2015 개정 교육과정에서 ‘미적분학의 기본정리’로 도입하는 것에 대해 수학 학문적 관점에서 수학 내용학 전문가인 4년제 대학교 해석학 교수 12명의 의견을 정리하면 크게 두 가지로 분류할 수 있다. 첫째, 2015 개정 교

육과정에서 '미적분학의 기본정리'로 정적분을 도입하는 것은 정적분의 본질과는 거리가 멀다는 의견이다(교수 12명 중 11명). 교육부에서 제시한 미적분학의 기본정리로 지도하는 방법 2가지 중 방법 (1)은 그나마 정적분의 도입을 넓이와 관련짓기는 하지만 이 또한 정적분의 핵심과 본질은 설명하지 못한다고 하였다(교수 F, 교수 G). 둘째, 학생들의 학습 부담을 경감시키기 위해 정적분을 '미적분학의 기본정리'로 도입하는 것은 정적분의 본질을 이해하는 데 도움이 되지 않으며 학습의 흥미를 유도하는 것을 목적으로 하거나 좀 더 효과적인 학습 방법 개발에 초점을 두는 것이 바람직하다는 의견이다(교수 A, 교수 H, 교수 J). 중복을 제외한 대표적인 7가지 핵심적인 의견은 <표 Ⅲ-1>과 같다.

<표 Ⅲ-1> 해석학 내용 전문가 의견

대상	의견
교수 A (교수 E)	이론적으로 뿐만 아니라 자연계 분야의 응용 측면에서 중요한 가치를 지니고 있는 미적분학의 기본정리 본질이 흐려진 채 학습 경감의 목적으로 정리로써 증명되어야 할 내용이 정의로써 사용되는 부분은 개선해야 할 것으로 보인다.
교수 C (교수 B, 교수 K)	정적분을 구분구적법으로 정의하는 것은 고등학생들이 배우는 수학 내용 중 가장 중요하고 아름다운 부분인데, 그것을 학생들이 어려워한다고 미적분학의 기본정리로 정의를 대체시킨 것은 학생들에게 얄팍한 계산방법만 익히게 하는 것으로 밖에 보이지 않습니다.
교수 D (교수 I)	미적분학의 기본정리를 활용하여 정의하는 것은 틀린 방법은 아니나, 이는 사실상 결과를 정의로 활용한 것이나 마찬가지이며 또한 전혀 직관적이지도 않다. 적분(積分)의 명칭을 보면 積(쌓을 적)과 分(나눌 분)으로 이루어져있다. 이러한 명칭은 뉴턴과 라이프니츠가 생각했던 방법과 일치하며, 이것이 바로 적분의 본질인 것이다.
교수 J (교수 L)	미분과 정적분의 개념은 학생들이 수학에서 중요하게 배우는 극한, 연속 및 무한급수 등 다양한 개념들을 왜 배우는지 그 명분을 제시합니다. 이 정적분의 정의를 마치 '미적분학의 기본정리'와 같이 배운다면 수학이 왜 자연과 과학의 기초가 되는지 그 명분을 잃어버리게 된다고 생각합니다.
교수 G (교수 F)	2015 개정 정적분 도입 및 정의 방법을 2가지 중 '방법 (1)'은 '방법 (2)'에 비해 정적분의 의미(넓이의 개념)가 약간 포함된 내용이라고 볼 수 있으나, 여전히 정적분의 정의의 핵심과 본질을 설명하지 못한다. 정적분은 곡선으로 둘러싸인 영역의 넓이를 기본도형(삼각형, 사각형)을 이용하여 구한다음 그 근삿값의 극한값이 존재하면 곡선으로 둘러싸인 영역도 넓이를 구할 수 있게 된다는 것이 핵심이다.
교수 A	학습 경감보다 오히려 학습의 흥미를 유도하는 것을 목적으로 두는 것이 적합할 것이라고 본다. 학습의 흥미 유도를 위해 구분구적법 등과 같은 다양한 수학적 개념 및 방법론을 무조건 배제하기 보다는 필요에 따라 세부 복잡한 계산 과정의 생략이 있을지라도 폭넓게 다양한 수학적 개념에 대한 배경 및 본질적 의미를 학습하는 것에 초점을 맞추는 것을 제안한다.
교수 H	어려운 개념을 배제하는 것보다 정적분의 정확한 정의를 제시하고, 학생들이 정적분의 개념을 흥미롭게 받아들일 수 있는 효과적인 학습방안 개발에 초점을 맞추는 것이 더 바람직하다고 생각한다.

해석학 전문가들의 의견을 종합해 보면 '미적분학의 기본정리'로만 정적분을 도입하는 것은 수학 학문적인 관점에서 정적분과 관련된 수학 내용학적인 의미와 본질을 유의미하게 나타내지 못한다는 견해이다. 또한, '미적분학의 기본정리'가 담고 있는 수학 내용학적인 의미와 본질이 훼손될 수 있다고 우려하는 견해도 있었다.

2. 학교 현장에서의 교수·학습 현황

가. 정적분 도입 지도 경험

‘문항1’은 정적분 지도 경험에 관한 것으로 학교 현장에서 구분구적법으로 정적분을 도입한 경험과 미적분학의 기본정리(2015 개정 교육과정)로 정적분을 도입한 경험 여부에 대한 설문이다. 설문대상자 중 18명(50%)은 2009 개정 교육과정과 2015 개정 교육과정의 정적분 도입을 모두 지도했고, 13명(36%)은 2015 개정 교육과정의 정적분 도입으로만 지도하였고, 4명(11%)은 2009 개정 교육과정 정적분 도입만 지도해 보았고, 1명은 두 가지 정적분 도입을 모두 지도해 본 경험이 없다고 응답하였다. 설문대상자 중 상당수의 설문대상자(86%)가 2015 개정 교육과정의 정적분 도입을 지도한 경험이 있었다. 이를 정리하면 <표 Ⅲ-2>와 같다.

<표 Ⅲ-2> 교육과정에 따른 정적분 지도 경험 결과

분류	2009 개정 교육과정 정적분 지도 경험	2015 개정 교육과정 정적분 지도 경험	인원수(%)
1	있음	있음	18(50)
2	없음	있음	13(36)
3	있음	없음	4(11)
4	없음	없음	1(3)

나. 정적분과 넓이와의 관련성 지도 여부

‘문항2-1’과 ‘문항2-2’는 미적분학의 기본정리(2015 개정 교육과정)로 정적분을 도입할 때 정적분과 도형의 넓이와의 관련성 언급 여부와 그 이유를 작성하는 설문조사이다. 설문대상자 중 ‘매우 그렇다’ 14명(39%), ‘그렇다’ 14명(39%)’, ‘그렇지 않다.’ 5명(14%), ‘매우 그렇지 않다.’ 3명(8%)으로 응답하였다. 대부분의 설문대상자(78%)가 미적분학의 기본정리(2015 개정 교육과정)로 정적분을 도입할 때 정적분과 도형의 넓이와의 관련성을 언급하고 있거나 언급할 것이라고 응답하였다.

다음 <표 Ⅲ-3>은 정적분과 넓이와의 관련성 지도 여부에 대한 설문결과를 정리한 것이다. 다수의 학교 현장 교사들은 미적분학의 기본정리로 정적분 도입 지도 시 도형의 넓이와의 관련성 언급에 대한 필요성을 인식하지만 일부 교사들은 필요성을 인식하지 못한다고 볼 수 있다.

<표 Ⅲ-3> 정적분 지도 시 도형의 넓이와의 관련성

분류	미적분학의 기본정리(2015 개정 교육과정)으로 정적분 지도 시 정적분과 도형의 넓이와의 관련성 언급 유무	인원수(%)
1	매우 그렇다.	14(39)
2	그렇다.	14(39)
3	그렇지 않다.	5(14)
4	매우 그렇지 않다.	3(8)

정적분 지도 시 도형의 넓이와의 관련성을 언급하는 것에 대하여 긍정적 답변을 선택한 현장 교사는 28명(78%)으로 그 이유를 크게 2가지로 분류할 수 있다. 첫째, 정적분을 도입할 때 학생들에게 흥미 및 호기심과 동기유발로 활용할 수 있다는 것이다(6명). 둘째, 도형의 넓이와 관련성을 언급하는 것이 정적분을 직관적으로도 이해할 수 있고 단순한 계산 도구로 인식되는 것을 막을 수 있다는 것이다(9명). 이는 학교 현장의 교사들이 미적분학의 기본정리로 정적분을 지도할 때 여러 가지 이유로 도형의 넓이와 연관 짓는다는 것을 드러낸다.

부정적 답변을 선택한 교사는 8명(22%)으로 그 이유를 크게 2가지로 분류할 수 있다. 첫째, 정적분 지도 시 도형의 넓이와의 관련성을 언급하면 학생들이 어려워한다는 것이다(3명). 둘째, 교과서에서도 정적분 도입 시 넓이와의 관련성을 언급하지 않기 때문이라는 것이다(4명). <표 Ⅲ-4>는 정적분 지도 시 도형의 넓이와 관련성을 언급하는 이유에 대한 설문결과를 정리한 것이다. 이러한 이유로 교사들이 미적분학의 기본정리로 정적분 지도 시 정적분과 도형의 넓이와의 관련성을 언급하지 않는다는 것을 알 수 있다.

<표 Ⅲ-4> 정적분 지도 시 도형의 넓이와의 관련성 언급 이유

답변	선택 이유
‘매우 그렇다’ 또는 ‘그렇다’	정적분을 단순 계산 도구로 사용하지 않길 바라기 때문.
	적분의 도입 과정에서 미분과 적분의 역사를 소개하면서 넓이에서 비롯되었다는 것과 적분의 쓸모를 얘기하면서 넓이를 이용해 흥미를 끌어오므로 넓이를 언급함.
	깊게 설명하지 않고 간단하게 언급함(수학적 호기심 유발을 위해).
	시각적으로 설명할 때 학생의 직관과 맞아 이해도가 높으며 문제해결에 필요하기 때문에 언급한다.
‘매우 그렇지 않다’ 또는 ‘그렇지 않다’	교육과정상 없고 교과서에도 없음.
	학생들이 어려워함.
	정적분의 활용 단원에서 다시 다루기 때문에 도입부에서 넓이를 언급할 경우 내용에 혼선을 줄 수 있다고 판단됨.

다. 2015 개정 교육과정에서 정적분 도입에 따른 학생들의 이해

‘문항3-1’은 미적분학의 기본정리(2015 개정 교육과정)를 도입하는 방법 2가지 중 학교 현장에서 실제로 도입하는 방법을 선택하는 설문조사이다. 설문대상자 중 11명(30%)은 ‘방법 (1)’로, 25명(70%)은 ‘방법 (2)’로 정적분을 도입한다고 응답하였다. 이로부터 다수의 학교 현장에서 ‘방법 (2)’를 이용하여 도입한다는 것을 알 수 있다.

‘문항3-2’는 ‘문항3-1’에서 선택한 방법으로 정적분을 도입했을 때 학생들이 정적분을 도형의 넓이를 구할 때 필요한 개념이라고 이해하는 지에 대한 문항이다. ‘방법 (1)’을 선택한 설문대상자 중 ‘매우 그렇다’ 2명, ‘그렇다’ 4명, ‘그렇지 않다’ 4명, ‘매우 그렇지 않다’ 1명으로 응답하였다. ‘방법 (2)’를 선택한 설문대상자 중 ‘그렇다’ 10명, ‘그렇지 않다’ 9명, ‘매우 그렇지 않다’ 6명으로 응답하였다. ‘방법 (1)’과 ‘방법 (2)’에서 긍정적 답변인 ‘매우 그렇다, 그렇다’와 부정적 답변인 ‘그렇지 않다, 매우 그렇지 않다’의 비가 각각 54:46, 40:60으로 ‘방법 (1)’보다는 ‘방법 (2)’에서 부정적 답변의 비율이 더 높았다. <표 Ⅲ-5>는 정적분을 도형의 넓이를 구할 때 필요한 개념으로 이해하는 정도에 대한 설문결과를 정리한 것이다.

<표 Ⅲ-5> 정적분을 도형의 넓이를 구할 때 필요한 개념으로 이해하는 정도

항목	정적분을 도형의 넓이를 구할 때 필요한 개념으로 이해하는가				합계
	매우 그렇다	그렇다	그렇지 않다	매우 그렇지 않다	
방법 (1)	2	4	4	1	11
방법 (2)	-	10	9	6	25

(단위: 명)

이로부터 두 방법 모두 정적분과 도형의 넓이와의 관계를 잘 설명한다고 볼 수 없지만 ‘방법 (2)’보다는 ‘방법 (1)’을 이용하여 정적분을 도입하는 것이 학생들이 정적분과 도형의 넓이와의 관련성을 이해하는 데 도움이 된다고 볼 수 있다.

‘방법 (1)’을 사용하여 정적분을 도입할 때 학생들이 정적분과 도형의 넓이 사이의 관계를 이해하는 정도에

대한 답변은 다음과 같다. 긍정적 답변의 이유로는 ‘방법 (1)’에서 도형의 넓이를 직접적으로 언급하므로 학생들이 이해한다는 것이다(4명). 부정적 답변의 이유로는 두 가지로 분류할 수 있다. 첫째, 학생들 입장에서는 정적분과 넓이와의 연결성이 잘 느껴지지 않는다는 것이다(2명). 둘째, 구분구적법으로 도입하지 않아 학생들이 적분과 넓이와의 관계를 쉽게 연관시키지 못한다는 것이다(2명).

<표 Ⅲ-6>은 ‘방법 (1)’을 선택한 이유에 대한 설문결과를 정리한 것이다. 이로부터 정적분 도입 시 ‘방법 (1)’이 도형의 넓이와의 관계를 언급하지만 구분구적법으로 정적분을 도입하는 것만큼 정적분과 도형의 넓이와의 관련성을 잘 나타내지 못한다고 볼 수 있다. 이는 ‘방법 (1)’보다 구분구적법이 해석학 전문가들이 강조하는 정적분의 본질과 가깝다고 할 수 있다.

<표 Ⅲ-6> ‘방법 (1)’ 선택에 대한 이유

답변	선택 이유
‘매우 그렇다’ 또는 ‘그렇다’	정의에 넓이를 언급했으므로 넓이와 연관 있을 것이라 생각한다.
	‘방법 (1)’의 경우 도형의 넓이를 이용하여 정적분을 구하므로.
	$S(x)=F(x)-F(a)$에 대한 설명을 하고 시작하기 때문에 이해는 하지만 학생 수준에 따라 차이가 날 것으로 생각됩니다.
‘매우 그렇지 않다’ 또는 ‘그렇지 않다’	엄밀한 증명은 학생이 다소 받아들이기 어려워할 수 있음.
	수학의 다른 정의와 같이 느껴질 것이고 넓이와의 연결성이 잘 느껴지지 않을 것 같아서.
	구분구적법으로 도입하지 않아 학생들이 넓이와 적분사이의 관계를 쉽게 연관시키지 못함.

<표 Ⅲ-7> ‘방법 (2)’ 선택에 대한 이유

답변	선택 이유
‘그렇다’	처음 기호를 학습하는 학습자의 입장에서는 많고 복잡한 수식을 다루는 것 보다는 간단하게 정의로 받아들이고 추후 관련 단원을 학습하면서 좀 더 깊이 파고들며 기호의 의미와 그 배경에 대해 학습하는 것도 좋은 것 같습니다.
	‘방법 (1)’처럼 길게 증명하는 과정은 문제에도 나오지 않고, 학원 학교 어디에서도 강조되지 않음. 따라서 ‘방법 (2)’처럼 간단히 핵심만 강조하여 [넓이]는 [정적분]으로 구한다고 깔끔하게 끝내는 것이 학생에게 좋다고 생각함. 설명할 거라면 구분구적법 쪽으로 원리를 설명하는 것이 듣는 학생에게도, 역사·발생적 원리에서도 더 좋다고 생각함. 맥락 없는 ‘방법 (1)’의 증명보다는 역사적 순서에 맞춰 스토리텔링하며 발전해온 과정을 보여주는 것이 더 좋아 보임.
‘매우 그렇지 않다’ 또는 ‘그렇지 않다’	넓이와 정적분 별개의 개념으로 인식됨.
	정적분과 넓이의 연관성이 교과서에 없음.
	학교에서 사용하는 OO 교과서에 맞추어 ‘방법 (2)’로 설명하는데 그러면 특별히 언급하지 않는 이상 정적분 도입에서 넓이와의 관계는 느낄 수 없습니다.

‘방법 (2)’를 사용하여 정적분을 도입할 때 학생들이 정적분과 도형의 넓이 사이의 관계를 이해하는 정도에 대한 긍정적인 답변의 이유로는 학생들이 처음 배우는 입장에서 정적분을 ‘방법 (2)’처럼 간단하게 배울 수 있고, 추후에 적분과 넓이와의 관계를 학습하면 된다는 것이다(6명). 부정적인 답변은 두 가지로 분류할 수 있다. 첫째, 학생들 입장에서는 정적분과 넓이가 별개의 개념으로 인식된다는 의견(7명)이고 둘째, ‘방법 (2)’를 사용하는 교과서는 정적분을 도입할 때 넓이와의 관련성을 언급하지 않아 학생들이 정적분과 넓이와의 관련성을 인식하기 힘들다는 의견(4명)이었다.

<표 Ⅲ-7>은 ‘방법 (2)’를 선택한 이유에 대한 설문결과를 정리한 것이다. 이로부터 정적분 도입 시 ‘방법 (2)’가 정적분의 조작적인 계산과정을 쉽게 배울 수 있지만 정적분과 도형의 넓이와의 관련성을 나타내지 못한다고 볼 수 있다.

라. 미적분학의 기본정리로 정적분 도입을 지도하는 방안

‘문항4’는 미적분학의 기본정리(2015 개정 교육과정)로 정적분을 도입할 때 정적분이 도형의 넓이를 구하는 데 필요한 개념이라고 이해할 수 있도록 지도하는 방안에 대한 교사들의 의견을 조사하는 문항이다. 학교 교사들의 의견을 정리하면 크게 두 가지로 분류할 수 있다. 첫째, 구분구적법의 아이디어를 간단하게 다루어 제시하는 방안이다. 이때, 간단한 예시를 들어 설명하거나 프로그램이나 영상을 활용하는 방안을 제안하였다. 둘째, 정적분 도입을 지도할 때 정적분의 역사·발생적 과정을 활용하는 방안이다. 즉, 정적분이 역사·발생적으로 도형의 넓이를 구하는 것과 관련지어 발전되었다는 사실을 강조하는 방안을 제안하였다.

<표 Ⅲ-8>은 여러 교사들의 의견을 정리한 것이다. 이로부터 교사들이 미적분학의 기본정리로 정적분을 도입할 때 정적분이 도형의 넓이를 구하는 데 필요한 개념이라고 학생들이 인식할 수 있도록 다양한 방안을 생각한다는 사실을 알 수 있다.

<표 Ⅲ-8> 미적분학의 기본정리로 정적분 도입 시 교사의 제안

대상	의견
교사 A	정적분의 발생 과정을 우선 제시하여 도입하며 정적분의 정의를 도입 후 가까운 차시에 넓이와 연결한 내용을 조금 더 다뤄주면 좋을 것 같습니다.
교사 B	구분구적법과 비슷한 예시를 가져와 넓이를 구할 때 필요한 개념임을 인지시킨다.
교사 C	구분구적법이 제일 좋은 것 같지만 아니라면 ‘방법 (1)’이 그나마 나은 것 같습니다.
교사 D	미적분학의 기본 정리 식으로만 지도하면 지루하므로 구분구적법을 다루는 간단한 강의나 영상으로 연계하여 가르치면 넓이에 대한 이해도가 높아질 것이라 생각함.
교사 E	정적분을 이용하여 도형의 넓이를 구할 수 있음을 반복적으로 안내하고 관련 문제를 사전에 제공한다.
교사 F	역사적 발생과정으로만 알려주고 상수함수(직사각형), 일차함수(삼각형) 이런 것들부터 해보고 직관적으로 이해할 수 있게 지도합니다.
교사 G	처음 2015개정 교과서의 정적분의 도입부를 봤을 때 굉장히 낯설었으나 구분구적법으로 도입할 때보다 학생들이 어려워하는 정도는 확실히 낮음. 부정적분과 정적분의 계산을 직관적으로 연결시켜서 쉽게 접근할 수 있긴 하나 정적분의 정의 자체를 받아들이기에는 몹시 부족하기는 함. 실제로 넓이와 정적분의 관계를 뒤의 활용에서 다루기는 하나 엄밀한 정의 없이 그냥 받아들여서 계산하는 것이므로 그 당위성에는 여전히 의문이 남는다고 생각함. 다만 학업능력이 전반적으로 낮아져있고 수포자가 늘어나있는 현실적인 여건상 구분구적법은 수업 중 다루지 않고 관심있는 친구들이 심화탐구해 볼 수 있도록 가볍게 소개하기는 함.
교사 H	추후에 정적분의 급수와 넓이와 부피 단원을 학습하면서 정적분 기호의 의미와 넓이의 연관성을 언급하면 될 것 같습니다.
교사 I	함수의 극한 개념을 언급할 것 같습니다. 우리가 배우는 수학적 개념이 수학적으로 정확한 개념이 아니라 초등화 되어 배우는 것이라 설명할 것 같습니다. 향후 미적분 과목이나 대학수학에서 배울 것이라 언급하면서 동기를 유발할 수 있도록 지도하면 좋을 것 같습니다.

Ⅳ. 결론 및 제언

2015 개정 수학과 교육과정에서는 이전 교육과정과는 다르게 정적분을 '미적분학의 기본정리'로 도입한다. 이에 이 연구에서는 수학 학문적인 관점과 학교 현장에서의 교수·학습 현황에 대해 조사하여 분석해 보고 앞으로 나아가야 할 방향과 시사점을 도출하고자 하였다. 수학 학문적인 관점에서 해석학 전문가 12명을 대상으로 설문조사를 실시하였고, 학교 현장에서의 교수·학습 현황을 알아보기 위해 실제 학교 현장에서 근무하는 중·고등학교 교사 36명을 대상으로 설문조사를 실시하였다. 이 연구에 대한 결론은 다음과 같다.

첫째, 수학 학문적인 관점에서 해석학 전문가들은 미적분학의 기본정리로 정적분을 도입하는 것이 정적분의 본질과 거리가 멀기 때문에 정적분의 의미와 본질을 학생들에게 제시할 수 있는 방안을 모색해야할 필요성을 제안하였다. 또한, 학생들의 학습 부담 경감에 초점을 맞추기보다 학습의 흥미를 유도하는 것을 목적으로 하거나 정적분의 의미와 본질을 전달할 수 있는 좀 더 효과적인 학습 방법 개발에 주안점을 두는 것이 바람직한 것으로 나타났다. 이는 교육과정 틀 안에서 학생들에게 정적분의 의미와 본질을 지도할 수 있는 효과적인 교수·학습 방법들을 고안해야 한다는 것을 시사한다.

둘째, 학교 현장의 교수·학습 관점에서 설문에 참여한 교사들 중 다수는 정적분을 도입할 때 도형의 넓이와의 관련성을 언급하는 것이 적절하다고 인식하는 것으로 나타났다. 그 이유는 도형의 넓이와 연결함으로써 학생들에게 정적분에 대한 흥미와 호기심을 유발할 수 있고 학생들이 정적분을 단순한 계산 도구로 받아들이지 않도록 하기 위함이다. 반면에, 일부 교사는 정적분을 도형의 넓이와 관련지어 설명하면 학생들이 어려워하고 교과서에서도 넓이와 관련지어 설명하지 않으므로 정적분 도입 시 도형의 넓이와 연관 짓지 않는 것으로 나타났다. 이러한 두 가지 교사들의 인식 결과는 교사가 정적분을 도입할 때 학생들이 정적분과 도형의 넓이와의 관련성을 효과적으로 이해할 수 있는 방법들을 연구하거나 교육 내용을 재구성하여 정적분과 도형의 넓이와의 관련성을 연계할 수 있는 방안을 마련해야 할 것을 시사한다.

셋째, 2015 개정 수학과 교육과정에서 '미적분학의 기본정리'로 정적분을 도입하는 방법은 크게 2가지로 분류할 수 있다.[7] 학교 현장에서는 '방법 (2)'로 지도하는 경우가 '방법 (1)'에 비해 2배 정도 많았다. 각 방법으로 정적분 도입 지도 시 학생들이 정적분을 도형의 넓이를 구할 때 필요한 개념이라고 이해하는지에 대한 긍정적 응답과 부정적 응답의 비율이 '방법 (1)'은 비슷했고 '방법 (2)'에서는 부정적 답변의 비율이 더 높았다. 정적분 도입 시 '방법 (2)'는 '방법 (1)'에 비해 학생들이 간단하게 배울 수 있다는 장점이 있었지만 정적분과 도형의 넓이 사이의 관계를 이해하기 위해서는 '방법 (1)'이 직접적으로 넓이를 언급하기 때문에 '방법 (2)' 보다 유리한 것으로 나타났다. 하지만 '방법 (1)' 마저도 정적분을 구분구적법으로 도입하지 않기 때문에 정적분의 본질을 완벽하게 나타내지는 못한다는 해석학 전문가들의 의견이 있었다. 이를 보완하기 위해 교사가 교과서 내용을 재구성하여 정적분과 도형의 넓이를 관련지어 지도할 수 있다. 나아가, 정적분 도입 시 정적분과 도형의 넓이와의 관련성을 지도할 수 있는 교수·학습 방법에 연구에 대한 필요성을 시사한다.

넷째, 미적분학의 기본정리로 정적분의 도입을 지도할 때 정적분이 도형의 넓이를 구하는 데 필요한 개념이라고 이해할 수 있도록 지도하는 방안에 대한 교사들의 의견은 크게 두 가지로 나타났다. 하나는 구분구적법의 아이디어를 간단하게 다루어 정적분이 도형의 넓이를 구할 때 필요한 개념이라고 인식시키는 방안이다. 다른 연구에서도 '수열의 극한과 급수'을 배우지 않고도 구분구적법의 아이디어를 활용하여 정적분 도입을 할 수 있다는 연구 결과가 있다(신수진, 조완영, 2018). 이때, 학생들의 수준을 파악하여 다양한 소프트웨어 및 매체를 활용하여 구분구적법의 아이디어를 제시할 수 있음을 기대할 수 있다(전상표, 2008). 다른 방안은 정적분 도입을 지도할 때 정적분의 역사·발생적 과정을 활용하여 정적분이 역사·발생적으로 도형의 넓이를 구하는 것과 관련지어

---

7) <표 Ⅱ-1> 참고

발전되었다는 사실을 강조하는 것이다. 이외에도 AiC 관점을 활용한 정적분 학습사례 연구 등 다양한 교수·학습 방법 및 이론을 활용하여 정적분을 지도하는 학습사례 연구를 생각해 볼 수 있다(박민규, 이경화, 2022). 이는 교사가 정적분 도입을 지도할 때 정적분의 의미와 본질을 내포하는 수업을 구성하기 위해 교과서 내용을 재구성할 뿐만 아니라 효과적인 교수·학습 방법과 다양한 시각적 도구 및 매체를 활용할 수 있음을 시사한다.

정리하면, 2015 개정 교육과정에서는 '미적분학의 기본정리'로 정적분을 도입한다. 이전의 교육과정에서는 정적분을 구분구적법으로 도입한 것에서 정적분의 도입이 획기적으로 바뀌게 된 것이다. 이에 대하여 해석학 전문가들은 수학 학문적 관점에서 정적분의 본질이 훼손될 수 있다고 우려하였고, 학교 현장에서도 교사가 정적분을 도형의 넓이와 관련지어 지도할 수 있는 가이드가 제대로 제시되지 않아 혼란을 겪고 있다. 따라서 학교 현장에서 교사들이 정적분 도입 시 교육과정의 틀 안에서 교육내용을 재구성 하거나 효과적인 교수·학습 방법 및 다양한 시각적 매체나 도구들을 활용하여 정적분 본질에 대한 지도가 필요함을 제언한다. 2015 개정 수학과 교육과정에서는 정적분 도입 시 도형의 넓이와의 관련성을 직접적으로 언급하지 않고 '도입 및 설명 방법을 다양하게 할 수 있다'라고 서술하고 있다. 반면에 2022 개정 수학과 교육과정에서는 정적분을 '미적분학의 기본정리'로 도입하지만 2015 개정 수학과 교육과정에서와는 달리 성취기준 해설 부분에서 직접적으로 정적분을 도형의 넓이와 관련지어 도입하는 것을 명시하고 있다. 이는 2015 개정 수학과 교육과정에서 정적분 도입 지도 시 정적분과 도형의 넓이 사이의 관련성을 나타내기 어려운 것을 반영한 것으로 사료된다. 앞선 해석학 전문가들의 말에 따르면 정적분과 도형의 넓이 사이의 관련성이 내포되어 있지만 정적분의 의미와 본질을 나타내기엔 부족하므로 정적분 도입 및 지도에 대한 전반적인 분석 및 후속 연구가 필요함을 제언한다.

참고 문헌

교육부. (2020). **수학과 교육과정**. 교육부 고시 제2020-236호 [별책8]. 교육부.

Ministry of Education (2020). *Mathematics curriculum*. Notification of the Ministry of Education No. 2020-236 [Vol 8]. Author.

교육부. (2020). **2015 개정 교육과정 총론 해설(고등학교)**. 교육부 고시 제2020-236호 [별책1]. 교육부.

Ministry of Education (2020). *Overview of the 2015 revised curriculum (high school)*. Notification of the Ministry of Education No. 2020-236 [Vol 1]. Author.

김권욱, 김성미. (1998). 적분론의 역사적 발전 과정에 대한 연구. **科學과 敎育, 6**(9), 159-191.

Kim, K. W., & Kim, S. M. (1998). A study on the process of the historical development about integral theory. *Journal of Science and Education, 6*(9), 159-191.

김남희, 나귀수, 박경미, 이경화, 정영옥. (2017). **예비교사와 현직교사를 위한 수학교육과정과 교재연구**. 경문사.

Kim, N. H., Na, G. S., Park, K. M., Lee, K. H., & Jung, Y. O. (2017). *A study on mathematics curriculum and textbooks for pre-service and current teachers*. Kyungmunsa.

김동원, 홍진곤, 김선희, 신보미, 김연, 박진형, 탁병주, 황지현, 왕효원, 송창근, 홍옥수, 김혜미, (2020). **2015 개정 수학과 교육과정 현장 실태 분석** (연구보고 BD21010009). 한국과학창의재단.

Kim, D. W. et al. (2020). *An analysis of the current state of the revised 2015 mathematics curriculum and its implementation in schools* (Research Report BD21010009). Korea Foundation for the Advancement of Science & Creativity.

김성옥, 정수영, 권오남. (2010). 미적분학의 기본정리의 교수학적 분석에 기반을 둔 지도방안의 탐색. **수학교육 논문집, 24**(4), 891-907.

Kim, S. W., Chung, S. Y., & Kwon, O. N. (2010). An exploration of alternative way of teaching the fundamental theorem of calculus through a didactical analysis. *Communications of Mathematical Education, 24*(4), 891-907.

박경미 외. (2015a). **2015 수학과 교육과정 개정 시안 개발 정책 연구** (연구보고 BD15110001). 한국과학창의재단.

Park, K. M. et al. (2015a). *A policy study on the development of the 2015 revised mathematics curriculum draft* (Research Report BD15110001). Korea Foundation for the Advancement of Science & Creativity.

박경미 외. (2015b). **2015 개정 수학과 교육과정 시안 개발 연구Ⅱ** (연구보고 BD15120005). 한국과학창의재단.

Park, K. M. et al. (2015a). *Research on the development of the 2015 revised mathematics curriculum draft II* (Research Report BD15120005). Korea Foundation for the Advancement of Science & Creativity.

박민규, 이경화. (2022). AiC 관점에 따른 부정적분과 정적분 관계 학습사례 연구. **수학교육논문집, 36**(1), 39-57. http://doi.org/10.7468/jksmee.2022.36.1.39

Park, M. G., & Lee, K. H. (2022). A case study on the relationship between indefinite integral and definite integral according to the AiC perspective. *Communications of Mathematical Education, 36*(1), 39-57. http://doi.org/10.7468/ jksmee.2022.36.1.39

박진희, 박미선, 권오남. (2018). 2015 개정 교육과정에 따른 <수학Ⅱ> 교과서의 정적분의 도입 및 활용 분석. **수학교육, 57**(2), 157-177. http://doi.org/10.7468/mathedu.2018.57.2.157

Park, J. H., Park, M. S., & Kwon, O. N. (2018). An analysis of the introduction and application of definite integral in <MathematicsⅡ> textbook developed under the 2015-Revised Curriculum. *The Mathematical Education, 57*(2), 157-177. http://doi.org/10.7468/mathedu.2018.57.2.157

신보미. (2008). 구분구적법과 정적분 개념 분석. **한국학교수학회논문집, 11**(3), 421-438.

Shin, B. M. (2008). An analysis of the concept on mensuration by parts and definite integral. *The Korean School Mathematics Society, 11*(3), 421-438.

신수진, 조완영. (2018). 2015 개정 교육과정에 따른 <수학Ⅱ> 교과서의 정적분 정의에 대한 대안. **학교수학, 20**(4), 723-471. http://doi.org/10.29275/sm.2018.12.20.4.723

Shin, S. J., & Jo, W. Y. (2018). An alternatives of the definition of definite integral in <MathematicsⅡ> textbook under 2015-revised curriculum. *School Mathematics, 20*(4), 723-471. http://doi.org/10.29275/sm.2018.12.20.4.723

이강섭, 황석근, 김부윤, 심성아 외 11인. (2014). **고등학교 미적분Ⅰ**. (주)미래엔.

Lee, G. S., Hwang, S. G., Kim, B. Y., … & Shim, S. A. (2014). *High school calculus Ⅰ*. Miraen.

이경화 외. (2022). **2022 개정 수학과 교육과정 시안 개발 연구**. 교육부.

Lee, K. H. et al. (2022). *A study on the development of the 2022 revised mathematics curriculum*. Ministry of Education.

전상표. (2008). 컴퓨터를 이용한 수학 교육(적분 방법)에 대한 연구. **한국컴퓨터정보학회논문지, 13**(1), 213-218.

Jun, S. P. (2008). Using mathematics education(integration method) through computer. *Journal of The Korea Society of Computer and Information, 13*(1), 213-218.

전인태, 김화경, 남문희, 이환철, 이은정. (2015). **고등학교 미적분 개념 도입 국제비교 연구**(연구보고 2015_R7). 한국과학창의재단.

Jeon, I, T., Kim, H. K., Nam, M. H., Lee, H. C., & Lee, E. J. (2015). *A international comparison study on the concept of calculus in high school* (Research report 2015_R7). Korea Foundation for the Advancement of Science & Creativity.

정동명, 조승제. (2004). **실해석학 개론**(제2판). 경문사.

Jung, D. & Jo, S. (2004). *Introduction to real analysis*. Kyungmunsa.

허완규. (2021). **2015 개정 수학과 교육과정에서의 정적분 도입에 관한 고찰** [석사학위논문, 경북대학교].

Heo, W. G. (2021). *A Study on the introduction of definite integral in the 2015 revised mathematics curriculum* [Master's thesis, Kyungpook National University].

홍성복, 이중권, 신태교, 이채형 외 7인. (2018). **고등학교 수학Ⅱ**. ㈜ 지학사.
Hong, S. B., Lee, J. K., Shin, T. G., … & Lee, C. H. (2018). *High school mathematics Ⅱ*. Jihaksa.
황선욱, 강병개, 윤갑진, 이광연 외 5인. (2018). **고등학교 수학Ⅱ**. ㈜ 미래앤.
Hwang, S. W., Kang, B. G., Yoon, G. J., … & Lee, K. Y. (2018). *High school mathematics Ⅱ*. Mirean
황혜정, 나귀수, 최승현, 박경미, 임재훈, 서동엽. (2016). **수학교육학신론**. 문음사.
Hwang, H. J., Na, G. S., Choi, S. H., Park, K. M., Im, J. H., & Seo, D. Y. (2016). *A new theory of mathematics education*. Moonumsa
Larson, R., Hostetler, P. R., & Edwards, H. B. (2002). *Calulus of a single variable*. Houghton Mifflin Company.

A study on the introduction of definite integral by the fundamental theorem of calculus: Focus on the perception of math content experts and school field teachers

Heo, Wangyu
Daegu Bukdong Middle School
E-mail : gjdhksrb@knu.ac.kr

This study analyzed the mathematical academic perspective and the actual status of the school field on the introduction of a definite integral as a 'Fundamental Theorem of Calculus' in the 2015 revised mathematics curriculum. Therefore, in order to investigate the mathematical academic perspective and the actual status of the school field, a study was conducted with 12 professors majoring in mathematical analysis and 36 teachers. From a mathematical academic point of view, professors majoring in mathematical analysis said that introducing a definite integral as a 'Fundamental Theorem of Calculus' in the 2015 revised mathematics curriculum was difficult to significantly represent the essence and meaning of the definite integral. In addition, in the actual status of the school field, teachers recognize the need for a relationship between a definite integral and the area of a figure, but when a definite integral is introduced as a 'Fundamental Theorem of Calculus', students find it difficult to recognize the relationship between the definite integral and the area of a figure. As the 2022 revised curriculum, which will be implemented later, introduces definite integrals as a ‘Fundamental Theorem of Calculus’ this study can consider implications for the introduction and guidance of static integrals. And, this study proposed a follow-up study on an effective teaching and learning method that can relate the definite integral to the area of the figure when introducing the definite integral as the ‘Fundamental Theorem of Calculus’ and on various visual tools and media.

* 2020 Mathematics Subject Classification : 97I10
* Key words : definite integral, fundamental theorem of calculus, 2015 revised mathematics curriculum, 2022 revised mathematics curriculum