MathEdu Journal of the Korean Society of Mathematical Education Series A

Research Article

The Mathematical Education 2024;63(3):527-547
https://doi.org/10.7468/mathedu.2024.63.3.527
pISSN 1225-1380, eISSN 2287-9633

Investigating how the tasks' characteristics change according to modifying the textbook tasks and implementing the lesson by secondary preservice teachers: Focused on the mathematical modeling perspectives

Hye-Yun Jung[1], **Jihyun Lee**[2]*

[1]Assistant Research Fellow, Korea Institute for Curriculum and Evaluation
[2]Professor, Incheon National University

ABSTRACT

It is difficult for mathematics teachers to develop mathematical modeling tasks and implement mathematical modeling lessons for their students. These difficulties serve as a reason why mathematical modeling lessons are not implemented well in school mathematics. In this study, we aimed to examine how preservice mathematics teachers (PMTs) modify mathematical modeling tasks in mathematics textbooks as a way to develop mathematical modeling tasks and how they implement the mathematical modeling lesson. In particular, we focused on how the openness and reality reflected in the task and the mathematical modeling process change as PMTs modify the tasks. We collected data through PMTs' evaluation reports on analyzing textbook tasks, task modification, lesson plans and implementations, peer evaluation, and self-evaluation. Then, we analyzed these data according to the case analysis process. The findings revealed that when PMTs modified the textbook task, they focused on and improved the openness and the defining variables and the model stages of mathematical modeling process. However, when PMTs implemented lesson, the openness and the defining variables and the model stages of mathematical modeling process were restricted again. PMTs did not focus on other stages. Based on these results, the theoretical and practical implications of the study was discussed.

Keywords Task analysis, Task modification, Lesson implementation, Secondary preservice teacher

서　론

최근 4차 산업혁명과 함께 대두된 인공지능기술의 발달은 수학교육 연구의 초점을 "무엇을 가르치고 배울 것인가?"에 대한 논의로부터 "미래 사회에 대비하여 어떠한 역량의 습득을 지원해야 하는가?"에 대한 논의로 이동시켰다(Gravemeijer et al., 2017). 그리고 이와 관련하여 수학적 모델링(Na et al., 2018)은 창의성(Wegerif & Dawes, 2004), 문제해결(Suh et al.,

Received July 2, 2024; **Revised** July 19, 2024; **Accepted** August 8, 2024

***Corresponding author** Jihyun Lee
E-mail jihyunlee@inu.ac.kr
2020 Mathematics Subject Classification 97B50, 97M99

2021) 등과 더불어 미래 사회에 필요한 핵심 역량 중 하나로 그 중요성이 강조되고 있다. 이때 수학적 모델링이란 실세계 맥락을 수학적으로 해석하여 수학적 모델을 구성한 뒤, 수학적 모델로부터 도출된 수학적 결과를 실세계 맥락으로 다시 해석하는 일련의 과정으로(Kaiser & Schwarz, 2006), 여러 연구자들은 수학적 모델링이 수학적 사고력(English, 2006), 수학적 창의성(Dan & Xie, 2011), 추론 능력 (Baek & Lee, 2018) 등을 향상시키고 수학에 대한 흥미를 고취시킬 수 있다(Hartmann & Schukajlow, 2021)는 점에서 미래 사회에 필요한 핵심 역량이라고 보고 있다.

수학적 모델링은 미래 사회에 필요한 핵심 역량인 만큼 일반 수학 수업에 일상적으로 적용되어야 하는데(Alhammouri & DiNapoli, 2023; Alwast & Vorhölter, 2021; Burkhardt, 2018), 이를 위해서는 교사가 적절한 실세계 맥락의 수학적 모델링 과제를 찾고 선택하는 과정 혹은 직접 과제를 개발하는 과정이 필요하다(Borromeo Ferri, 2018; Park & Han, 2018). 하지만 교사들은 적절한 수학적 모델링 과제 선정에의 어려움을 가지며, 이는 일상 수업에서의 수학적 모델링 활동을 어렵게 하는 장벽이 된다(Blum, 2015). Jung 외 (2020) 역시 이와 같은 어려움에 동의하였는데, Jung 외 (2020)에 따르면 효과적인 수학적 모델링 수업을 위해서는 교사가 쉽게 접근 가능한 교과서와 같은 교육과정 교재로부터 수학적 모델링과 관련한 수업 자료를 얻을 수 있어야 한다. 수학 교과서는 많은 수학 교사들이 주된 교육과정 교재로 사용한다는 측면(Peppin & Haggarty, 2001)에서 수학적 모델링 수업을 위한 자료로 활용될 수 있으며, 수학 교과서에 제시된 실세계 맥락의 과제는 수학적 모델링 수업 구성에 필요한 도구로 활용될 수 있을 것이기 때문이다(Maaß et al., 2018).

위와 같은 맥락에서, 수학 교과서에 제시된 실세계 맥락 과제에 대한 수학적 모델링 관점에서의 분석은 수학적 모델링 연구의 주된 주제로서 여러 연구(Berget, 2022; Göksen-Zayim et al., 2021; Song et al., 2023)에서 수행된 바 있다. 이들 연구에서는 수학적 모델링 과정, 수학적 모델링 과제의 현실성과 복잡성, 수학적 모델의 유형과 특징 등 다양한 관점에서 교과서의 실세계 맥락 과제를 분석하였는데, 그 결과 과제의 실세계 맥락으로 비현실적인 상황이 제공되거나 과제 해결에 필요한 수학적 모델이 이미 명확하게 안내되어 있는 등 학생들에게 수학적 모델링 활동의 기회가 적절하게 제공되지 못하고 있다는 사실이 밝혀졌다. 이는 수학 교과서 과제를 이용한 수학적 모델링 수업 구성에 어려움이 있음을 보여주는 것으로, 이와 같은 어려움을 극복하기 위해서는 교사에게 과제의 변형 등을 통해 수학적 모델링 과제를 개발할 수 있는 역량(Borromeo Ferri, 2018)이 필요함을 의미하기도 한다.

교사교육이 예비교사부터 시작되어야 한다는 점에서, 교과서 과제를 변형하여 활용하는 교육은 예비교사 교육에서도 필요하다. 특히, 교과서 활용의 경험이 부족한 예비교사는 교사교육 프로그램을 통해 그 역량을 기르는 것이 더욱 요구되는 상황이다. 하지만 이와 같은 예비교사교육의 필요성에도 불구하고, 수학적 모델링, 특히 수학적 모델링 과제와 관련한 예비교사교육 연구는 찾아보기 어렵다(Yang et al., 2022). 다시 말해, 예비교사에게 수학적 모델링 과제를 찾아서 선택하거나 주어진 수학적 모델링 과제의 적절성을 분석하고 변형한 뒤 실제로 수업을 실행하도록 하는 일련의 학습 기회가 제공되지 못하고 있는 것이다. 이와 같은 상황은 향후 예비교사가 교사가 되었을 때 교과서 과제 등을 이용하여 수준 높은 수학적 모델링 과제를 구현하고 학생의 수학적 모델링 활동 참여를 독려하는데 어려움을 겪을 수 있음을 보여준다.

이에, 본 연구는 위와 같은 수학적 모델링에 대한 예비교사교육의 실제적, 이론적 한계를 보완하기 위하여, 중등 예비교사들이 수학 교과서에 제시된 실세계 맥락의 과제를 수학적 모델링 관점에서 분석, 평가하고 그 결과를 기반으로 과제를 변형한 뒤, 변형된 과제를 이용하여 수학적 모델링 수업을 실행하는 과정을 살펴보고자 한다. 구체적인 연구질문은 다음과 같다.

첫째, 수학적 모델링 관점에서 예비교사의 교과서 실세계 맥락 과제 변형의 초점과 전략은 무엇이며, 변형된 수학적 모델링 과제의 특징은 변형 전 과제와 어떠한 차이를 가지는가?

둘째, 예비교사가 변형된 과제를 이용하여 수업을 실행하였을 때, 수업 중 실행된 수학적 모델링 과제의 특징은 수업 전 과제와 어떠한 차이를 가지는가?

이론적 배경

1. 수학적 모델링 과제 분석 및 개발을 위한 틀

수학적 모델링 과제의 분석 및 개발을 위한 틀은 연구의 목적에 따라 다르게 제시될 수 있지만, 여러 선행연구(Barquero & Jessen, 2020; Kaiser, 2007; Maaß, 2010)에서는 수학적 모델링 과정과 수학적 모델링 과제의 현실성, 개방성을 제시하고 있다. 먼저, 수학적 모델링 과제의 해결 과정이 수학적 모델링 과정을 수행하는 활동이라는 측면에서, 수학적 모델링 과정은 수학적 모델링 과제의 분석 및 개발을 위한 틀로서 빼놓을 수 없는 요소가 된다(Borromeo Ferri, 2007). 실제로 수학적 모델링

과제를 분석한 여러 선행 연구(Jung et al., 2020; Park & Choi-Koh, 2022; Park & Kwon, 2023)에서는 공통적으로 수학적 모델링 과정을 과제 분석틀로 제시하고 있으며, 수학적 모델링 과제 개발 시 수학적 모델링 과정의 세부 단계에 따른 하위 과제를 구성(Jung & Lee, 2021; Kaiser, 2007)하기도 한다.

수학적 모델링 과정은 수학적 모델링의 개념과 연결된 특징으로, 현실 세계에서 시작되어 수학의 영역으로 이동한 뒤 다시 현실 세계로 돌아오는 일련의 과정을 의미한다(Abassian et al., 2020). 다만, 수학적 모델링 과정의 세부 단계는 연구자들마다 구체적인 과정이 조금씩 다르게 제시되는데(Cai et al., 2014; Kaiser & Sriraman, 2006), Bliss 외 (2019)에서는 실제로 수학적 모델링 과제를 가르치고 해결하는데 참여하고자 하나 그 경험이 부족한 교사와 학생에게 수학적 모델링 과제의 분석 및 개발을 위한 틀을 제시하고, 제시한 틀에 따른 과제 해결 과정을 자세히 안내하고 있다. 본 연구에서는 수학적 모델링 과제를 접한 경험이 부족한 예비교사들이 수학적 모델링 과제를 분석 및 개발하는 데 참여하게 되므로, Bliss 외 (2019)의 틀을 따르고자 한다. Bliss 외 (2019)에서는 수학적 모델링 과정을 '문제 진술 정의하기, 가정하기, 변수 정의하기, 수학적 모델 도출하기, 수학적 결과 얻기, 결과 평가 및 모델 수정과 반복, 결과 보고하기'로 제시한다. 이때, 문제 진술 정의하기는 문제에 제시된 상황을 파악하는 것을, 가정하기는 문제 해결을 위해 필요한 정보를 파악하고 가정하는 것을, 변수 정의하기는 문제 해결에 필요한 변수를 명확히 하는 것을, 수학적 모델 도출하기는 변수를 적용하여 수학적 모델을 구성하는 것을, 수학적 결과 얻기는 수학적 모델에 대한 해를 구하는 것을, 결과 평가 및 모델 수정과 반복은 구성한 수학적 모델과 도출한 결과를 다시 현실 세계에 적용한 뒤 적용 결과를 분석하고 필요한 경우 수학적 모델을 반복적으로 수정하는 것을, 결과 보고하기는 위의 과정을 거쳐 얻게 된 최종 결과를 보고하는 것을 의미한다.

수학적 모델링 과제의 대표적인 특징인 현실성과 개방성 역시 여러 선행연구(Kaiser & Schukajlow, 2022; Park & Kwon, 2023)에서 수학적 모델링 과제의 분석 및 개발을 위한 틀로 제안되며, Maaß (2010)는 구체적으로 현실과의 연계성 및 개방성의 수준을 분석 및 개발의 틀로 제시하였다. 이때, 현실성은 학생이 경험할 수 있는 현실적인 문제 상황을 의미하며(Hwang & Han, 2023b), 개방성은 과제에 주어진 정보의 불명확성으로 인한 과제 해석의 다양성과 다양한 방법으로의 해결 가능성으로 인한 답의 다양성을 의미한다(Hartmann et al., 2021). 현실성과 개방성은 대부분의 구조화된 수학 과제의 특징과 차별화되는 특징이라는 점에서 더욱 강조되기도 하는데, Borromeo Ferri (2018)는 수학적 모델링 과제가 과제 해결을 위해 필요한 정보가 충분히 주어지지 않는다는 점과 학생 스스로 과제 해결의 전략을 찾아야 한다는 점에서 다른 구조화된 과제와 차별된다고 하였다. 또한 Hartmann 외 (2021)와 Maaß (2010)는 적절한 수학적 모델링 과제는 현실성이 반영되고 학생 각자의 모델링 과정에 따라 다양한 결과에 이를 수 있는 과제임을 언급하면서, 현실성과 개방성이 수학적 모델링 과제를 평가하고 개발하는데 필요한 기준임을 언급하였다.

한편, Kohen과 Gharra-Badran (2023)은 수학적 모델링 과제의 분석을 위한 루브릭을 제안한 바 있다. 이들에 따르면, 수학적 모델링 과제에 반영된 수학적 모델링의 각 단계가 어느 정도 반영되었는지 상, 중, 하의 수준으로 평가하는 것이 필요하며, 이와 같은 평가를 위한 적절한 기준 역시 필요하다는 것이다. Bliss 외 (2019) 역시 루브릭을 통해 수학적 모델링 과정을 구성하는 각 단계의 수준을 0점부터 3점으로 구분하여 파악하는 것이 필요함을 언급하였는데, 이를 통해 수학적 모델링 과제의 적절성과 더불어 수학적 모델링 과제를 해결하는 학생의 능력을 평가할 수 있다는 것이다. 이와 유사한 관점에서 Park과 Kwon (2023) 또한 수학적 모델링 과제의 특징인 현실성을 현실성이 없는 경우, 현실과의 인공적인 연결을 보이는 경우, 현실과의 진정한 연결을 보이는 경우로 그 정도를 구분한 바 있다.

지금까지의 내용을 종합하면, 수학적 모델링 과정, 과제의 현실성과 개방성이 수학적 모델링 과제의 분석 및 개발을 위한 틀의 구성요소로 제시될 수 있으며, 각 구성요소는 반영 정도에 따라 그 수준을 구분할 수 있다. 구체적으로, 수학적 모델링 과정의 각 단계를 어느 정도 경험할 수 있는지, 현실성의 경우 현실과의 연계성이 얼마나 높은지, 개방성의 경우 과제에 주어진 정보의 불명확성과 다양한 방법으로의 해결 가능성이 존재하는지 등이 루브릭으로 구성되어 수학적 모델링 과제의 분석 및 개발의 틀로서 제시될 수 있을 것이다.

2. 수학적 모델링 교사교육에 관한 선행연구

수학적 모델링 연구는 주로 학생을 대상으로 한 교육적 효과 등을 논의하고 있으며, 이에 비해 수학적 모델링 교사교육 연구, 특히 실제 교사교육 프로그램을 구성하여 실행한 결과를 확인할 수 있는 연구는 찾아보기 힘든 상황이다(Hwang & Han, 2023a; Yang et al., 2002). 이와 같은 상황 속에서 수학적 모델링 교사교육은 크게 수학적 모델링에 대한 인식 교육과 수학적 모델링 과제 혹은 수업의 개발 및 실행을 통한 교육으로 나누어 볼 수 있으며, 아래에서는 이들 연구를 살펴보고자 한다.

먼저, 수학적 모델링에 대한 교사의 인식 변화에 대한 연구는 Choi (2017)와 Kim (2021)의 연구를 들 수 있다. 이들은 모

두 수학적 모델링 프로그램을 설계한 뒤 프로그램에 참여한 초등 예비교사 혹은 초등교사의 인식의 변화를 분석하였다. Choi (2017)는 프로그램 참여 과정에서 초등교사가 경험한 어려움에 대한 인식과 수학적 모델링의 특징에 대한 인식을 분석하였다. 그에 따르면, 초등교사는 수학적 모델링에 대한 특징으로 비구조화된 상황과 다양한 문제해결을 인식하고 있었으며, 수학적 모델링에 대한 어려움으로 과제 개발의 어려움, 학생의 인지적 활동, 교사의 중재, 모든 학생의 참여, 교실 문화를 인식하고 있었다. Kim (2021)은 수학적 모델링에 대한 긍정 혹은 부정적인 인식의 정도에 초점을 두었는데, 그에 따르면 수학적 모델링 참여 경험이 수학적 모델링에 대한 인식을 긍정적으로 변화시키는 것으로 나타났다.

과제 변형은 그 주체가 교사라는 점에서 교사교육의 방법으로 활용(Jones & Peppin, 2016)되며, 같은 관점에서 수학적 모델링 과제의 변형 역시 수학적 모델링 교수 역량 강화를 위한 교사교육의 방법으로 활용될 수 있다. 앞서 확인한 Choi (2017)의 연구에서 교사가 수학적 모델링 과제 개발에 어려움을 갖고 있다는 결과 역시 과제 변형과 개발에 대한 교사교육의 필요성을 보여준다. 또한, 교과서 실세계 맥락의 과제가 수학적 모델링 과정과 현실성과 개방성 등의 특징을 적절히 반영하지 못하고 있다는 여러 연구결과(Hwang & Han, 2023b; Jung et al., 2020; Meyer, 2015)는, 교사가 교과서에 제시된 실세계 맥락의 과제를 그대로 사용하기 보다 학생이 수학적 모델링 과정과 특징이 적절하게 반영된 과제를 접할 수 있도록 과제를 재구성 혹은 변형하여 사용하는 것이 필요함을 보여준다(Song et al., 2023). 구체적으로, Jung 외 (2020)는 교과서 실세계 맥락 과제에 수학적 모델링 과정이 제한적으로 반영되었음을 지적하면서, 교사가 교과서 과제를 사용할 경우 변형을 통해 수학적 모델링 과정을 경험할 수 있도록 해야 함을 주장하였다. 또한 Song 외 (2023)는 교사가 학생의 관심사를 파악하고 파악한 학생의 관심사를 과제에 반영할 수 있어야 함을 주장하면서, 현실성과 같은 수학적 모델링 과제의 특징이 나타나는 과제가 제공되어야 하며, 수학적 모델링 과제의 특징이 적절하게 반영된 과제를 해결하는 과정에서 학생의 수학적 모델링 역량이 향상될 수 있다고 강조하였다(Song et al., 2023).

과제 변형 또는 개발을 통한 수학적 모델링 교사교육 연구로는 Hwang과 Han (2023b)의 연구와 Jung (2023)의 연구가 있다. Hwang과 Han (2023b)은 현실성에 초점을 둔 수학적 모델링 과제 개발 교사교육을 수행하였으며, 그 결과 교사교육을 통해 현실성이 강화된 수학적 모델링 과제 개발 역량이 향상될 수 있음을 확인하였다. Jung (2023)은 초등교사가 초등학교 5학년 수학 교과서에 제시된 과제를 수학적 모델링 과제로 변형하는 과정에서 겪는 어려움과 지식 변화를 분석하였다. 해당 연구에 따르면, 과제 변형 과정에서 교사는 현실성 반영, 적절한 인지적 수준 설정, 수학적 모델링 과정에 따른 세부 과제 제시에 어려움을 겪었으며, 반복된 과제 변형을 통해 교사 지식이 향상됨을 확인할 수 있었다.

한편, Borromeo Ferri (2018)는 수학적 모델링을 지도할 수 있는 교사의 역량으로서 수학적 모델링 교수 역량(mathematical modeling teaching competency)을 제시하였다. 이에 따르면 수학적 모델링 수업을 위해 교사에게 필요한 역량은 이론, 과제, 수업, 반성 측면의 역량으로, 교사는 수학적 모델링 수업 실행을 위한 실제 수행 역량을 갖추어야 함을 알 수 있다. Borromeo Ferri (2018)를 따르는 관점에서, Jung과 Lee (2021)에서는 중학교 교사가 과제의 설계 및 수정과 수업 실행을 반복적으로 수행하는 과정에서 교사의 수학적 모델링 교수 역량이 개선될 수 있음을 보였다. 특히, 교사교육을 위해 이론뿐 아니라 실제에 대한 이해가 중요함을 강조하면서, 과제의 개발과 더불어 수업 실행을 통한 수학적 모델링 교사교육의 중요성을 강조하였다. Anhalt와 Cortez (2016)는 수업 실행이 반영된 수학적 모델링 예비교사교육 결과를 보여준다. 그들에 따르면, 11명의 예비교사들이 직접 수학적 모델링 활동을 설계하고 수행한 뒤 반성하는 경험을 통해 수학적 모델링에 대한 이해가 향상되었음을 알 수 있다. 나아가, Anhalt와 Cortez (2016)는 학교수학에서의 수학적 모델링 수업 실행을 강화하기 위해 예비교사교육에서 수학적 모델링이 필수적으로 안내되어야 함을 주장하였다.

위의 연구를 종합하면, 교사 혹은 예비교사들의 수학적 모델링 과제 해결 경험이 그들의 수학적 모델링 활동에 대한 긍정적인 인식을 제고하는 데 기여할 수 있으며, 과제 변형 혹은 개발과 수업 실행을 통한 교사교육이 교사의 수학적 모델링 지식을 향상시키는 데 기여할 수 있음을 보여준다. 본 연구에서는 이와 같은 시사점을 반영하고 예비교사의 실제 수학적 모델링 과제 개발과 수업 실행 역량을 높이기 위해, 과제 해결 및 교과서 과제 분석, 변형, 실행으로 연결되는 예비교사 교육을 수행하였다. 이는 중등 예비교사 교육이라는 점에서 Hwang과 Han (2023b)과 Jung (2023)의 연구와 차별화되며, 교과서 과제 변형에 기반한다는 점에서 Anhalt와 Cortez (2016)의 연구와 차별화된다.

연구 방법

탐색적 사례연구는 연구의 과정과 맥락에 대한 깊이 있는 이해에 초점을 두고, 일반화된 결과의 도출보다 해당 사례에 대

한 깊이 있는 이해를 추구하며, 연구 주제에 대한 선행 연구가 많지 않은 분야에서 필요한 정보를 탐색하는데 유용하다(Yin, 2003). 본 연구의 목적은 중등 예비교사들이 교과서 실세계 맥락의 과제를 수학적 모델링 과제로 변형한 뒤 변형된 과제를 적용하여 수업을 실행하는 과정을 살펴봄으로써, 과제 변형과 수업 실행의 과정에서 과제의 특징이 어떻게 변화하는지 수학적 모델링 관점에서 살펴보는 것이다. 이에 대한 선행연구는 매우 부족한 상황으로, 본 연구에서는 일반화된 결과의 도출보다 해당 사례에 대한 깊이 있는 이해와 향후 연구를 위한 시사점을 모색하고자 한다. 또한, 본 연구에서는 과제 변형과 수업 결과에만 초점을 두는 것이 아닌 연구 과정에서 보여지는 예비교사의 일련의 과제 변형 및 실행 과정에 대한 깊이 있는 이해를 추구한다는 점에서, 탐색적 사례 연구가 적절하다고 판단하였다(Yin, 2003). 과제의 변형과 실행이 교사교육 방법으로 활용된다는 점(Jones & Peppin, 2016)에 비추어, 본 연구에서 관찰하는 일련의 과제 변형 및 실행 과정은 그에 대한 깊이 있는 이해와 더불어 향후 수학적 모델링 교사교육 시사점 마련의 토대가 될 것이다.

1. 연구 참여자

본 연구의 참여자는 수도권 소재 A 대학의 재학생으로서 ‘중등수학교수법’ 강의에 참여한 예비교사 7명이다. 연구 참여자 중 한 명은 교육대학원생, 그 외의 학생은 3학년에 재학 중인 학부생이었다. 또한, 연구 참여자 중 세 명의 학생은 본 연구 참여 전에 수학교육론, 교재연구 등 교과교육 강의를 수강한 경험이 있으며, 그 외의 학생은 본 연구가 진행된 중등수학교수법 강의를 교과교육 강의로 처음 수강한 상황이었다. 중등수학교수법은 예비교사로 하여금 중등 수학 수업을 위한 다양한 교수법을 익히게 하는 것을 목적으로 가지며, 본 연구가 진행된 강의에서는 그 중 수학적 모델링 교수 역량을 강화하는 것을 목적으로 하였다. 연구 참여자인 수강생들은 수학적 모델링 수업에 참여하거나 수학적 모델링 과제를 접해본 경험이 없었으며, 이로 인해 수학적 모델링 이론에 대한 지식이 거의 없었다. 다만 학생 지도 경험과 관련하여, 모든 연구 참여자들은 학원 혹은 과외와 같은 방식으로 중등학생을 지도해 본 경험을 가지고 있었다.

2. 수업 설계

본 연구가 진행된 중등수학교수법 강의는 15주간 매주 1시간 반씩 2회 진행되었으며, 수학적 모델링 수업 전문성을 높이기 위한 이론 교육과 실습이 이루어졌다. 학교 수학에서 수학적 모델링 활동이 주로 모둠별로 진행된다는 점에 기반하여, 본 연구의 참여자들 역시 모둠을 구성하여 수업에 참여하였으며, 모둠별로 교과서 과제 분석과 변형, 수업 실행이 이루어졌다. 수업은 다음과 같이 총 4단계로 진행되었다.

첫 번째 단계는 수학적 모델링의 이론을 학습하고 수학적 모델링 과제를 직접 해결해 보는 것으로 진행되었다. 앞서 이론적 배경에서 소개한 수학적 모델링 과제의 특징을 중심으로 이론을 학습한 뒤, 모둠별로 수학적 모델링 과제를 해결하였다. 이는 과제 해결을 통해 수학적 모델링에 대한 이해를 높이고(Jung et al., 2019), 수학적 모델링 활동에의 참여 경험이 수학적 모델링에 대한 예비교사의 긍정적인 인식 개선에 도움이 된다는 Kim (2021)의 연구결과를 반영한 것이다. 첫 번째 단계는 약 2주간 진행되었으며, 학생들은 수학적 모델링 과정에 맞추어 과제를 해결한 뒤 과제 해결 과정을 발표하였다.

두 번째 단계는 교과서 실세계 맥락의 과제를 수학적 모델링 과정과 수학적 모델링 과제의 특징을 중심으로 분석하는 것으로 진행되었다. 이를 위해 교과서는 여러 학교에서 사용되고 있는 교과서 중 하나를 임의로 선정하였다. 과제 분석틀은 Table 1과 같이 루브릭의 형태로 주어졌다. 이는 선행연구에서 살펴본 Kohen과 Gharra-Badran (2023)과 Bliss 외 (2019), Park과 Kwon (2023)의 논의를 종합적으로 고려한 것으로, Bliss 외 (2019)에서 제시한 0점, 1점, 2점과 같은 점수 부여 방식을 따르되, 수학적 모델링 과제를 처음 접하는 연구 참여자의 상황을 고려하여 Kohen과 Gharra-Badran (2023)이 제안한 3단계로 점수를 나누었다.

수학적 모델링 과제 분석 경험이 부족한 연구참여자를 위하여, Table 1을 이용한 과제 분석 전에 수학적 모델링 과제를 분석한 선행연구(Jung et al., 2020; Park & Choi-Koh, 2022; Park & Kwon, 2023)의 과제 분석 방법을 소개하는 시간을 가졌다. 특히, 동일한 과제에 대해서도 과제를 수행하는 학생에 따라 서로 다른 수학적 모델링 과정이 나타날 수 있다는 점과 관련하여, Jung 외 (2020)의 연구에서 제시한 ‘과제에서 명시적으로 요구하는 활동이 속한 단계’를 파악하고자 하였다. 예를 들어, ‘꽃밭의 넓이를 구하기 위한 식과 그 식을 이용한 꽃밭의 넓이를 구하시오.’ 과제의 경우, 과제 해결을 위해 ‘문제 진술 정의하기’ 단계가 필요하더라도 그에 대한 활동을 명시적으로 요구하지 않았으므로 ‘문제 진술 정의하기’ 단계가 제시되지 않은 것으로 보았다. 이는 세 번째 단계의 과제 변형에서도 동일하게 적용되어, 예비교사들은 과제 변형 시 반영하고자 하는 수학적 모델링 단계를 명시적으로 기술하였다.

과제 분석은 함수 영역에 한정하여 이루어졌으며, 그 중에서 1 모둠은 다항함수, 2 모둠은 삼각함수, 3 모둠은 지수함수 영역

을 담당하였다. 삼각함수와 지수함수를 담당한 모둠은 고등학교 수학에 제시된 내용을, 다항함수를 담당한 모둠은 중학교 2학년의 일차함수와 중학교 3학년, 고등학교 1학년의 이차함수로 제시된 내용을 분석하였으며, 모둠별로 과제 분석 결과 보고서를 작성하였다. 두 번째 단계는 약 2주간 진행되었으며, 각 모둠의 분석 결과는 전체 강의에서 공유되었다. 과제 분석은 이후에

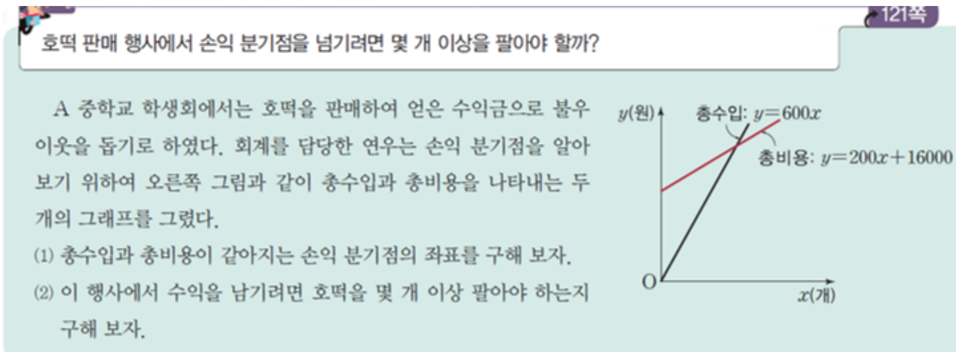
Table 1. Framework for analysis and modification of tasks and analysis of implemented tasks

Category		Coding	Opportunity not offered: 0 point	Some opportunities are offered: 1point	Opportunity offered: 2 points
Mathematical modeling process	Defining the problem statement	DP	Opportunities to identify the problem is not offered	Opportunities to identify the problem is offered insufficiently	Opportunities to identify the problem is offered
	Making assumptions	MA	All necessary information is provided, and no unnecessary information is provided	Guided about what value is given and what value to look for	Students themselves need to decide what value is given and what value to look for without sufficient information available
	Defining variables	DV	Key variables are clearly stated	Key variables are presented to some extent	Key variables are not clear
	The model	M	Mathematical model is provided	Model type is provided in words or familiar context Or, students should select the appropriate model from the list provided	To determine the model required, it is required to think carefully about the given values and relationships or to do additional work
	Getting a solution	S	One answer is determined	Several answers are fixed	Various answers are possible depending on the model selection
	Analysis and model assessment, iteration	AI	The constructed model and answers are not evaluated, analyzed, and reconstructed	Evaluate and analyze the constructed model or answer Or, students should compare their work with that of their peers	It is required to evaluate and analyze the constructed model and answers and, if necessary, reconfigure the model or derive results or refine the model
	Reporting the results	RR	No reporting of results required	Reporting of results is optionally required	Reporting of results is required
Characteristics of the task	Reality	R	Artificial contexts that are unlikely to occur in real-world contexts and are unfamiliar to students	A hypothetical context (given the data) that may be familiar to the student, but from which data cannot be collected	Context that is familiar to students and exists in the real world
	Openness	O	One model and answer	Model is determined Or, the answer is fixed	Various models and answers are possible

수행하는 과제 변형의 토대가 되었다.

세 번째 단계는 교과서 실세계 맥락 과제를 수학적 모델링 과제로 변형하는 활동으로 진행되었다. 각 모둠은 두 번째 단계에서 분석한 과제 중 한 개의 과제를 선정하여 수학적 모델링 과제로 변형하였다. 과제 변형을 위해 Table 1을 참고하였으며, 반영 혹은 개선하고자 하는 수학적 모델링의 단계를 명시적으로 기술하도록 하였다. 과제 변형 과정에서 분석 대상이 된 과제와 분석 대상 과제에 대한 분석 결과가 필요하다는 점을 고려하여, 두 번째 단계에서 작성한 과제 분석 결과 보고서와 연결하여 변형된 과제와 과제 변형 의도가 기재된 과제 변형 보고서를 작성하도록 하였다. 변형된 과제를 평가, 개선하는 과정이 여러 번에 걸쳐 반복적으로 이루어짐에 따라, 세 번째 단계는 약 4주간 진행되었다. 다음의 Figure 1, Figure 2, Figure 3은 각 모둠에서 분석

대상으로 선정된 교과서 과제이다. Figure 1은 다항함수를 분석한 A 모둠의 예비교사들이 수정을 위해 선택한 중학교 2학년 교과서 일차함수 단원의 과제, Figure 2는 삼각함수를 분석한 B 모둠의 예비교사들이 수정을 위해 선택한 고등학교 수학1 교과서


121쪽

호떡 판매 행사에서 손익 분기점을 넘기려면 몇 개 이상을 팔아야 할까?

A 중학교 학생회에서는 호떡을 판매하여 얻은 수익금으로 불우 이웃을 돕기로 하였다. 회계를 담당한 연우는 손익 분기점을 알아보기 위하여 오른쪽 그림과 같이 총수입과 총비용을 나타내는 두 개의 그래프를 그렸다.

(1) 총수입과 총비용이 같아지는 손익 분기점의 좌표를 구해 보자.

(2) 이 행사에서 수익을 남기려면 호떡을 몇 개 이상 팔아야 하는지 구해 보자.

Figure 1. Textbook task selected by group A for modification (Lee et al., 2023, p. 127).

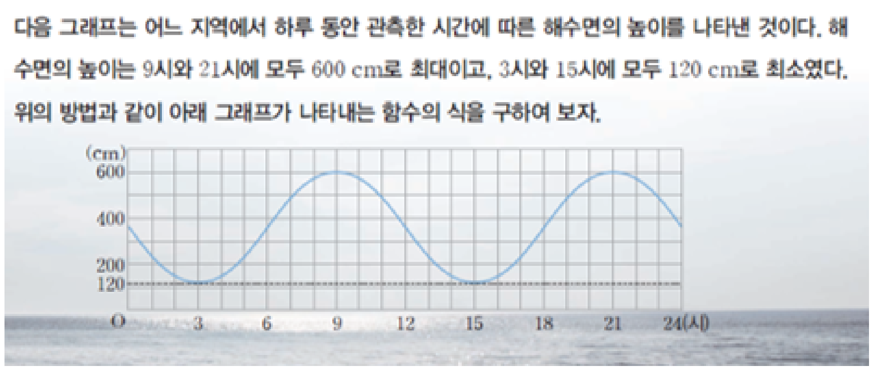
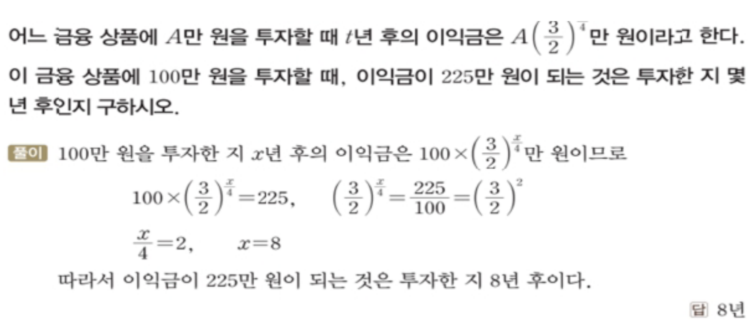

다음 그래프는 어느 지역에서 하루 동안 관측한 시간에 따른 해수면의 높이를 나타낸 것이다. 해수면의 높이는 9시와 21시에 모두 600 cm로 최대이고, 3시와 15시에 모두 120 cm로 최소였다. 위의 방법과 같이 아래 그래프가 나타내는 함수의 식을 구하여 보자.

Figure 2. Textbook task selected by group B for modification (Lew et al., 2023, p. 114).


어느 금융 상품에 A만 원을 투자할 때 t년 후의 이익금은 $A\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{t}{4}}$만 원이라고 한다. 이 금융 상품에 100만 원을 투자할 때, 이익금이 225만 원이 되는 것은 투자한 지 몇 년 후인지 구하시오.

풀이 100만 원을 투자한 지 x년 후의 이익금은 $100\times\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{x}{4}}$만 원이므로

$$100\times\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{x}{4}}=225,\qquad \left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{x}{4}}=\frac{225}{100}=\left(\frac{3}{2}\right)^{2}$$

$$\frac{x}{4}=2,\qquad x=8$$

따라서 이익금이 225만 원이 되는 것은 투자한 지 8년 후이다.

답 8년

Figure 3. Textbook task selected by group C for modification (Koh, 2023, p. 48).

과제, Figure 3은 지수함수를 분석한 C 모둠의 예비교사들이 선택한 고등학교 수학1 교과서 과제이다.

네 번째 단계에서는 수학적 모델링 수업의 설계 및 실행이 진행되었다. 각 모둠은 세 번째 단계에서 변형된 과제를 이용하여 수업을 설계, 실행하였다. 각 모둠의 수업 실행 후에는 수업 실행 중 실행된 수학적 모델링 과제에 대한 자기평가와 동료평가가 이루어졌으며, 이때의 평가틀은 Table 1과 동일하게 주어졌다. 이를 통해 세 번째 단계의 과제 설계에 반영된 수학적 모델링 과정과 수학적 모델링 과제의 특징이 실제 수업 실행 과정에서 유지 혹은 확장, 축소되었는 확인하고자 하였다. 네 번째 단계는 약 3주간 이루어졌다.

3. 자료 수집과 자료 분석

본 연구는 질적 연구 중 사례연구를 따르는 것으로, 연구의 타당성 확보를 위해 자료 수집의 다양화와 다양한 자료의 반복적인 분석을 수행하였다(Creswell, 2016). 먼저, 본 연구를 위해 수집된 자료에는 모둠별 변형 전 과제와 Table 1에 근거한 예비교사의 변형 전 교과서 과제에 대한 과제 분석 결과 보고서과 변형 후 과제에 대한 과제 변형 보고서(Figure 4), 변형된 과제, 예비교사의 수업 실행 전 과정을 녹화, 녹음 및 전사한 자료, 수업 실행에 대한 동료평가지(Figure 5)와 자기평가지(Figure 6) 등이 있다. 전사 자료에서 세 모둠은 각각 A, B, C 모둠으로 기재되었으며 A 모둠의 두 예비교사는 각각 예비교사 1, 2로, B 모둠의 두 예비교사는 각각 예비교사 3, 4로, C 모둠의 세 예비교사는 각각 예비교사 5, 6, 7로 명명하였다.

과제변형을 위해 선택한 교과서 원 과제	
교과서 과제 분석 결과	
과제변형의 의도	
변형된 과제	

Figure 4. Part of the report on task analysis and task modification.

Part 2. 수업 실연에 대한 평가

1. 각 조의 수업 실연안 및 수업 실연 장면을 보고 다음 질문에 대해 평가해주십시오. 수업 실연안을 다 실제 수업에서 구현하지는 못했으므로, 수업 실연에서 드러나지 않은 과정은 실연안을 참조하여 평가하십시오.

모델링 과정	모델링 과정에 대한 설계 혹은 실연된 교수학습 과정에 대한 평가 의견
문제 정의하기	
가정하기	
변수 정의하기	
모델 구축하기	
결과 평가 · 모델의 수정과 반복	
결과 보고하기	

Figure 5. Part of preservice teachers' peer evaluation.

모델링 수업 실연 최종 자기 평가

Part 1. 수업 실연에 대한 평가

1. 자신의 조의 수업 실연 안 및 실연에 대한 동료 및 교수 평가 의견을 읽어보고 자신의 생각을 정리하여 기술해 주십시오.

모델링 과정	동료 및 교수 평가 의견 개조식 요약	평가의견에 대한 내 생각 기록하기
문제 정의하기		
가정하기		
변수 정의하기		
모델 구축하기		
결과 평가 · 모델의 수정과 반복		

Figure 6. Part of preservice teachers' self-assessment.

위와 같이 자료를 수집한 뒤, 각 연구질문에 대응하여 자료를 분석하였다. 먼저, 첫 번째 연구질문과 관련하여 다음의 절차로 자료분석이 이루어졌다. 첫째, 수집한 모든 자료를 읽고 예비교사의 과제 변형 과정 및 결과와 관련한 상황을 파악하였다. 둘째, 분석 대상과 분석 단위를 선정하였다. 첫 번째 연구질문에서는 예비교사의 과제 변형 전략과 초점을 확인하고 변형 전후 과제의 특징을 수학적 모델링 관점에서 분석하고자 한 것으로, 변형 전 과제와 과제 분석 결과 및 변형 후 과제, 그리고 과제 변형 후 과제에 대한 과제 변형 보고서를 분석대상으로 삼았다. 이후 분석대상을 모둠별로 구별한 뒤, 이를 분석 단위로 선정하였다. 셋째, 분석 단위에서 드러난 과제 변형의 초점과 전략을 주제분석법(Braun & Clarke, 2006)을 적용하여 분석하였다. 주제분석법은 분석 자료에서 중요한 특징이나 패턴을 식별하여 주제를 형성한 뒤, 반복적인 검토를 통해 주제와 관련한 의미 있는 분석 결과를 도출하는 연구방법이다(Braun & Clarke, 2006). 주제분석법의 절차를 적용하여, 본 연구에서는 두 명의 연구자가 독립적으로 분석 대상이 되는 자료를 분석 단위별로 검토하고, 예비교사들이 작성한 과제 변형 보고서의 과제 변형 의도를 중심으로 과제 변형의 초점과 전략을 대표할 수 있는 핵심 주제어를 수학적 모델링 과정의 각 단계, 현실성, 개방성과 관련한 측면에서 추출한 뒤, 두 연구자의 분석 결과가 일치하는지 여부를 확인하고, 불일치하는 경우 반복적인 논의와 재분석을 통해 일치된 결과를 도출하고자 하였다, 넷째, 변형 전후 과제의 특징을 Table 1의 루브릭 분석틀을 이용하여 분석한 뒤, 특징의 변화를 확인하였다. 이 역시 두 명의 연구자가 독립적으로 수행한 뒤 결과를 확인하고 재분석하는 과정을 반복하였다. 두 명의 연구자는 Table 1을 이용하여 변형 전후 과제의 특징을 독립적으로 평가하였으며, 평가한 결과를 각자 엑셀 파일에 정리하였다. 이후 정리된 엑셀 파일을 비교하는 과정에서 서로 다른 결과가 확인되면 논의 후 재분석하는 과정을 거쳤다.

다음으로, 두 번째 연구질문과 관련하여 다음의 절차로 자료분석이 이루어졌다. 첫째, 수집한 모든 자료를 토대로 예비교사의 수업 실행과 관련한 상황을 파악하였다. 둘째, 분석 대상과 분석 단위를 선정하였다. 본 연구의 두 번째 연구질문은 예비교사 스스로 변형된 과제를 직접 적용하여 수업을 실행하는 과정에서 과제의 특징이 어떻게 변화하는지 보는 것이다. Henningsen과 Stein (1997)은 과제를 수업 전 계획된 과제와 수업 중 실행된 과제로 구분한 바 있다. 즉, 수업 전 계획된 과제는 수업 중 교사의 발문과 추가적인 개입 등으로 인해 하위 과제가 제공되거나 추가 정보가 제시되는 등의 방식으로 변형될 수 있는 것이다(Kim & Pang, 2005). 예를 들어, 수업 전 '꽃밭의 넓이를 구하기 위한 식과 그 식을 이용한 꽃밭의 넓이를 구하시오.' 과제를 계획했으나 수업 실행 중 교사가 '꽃밭이 원 모양인데, 원의 넓이를 구하는 식이 어떻게 되나요?'라는 발문을 했을 경우, 수업 전 계획된 과제에 비해 수업 중 실행된 과제에는 모델 도출하기 단계가 약화되었다고 볼 수 있다. 본 연구 역시 이들을 따르는 관점에서, 수업 중 실행된 과제를 파악하기 위해 전체 모둠의 수업 실행 과정을 녹화, 녹음, 전사한 자료 및 예비교사의 동료평가지와 자기평가지를 분석대상으로 삼았다. 이후 분석대상을 모둠별로 구별한 뒤, 이를 분석 단위로 선정하였다. 셋째, 모둠별로 진행된 수업에서 예비교사의 발문, 피드백, 자료 제시 등을 종합적으로 확인한 뒤, 예비교사의 그와 같은 교수활동으로 인해 수학적 모델링 과제의 특징이 어떻게 변형되었는지 Table 1의 분석틀을 이용하여 분석하였다. 두 명의 연구자가 독립적으로 자료를 분석한 뒤, 수업 실행 중 교사의 자료 제시나 발문 등으로 과제에 반영된 수학적 모델링 과정의 각 단계나 현실성, 개방성과 같은 특징에 변화가 발생했다고 인지한 부분을 기록하고 Table 1을 적용하여 수업 중 실행된 과제의 특징을 분석하였다. 이후 분석 결과의 일치여부를 확인하고 불일치할 경우 재분석하고 논의하는 과정을 일치할 때까지 반복하였다.

본 연구는 질적연구에 해당하는 사례연구로, 자료 분석과 해석의 타당성을 높이기 위하여 다양한 출처의 자료를 이용하여 연구 결과를 자세하게 기술하고자 하였으며, 연구 결과에 대한 연구참여자 확인을 거쳤다(Andersson et al., 2022). 또한, 연구자들은 과제 변형 전략과 변형 결과, 수업 실행 결과를 이해하고 이들 결과에 담긴 교사교육의 시사점 등을 파악하기 위해 위에서 기술한 연구절차의 각 단계를 순환, 반복하면서 수집한 자료를 반복적으로 분석하는 작업을 수행하였다(Creswell, 2016). 이때, 두 명의 연구자가 독립적으로 자료를 분석하고 일치여부를 확인한 뒤 논의를 반복하는 과정은 두 연구자가 일치되는 결과를 도출하는 과정이자 반복적인 논의를 통해 예비교사의 수업 실행의 특징을 면밀하게 분석하는 과정이기도 하다.

결과 분석

이 장에서는 연구결과로 첫째, 예비교사들이 교과서의 실세계 맥락 과제를 수학적 모델링 과제로 어떻게 변형하는 지에 대하여, 과제 변형의 초점과 전략, 변형 전후 과제의 특징을 통해 확인한다. 과제 변형에는 교사의 지식이 반영되는 바(Stein & Kaufman, 2010), 예비교사의 과제 변형 과정에서 드러나는 과제 변형의 초점과 변형된 과제를 통해 예비교사의 수학적 모델링에 대한 지식을 확인할 수 있을 것이다. 둘째, 수업 실행 과정에서 변형된 과제의 특징을 수학적 모델링 과정과 현실성, 개방성 측면에서 살펴본다. 이를 통해 교과서 과제, 예비교사에 의해 변형된 과제, 수업 중 실행된 과제의 특징이 어떻게 변화하며

왜 변화했는지, 수학적 모델링 관점에서 확인할 수 있을 것이다. 나아가 이와 같은 연구결과는 이후의 논의 과정에서 수학적 모델링 과제 개발과 수업 실행에 대한 예비교사교육과 교사교육의 방향을 제시하는 토대가 될 것이다.

1. 교과서 실세계 맥락 과제의 수학적 모델링 과제로의 변형

(1) 교과서 과제 변형의 초점과 전략

예비교사들은 과제 변형에 앞서 변형 대상이 되는 교과서 과제를 수학적 모델링 관점에서 분석함으로써 과제 변형의 초점을 찾고자 하였다. 예컨대, B 모둠의 두 예비교사는 Figure 2의 과제를 변형하기에 앞서 다음과 같이 과제의 특징을 분석한 뒤, 그 결과를 토대로 과제 변형의 초점과 전략을 모색하였다.

본 과제의 경우 낮은 현실성(①)을 가진다. 해수면의 높이라는 삼각함수의 대표적인 예시를 제시하였으나 '해수면의 높이'라는 소재만 가지고는 학생들에게 문제 해결의 동기를 제공하기 어렵다는 제약을 가지고 있다. 그리고 가정하기(②), 변수 정의하기(③), 결과 평가 및 모델 수정과 반복하기(④)가 부재한다. 주어진 그래프가 나타내는 함수의 식을 구하는데 필요한 매개변수를 모두 제시하여 학생들이 손쉽게 삼각함수의 식을 구할 수 있으므로 모델링 학습에 대해 충분히 생각해볼 기회를 제공하지 않는다. 본 과제는 삼각함수 그래프를 함수의 식으로 나타내는데 필요한 매개변수를 모두 제시하여 y=asin(bx+c)+d라는 함수식(⑤)을 알고 있으면 누구나 손쉽게 과제를 해결할 수 있는 구조를 가졌다. (B 모둠, 과제 분석 결과 보고서에 기재된 변형 전 교과서 과제 분석 결과 중 발췌)

우선 학생들의 공감을 이끌어낼 수 있는 주제를 통해 과제를 구성해야 문제 해결의 동기가 높다는 것을 여러 문제의 예시를 통해 깨닫게 되었기에, 현장체험학습이라는 소재와 접목시켜 학생들이 공감할 수 있도록 현실성을 부여(ⓐ)하였다. 모델링 활동에 있어 학생들이 직접 바다를 선택(ⓑ)하고, 삼각함수의 식을 생각(ⓒ)해볼 수 있도록 과제를 변형함으로써 개방성을 부여(ⓓ)하였다. 그래프의 어떤 수치가 문제 상황을 잘 설명하는지 해석하고 판단하게 함으로써 주요 변수가 명확하지 않은 모델링 과정학습 기회를 부여(ⓔ)하였다. 학생들이 직접 함수를 그려보며 어떤 함수인지 파악하는 과정(ⓒ)을 모델링에 포함시키면 학습 효과가 좋을 것이다. (B 모둠, 과제 변형 보고서에 기재된 과제 변형 의도 중 발췌)

기술한 바에 따르면, B 모둠의 예비교사들은 변형 전 교과서 과제(Figure 2 참고)에 현실성이 충분히 반영되지 못하였으며(①), 학생이 해당 과제를 통해 수학적 모델링 과정의 단계 중 가정하기(②), 변수 정의하기(③), 수학적 모델 도출하기(⑤), 결과 평가 및 모델 수정과 반복하기(④) 단계를 경험하기 어렵다고 분석하였다. 그리고 이와 같은 분석 결과를 토대로, B 모둠의 예비교사들은 수학적 모델링 과제로의 변형의 초점을 과제의 현실성(ⓐ)과 개방성(ⓓ), 그리고 수학적 모델링 과정 중 가정하기(ⓑ), 변수 정의하기(ⓔ), 수학적 모델 도출하기(ⓒ) 단계에 두고, 과제 변형 전략으로 '과제의 현실성 개선, 그리고 과제의 개방성 부여를 통한 가정하기, 변수 정의하기, 수학적 모델 도출하기 단계의 개선'을 계획하였다. 과제에 개방성을 부여함으로써 수학적 모델링 과정을 개선하고자 하는 전략을 택한 것으로 볼 수 있다.

A 모둠과 C 모둠 역시 변형의 대상이 되는 과제를 분석함으로써 과제 변형의 초점을 파악하고 과제 변형 전략을 설정하였다. 아래의 Table 2는 각 모둠의 과제 변형 초점을, Table 3은 과제 변형 전략을 보여준다.

Table 2. The focus of the task modification

The focus of the task modification	Mathematical modeling process							Characteristics of the task	
	Defining the problem statement	Making assumptions	Defining variables	The model	Getting a solution	Analysis and model assessment, iteration	Reporting the results	Reality	Openness
Group	–	B	A, B, C	A, B, C	A	–	C	B, C	A, B, C

Table 3. The strategy of task modification

Group	The strategy of task modification
A	Improvements in defining variables, the model, and getting a solution stages according to the expansion of the openness of the task
B	Improving the reality of the task, and improvements in defining variables and the model stages according to the expansion of the openness of the task
C	The expansion of the openness of the task by reflecting the reality of the task, and improvements in defining variables, deriving mathematical models, and reporting results stages through this

Table 2와 Table 3에 제시된 과제 변형의 초점과 전략에서 다음과 같은 특징을 확인할 수 있다. 첫째, 모든 모둠에서 과제 변형 시 변수 정의하기와 수학적 모델 도출하기 단계, 그리고 개방성에 주목하였음을 알 수 있다. 각 모둠이 이들 요소에 주목한 데에는 과제 분석 결과가 영향을 준 것으로 보인다. 앞서 기술한 B 모둠의 과제 분석 결과와 과제 변형의 초점 및 전략을 살펴보면, 교과서 과제에 현실성이 낮음을 지적(①)하면서 과제 변형 시 현실성 반영(ⓐ)이 필요함을 언급하였으며, 변수 정의하기 단계의 미흡함을 지적(③)하면서 과제 변형 시 변수 정의하기 단계가 개선(ⓑ)될 필요가 있음을 언급하였다. A 모둠과 C 모둠 역시 동일한 경향을 보였는데, 이를 통해 예비교사들이 과제 분석 결과를 토대로 과제 변형의 초점을 모색하였음을 알 수 있다. 더불어, 각 모둠에서 과제 변형을 위해 이들 요소에 공통적으로 주목했다는 점은 예비교사들이 수학적 모델링 과정 중 변수 정의하기와 수학적 모델 도출하기 단계, 그리고 개방성을 수학적 모델링 활동을 위한 요소로 중요하게 인식하고 있음을 보여준다.

둘째, 모든 모둠에서 과제 변형 전략으로 과제의 개방성 개선을 통한 수학적 모델링 과정의 개선을 구상하였다. 각 모둠의 예비교사는 과제 변형을 위해 주목한 여러 요소들의 연계성을 고려하여 과제 변형 전략을 구성하였는데, 이때 주목한 여러 요소 중 과제의 개방성 개선이 변수 정의하기 단계 개선에 영향을 주고 궁극적으로 수학적 모델 도출하기로 이어질 것으로 생각했음을 추측할 수 있다. 더불어, 개방성이 학생으로 하여금 수학적 모델을 직접 찾도록 한다는 점에서 수학적 모델링 과제의 중요한 특징으로 언급된다는 점(Anhalt & Cortez, 2016; Cevikbas et al., 2022)을 고려할 때, 예비교사의 개방성 개선을 통한 과제 변형 전략은 수학적 모델링 과제의 특징을 적절히 반영했다고 볼 수 있다. 다음은 A 모둠이 과제 변형 보고서에 기술한 과제 변형 전략으로, 앞서 살펴본 B 모둠의 과제 변형 전략과 마찬가지로 변수를 정의하는 과정에 개방성을 부여함으로써 다양한 수학적 모델과 결과들이 나올 수 있도록 하였다.

현재의 문제의 경우 잘 구조화되어 있으며, 변수도 명확한 언급을 통해 식과 그래프로 하나의 모델을 제공하고 있다. 모든 변수를 모호하게 만들어 개방성을 부여하도록 한다. 변수를 정하는 데 있어 개방성을 충분히 부여하여 다양한 결과가 나올 수 있도록 한다. (A 모둠, 과제 변형 보고서에 기재된 과제 변형 전략 중 발췌)

셋째, A 모둠을 제외한 두 모둠에서는 과제의 현실성 개선에 주목하였다. B 모둠의 경우 현실성을 학생의 동기 유발 전략으로 제시하였으며, C 모둠의 경우 과제의 현실성 개선을 동기 유발 전략뿐 아니라 개방성 개선과도 연결하여 과제 변형 전략을 구상하는 모습을 보였다. 다음은 이와 관련하여 C 모둠의 과제 변형 보고서에 확인된 과제 변형의 초점과 전략이다.

기존 교과서 과제 자체가 이미 구조화가 잘 되어 있기 때문에 학생들 입장에서는 문제를 정의하고, 진술할 수 있는 기회를 얻지 못한다. 정보가 선별(변수 정의, 변수와의 관계 등)되어 있고, 어떤 값을 찾아야 하는지는 생각하지 않고도 문제를 풀이할 수 있도록 구성되어 있는 것이 한계점이라고 보았다. 문제를 변형할 때에, 학생들이 자신의 용돈을 기준으로 얼마를 저축할 수 있는지를 판단하여 모델을 결정하도록 할 것이다. 이 때 변수를 각자에 맞게 정의할 것이므로, 이 부분에 초점을 두기로 한다. 학생들마다 다른 결과값이 나올 것이며, 문제 풀이 과정에서 다른 변수와 모델을 적용했을 것이므로, 문제 풀이가 끝나면 문제 풀이 과정을 공유하는 시간을 가지도록 한다. 이때 결과 보고 측면에서 개선됨을 볼 수 있을 것이다. (C 모둠, 과제 변형 보고서에 기재된 과제 변형 전략 중 발췌)

C 모둠의 예비교사는 학생들이 자신의 용돈 중 일부를 저축하는 실제 상황을 통해 과제의 현실성을 개선함과 동시에, 다양한 선택을 할 수 있는 실제 상황을 통해 과제의 개방성을 개선하고, 나아가 수학적 모델링 과정을 개선하고자 하였다. 이와 같은 예비교사들의 과제 개선 전략은 과제의 현실성 개선을 통한 수학적 모델링 과제 개발 역량의 향상이 필요하다는 Hwang과

Han (2023b)의 연구결과를 고려할 때 적절한 전략이라고 평가할 수 있다.

넷째, 세 모둠 모두 과제 변형의 초점과 전략 모색 과정에서 문제 진술 정의하기 단계와 결과 평가 및 모델 수정과 반복하기 단계에 주목하지 않았다. 문제 진술 정의하기는 개방성을 특징으로 하는 수학적 모델링 과제를 파악하고 구체화하는 단계로, 수학적 모델링 과제를 해결하기 위한 첫 단계이기도 하다. 결과 평가 및 모델 수정과 반복하기 역시 개방성으로 인해 도출될 수 있는 다양한 수학적 모델과 결과들을 검토하는 과정으로, 순환성이라는 측면에서 다른 과제의 해결 과정과 구별되는 수학적 모델링 과제의 특징이라고 할 수 있다. 특히, Krawitz 외 (2021)는 문제 진술 정의하기가 학생들로 하여금 과제 속 상황을 이해하게 하여 과제 해결의 흥미를 높인다는 점에서 중요한 역할을 한다고 언급한 바 있으며, Borromeo Ferri (2018)는 교사가 학생에게 수학적 모델링 과정을 스스로 타당화하는 경험을 제공하는 것이 필요함을 강조한 바 있다. 이러한 측면에서, 예비교사들이 문제 진술 정의하기와 결과 평가 및 모델 수정과 반복하기 단계에 주목하지 않은 것은 이들 두 단계의 중요성에 대한 인식이 부족하거나 혹은 수학적 모델링 과제의 해결 과정에 대한 이해가 부족했음을 보여준다.

(2) 과제 변형 결과 및 변형된 수학적 모델링 과제의 특징 변화

앞서 살펴본 과제 변형의 초점과 전략에 기반하여 각 모둠의 예비교사는 교과서 과제를 변형하였다. Figure 7, Figure 8, Figure 9은 각각 A, B, C 모둠에 의해 변형, 개발된 수학적 모델링 과제이다.

A중학교 학생회에서는 지역축제에 자원봉사활동으로 호떡을 판매하여 얻은 수익금으로 불우 이웃을 돕기로 하였다. 행사비를 담당한 연우는 판매수익을 알아보기 위하여 다음과 같은 자료를 통해 총 수입과 총 비용을 구하여 판매수익을 찾아보기로 하였다. (※ 행사비는 50만원이다.)

○ 호떡 레시피 (15장 기준)
- 물 200ml - 식용유 24g - 설탕 40g - 이스트 12g
- 중력분(밀가루) 480g - 소금 2g - 황설탕 200g - 다진호두 40g

○ 재료 가격 (쿠팡 로켓배송 기준)
- 중력분 6kg, 9,000원 - 소금 1kg, 7,800원
- 황설탕 3kg, 6,400원 – 다진 호두 1kg, 12,500원

1. 판매수익을 알아보기 위해 무엇을 생각해야 하는가?
2. 판매이익을 그래프로 나타내 보아라.
3. 재료를 호떡믹스로 바꾼다면 어떠한 변화가 있겠는가? (호떡 믹스 1,600g 15,000원/32장 기준/물과 식용유 사용량은 동일하다.)
4. 그래프를 통해 원하는 기부금을 정해보자.

Figure 7. Mathematical modeling task developed by group A.

인천고등학교 2학년 1반은 1학기 기말고사가 끝난 후 여름 현장체험학습으로 바닷가에 놀러가서 즐거운 시간을 보내기로 하였다. 아직 어느 바다로 체험학습을 갈 지는 정해지지 않았는데 현장체험학습 장소로 희망하는 바다를 3개 선택하고 어디로 현장학습을 가면 좋을지 수학적 모델링 과정을 통해 결정해 보자.

1. A, B, C 바다 중 어느 바다가 가장 안전하고, 오랫동안 놀 수 있을지 조원과 토론해보자
2. 조별로 해당 바다를 선택한 이유를 발표해보자.

Figure 8. Mathematical modeling task developed by group B.

적금 만기 기간을 조정할 수 있다고 가정하고, 가지고 싶은 고가의 물건이나 가고 싶었던 여행을 떠올려보자. 해당 적금을 통해 돈을 모아 물건을 구입하거나 여행을 떠난다고 할 때, 얼마의 시간 동안 적금을 가입해야 할까? 자신의 결과값에 대하여 친구들과 공유해보자.

Figure 9. Mathematical modeling task developed by group C.

각 모둠의 변형 전, 후 과제의 특징을 수학적 모델링 과정과 현실성, 개방성 측면에서 분석한 결과는 Table 4와 같다. Table 2에 제시된 각 모둠의 예비교사들이 주목한 과제 변형의 초점과 비교해보면, 각 모둠의 과제 변형이 실제로 과제 변형의 초점을 적절하게 반영했는지 보여준다. 과제의 변형을 통해, A 모둠은 변수 정의하기, 수학적 모델 도출하기 단계와 과제의 개방성을, B 모둠은 가정하기, 변수 정의하기, 수학적 모델 도출하기 단계와 과제의 현실성, 개방성을, C 모둠은 변수 정의하기, 보고하기 단계와 과제의 현실성, 개방성을 개선하였음을 알 수 있다.

Table 4. Characteristics of tasks before and after the modification for each group

Characteristics of tasks before and after the modification	Mathematical modeling process							Characteristics of the task	
	Defining the problem statement	Making assumptions	Defining variables	The model	Getting a solution	Analysis and model assessment, iteration	Reporting the results	Reality	Openness
Group A									
Before	0	0	0	0	0	0	0	2	0
After	0	1	1	1	1	0	0	2	2
Group B									
Before	0	0	1	1	0	0	0	1	0
After	0	2	2	2	2	0	0	2	2
Group C									
Before	0	0	0	0	0	0	0	1	0
After	0	1	2	2	2	0	2	2	2

각 모둠의 변형된 과제(Figure 7, Figure 8, Figure 9 참고)와 Table 4의 과제 분석 결과를 중심으로 각 모둠의 변형 전, 후의 과제의 특징을 종합적으로 살펴보면, 각 모둠이 과제 변형 시 초점을 둔 요소를 중심으로 과제가 개선되었음을 알 수 있다. 이를 구체적으로 살펴보면 다음과 같다.

첫째, 모든 모둠에서 과제의 개방성이 개선되었다. 개방성 개선은 모든 모둠에서 선택한 과제 변형 전략으로, 각 모둠에서는 수학적 모델 구성에 반영되는 변수에 따라 도출되는 수학적 모델과 결과가 달라지도록 함으로써 과제의 개방성을 개선하였다. 그 결과, 각 모둠의 과제 모두 변형 전 개방성을 경험할 수 있는 기회가 제공되지 않았다는 평가(0점)를 받은 것과 달리 변형 후 개방성 경험의 기회가 충분히 제공되었다는 평가(2점)를 받았다. 구체적으로, C 모둠의 경우, 투자금액과 이율이 모두 주어진 변형 전 과제와 달리 변형 후 과제는 학생에게 직접 적금의 이율과 적금 만기 기간, 투자 금액까지 결정할 수 있게 함으로써 과제의 개방성을 반영하였다. 이와 관련하여 C 모둠의 예비교사5는 과제 변형 보고서에 “일상에서 있을 법한 사례로 접근함으로써 현실성과 개방성을 강화하고자 하였다.”고 기술하였다.

둘째, 수학적 모델링 과정의 변수 정의하기와 수학적 모델 도출하기 단계가 개선되었다. 이들 두 단계 역시 각 모둠에서 과제 변형 시 주목한 요소로, Table 4의 결과는 각 모둠의 과제 변형 전략이 적절하게 반영되었음을 보여준다. 실제로, A 모둠의 경우, 호떡 판매 개수와 수익금이라는 변수가 이미 주어진 변형 전 과제와 달리, 변형 후 과제에서는 판매수익을 알기 위해 고려해야 할 변수를 스스로 결정해야 하는 등 변수 정의하기 단계를 경험할 수 있는 기회가 주어졌다. 또한, 함수의 식과 그래프가 주어졌던 변형 전 교과서 과제와 달리, 변형 후 과제에서는 함수의 식을 학생 스스로 구해야 하는 등 수학적 모델 도출하기 단계

를 경험할 수 있는 기회가 주어졌다. 변수 정의하기 단계와 수학적 모델 도출하기 단계의 개선은 수학적 결과가 다양하게 도출될 수 있도록 함으로써 수학적 결과 도출하기 단계의 개선으로도 이어졌다. 이와 같은 과제의 변형 결과는 앞서 A 모둠 예비교사가 언급한 과제 변형 전략이 적절하게 수행되었음을 보여준다. A 모둠의 예비교사2 역시 “과제 변형 전의 경우 그래프와 식을 통한 수학적 모델과 변수가 모두 주어져 있어 사실상 한 번의 연립방정식 풀이만으로 답을 찾을 수 있는 과제였다면, 변형된 후에는 변수를 모두 학생이 정하고 수학적 모델링도 직접 찾아보도록 유도하는 과제가 되었다.”고 변형된 과제를 평가하였다.

셋째, 과제의 현실성이 개선되었다. 구체적으로, B 모둠은 ‘해수면의 높이’라는 변형 전 과제의 맥락을 ‘체험학습 장소로서의 바다’로 변형하였으며, 변형된 과제는 과제 해결의 주체인 고등학생에게 좀 더 현실성 있는 과제가 되었다. 또한, C 모둠의 경우 ‘금융상품’이라는 과제의 맥락을 ‘학생이 가지고 싶은 물건이나 가고 싶은 여행을 위한 적금’으로 변형하면서, 과제 해결의 주체가 되는 고등학생에게 좀 더 현실성 있는 과제를 개발하였다. 이와 관련하여, B 모둠에 의해 변형된 과제에 대해 동료 예비교사6은 “기존 과제의 큰 소재였던 ‘해수면의 높이’는 그대로 유지하되, 단순히 해수면의 높이만 제시하여 학생들의 공감을 이끌어내지 못했던 기존 과제와 달리 변형된 과제의 경우 이를 현장체험학습과 접목시켜 ‘해수면의 높이가 바닷가의 여가 활동에 주는 영향’에 대하여 생각해보도록 함으로써 기존 과제가 가지고 있던 현실성에 대한 단점을 보완하였다.”하고 평가하였다. 이와 같은 결과는 수학적 모델링 과제의 현실성이 현실 세계를 반영할 뿐 아니라 학생에게 의미 있는 상황이어야 한다는 Hwang과 Han (2023b), Jung 외 (2020)의 제언과도 일치하는 것으로, 예비교사의 현실성 개선이라는 과제 변형 전략이 적절하게 수행되었음을 보여준다.

한편, 각 모둠이 과제 변형 시 주목하지 않았던 요소의 경우, 수학적 결과 얻기 단계를 제외한 요소는 과제 변형을 통해 개선되지 않았다. 구체적으로, 문제 진술 정의하기와 결과 평가 및 모델 수정과 반복하기 단계의 경우, 변형 전 교과서 과제에 적절히 반영되지 못하였음에도 과제 변형 시 모든 모둠에서 주목하지 않았으며(Table 3 참고), 이는 실제 과제 변형에도 반영되지 못하는 결과로 이어졌다. 이와 같은 과제 변형에 대한 분석 결과는 과제 변형의 초점과 전략의 구사가 실제 과제 변형에 영향을 미치며, 수학적 모델링 과제 변형의 과정에서 과제 변형의 초점과 전략 모색이 중요함을 보여준다.

2. 수업 중 실행된 수학적 모델링 과제의 특징 변화

예비교사의 수업 중 실행된 수학적 모델링 과제를 수학적 모델링 과정과 현실성, 개방성 측면에서 분석한 결과는 Table 5와 같다. 이를 앞 절의 Table 4에 제시된 과제 변형 시 개선된 수학적 모델링 과정 혹은 과제의 특징과 비교하면, 각 모둠에서 과제 변형을 통해 개선한 요소가 실제 수업 실행에서도 유지되었는지 보여준다. 수업 실행 과정에서, A 모둠의 경우 변수 정의하기, 수학적 모델 도출하기, 개방성의 학습 기회는 유지하였으나 가정하기의 학습기회를 약화시켰으며, B 모둠의 경우 현실성 외에 과제 변형을 통해 개선된 나머지 요소의 학습 기회를 약화시켰으며, C 모둠의 경우 결과 보고하기와 현실성 외에 과제 변형을 통해 개선된 나머지 요소의 학습 기회를 약화시켰다. 아래에서는 과제 변형을 통해 개선된 과제가 실제 수업에서 어떻게 실행되었는지 구체적으로 살펴본다.

Table 5. Characteristics of the planned and implemented tasks for each group

Characteristics of the planned and implemented tasks	Mathematical modeling process							Characteristics of the task	
	Defining the problem statement	Making assumptions	Defining variables	The model	Getting a solution	Analysis and model assessment, iteration	Reporting the results	Reality	Openness
Group A									
Planned	0	1	1	1	1	0	0	2	2
Implemented	0	0	1	1	1	0	2	2	2
Group B									
Planned	0	2	2	2	2	0	0	2	2
Implemented	0	0	1	1	1	0	2	2	1
Group C									
Planned	0	1	2	2	2	0	2	2	2
Implemented	0	0	1	1	1	0	2	2	1

첫째, 과제 변형을 통해 개선된 현실성은 실제 수업에서도 유지되는 등 수업 실행 과정에서 과제의 현실성이 적절히 반영되었다. 대부분의 동료평가에서는 변형된 과제에 반영된 현실성이 수업 실행에서도 잘 드러났다고 평가하였으며, 일부 동료평가에서는 예상한 것보다 수업 진행 과정에서 현실성이 더욱 부각되었다고 평가하기도 하였다. 이와 관련하여 B 모둠의 경우, 언어적으로 기술한 과제의 상황을 유튜브 영상을 활용하여 그 맥락을 더욱 풍부하게 안내함으로써 과제의 현실성을 강화하기도 하였다. 현실성이 학생의 흥미를 유발하여 과제 참여를 독려하고 과제 맥락에 대한 이해를 높이는 등의 효과를 가진다(English, 2006)는 점을 고려할 때, 예비교사의 수업 실행은 과제의 현실성 보완 측면에서 적절하였다고 볼 수 있다.

둘째, 과제의 개방성과 변수 정의하기 단계, 수학적 모델 도출하기 단계, 수학적 결과 얻기 단계의 경우, 수업 실행 과정에서 학생의 학습 기회가 일부 제한되기도 하였다. 앞 절의 Table 2와 Table 4에서 확인하였듯이, 각 모둠에서는 교과서 과제의 문제점으로 과제의 개방성을 공통적으로 언급하였으며, 과제 변형 전략으로 과제의 개방성 개선을 우선적으로 제시하고 그에 따라 과제를 변형하였다. 특히, 개방성 개선을 통해 변수 정의하기를 개선함으로써 이후의 수학적 모델링 과정을 개선하고자 하였다. 하지만, 실제 수업에서는 교사의 적극적인 개입으로 인해 변수 정의하기 활동이 제한되기도 하였으며 이로 인해 과제의 개방성 역시 제한되는 결과가 초래되기도 하였다. 예컨대, B 모둠에 대한 동료평가에서 예비교사1은 "교사가 제공한 해수면의 그래프를 보고 삼각함수 외 다른 함수를 떠올리기 어렵다는 점에서는 모델 수정의 학습 기회가 충분히 제공되기 어렵다."라는 평가를, 예비교사6은 "삼각함수를 추측할 수 있는 발문을 해서 학생 입장에서 생각할 수 있는 기회를 제한하였다."라는 평가를 하였다. B 모둠의 경우 학생에게 체험학습을 갈 바다를 선택할 때 안전성을 위해 해수면의 조수간만의 차 등을 고려해야 함을 언급하면서 바다의 해수면의 높이를 안내하는 사이트를 안내하였는데, 이 과정에서 해수면의 높이를 보여주는 그래프가 삼각함수의 그래프와 유사한 형태를 보임으로써 과제에 주어진 개방적인 상황을 축소한 것이다. 또한 "반복되면서도 최댓값과 최솟값을 가지는 함수가 무엇이 있죠?"라는 발문을 통해 과제 해결을 위해 필요한 함수가 삼각함수임을 추측할 수 있게 하였다. 이와 같은 수업 실행 사례는 예비교사가 학생에게 학습 기회를 제공하려는 의도가 있음에도, 수학적 모델링 교수 역량의 부족 등으로 인해 과제 설계 시 의도한 활동이 실행되지 못하고 궁극적으로 학생에게 제한적인 학습 기회를 제공할 수 있음을 보여준다. 다음은 이와 관련한 B 모둠의 수업 실행에서 교사 역할을 맡은 예비교사3 발언의 일부이다.

여기 사이트에 접속하면 스마트 조석경보라고 되어 있거든요? 들어가서 이제 자기가 가고 싶은 바다의 해수면 데이터를 모둠별로 상의를 해서 엑셀 데이터를 다운로드 해 볼게요. (중략) 우리 그럼 다시 한 번 아까 전에 사이트에 접속을 해서 바다를 선택하면 이번엔 그래프로 나와 있는 것을 볼 수가 있을 거예요. 그럼 그래프가 어떻게 나와 있는지 한 번 볼까요? 네, 이렇게 보면 아까 엑셀 데이터들이 이렇게 그래프로 나와있는 것을 볼 수가 있답니다. 그러면 이제, 그래프에서 우리가 특징을 한 번 찾아보고 싶은데 혹시 그래프들을 보고 어떤 특징이 있는지 말해볼 수 있는 학생이 있을까요? (중략) 반복되면서도 최댓값과 최솟값을 가지는 함수가 무엇이 있죠? (예비교사3, 수업 실행에서의 발문 중 발췌)

B 모둠에서 자료의 과도한 사용과 개입으로 인해 과제의 개방성과 수학적 모델 도출하기 단계의 수행을 제한하였다면, C 모둠에서는 과도한 발문과 개입으로 인해 과제의 개방성과 변수 정의하기 단계의 수행을 제한하기도 하였다. 이와 관련하여 예비교사4는 C 모둠의 수업에 대해 "어떤 물건을 구매할지, 총 얼마를 모아야 하는지, 얼마를 적금할 수 있는지 등의 하위 과제의 질문을 통해서 학생들이 스스로 생각할 수 있는 요소들을 구체적으로 제시하였다는 점에서 아쉬움이 있다."는 동료평가를, 예비교사2는 "하위 과제를 너무 친절하게 구성한 나머지(어떤 물건을 구매할지, 총 얼마를 모아야 할지, 얼마를 적금할 수 있는지, 얼마 동안 적금을 들어야 할지 등) 학생들이 문제 해결을 위해 생각해내야 할 가정들을 너무 노골적으로 제시하였다."는 동료평가를 남겼다. 이는 교사의 적절한 개입의 수준을 예비교사가 파악하지 못함으로 인해 나타난 결과로 보인다. C 모둠의 예비교사5 역시 수업 실행에서 변수 정의하기 단계와 개방성에 대한 학습의 기회가 제한되었음을 인지하고 다음과 같은 자기평가를 하였다.

학생들의 이해도를 체크하기 위하여 교사의 발화에 대입해야 하는 데이터의 종류를 제시하게 되었는데, 이 부분에서 학생의 생각의 자율을 약화시킨 것으로 보여 아쉽다. 데이터 종류도 모둠 토의를 통해 생각해 볼 수 있도록 수정하면 더 좋을 것 같다. (예비교사5, 자기평가 중 발췌)

알고리즘 과제와 달리 다양한 답을 도출해낼 수 있는 개방성을 갖는 수학적 모델링 과제는 학생 스스로 가정을 설정하게 함으로써 문제 해결 과정에서 학생의 참여와 자율성을 강화한다(Kaiser & Schukajlow, 2022). 예컨대, 학생은 가능한 다양한

답 중에서 어떠한 답이 가장 적절한지 스스로 고민하고 동료와 논의하는 등 과제 해결 과정에 적극적으로 참여하게 되는 것이다. English (2006) 역시 학생이 수학적 모델링 과제를 해결하는 과정에서 의사결정에 참여하고, 추론을 정당화하며, 가정을 설정하거나 문제를 제기하는 등의 활동을 통해 학생 스스로 과제 해결에 적극적으로 참여할 수 있는 기회를 갖게 된다고 하였다. 이처럼 수학적 모델링 개방성이 가지는 의미를 고려할 때, 예비교사들의 수업 실행은 설계된 수학적 모델링 과제의 학습 기회를 축소하였다고 볼 수 있다.

셋째, 결과 보고하기 단계의 경우, 과제 변형 시 해당 단계를 개선한 과제를 제시한 C 모둠 외에 해당 단계를 개선하지 않은 A 모둠과 B 모둠도 수업 실행 과정에서 결과 보고하기 단계에 대한 학습 기회를 제공하였다. 이는 모든 모둠에서 수학적 모델링 과제 해결의 결과물을 발표하도록 수업을 실행한 것에 따른다. 결과 보고하기 단계는 동일한 과제에 대한 다양한 풀이와 결과를 공유할 수 있게 해준다는 점에서 다양한 수학적 아이디어를 파악할 수 있는 기회를 제공한다(Blomhøj & Jensen, 2003). 예비교사의 수업 실행을 통해 결과 보고하기 단계의 개선은 비록 과제의 변형 혹은 개발 단계에서 제한된 학습 기회 일지라도 교사의 적절한 교수법 적용 등을 통해 수업 실행 과정에서 개선될 수 있음을 보여준다.

넷째, 모든 모둠에서 과제 변형을 통해 개선되지 않았던 문제 진술 정의하기, 결과 평가 및 모델 수정과 반복하기 단계는 수업 실행 과정에서도 개선되지 못하였다. 이는 예비교사들이 결과 평가 및 모델 수정과 반복하기 단계의 중요성을 인식하지 못하고 있으며, 더불어 해당 단계를 수업에서 어떻게 구현할 지에 대한 이해와 역량이 부족함을 보여준다.

위의 결과를 종합하면, 수업 실행 과정에서 일부 개선되는 수학적 모델링 과정의 단계가 존재하기는 하지만, 대부분의 수학적 모델링 과정의 단계가 수업 실행 과정에서 제한되는 경향을 보였다. 수학적 모델링 과제를 해결하기 위해 요구되는 복잡한 과정의 각 단계는 곧 수학적 모델링 역량의 하위 역량을 나타내는 것으로(Cevikbas et al., 2022; Gravemeijer & Doorman, 1999), 학생들은 모든 단계를 고르게 내포하는 수학적 모델링 과제를 경험하는 과정에서 수학적 모델링 역량을 개발할 수 있다(Abassian et al., 2020; Song et al., 2023). 수학적 모델링 교수의 중요한 목표 중 하나가 학생의 수학적 모델링 역량을 향상시키는 것임을 고려할 때(Geiger et al., 2022), 수학적 모델링 과정의 각 단계가 반영될 수 있도록 과제를 설계하고 실행하는 것이 필요하다.

결론 및 논의

본 연구에서는 중등예비교사의 수학적 모델링 교수 역량 강화를 위한 프로그램을 설계 및 운영한 뒤, 수학적 모델링 과제 변형 및 수업 실행과 관련한 중등예비교사의 수행을 분석하였다. 그 결과 첫째, 예비교사는 수학적 모델링 과제 분석 결과에 기반하여 과제 변형의 초점과 전략을 수립하고 수립한 전략에 비추어 과제를 변형함을 확인하였다. 둘째, 대부분의 모둠에서 개방성 개선을 통한 변수 정의하기와 수학적 모델 도출하기 단계를 개선하는 전략을 구성하는 등 과제 변형 시 개방성과 변수 정의하기 및 수학적 모델 도출하기 단계에 초점을 두었으며, 그 외의 요소에는 크게 주목하지 않았음을 확인하였다. 셋째, 과제 변형을 통해 개선된 과제의 현실성은 예비교사의 수업 실행 과정에서 더욱 개선되었지만, 각 모둠에서 과제 변형 시 주목하였던 개방성과 변수 정의하기, 수학적 모델 도출하기 단계의 경우 다시 제한되기도 한다는 점을 확인하였다. 이상과 같은 연구결과를 토대로, 본 연구의 의의를 다음과 같이 요약할 수 있다.

첫째, 수학적 모델링 교사교육에 관한 실제적 연구를 수행했다는 의의를 갖는다. 여러 연구에서 수학적 모델링 연구의 시사점 혹은 제언으로 교사교육의 필요성을 강조하고 있음에도 불구하고, 실제 교사교육 프로그램이 구현되어 분석된 연구는 매우 제한적이다(Hwang & Han, 2023a). 이는 국내외 연구 모두에 해당하는 것으로, 수학적 모델링 교사교육의 어려움을 보여주는 것이기도 하다. 이러한 측면에서, 본 연구는 예비교사들이 실제로 과제를 변형하여 개발하고, 수업을 실행하는 과정을 안내하고 있다는 점에서 의의를 갖는다. 특히, 국내 연구의 경우, 수학적 모델링 과제 변형과 수업 실행을 진행했다는 점에서 교사의 과제 변형을 통한 교사교육을 보여준 Jung (2023)의 연구를 수업 실행 측면에서, 교사의 과제 변형과 수업 실행을 통한 수학적 모델링 교수 역량의 강화 과정을 분석한 Jung과 Lee (2021)의 연구를 예비교사 측면에서 확장, 보완한 연구라고 할 수 있다.

둘째, 예비교사들이 교과서의 실세계 맥락 과제를 수학적 모델링 과제로 변형한 결과와 변형된 과제를 수업 중 실제로 실행한 결과에 대해 루브릭이 반영된 분석틀을 동일하게 적용하여 분석함으로써, 예비교사의 과제 설계와 적용 과정에서 과제에 반영된 수학적 모델링 과제의 특징이 변화하는 과정을 확인할 수 있었다. 특히, 과제 변형을 통해 개선된 과제의 개방성과 변수 정의하기, 수학적 모델 도출하기 단계가 수업 실행 과정에서 예비교사의 직접적인 조언과 자의적인 개입(Borromeo Ferri, 2018; Leiß & Tropper, 2024) 등으로 쇠퇴하는 과정을 확인할 수 있었는데, 과제 변형의 주체와 실행의 주체가 동일한 예비교사라는 점에서 예비교사가 수학적 모델링 수업 실행과 관련한 역량(Borromeo Ferri, 2018)이 부족함을 확인할 수 있었다. Henningsen과 Stein (1997)은 교사가 의도한 과제의 수준이 실제 수업 실행 과정에서 쇠퇴하는 현상의 원인과 관련하여 수업 중 교사의 적절한 개입과 스캐폴딩이 부족했음을 지적한 바 있다. 본 연구결과는 Henningsen과 Stein (1997)의 주장을 뒷받침함과 동시에 수학적 모델링 관점으로 확장한다.

셋째, 예비교사의 과제 변형 전략으로부터 예비교사들이 수학적 모델링 과정 및 수학적 모델링 과제의 특징에 대하여 갖는 인식을 파악할 수 있었다. 예비교사는 과제 변형 과정에서 개방성에 지속적으로 주목하였으며, 개방성 개선을 통해 수학적 모델링 과정 개선을 모색하였다. 이는 예비교사들이 수학적 모델링 과제의 중요한 특징으로 개방성에 주목하고 있음을 보여준다. 다만, 수학적 모델링 과제의 개방성이 수학적 모델링 과제의 중요한 특징으로 언급된다는 점(Anhalt & Cortez, 2016; Cevikbas et al., 2022)에서 개방성에 대한 예비교사의 인식은 적절하지만, 과제 변형 전략이 개방성과 수학적 모델링 과정의 몇 개 단계에 한정되었다는 사실은 예비교사의 수학적 모델링 과정에 대한 부족한 인식을 보여주는 것이기도 하다. 특히, 문제 진술 정의하기와 결과 평가 및 모델 수정과 반복하기 단계에 대한 인식이 부족함을 보였는데, 이에 대해서는 후속 연구를 통한 원인 파악 및 대응 전략 모색이 추가로 요구된다.

본 연구를 통해 확인할 수 있는 향후 수학적 모델링과 관련한 예비교사와 교사교육에의 시사점은 다음과 같다. 첫째, 루브릭 반영 분석틀에 기반한 과제 분석, 변형 및 실행이 일체화된 교사교육이 필요하다. 본 연구에서 루브릭 반영 분석틀에 기반한 과제 분석은 예비교사로 하여금 과제 수정의 초점과 전략을 설정하도록 함으로써, 이후 진행된 과제 변형의 어려움을 극복하는데 도움을 주었다. Song 외 (2023)는 수학적 모델링 과제 변형을 위해 교사에게 과제 변형 가이드가 제공되어야 함을 주장한 바 있다. 본 연구는 이를 지지하며, Song 외 (2023)가 제안한 과제 변형 가이드가 과제 분석과 변형을 연결할 수 있는 루브릭의 형태로 제공되어야 함을 제안한다. 한편, 개발된 과제는 실제 수업에서 적절하게 활용될 때 의미를 가지며, 이는 수학적 모델링 수업에서도 마찬가지이다. 이와 관련하여 Barquero와 Jessen (2020) 역시 수학적 모델링 수업의 실행에 수학적 모델링 과제의 설계 원리가 반영되어야 함을 주장하였으며, Kaiser와 Schukajlow (2022)는 적절한 과제와 함께 교사의 수업 실행 활동을 안내하는 가이드가 필요함을 주장하였다. 본 연구는 이와 같은 가이드로 수학적 모델링 과제의 분석 및 개발 틀과 동일한 틀을 제안한다. 또한 과제와 수업의 연결성을 위한 교사교육의 방향으로 해당 틀을 이용한 수업 실행 분석을 제안한다. 특히, 루브릭을 통해 좀 더 구체적인 평가가 이루어진다면, 수학적 모델링 수업 실행에서의 취약점을 분석하고 개선하는 데 도움이 될 것이다. 나아가, 교사의 수학적 모델링 수업 준비와 실행에 이르는 과정을 일관성 있게 평가함으로써 향후 수학적 모델링 수업 개선에 기여할 수 있을 것이다

둘째, 이론과 실제가 융합되고 잘 구조화된 프로그램에 따른 교사교육이 필요하다. 학교수학에서 수학적 모델링 수업이 제한적으로 이루어지고 있음은 잘 알려진 사실이다. 이미 여러 연구자들(Borromeo Ferri, 2018; Choi, 2017; Han & Hwang, 2023)은 이에 대한 원인으로 수학 교사의 수학적 모델링에 대한 이해와 적용의 어려움을 지적함과 동시에 이해와 적용이 반영된 수학적 모델링 교사교육의 필요성을 주장하였다. 본 연구의 결과 역시 이러한 의견을 뒷받침한다. 본 연구에서 예비교사들이 결과 평가 및 모델 수정과 반복하기 단계에 주목하지 않은 것은 해당 단계의 중요성을 인식하지 못하였거나 해당 단계를 반영하기 위한 전략이 부재했음을 보여주는 것으로, 향후 교사교육에서 이에 대한 이론적인 안내가 필요함을 보여준다. 또한 수업 실행 과정에서 수학적 모델링 과정의 여러 단계와 개방성의 특징이 약화된 것은 교수학적 전략의 부재를 보여주는 것으로, 야후 교사교육에서 이에 대한 이론적인 안내와 실습이 필요함을 보여준다. 종합하면, 수학적 모델링 수업을 위한 교사교육으로 이론과 실제가 적절하게 융합된 프로그램이 필요하다.

수학적 모델링에 대한 제한된 교사교육은 학교수학의 일상적인 수업에서 수학적 모델링 활동을 제약하는 원인이 되며 (Vorhölter et al., 2019), 학생에게 제공되는 수학적 모델링 학습 기회의 수준과 범위는 수학적 모델링에 대한 교사의 지식에 따라 달라진다(Jung et al., 2019). 이처럼 수학적 모델링 교사교육의 중요성과 필요성에 대한 여러 연구의 제언에도 불구하고 교사교육 연구가 활발히 진행되지 못하고 있다는 Hwang과 Han (2023a)의 연구결과는 향후 수학적 모델링에 대한 연구가 과제 분석과 학생 활동에 대한 분석을 넘어 교사의 교수활동에 대한 연구로 확장되어야 함을 보여준다. 본 연구가 향후 수학적 모델링 교사교육에 기여할 수 있기를 기대한다.

ORCID

Hye-Yun Jung: https://orcid.org/0000-0002-7465-0482
Jihyun Lee: https://orcid.org/0000-0002-1429-7744

Conflict of Interest

The authors declare that they have no competing interests.

Acknowledgements

This work was supported by Incheon National University Research Grant in 2023.

References

Alhammouri, A. M., & DiNapoli, J. (2023). Secondary teachers' perspectives on mathematical modeling and modeling mathematics: Discovery, appreciation, and conflict. *Research in Mathematical Education, 26*(3), 203-233.

Alwast, A., & Vorhöelter, K. (2022). Measuring pre-service teachers' noticing competencies within a mathematical modeling context-an analysis of an instrument. *Educational Studies in Mathematics, 109*(2), 263-285.

Andersson, A., Ryan, U., Herbel-Eisenmann, B., Huru, H. L., & Wagner, D. (2022). Storylines in public news media about mathematics education and minoritized students. *Educational Studies in Mathematics, 111*(2), 323-343.

Anhalt, C. O., & Cortez, R. (2016). Developing understanding of mathematical modeling in secondary teacher preparation. *Journal of Mathematics Teacher Education, 19*, 523-545.

Baek, D. H., & Lee. K. H. (2018). Role and significance of abductive reasoning in mathematical modeling, *Journal of Educational Research in Mathematics, 28*(2), 221-240.

Barquero, B., & Jessen, B. E. (2020). Impact of theoretical perspectives on the design of mathematical modelling task. *Avances de Investigación en Educación Matemática, 17,* 98-113.

Berget, I. K. L. (2022). Mathematical modelling in textbook tasks and national examination in Norwegian upper secondary school. *Nordic Studies in Mathematics Education, 27*(1), 51-70.

Bliss, K. M., Kavanagh, K. R., & Galluzzo, B. J. (2019). *GAIMME—guidelines for assessment & instruction in mathematical modeling education*. Society for Industrial and Applied Mathematics.

Blomhøj, M., & Jensen, T. H. (2003). Developing mathematical modelling competence: Conceptual clarification and educational planning. *Teaching Mathematics and Its Applications, 22*(3), 123-139.

Blum, W. (2015). Quality teaching of mathematical modelling: What do we know, what can we do? In S. J. Cho (Ed.), *The proceedings of the 12th international congress on mathematical education - Intellectual and attitudinal challenges* (pp. 73-96). Springer.

Borromeo Ferri, R. (2007). Modeling from a cognitive perspective: Individual modeling routes of pupils. In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (Eds.), *Mathematical modeling: Education, engineering and economics* (pp. 260-270). Horwood.

Borromeo Ferri, R. (2018). *Learning how to teach mathematical modeling in school and teacher education*. Springer.

Braun, V., & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative research in psychology, 3*(2), 77-101.

Burkhardt, H. (2018). Ways to teach modelling. A 50 year study. *ZDM Mathematics Education, 50*(1-2), 61-75.

Cai, J., Cirillo, M., Pelesko, J., Bommero Ferri, R., Borba, M., Geiger, V., Stillman, G., English, L. D., Wake, G., Kaiser, G., & Kwon, O. (2014). Mathematical modeling in school education: Mathematical, cognitive, curricular, instructional, and teacher education perspectives. In P. Liljedahl, C. Nicol, S. Oesterle, & D. Allan (Eds.), *Proceedings of PME38. Vol. 1.* (pp. 145-172). Vancouver, Canada: PME.

Cevikbas, M., Kaiser, G., & Schukajlow, S. (2022). A systematic literature review of the current discussion on mathematical modelling competencies: State-of-the-art developments in conceptualizing, measuring, and fostering. *Educational Studies in Mathematics, 109*(2), 205-236.

Choi, J. S. (2017). Prospective teachers' perception of mathematical modeling in elementary class. *Journal of Educational Research in Mathematics, 27*(2), 313-328.

Creswell, J. W. (2016). *Qualitative inquiry and research design (2nd ed.): Choosing among five approaches*. Sage publications.
Dan, Q., & Xie, J. (2011). Mathematical modelling skills and creative thinking levels: An experimental study. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, & G. Stillman (Eds.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling* (pp. 457-466). Springer.
English, L. D. (2006). Mathematical modeling in the primary school: Children's construction of a consumer guide. *Educational Studies in Mathematics, 63*, 303–323.
Geiger, V., Galbraith, P., Niss, M., & Delzoppo, C. (2022). Developing a task design and implementation framework for fostering mathematical modelling competencies. *Educational Studies in Mathematics, 109*(2), 313–336.
Göksen-Zayim, S., Pik, D., Dekker, R., & van Boxtel, C. (2021). Mathematical modelling in Dutch lower secondary education: An explorative study zooming in on conceptualization. In F. K. S. Leung, G. A. Stillman, G. Kaiser, & K. L. Wong (Eds.), *Mathematical modelling education in East and West* (pp. 227–237). Cham: Springer International Publishing.
Gravemeijer, K., & Doorman, M. (1999). Context problems in realistic mathematics education: A calculus course as an example. *Educational Studies in Mathematics, 39*(1), 111–129.
Gravemeijer, K., Stephan, M., Julie, C., Lin, F-L., & Ohtani, M. (2017). What mathematics education may prepare students for the society of the future? *International Journal of Science and Mathematics Education, 15*(1), 105–123.
Han, S., & Hwang, J. (2023). Exploring mathematical modeling in classrooms: Insights from diverse studies. *Research in Mathematical Education, 26*(3), 121–125.
Hartmann, L. M., & Schukajlow, S. (2021). Interest and emotions while solving real-world problems inside and outside the classroom. In F. K. S. Leung, G. A. Stillman, G. Kaiser, & K. L. Wong (Eds.) *Mathematical modelling education in East and West* (pp. 153–163). Springer International Publishing.
Hartmann, L. M., Krawitz, J., & Schukajlow, S. (2021). Create your own problem! When given descriptions of real-world situations, do students pose and solve modelling problems?. *ZDM-Mathematics Education, 53*(4), 919–935.
Henningsen, M., & Stein, M. K. (1997). Mathematical tasks and student cognition: Classroom-based factors that support and inhibit high-level mathematical thinking and reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education, 28*(5), 524–549.
Hwang, S., & Han, S. (2023a). A study on mathematical modeling trends in Korea. *Journal of Educational Research in Mathematics, 33*(3), 639–666.
Hwang, S., & Han, S. (2023b). In-service teacher's perception on the mathematical modeling tasks and competency for designing the mathematical modeling tasks: Focused on reality. *The Mathematical Education, 62*(3), 381–400.
Jones, K., & Pepin, B. (2016). Research on mathematics teachers as partners in task design. *Journal of Mathematics Teacher Education, 19*, 105–121.
Jung, H. Y. & Lee, K. H. (2021). Promoting in-service teacher's mathematical modeling teaching competencies by implementing and modifying mathematical modeling tasks. *Journal of Educational Research in Mathematics, 31*(1), 35–62.
Jung, H. Y. (2023). Analyzing an elementary school teacher's difficulties and knowledge improvement in the process of modifying a mathematics textbook task to a mathematical modeling task: Focused on an experienced teacher. *The Mathematical Education, 62*(3), 363–380.
Jung, H. Y., Lee, K. H., & Jung, J. H. (2020). Analyzing real world tasks of 6th grade textbook from a mathematical modeling perspective: Focused on the curriculum for revised 2011 and 2015. *The Journal of Learner-Centered Curriculum and Instruction, 20*(18), 1313–1340.
Jung, H., Stehr, E. M., & He, J. (2019). Mathematical modeling opportunities reported by secondary mathematics preservice teachers and instructors. *School Science and Mathematics, 119*(6), 353–365.
Kaiser, G. (2007). Modelling and modelling competencies in school. In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (Eds.), *Mathematical modelling: Education, engineering and economics* (pp. 110–119). Horwood Publishing.
Kaiser, G., & Schukajlow, S. (2022). Innovative perspectives in research in mathematical modelling education. In C. Fernández, S. Llinares, A. Gutiérrez, & N. Planas (Eds.), *Proceedings of the 45th conference of the international group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 147–176). PME.
Kaiser, G., & Schwarz, B. (2006). Mathematical modelling as bridge between school and university. *ZDM, 38,* 196–208.
Kim, H. S., & Pang, S. J. (2005). An analysis of cognitive demands of tasks in elementary mathematical instruction: Focusing on 'Ratio and Proportion'. *Journal of Educational Research in Mathematics, 15*(3), 251–272.
Kim, S. (2021). Analyzing tasks in the statistics area of Korean and Singaporean textbooks from the perspective of mathematical modeling: Focusing on 7th grade. *Journal of the Korean School Mathematics Society, 24*(3), 283–308.
Koh, S. E., Lee, J., Lee, S., Cha, S., Kim, Y., Oh, T., & Cho, S. (2022). *High school mathematics 1*. Sinsago.
Kohen, Z., & Gharra-Badran, Y. (2023). A rubric for assessing mathematical modelling problems in a scientific-engineering context. *Teaching Mathematics and its Applications: An International Journal of the IMA, 42*(3), 266-288.
Krawitz, J., Chang, Y. P., Yang, K. L., & Schukajlow, S. (2021). The role of reading comprehension in mathematical modelling: Improving the construction of a real model and interest in Germany and Taiwan. *Educational Studies in Mathematics, 109*, 337-359.
Lee, J. Y., Choi, B., Kim, D., Kim, S., Won, Y., Kang., H., Kim, S., & Kang, S. (2022). *Middle school mathematics 2*. Cheon-

jae Education.
Lew, H. C., Sunwoo, H., Shin, B., Cho, J., Kim, Y., Lee, B., Lim, M., Han, M., Nam, S., Kim, M., & Cheong, S. (2022). *High school mathematics 1*. Cheonjae Education.
Maaß, J., O'Meara, N., & Patrick Johnson, J. O. (2018). *Mathematical modelling for teachers*. Springer.
Maaß, K. (2010). Classification scheme for modelling tasks. *Journal Für Mathematik-Didaktik, 31*(2), 285-311.
Meyer, D. (2015). Missing the promise of mathematical modeling. *The Mathematics Teacher, 108*(8), 578–583.
Na, G. S., Park, M., Kim, D. W., Kim, Y., & Lee, S. J. (2018). Exploring the direction of mathematics education in the future age. *Journal of Educational Research in Mathematics, 28*(4), 437–478.
Park, E. Y., & Kwon, O. N. (2023). Comparison and analysis of middle school trigonometry textbook tasks and teacher design tasks: From the perspective of mathematical modelling. *Journal of Learner-Centered Curriculum and Instruction, 23*(7), 817–838.
Park, S., & Han, S. (2018). Reconstruction and application of reforming textbook problems for mathematical modeling process. *The Mathematical Education, 57*(3), 289–309.
Park, W. H., & Choi-Koh, S. S. (2022). A comparative study on International Baccalaureate Diploma Programme (IBDP) textbooks and Korean textbooks by the 2015 revised curriculum: Focus on function from a mathematical modeling perspective. *Journal of the Korean School Mathematics Society, 25*(2), 125–148.
Pepin, B., & Haggarty, L. (2001). Mathematics textbooks and their use in English, French and German classrooms: A way to understand teaching and learning cultures. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 33*, 158–175.
Song, H. J., Ka, Y., & Hwang, J. (2023). Exploring opportunities for mathematical modeling in Korean high school textbooks: An analysis of exponential and logarithmic function tasks. *Research in Mathematical Education, 26*(3), 253–270.
Stein, M. K., & Kaufman, J. H. (2010). Selecting and supporting the use of mathematics curricula at scale. *American Educational Research Journal, 47*, 663–693.
Suh, J., Matson, K., Seshaiyer, P., Jamieson, S., & Tate, H. (2021). Mathematical modeling as a catalyst for equitable mathematics instruction: Preparing teachers and young learners with 21st century skills. *Mathematics, 9*(2), 162.
Tekin-Dede, A., & Bukova-Güzel, E. (2018). A Rubric Development Study for the Assessment of Modeling Skills. *The Mathematics Educator, 27*(2), 33–72.
Vorhölter, K., Greefrath, G., Borromeo Ferri, R., Leiß, D., & Schukajlow, S. (2019). Mathematical modelling. In H. N. Jahnke, & L. Hefendehl-Hebeker (Eds.), *Traditions in German-speaking mathematics education research* (pp. 91-114). Cham, Switzerland: Springer.
Wegerif, R., & Dawes, L. (2004). *Thinking and learning with ICT: Raising achievement in primary classrooms*. Routledge Falmer.
Yang, X., Schwarz, B., & Leung, I. K. (2022). Pre-service mathematics teachers' professional modeling competencies: A comparative study between Germany, Mainland China, and Hong Kong. *Educational Studies in Mathematics, 109*(2), 409–429.
Yin, R. K. (2003). *Case study research: Design and methods*. Sage Publications.

MathEdu Journal of the Korean Society of Mathematical Education Series A

Research Article

The Mathematical Education 2024;63(3):527-547
https://doi.org/10.7468/mathedu.2024.63.3.527
pISSN 1225-1380, eISSN 2287-9633

중등 예비교사의 교과서 과제 변형 및 수업 실행 중 나타난 과제의 특징 변화: 수학적 모델링 관점을 중심으로

정혜윤[1], 이지현[2]*

[1]한국교육과정평가원 부연구위원
[2]인천대학교 교수

*교신저자: 이지현(jihyunlee@inu.ac.kr)

초　록

수학 교사가 수학적 모델링 수업을 위해 과제를 개발하고 수업을 설계하여 실행하는 데에는 많은 어려움이 있으며, 이와 같은 어려움은 학교수학에서 수학적 모델링 수업이 잘 실행되지 않는 원인으로 작용한다. 본 연구에서는 이와 같은 교사의 어려움을 개선하기 위하여, 중등 예비교사들이 수학 교과서 실세계 맥락 과제를 수학적 모델링 과제로 변형하고, 변형된 과제를 적용하여 수업을 실행하는 과정을 살펴보았다. 특히, 과제 변형과 수업 실행 과정에서, 수학적 모델링 과제의 특징이라고 할 수 있는 수학적 모델링 과정의 각 단계 및 과제의 개방성과 현실성이 어떻게 변화하는지 살펴보았다. 이를 위해, 중등 예비교사 의한 변형 전후 과제, 변형 전 과제 분석 결과 보고서, 과제 변형 보고서, 수업 실행 장면을 녹화, 녹음 및 전사한 자료, 수업 실행에 대한 동료평가와 자기평가를 수집하였으며, 사례 분석 절차에 따라 자료를 분석하였다. 연구 결과는 다음과 같다. 첫째, 예비교사들은 과제 변형 시 개방성과 변수 정의하기 단계 및 수학적 모델 도출하기 단계에 주목하는 경향을 보였으며, 이에 따라 변형된 과제에서는 변형 전과 비교하여 개방성과 변수 정의하기, 수학적 모델 도출하기 단계에 대한 학습 기회가 증진되었다. 둘째, 예비교사의 수업 실행 과정에서 변형된 과제의 개방성과 변수 정의하기, 수학적 모델 도출하기 단계가 다시 제한되는 경향이 나타났다. 셋째, 예비교사들은 위에서 언급한 수학적 모델링 과정의 단계들 외에 나머지 단계에 대하여 과제 변형과 수업 실행 과정에서 크게 주목하지 않았다. 이상의 연구결과를 토대로 예비교사들이 수학적 모델링 과제의 변형과 수업 실행 시 갖는 어려움을 확인하고 향후 수학적 모델링에 대한 예비교사교육의 시사점을 제안하였다.

주요어 과제분석, 과제변형, 수업 실행, 중등 예비교사