

# A Linear Programming-Based Algorithm for Raw Recycled Material Mixtures in the Aluminum Alloy Fabrication Process

Min-Ju Kang · Ji-Hoon Kim · Kyeong-Jin Song · Yu-Jin Byun · Jae-Gon Kim<sup>†</sup>

Industrial and Management Engineering, Incheon National University

## 알루미늄 합금 제조공정에서의 선형계획모델 기반 재활용 원재료 혼합 비율 결정 알고리즘

강민주 · 김지훈 · 송경진 · 변유진 · 김재곤<sup>†</sup>

인천대학교 산업경영공학과

As environmental concerns escalate, the increase in recycling of aluminum scrap is notable within the aluminum alloy production sector. Precise control of essential components such as Al, Cu, and Si is crucial in aluminum alloy production. However, recycled metal products comprise various metal components, leading to inherent uncertainty in component concentrations. Thus, meticulous determination of input quantities of recycled metal products is necessary to adjust the composition ratio of components. This study proposes a stable input determination heuristic algorithm considering the uncertainty arising from utilizing recycled metal products. The objective is to minimize total costs while satisfying the desired component ratio in aluminum manufacturing processes. The proposed algorithm is designed to handle increased complexity due to introduced uncertainty. Validation of the proposed heuristic algorithm's effectiveness is conducted by comparing its performance with an algorithm mimicking the input determination method used in the field. The proposed heuristic algorithm demonstrates superior results compared to the field-mimicking algorithm and is anticipated to serve as a useful tool for decision-making in realistic scenarios.

**Keywords :** Aluminum Alloys, Uncertainties, Heuristic, Linear Program

### 1. 서론

합금은 두 개 이상의 금속을 함께 혼합한 것으로 알루미늄 합금은 알루미늄을 주요 금속으로 갖는 합금이다. 알루미늄에 아연, 규소, 마그네슘, 철, 망간, 구리, 주석 등을 추가하면 가공성, 전기 전도성, 부식 방지 및 강도와 같은 특성이 향상된다[13]. 알루미늄 합금은 자동차, 비행기, 컴퓨터, 휴대전화 등 거의 모든 산업 분야에서 일상적으로 사용되고 있다. 알루미늄 합금은 여러 번 재활용하여도 품

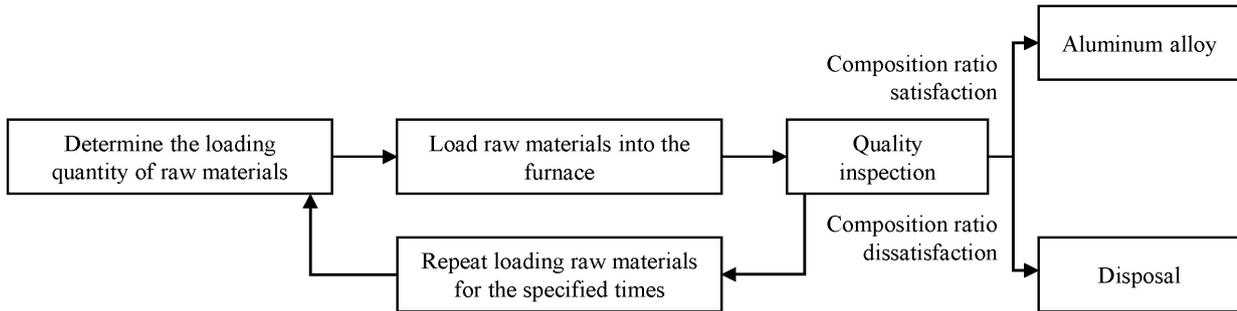
질이 떨어지지 않는다는 점에서 환경친화적이며 지속 가능한 생산 방식으로 간주하고 있다. 그러나 재활용 고철 이용 시 다양한 원소의 구성 성분과 불순물로 인한 변동성이 존재하여 생산과정에서 제품 품질의 문제가 발생할 수 있다. 이러한 변동성 요인을 제어하는 것은 알루미늄 합금 공정의 중요한 과제이다[6].

국내 알루미늄 합금 제조사인 C사는 재활용 고철들을 이용하여 알루미늄 합금을 만드는 기업이며, 주요 판매 제품인 ALDC 12.x를 비롯한 여러 종류의 알루미늄 합금을 생산하고 있다. 기존 C사에서는 고철들의 오물 및 불순물 등을 제거하여 용광로에서 용해한 후, 스펙트럼 분석기를 통하여 금속별 성분 함유량을 측정한다. 완제품의 구성 성

Received 20 March 2024; Finally Revised 22 April 2024;

Accepted 24 April 2024

<sup>†</sup> Corresponding Author : jaegkim@inu.ac.kr



<Figure 1> Existing Production Process

분비는 허용범위가 존재하며, 허용범위를 만족하지 못할 경우에는 성분비를 맞추기 위해 재활용 고철이 아닌 순수 원재료를 추가 투입하는 방식을 취하고 있다. 순수 원재료를 투입했음에도 주어진 성분비 허용범위를 벗어날 경우 결과물은 불량으로 판단한다. 제품별로 일별 목표 생산량이 주어지며, 목표 생산량을 충족하도록 생산하여야 한다.

재활용 금속 특성상 원재료가 용해되는 과정에서 타거나 재가 되어 총투입량이 감소하는 양의 비율인 손실물이 생기게 된다. 손실물과 원재료 구성 성분비는 변동성을 가지고 있어 동일한 원재료 투입을 진행하여도 일정한 결과물을 생산할 수 없다는 문제점이 있다. 두 변동성에 대한 정확한 분포를 알 수 없으며 손실물과 원재료별 변동폭의 범위가 존재한다. 이러한 문제를 해결하기 위해 실제 C사의 작업 현장에서는 목표 생산량을 한 번에 투입하지 않고 나누어 용광로에 투입한다. 용광로에 투입한 후 액체가 된 금속의 성분 함유량 검사 결과를 기준으로 구성 성분비를 만족하기 위한 다음 투입량을 전문가가 결정한다. C사는 알루미늄 합금 별로 투입 횟수가 정해져 있으며, 정해진 횟수만큼 투입을 반복한다. 정해진 투입 횟수만큼 투입하여 구성 성분비를 맞추지 못하면 폐기 처리된다. <Figure 1>은 앞서 설명한 C사의 알루미늄 합금 제조 공정을 나타내며, 본 연구에서 Load는 공정에서 장비나 시스템에 투입되는 원자재, 부품 또는 물질의 양을 나타낸다. 따라서 Load quantity는 투입량, Load count는 투입 횟수를 나타낸다.

주요 생산품인 ALDC12.x의 경우에 12가지의 구성 성분인 알루미늄, 구리, 규소, 마그네슘, 아연, 철, 망간, 니켈, 티타늄, 납, 주석, 크롬 등으로 이루어져 있으며, 기존 공정에서는 두 번의 투입이 이루어진다. 이때 모든 원재료 투입량은 전문가의 주관적 판단으로 이루어지며, 그로 인해 마지막 투입에서 완제품의 구성 성분비를 맞추기 위해 주물을 일부 버리거나, 순수 원재료를 과도하게 투입하여 생산 비용이 증가하는 경우가 발생한다. 다음과 같은 문제를 해결하기 위해 알루미늄 합금 공정의 생산비용을 최소화하는 투입량 결정 알고리즘이 필요하다.

## 2. 기존 연구

재활용 금속을 활용한 알루미늄 합금 제조공정은 일반적인 알루미늄 합금 제조공정과 달리 오염도를 제어하는 것이 중요하다. Uchida[14]은 알루미늄 재활용 합금 생산 공정에서 불순물이 낮은 재활용 고철을 얻기 위한 회수 공정에 대해 설명한다. 재활용 고철을 용해할 때 발생하는 불순물의 농도를 분석하여 회수 공정의 최적 조건을 조사한다. Cui[3]은 재활용 합금에 여러 성분이 혼합되어 있기 때문에 이를 분리하여 완제품에서의 오염도를 감소시키는 기술을 설명한다. 화학적인 방법으로 색상을 바꾸어 알루미늄 스크랩을 분리하거나 레이저를 이용하여 분리하는 방법을 제시한다. Nakajima et al.[10]은 알루미늄 재활용 시 오염에 대한 열역학적인 분석을 제시한다. 압력, 온도, 산소 분압 등의 분석을 통하여 알루미늄 재활용 과정에서 불순물 제거 가능성 평가를 위한 정량적 기준을 제시한다. David and Kopac[4]은 알루미늄 재활용 공정에서 불순물의 축적으로 인한 문제점을 확인하고, 열분해 공정을 통해 오염 유기물을 제거하여 알루미늄 스크랩 순도를 높이는 방법을 연구한다. 위 연구들은 재활용 금속을 활용한 알루미늄 합금 공정에서 불순물 제거를 위하여 별도의 공정이 필요함을 보여준다. C사의 공정에는 별도의 불순물 제거 과정이 존재하지 않으며 재활용 금속을 용광로에 투입하면 재가 되어 손실이 발생한다. 앞서 제시한 연구들은 불순물 제거 후 공정을 진행하여 손실물에 대한 변동성에 대한 내용을 포함하지 않는다는 한계점을 가진다.

변수에 변동성이 존재할 때 이를 고려한 연구는 다음과 같다. Ruggieri[11]은 현실의 많은 측정값은 정확한 값이 아닌 범위로 주어지지만 CLP와 같은 프로그래밍 프레임 워크에서는 이를 반영할 수 없어 선형 범위 제약 조건을 도입하여 변수의 범위를 만족하는 해결 방안을 제시한다. Garajová[7]은 불확실성이 존재할 때 일반적으로 자유변수에 음수가 아닌 값을 부과하거나 방정식을 부등식으로 분할하는 일반적인 변환 방법이 구간 선형 계획법에 미치는 영향에 대해 설명하고 최적의 변환 방법을 제시한다.

Davoodi[5]은 불확실성이 존재하는 선형계획법에서 변동성이 있는 변수를 제어하여 예상치 못한 솔루션을 피함으로써 최적의 솔루션을 얻는 방법을 제시한다.

기존 연구들은 재활용 금속을 활용한 알루미늄 합금 제조공정에서 별도의 공정을 통하여 오염도 및 손실률을 최소화하거나 변동성이 존재하는 조합 최적화 문제를 선형계획법 기반으로 해결하는 연구를 다루고 있다. 본 논문에서는 이와 달리 재활용 금속을 활용한 알루미늄 합금 제조공정에서 별도의 공정을 거치지 않고 원재료의 손실률과 원재료의 구성 성분비의 변동성을 동시에 고려하며, 생산비용 최소화를 목적으로 하는 원재료 투입량 결정 알고리즘을 제안한다.

### 3. 문제 정의

본 논문에서는 C사의 주요 생산품인 ALDC12.x를 생산하기 위한 원재료 투입량 결정 문제를 다룬다. 본 문제의 목적식은 생산비용을 최소화하는 것이며, 의사결정변수는 원재료의 투입량과 총생산량이다. 제약식으로는 목표 생산량을 충족시키는 최소 생산량 제약, 총투입량은 용광로 용량보다는 작아야 한다는 투입량 제약, 원재료 재고량 제약, 완제품의 성분비 제약 등이 존재한다. 수리적 모델링을 위해 사용한 파라미터는 아래와 같다.

Parameter	
$N$	Total number of recycled/pure raw materials
$M$	Total number of product components
$I$	A set of raw materials ( $I = \{1, 2, \dots, N\}$ )
$J$	A set of product components ( $J = \{1, 2, \dots, M\}$ )
$C_i$	Cost per 1kg of raw material $i$ (won)
$Q$	Furnace capacity (kg)
$D$	Production requirements (kg)
$L_i$	Loss rate of raw material $i$
$W_{ij}$	Proportion of component $j$ in raw material $i$
$r_j^{min}$	Minimum required proportion of component $j$ in the finished product
$r_j^{max}$	Maximum required proportion of component $j$ in the finished product
$INV_i$	Inventory quantity of raw material $i$ (kg)
Decision variable	
$x_i$	Load quantity of raw material $i$ (kg)
$Y$	Final production quantity (kg)

본 문제에 대한 수리모델은 아래와 같다.

$$[P1] \quad \text{Minimize } \sum_{i=1}^N x_i \cdot C_i \quad (1)$$

Subject to

$$\sum_{i=1}^N (1-L_i) \cdot x_i = Y \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^N \{(1-L_i) \cdot W_{ij} \cdot x_i\} \geq r_j^{min} \cdot Y \quad \forall j \in J \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^N \{(1-L_i) \cdot W_{ij} \cdot x_i\} \leq r_j^{max} \cdot Y \quad \forall j \in J \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^N x_i \leq Q \quad (5)$$

$$D \leq Y \quad (6)$$

$$0 \leq x_i \leq INV_i \quad \forall i \in I \quad (7)$$

식 (1)은 목적함수로써 원재료 투입에 따른 생산비용 최소화를 나타낸다. 식 (2)는 생산량 결정을 나타내며, 변수  $Y$ 는 각 원재료의 투입량에서 손실률을 고려한 완제품 최종 생산량을 의미한다. 식 (3), (4)는 손실률을 고려한 완제품을 구성하는 각 성분의 함유 비율이 정해진 범위 내에 있어야 한다는 제약을 나타낸다. 식 (5)는 원재료의 총투입량은 용광로 용량을 초과할 수 없음을 나타낸다. 식 (6)은 최종 생산량은 완제품의 목표 생산량보다 크거나 같아야 함을 나타낸다. 식 (7)은 각 원재료는 보유 재고량 이상으로 투입할 수 없음을 나타낸다.

[P1]은 선형계획모델이나  $L_i$ 과  $W_{ij}$ 가 상수가 아니라 변동성을 갖는 계수이므로 일반적인 선형계획법으로는 최적해를 구할 수 없다.  $L_i$ ,  $W_{ij}$ 와 같이 불확실성이 존재하는 경우의 의사결정에서는 주로 강건 최적화(Robust optimization) 알고리즘이 사용된다. 강건 최적화 알고리즘은 최소-최대 목적함수를 사용하여 발생할 수 있는 최악의 경우에 대해 최적화하는 모델이다. Bertsimas and Sim[2]은 버짓 파라미터(Budget Parameter)라는 매개변수를 사용하여 불확실성이 존재하는 강건한 선형 프로그래밍 모델을 제시한다. 이는 데이터가 입력되면 최악의 경우를 고려한 솔루션을 도출하게 된다. 본 논문에서는 이와 달리 모든 투입이 아닌 최종 투입에서만 최악의 경우를 고려하기 위하여 선형계획법 기반의 반복 투입을 통한 점진적 문제해결 알고리즘을 제시한다.

## 4. 문제해결 알고리즘

### 4.1 알고리즘 개요

변동성으로 인해 제품의 성분 및 생산량의 범위를 벗어나지 않기 위해 제약식을 변동성의 최대, 최소에 따라 변형시켜야 한다. 위에 제시된 식 (3), (4)는 아래와 같이 원재료의 변동성을 고려한 아래의 형태로 바꿀 수 있다.

Parameter	
$L_i^{max}$	Maximum value of $L_i$
$L_i^{min}$	Minimum value of $L_i$
$W_{ij}^{max}$	Maximum value of $W_{ij}$
$W_{ij}^{min}$	Minimum value of $W_{ij}$

$$\sum_{i=1}^N \{(1 - L_i^{max})(W_{ij}^{min} \cdot x_i)\} \geq r_j^{min} \cdot Y \quad \forall j \in J \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^N \{(1 - L_i^{min})(W_{ij}^{max} \cdot x_i)\} \leq r_j^{max} \cdot Y \quad \forall j \in J \quad (9)$$

식 (8), (9)는 가장 큰 손실률을 가질 때 원재료의 최소 성분비를 만족하는지, 가장 작은 손실률을 가질 때 원재료의 최대 성분비를 만족하는지를 통하여 변동성 계수가 취할 수 있는 모든 값의 범위에서 제약식이 성립하도록 하는 형태이며, 변동성으로 인해 제약범위를 벗어나지 않도록 한다. 하지만 [P1]에서 식 (3), (4)를 식 (8), (9)로 대체할 경우 [P1]에 대해 실제로는 가능해가 존재하나 제약식을 대체한 이후 해 공간이 작아져 변동성 계수의 범위가 커질수록 두 식을 동시에 만족시키기 어려워진다. 이는 모델이 변동성의 영역 안에 있는 모든 경우에 대해 실현 가능성을 보장하는 가장 보수적인 형태[9]이기 때문이다. 따라서 해가 존재하더라도 지나치게 보수적인 해로 이어져 문제상황을 적절하게 반영하지 못한다. 예를 들어 구성 성분비 제약을 맞추기 위해 순수 원재료의 투입이 과도하게 증가하여 비용 최소화를 만족하지 못하는 경우가 있다. 이러한 문제를 해결하기 위해 수리모델에서 변동성을 가지는 변수의 변동폭을 조정하여 모델의 제약식이 지나치게 보수적으로 변하는 것을 막을 필요성이 있다. 따라서 본 연구에서는 변동성 계수의 변동폭을 점진적으로 늘려 최적의 투입량을 계산하는 GO(Gradual Optimization, 점진적 최적화) 알고리즘을 제시한다. 제시된 알고리즘은 로그함수를 사용하여 변동성 계수의 변동폭이 급격하게 변하는 것을 방지한다.

#### 4.2 수리적 모델링

GO 알고리즘에서는 원재료 초기 투입 및 중간 투입마다 선형계획모델을 사용하여 원재료 및 순수금속이 투입량을 결정한다. GO 알고리즘의 수리적 모델링에 사용되는 파라미터는 아래와 같다.

Parameter	
$l_i$	$\frac{(L_i^{max} + L_i^{min})}{2}$ , Average value of the maximum and minimum loss rates

$b_{ij}$	$\frac{(W_{ij}^{max} + W_{ij}^{min})}{2}$ , Average value of the maximum and minimum proportions of component
$\alpha_i$	$\frac{(L_i^{max} - L_i^{min})}{2}$ , Half of the range of loss rate variation
$\beta_{ij}$	$\frac{(W_{ij}^{max} - W_{ij}^{min})}{2}$ , Half of the range of component rate variation
$\delta$	$1 < \delta \leq 10$
$\epsilon$	$1 \leq \epsilon \leq 10$
$TR$	Total amount of molten metal present in the furnace(kg)
$ER_j$	Total amount of component $j$ in the molten metal (kg),
$MR_i$	Cumulative load quantity of raw material $i$ (kg)
$P$	Current number of raw material loads
$P_{max}$	Final load count

여기서  $\delta, \epsilon$ , 는 원재료 투입 시점마다 업데이트되는 파라미터들이다. 또한 현재 원재료 투입 횟수는  $P$ 로 정의하며  $P$ 는 사용자가 정의한  $P_{max}$ 을 넘을 수 없다. GO 알고리즘에서 원재료 투입량을 반복하여 결정하기 위한 선형계획모델은 아래와 같으며 목적함수 식 (1)과 함께 표현한다.

[P2]  
Minimize (1)

Subject to

$$\sum_{i=1}^N x_i \leq Q - TR \quad (10)$$

$$\sum_{i=1}^N \{1 - (l_i - \alpha_i \cdot \log \epsilon)\} \cdot x_i + TR \geq D \cdot \log \delta \quad (11)$$

$$\sum_{i=1}^N \{[1 - (l_i + \alpha_i \cdot \log \epsilon)](b_{ij} - \beta_{ij} \cdot \log \epsilon) \cdot x_i\} + ER_j \geq D \cdot r_j^{min} \cdot \log \delta \quad \forall j \in J \quad (12)$$

$$\sum_{i=1}^N \{[1 - (l_i - \alpha_i \cdot \log \epsilon)](b_{ij} + \beta_{ij} \cdot \log \epsilon) \cdot x_i\} + ER_j \leq D \cdot r_j^{max} \cdot \log \delta \quad \forall j \in J \quad (13)$$

$$0 \leq x_i \leq INV_i - MR_i \quad \forall i \in I \quad (14)$$

식 (10)은 용광로 용량보다 투입량이 클 수 없다는 제약이며, 중간 검사 시, 용광로 내의 주물량  $TR$ 을 통해 이전까지의 투입 결과를 고려한다. 식 (11)은 최소 생산량 제약으로써, 손실률을 고려한 전체 양이 목표 생산량의 이상이여야 한다는 제약이다. 초기에  $\delta$ 는 이후 투입의  $\delta$ 에 비해 상대적으로 작은 값을 갖는다. 이에 따라,  $\log \delta$ 가 작은 값을 갖기 때문에 제약식이 목표 생산량의 일부만 충족한다.  $\delta$ 가 증가할수록  $\log \delta$ 가 점차 1에 가까워지며 마지막 투입에서는 목표 생산량을 충족하는 제약식이 된다. 또한, 식 (10)과 같이  $TR$ 을 통해 이전 투입까지의 결과물인 용광로

내의 주물량을 고려한다. 이러한 방식으로  $\delta$ 의 증가에 따라 목표 생산량을 점진적으로 충족한다. 식 (12), (13)은 성분 제약식이다. 변동성의 범위 내에서 제약이 성립하도록 하는 형태이지만,  $\epsilon$ 값이 1인 첫 번째 투입에는  $\log \epsilon = 0$  이므로 변동성이 고려되지 않은 손실물과 원재료 구성 성분비로 제약식이 계산된다. 그러나 투입 횟수가 증가할수록 변동성을 고려하는 폭이 커져 마지막 투입은 변동성 내 모든 경우를 고려할 수 있게 된다. 반복적으로 투입하기 위해 초기에는 완제품의 성분비가 아닌 그보다 적은 값을 충족하게 하며  $\delta$ 가 증가하며 점차 완제품의 제약식에 가까워진다.  $ER_j$ 는 이전 투입까지의 원소 별 중간 결과물을 나타낸다. 식 (14)은 재고 제약이며  $MR_i$ 를 통해 투입 시 원재료의 재고상태를 반영한다.

$$\delta = \begin{cases} 1, & \text{if } P = 1 \\ \frac{10 \cdot P + (P_{max} - P)}{(P_{max} - 1)}, & \text{if } 1 < P < P_{max} \\ 10, & \text{if } P = P_{max} \end{cases} \quad (15)$$

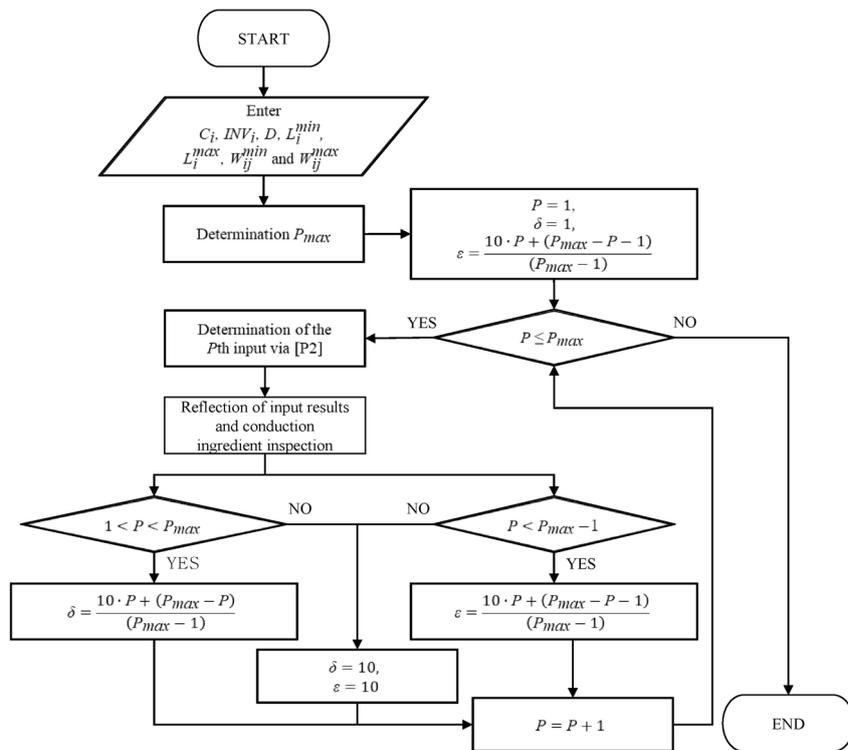
$$\epsilon = \begin{cases} \frac{10 \cdot P + (P_{max} - P - 1)}{(P_{max} - 1)}, & \text{if } P < P_{max} - 1 \\ 10, & \text{if } P = P_{max} - 1 \text{ or } P = P_{max} \end{cases} \quad (16)$$

GO 알고리즘에서 파라미터  $\delta, \epsilon$ 는 투입 시점마다 각각

식 (15), 식 (16)에 의해 업데이트 된다. 즉, 사용자가 최종 투입 횟수를 결정하면 1부터 10 사이의 실수 중에서, 내분점 공식에 따라 투입마다 사용되는  $\delta, \epsilon$ 값을 결정한다. 투입 횟수가 증가할수록  $\delta$ 값과  $\epsilon$ 값은 증가하며 증가 폭은 균일하다.  $\epsilon$ 값이 증가할수록 모델의 제약식이 점진적으로 보수적인 형태를 보인다.  $\epsilon$ 값이 증가할수록 수리모델에서 고려하는 변동 폭이 커지기 때문이다. 또한,  $\delta$ 값이 커질수록 수리모델에서 완제품의 구성 성분비 제약과 생산량 제약의 일부에서 전체로 점진적으로 제약식이 업데이트된다. 투입량과 생산량 제약에 사용되는  $\delta$ 값에 처음 1을 대입하면 알고리즘 계산 시, 최소 생산량이 로그의 성질로 인해 0이 되어 식 (12), 식 (13)의 우변 또한 0이 되기 때문에, 적절한 솔루션을 얻지 못하게 된다. 따라서 첫 번째 단계의 1을 제외하고 10을 한 번 더 마지막 단계에 추가한다. 예를 들어 3번의 투입을 가정했을 경우 1차, 2차, 3차 투입에 대해  $\epsilon$ 는 1, 5.5, 10으로 표현되며,  $\delta$ 는 5.5, 10, 10으로 표현된다.

### 4.3 알고리즘 수행 절차

본문에서 제시하는 GO 알고리즘의 순서도는 <Figure 2>과 같다. 작업자는 원재료의 단가, 재고, 구성 성분비 등의 정보와 완제품의 구성 성분비, 목표 생산량, 등의 정보



<Figure 2> A Flow Chart of the GO Algorithm

를 입력한 후, 공정의 최종 투입 횟수  $P_{max}$  을 결정한다. 식 (15), 식 (16)에 따라,  $\delta, \epsilon$  값을 업데이트하며 현재 투입 횟수가 최종 투입 횟수 이하일 때 [P2]에 의해 현 시점에서 투입량을 결정한다.  $\delta, \epsilon$  값이 커질수록 변동성이 존재하는 변수의 변동폭과 최소 생산량이 증가한다. 이후 중간 검사를 통해 이전 단계까지 진행된 투입 결과와 원재료 재고 상황 등을 다음 단계에 반영하며, 최종 투입 횟수까지 투입량 결정을 반복한다. 최종 투입에서의  $\delta$ 값과  $\epsilon$ 값은 각각 10, 10이 되어 가장 보수적인 형태의 솔루션을 도출해 문제를 해결한다. 최종 솔루션을 도출하였을 경우에 이전까지의 투입 상황을 반영하며 변동성 계수가 취할 수 있는 모든 범위를 고려하였으므로 GO 알고리즘이 문제를 해결했음을 확인한다.

## 5. 실험 결과

### 5.1 데이터 설명

본 논문에 제시된 알고리즘들의 성능 비교를 위해 각 원재료의 구성 성분비 데이터를 만들고, 그에 따른 실험을 진행한다. 실제와 근접한 데이터를 만들기 위해 C사의 공정일지와 공정에 따른 성분 스펙트럼 분석 결과를 이용해 그 분포를 추정한다. 분포를 추정하는 과정은 다음과 같다.

<분포 추정 과정>

1. 분포 추정할 원소를 지정
2. 공정일지에서 투입한 원재료만 추출하여 추정할 성분비를 변동 폭 내에서 무작위로 생성. 투입한 원재료별 생성된 데이터 리스트에 저장
3. 2번 과정을 여러 번 반복하여 다량의 데이터 리스트 생성. 원재료별 공정일지 투입량 리스트의 성분비 데이터의 총합을 계산
4. 실제 성분 분석 결과와 유사한 계산 결과값을 가진 데이터 리스트만을 추출
5. 여러 공정일지에 대해 2~5번까지의 과정 반복
6. 추출된 리스트의 원재료별 성분비로 히스토그램 생성
7. 만들어진 히스토그램의 형태와 가장 유사한 확률분포를 연속성 적합[8]을 통해 추정

이와 같은 과정으로 얻은 성분비 분포는 변동성 집단의 실제 분포를 부분적으로 묘사할 수 있다. 히스토그램과 분포 간의 적합도는 AIC(Akaike's Information Criterion)[1]와 BIC(Bayesian Information Criterion)[12] 두 가지 척도를 이

용해 측정한다.

### 5.2 현업 알고리즘

현재 C사의 제조 공정은 전문가의 경험에 의한 주관적 판단에 의해 의사결정이 이루어진다. 본 논문에서는 C사의 의사결정 방식과 제안한 알고리즘을 비교한다. 이를 위해 공정일지의 내용을 바탕으로 1차 투입량을 결정하고 중간 검사 후 순수 원재료를 포함한 2차 투입량을 결정하여 알루미늄 합금을 얻는 현업 알고리즘을 구현하였다.

이후 구현한 현업 알고리즘이 실제 전문가의 작업 방식을 유사하게 모방하였는지 여부를 검증하기 위해 <Table 1>에서 공정일지의 원재료 투입에 따른 생산 단가와 현업 알고리즘의 결과에 따른 생산 단가를 비교한다. 비교 척도로 총 생산비용 대신 생산 단가를 사용한 이유는 알고리즘과 공정일지의 총생산량에 차이가 있기 때문이다.

비교 결과, 본 논문에서 구현한 현업 알고리즘과 공정일지의 결과 오차율은 평균적으로 2.39%로 실제 공정일지로 만든 제품의 생산 단가와 거의 유사함을 확인할 수 있다. 따라서 현업 알고리즘과 본 논문에서 제안한 GO 알고리즘을 비교하고자 한다.

<Table 1> Comparison of the unit Production Cost between Expert Algorithm and Process log (unit: won)

Problem	Field algorithm	Process log	Margin of error (%)
1	2,427	2,511	3.35
2	2,465	2,470	0.20
3	2,753	2,844	3.20
4	2,273	2,349	3.24
5	2,601	2,630	1.10
6	2,357	2,444	3.56
7	2,594	2,602	0.31
8	2,723	2,626	3.69
9	2,051	1,952	5.07
10	2,455	2,451	0.16
Avg	2,470	2,488	2.39

### 5.3 실험 결과 및 분석

본 논문에서는 변동성이 존재하는 C사의 알루미늄 합금공정을 해결하기 위해 원재료의 단가, 재고 수량, 구성 성분비에 대한 정보를 포함한 10개의 실험 데이터 셋을 통해 현업 알고리즘과 본 논문에서 제안한 알고리즘의 성능을 비교하였다.

GO 알고리즘에서 최종 투입 횟수  $P_{max}$  를 각각 2와 3으로 두고 결과 비교를 진행하였으며, 현업 알고리즘은 기존 C사

&lt;Table 2&gt; Comparison of the Unit Production Cost for Each Algorithm (unit: won)

Dataset	Field algorithm	GO algorithm	
	Unit production cost	Unit production cost (Decrease rate) ( $P_{max}=2$ )	Unit production cost (Decrease rate) ( $P_{max}=3$ )
1	2,427	2,344 (3.42%)	<b>2,209</b> (8.98%)
2	2,465	2,390 (3.04%)	<b>2,231</b> (9.49%)
3	2,753	2,319 (15.76%)	<b>2,169</b> (21.21%)
4	2,273	<b>2,223</b> (2.20%)	2,229 (1.94%)
5	2,601	2,392 (8.04%)	<b>2,209</b> (15.07%)
6	2,357	2,414 (-2.42%)	<b>2,261</b> (4.07%)
7	2,594	2,662 (-2.62%)	<b>2,431</b> (6.28%)
8	2,723	2,597 (4.63%)	<b>2,502</b> (8.12%)
9	2,051	2,371 (-15.60%)	<b>1,671</b> (18.53%)
10	2,455	2,337 (4.81%)	<b>2,293</b> (6.60%)
Avg	2,470	2,405 (2.13%)	<b>2,221</b> (10.03%)

의 의사결정과 동일하게 투입 횟수를 2회로 고정하였다. 실험에 사용한 제품은 C사의 주력상품인 ALDC12.x이다.

<Table 2>은 현업 알고리즘과 비교하여 생산 단가가 얼마나 감소하였는지를 보여준다. GO 알고리즘은  $P_{max}$ 가 2와 3일 경우 모두 현업 알고리즘보다 생산 단가가 평균적으로 각각 2%, 10% 감소하였다. 4번을 제외한 모든 데이터셋에서 GO 알고리즘은 최종 투입 횟수 2회보다 최종 투입 횟수 3회에서 좋은 결과를 보여주었다. 이는 해당 알고리즘의 목적식이 생산 비용 최소화이기 때문에 투입 횟수가 많을수록 단가가 높은 순수 원재료 투입이 적어지는 것이 원인으로 보인다. 단, 4번 데이터셋에서는 최종 투입 횟수가 2회일 때가 최종 투입 횟수 3회일 때보다 생산 단가가 낮은 결과를 보인다. 원인 분석을 위해 알고리즘에서 결정된 원재료 투입량을 살펴보니 다른 데이터셋은  $P_{max}$ 가 3일 때 순수 원재료 투입량이 1,000kg 이상이지만 4번 데이터셋의 순수 원재료 투입량은 850kg이다.  $P_{max}$ 가 2일 때 4번 데이터셋의 순수 원재료 투입량은 800kg 정도로  $P_{max}$ 가 3일 때와 큰 차이가 나지 않는다. 다른 데이터셋과 달리 투입 횟수에 따른 순수 원재료 투입량의 차이가 크지 않아 이러한 결과가 나온 것으로 보인다.

## 6. 결론

본 논문은 구성 성분비와 원재료 손실률에 변동성이 존재하는 재활용 알루미늄 합금 생산공정을 수리적 모델링을 통해 해결하는 알고리즘을 제시하고, 제안한 알고리즘과 기존 C사의 작업 방식을 모방한 현업 알고리즘 간의 성능을 비교하였다. 기존 C사의 공정은 숙련된 전문가의 판단에만 의존하여 투입량을 결정한다. 따라서 기존 전문가에서 새로운 전문가로 교체되면 투입량 의사결정의 품질이 낮아지며 구성 성분비를 맞추지 못하여 폐기하는 제품의 수도 증가하게 된다. 또한 전문가가 구성 성분비를 맞추기 위해 최종 투입 때 순물질을 과도하게 투입하면 총 생산 비용이 증가하는 문제점이 있다. 기존 공정과 달리 본 연구에서 제시된 GO 알고리즘은 이와 달리 채고 데이터, 단가 데이터, 성분비 데이터, 손실률 데이터가 주어지면 전문 지식 없이 원재료 투입량에 대한 의사결정이 가능하다. 이로 인해 기존에 결과물이 구성 성분비를 맞추지 못하여 발생하는 손실 예방이 가능하며 작업자에 의존적이지 않은 합리적 원재료 투입 의사결정이 가능하다.

본 연구의 한계점은 모델의 강건성을 전문가가 제어할

수 없다는 점이다. 강건 최적화 알고리즘을 사용할 경우 버짓 파라미터를 통해 알고리즘의 강건성을 조절하여 강건 최적해를 제공할 수 있다. 따라서 추후에 강건 최적화 알고리즘을 개발하고 베이지안 최적화를 이용해 최적의 버짓 파라미터 조합을 찾는 연구가 필요하다.

본 연구에서는 GO 알고리즘을 C사의 주력 생산품인 ALDC12.x에 대해서만 실험을 진행하였지만, 동일한 방식으로 모든 제품에 대해 적용이 가능하다. 또한, 제시한 알고리즘은 투입 재료의 성분 데이터의 변동폭을 알 수 있으면 철강산업이나 화학산업에도 적용할 수 있을 것으로 예상된다.

## Acknowledgement

This work was supported by Incheon National University Research Grant in 2022.

## References

- [1] Akaike, H., Information Theory and an Extension of the Maximum Likelihood Principle, *International Symposium on Information Theory*, 1973, Vol. 1, pp. 199-213.
- [2] Bertsimas, D. and Sim, M., The Price of Robustness, *Operations Research*, 2004, Vol. 52, No. 1, pp. 35-53.
- [3] Cui, J. and Roven, H.J., Recycling of Automotive Aluminum, *Trans, Nonferrous Met. Soc. China*, 2010, Vol. 20, No. 11, pp. 2057-2063.
- [4] David, E. and Kopac, J., Use of Separation and Impurity Removal Methods to Improve Aluminum Waste Recycling Process, *Mater. Today Proc.*, 2015, Vol. 2, No. 10, pp. 5071-5079.
- [5] Davoodi, S.M. and Abdul Rahman, N.A., Solving Fully Fuzzy Linear Programming Problems by Controlling the Variation Range of Variables, *Bulletin of the Karaganta University-mathematics*, 2021, Vol. 103, No. 3, pp. 13-24.
- [6] Eynde, S.V.D., Bracquené, E., Romero, D.D., Zaplana, I., Engelen, B., Duflou, J.R., and Peeters, J.F., Forecasting Global Aluminium Flows to Demonstrate the Need for Improved Sorting and Recycling Methods, *Waste Management*, 2022, Vol. 137, pp. 231-240
- [7] Garajová, E., Hladík, M., and Rada, M., Interval Linear Programming Under Transformations: Optimal Solutions and Optimal Value Range, *Central European Journal of Operations Research*, 2019, Vol. 27, pp. 601-614
- [8] JMP User Community, <https://community.jmp.com/t5/JMPer-Cable/How-to-overlay-histograms-in-JMP/ba-p/63268?code=ko-KR>.
- [9] Li, Z. and Ierapetritou, M.G., Robust Optimization for Process Scheduling Under Uncertainty, *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 2008, Vol. 47, No. 12, pp. 4148-4157.
- [10] Nakajima, K., Takeda, O., Miki, T., Matsubae, K., Nakamura, S., and Nagasaka, T., Thermodynamic Analysis of Contamination by Alloying Elements in Aluminum Recycling, *Environmental Science & Technology*, 2010, Vol. 44, pp. 5319-5675.
- [11] Ruggieri, S., and Mesnard, F., Variable ranges in linear constraints, The 2010 ACM Symposium on Applied Computing, 2010, pp. 2061-2065.
- [12] Schwarz, G.E., Estimating the Dimension of a Model, *Annals of Statistics*, 1978, Vol. 6, pp. 461-464.
- [13] Srivastava, K. and Mishra, S., A Review on Composition & Mechanical Strength of Wrought Aluminum Alloy Series, *International Journal of Engineering Research in Mechanical and Civil Engineering(IJERMCE)*, 2022.
- [14] Uchida, H. and Ohga, S., Recycling of Aluminum Products, *Journal of Advanced Science*, 2000, Vol. 12, No. 3, pp. 185-188.

## ORCID

- |                 |  |   |
|-----------------|--|---|
| Min-Ju Kang     |  | <a href="https://orcid.org/0009-0008-7983-2294">https://orcid.org/0009-0008-7983-2294</a> |
| Ji-Hoon Kim     |  | <a href="https://orcid.org/0009-0009-6548-3721">https://orcid.org/0009-0009-6548-3721</a> |
| Kyeong-Jin Song |  | <a href="https://orcid.org/0009-0004-1945-5627">https://orcid.org/0009-0004-1945-5627</a> |
| Yu-Jin Byun     |  | <a href="https://orcid.org/0009-0000-1090-4482">https://orcid.org/0009-0000-1090-4482</a> |
| Jae-Gon Kim     |  | <a href="http://orcid.org/0000-0002-4821-4441">http://orcid.org/0000-0002-4821-4441</a>   |