

선박 동역학의 데이터 기반 모델링을 위한 조종 시나리오 개발

김동환¹ · 김민창² · 이승범² · 서정화^{2,3†}
충남대학교 미래모빌리티연구소¹
충남대학교 자율운항시스템공학과²
충남대학교 선박해양시스템공학과²

Development of Maneuvering Scenario for Data-Driven Modeling of Ship Dynamics

Dong-Hwan Kim¹ · Minchang Kim² · Seungbeom Lee² · Jeonghwa Seo^{2,3†}

Research Institute of Future Mobility System, Chungnam National University¹

Department of Autonomous Vehicle System Engineering, Chungnam National University²

Department of Naval Architecture and Ocean Engineering, Chungnam National University²

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License(<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

A method for quantifying the adaptability of ship maneuver scenarios for data-driven modeling of ship dynamics is developed based on the principal component analysis. A random maneuver scenario is suggested as a reference for ship dynamics, which can obtain the converged principal components of ship dynamics features by the Monte Carlo simulation. Principal components of conventional maneuver scenarios defined by the International Maritime Organization (IMO) are compared to that of the random maneuver. A conventional ship dynamics model for a container carrier vessel for four degrees of freedom dynamics is introduced to simulate the random and IMO maneuver scenarios. It is confirmed that the IMO tests follow the tendency of random maneuver scenario in terms of execution time and adaptability.

Keywords : Ship maneuverability(선박 조종성), Free-running model test(자유항주 모형시험), Principal component analysis(주성분 분석)

1. 서론

자율운항선박의 운용에 있어 사람의 개입이 없이도 안전성이 확보된 유도제어 기술은 필수적이다. 그리고 유도제어를 위해서는 신뢰성 높은 조종 운동 모델이 확보되어 제어 시 선박의 운동을 예상할 수 있어야 한다. 선박의 조종 운동 모델의 개발은 현재의 상태변수(속도, 각속도 등)와 제어(방향타각, 추진기 회전수)를 입력으로 하여 이에 대응하는 상태변수의 시간변화율(가속도, 각 가속도)을 출력으로 얻는 시스템 식별(system identification) 문제로 볼 수 있다. 선박의 일반적인 조종 운동 모델은 상태변수로부터 유체력과 모멘트를 구하는 유체력 모델과, 유체력과 모멘트로부터 가속도, 각가속도의 관계를 얻는 운동방정식으로 구성된다.

이 중 유체력 모델에 대해, 통상적으로는 강제된 운동에서 유체력을 예측하는 구속모형시험을 통해 다변수 테일러 급수 형태로 구성된 모델의 유체력 미계수(hydrodynamic derivative)나 조종 계수(maneuvering coefficient)를 얻는다. 그리고 이를 대체하

기 위해 자유항주 모형시험이나 시운전과 같은 실제 조종 결과를 이용해 조종 운동 모델을 구성하는 방식의 접근이 이뤄져왔다 (ITTC, 2017). 이러한 조종 시험에서는 유체력의 직접 계측은 불가하므로, 속도나 궤적과 같은 운동학적인 요소에 대한 비교 검증을 통해 조종 계수를 결정해왔다. 그리고 Kim et al. (2022)의 연구에서는 계측된 가속도를 이용해 유체력을 추정하고, 이를 이용해 유체력 모델을 바로 개발할 수 있음을 보이기도 하였다.

조종 계수의 결정을 위해 과거에는 칼만 필터(Kalman filter)를 이용한 조종 계수의 추정이 주로 수행되었다 (Abkowitz, 1980; Casado et al., 2007; Araki et al., 2012; Jeon et al., 2022). 최근에는 데이터 기반 모델링(data-driven modeling) 기법들이 발전하면서 조종 계수의 최적화나 (Kim et al., 2022; Chillce and el Moctar, 2023; Sutulo and Guedes Soares, 2023) 조종 운동 모델의 구조가 확정되지 않는 인공신경망 기반 조종 운동 모델을 개발하는 연구가 수행되고 있다 (Wakita et al., 2022; Wang et al., 2022).

앞에서 소개한 데이터 기반 모델링의 기법에 대한 연구 성과와 달리, 모델링을 위한 입력 데이터가 어떻게 구성되어야 할지에 대한 연구는 상대적으로 적게 이뤄졌다. 앞서 데이터 기반 모델링의 사례로 소개한 연구들은 대부분 국제해사기구(International Maritime Organization, IMO)의 조종 성능 평가를 위한 정속 선회, 지그재그 조종 시험만을 데이터 기반 모델링의 대상으로 다루고 있다. 물론 이 두 조종 시나리오가 선박의 주요한 조종 과정 중 운동 특성을 잘 표현하기 때문에 IMO의 조종 성능 평가에 사용되고 있으나, 두 시나리오에서 얻어지는 선박의 동역학적 특성만으로 조종 운동 모델이 얼마나 다양한 조건에 대응할 수 있는지를 살펴보는 것은 어렵다.

IMO 조종 시험 외의 조종 운동 데이터의 확보에 대한 연구들은 방향타 제어 절차를 체계적으로 설계하거나, 무작위 조종을 수행하는 방식으로 나뉜다. 전자에 대해, Araki et al. (2012)는 지그재그 조종 시험을 변형한 대각도 지그재그 조종 시험을 수행한 결과로부터 조종 모델의 개발이 가능함을 보였다. Yoon et al. (2003), Nouri and Valadi (2017), Wang et al. (2020)은 방향타 각의 크기와 유지 시간에 대한 변화를 통해 최적의 조종 시나리오를 얻는 방법을 제안하였다.

무작위 조종 사례에 대해, Kim and Yun (2021)은 기존의 선박 동역학 모델을 이용해 방향타각과 추진기 회전수에 대한 무작위의 조종 시나리오를 수행하고, 이로부터 운동학적 모델을 개발한 바 있다. Wakita et al. (2022)은 자유항주 모형시험 환경에서 무작위의 조종 운동 결과로부터 인공지능 기반의 저속 조종 운동 모델을 개발하였다. 해당 연구에서는 사용자가 수동으로 방향타와 추진기 회전수를 다양한 범위에 대하여 입력하여, 엄밀한 의미의 무작위 조종으로 보기에는 한계가 있다.

무작위 조종 시나리오는 충분한 시간이 주어진다면 선박의 다양한 조종 운동을 모두 포함하여 데이터 기반 모델링의 자료로 적합할 것이다. 하지만 데이터를 얻기 위한 전산유체역학(Computational Fluid Dynamics, CFD) 해석이나 모형시험, 시운전 모두 현실적으로 무한정의 조종 시나리오를 수행할 수는 없다. 따라서 조종 시나리오는 운동의 다양성뿐만 아니라 시나리오의 수행 시간도 고려하여, 최소한의 시간 동안 최대한 다양한 조종 운동을 포함하도록 개발되어야 한다.

여기서 주된 문제는 운동의 다양성을 어떻게 정량화하고 평가할 것인가이다. Kim et al. (2024)의 연구에서는 주성분 분석(Principal Component Analysis, PCA)을 이용해 선박의 조종 운동을 저차원화하고 조종 시나리오에서 얻는 동역학적 특성의 비교가 가능함을 보였다. 본 연구의 조종 운동 시나리오를 개발하는 과정에서도 주성분 분석을 도입해 조종 시나리오에서 얻어지는 운동의 다양성을 정량화하고, 나아가서는 조종 운동 모델의 적용 가능성을 평가할 수 있을 것으로 보인다.

본 연구는 조종 시나리오의 동역학적 다양성을 평가하는 방안으로 고유값 분해와 주성분 분석을 활용하는 방안을 제안하였다. 무작위로 선택된 조종 요소의 연속 수행으로 조종 시나리오를 생성하였고, 시나리오 수행 결과에 대한 주성분 분석을 통해 대상 선박의 최종적인 동역학적 특성을 파악하였다. 그리고 서로 다른

조종 시나리오의 동역학적 유사성과 운동의 다양성을 정량화하는 방안을 고유값 분해에 기반해 개발하였다. 이를 통해 기존의 조종 시나리오들이 선박의 동역학적 특성을 얼마나 잘 반영하는지를 평가하였다. 마지막으로 자유항주 조종 시험 시나리오의 수행 시간에 따른 동역학적 특성 표현의 수렴 정도를 분석하여 적절한 조종 시나리오의 개발 방향을 제안하였다.

본 논문은 다음과 같이 구성되었다. 2장에서는 조종 시뮬레이션을 위한 선박 운동 모델과 무작위 조종 시나리오의 구성을 소개하였다. 3장에서는 고유값 분해와 주성분 분석에 기반한 조종 시나리오의 유사성을 정량화하는 방안을 보였다. 4장은 한정된 조종 시나리오가 선박의 동역학적 특성을 얼마나 잘 반영하는지를 평가한 결과를 다뤘다. 5장에 본 연구의 결론을 수록하였다.

2. 4자유도 선박 운동 모델

2.1 좌표계

Fig. 1은 본 연구에서 사용된 좌표계의 구성이다. 선체 운동의 궤적은 지구고정좌표계($O-\xi\eta\zeta$)를 이용하여 표현하였다. 이는 정속 항주 중 조종 시나리오가 시작되는 시점의 선체의 무게중심의 수평면 상 위치를 원점(O)으로 하여, 같은 시점의 선수방향(ξ), 우현(η), 하방(ζ)으로 정의된다.

선박의 조종 운동은 전후동요, 좌우동요, 횡동요, 선수동요의 4자유도 운동으로 이뤄지고, 이는 Hamamoto and Kim (1993)에 의해 제안된 좌표계인 수평면 물체고정좌표계($o-xyz$) 상에서 표현되었다. 여기서는 선체고정좌표계가 횡동요를 따라 회전하지 않으므로 x, y 축은 각각 수평면상에서 선체의 길이방향, 우현방향의 투영으로 정의된다. z 축은 수면에 대한 연직 하방으로 정하여 오른손 좌표계를 구성하였다.

좌표계의 원점(o)은 선체의 수선면, 중중심면, 중앙횡단면의 교점으로, 병진 운동 속도는 $(u, v_m, 0)$, 회전 운동 속도는 $(p, 0, r)$ 로 정의하였다. v_m 은 좌표계 원점의 y 방향 운동 속도로, 무게중심 위치의 좌우동요 속도(v), 선체의 선수동요 각속도

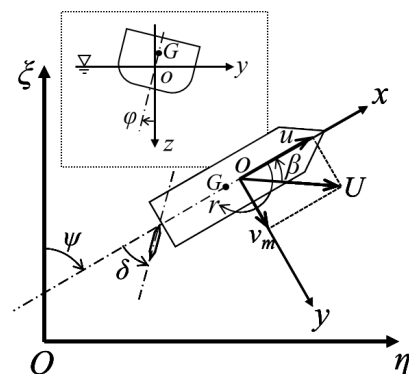


Fig. 1 Earth-fixed coordinate system ($O-\xi\eta\zeta$) and horizontal ship-fixed coordinate system ($o-xyz$)

(r)와 횡경사의 시간변화율($\dot{\phi}$)로 인한 회전을 고려해 식 (1)과 같이 계산한다. 4자유도 운동의 선형화된 오일러 각(Euler angle)에서 $\dot{\phi} = p$ 로 가정할 수 있다.

$$v_m = v - x_G r + z_G \dot{\phi} \quad (1)$$

그리고 4자유도 운동방정식은 식 (2)와 같이 나타낸다.

$$X = (m + m_x) \dot{u} - (m + m_y) v_m r - m x_G r^2 + m z_G \dot{\phi} \quad (2)$$

$$Y = (m + m_y) \dot{v}_m + (m + m_x) u r + x_G m \dot{r} - (m_y \alpha_z + m z_G) \ddot{\phi}$$

$$K = (I_{xx} + J_{xx} + m z_G^2) \ddot{\phi} - (m_y \alpha_z + m z_G) \dot{v}_m - m z_G (x_G \dot{r} + u r)$$

$$N = (I_{zz} + J_{zz} + m x_G^2) \dot{r} + m x_G (\dot{v}_m - z_G \ddot{\phi} + u r)$$

여기서 X , Y 는 각각 x , y 방향 힘의 합력, K 와 N 은 각각 x , z 방향 모멘트의 합력이다. m , I_{xx} , I_{zz} 는 각각 모형선의 질량과 x , z 축 방향의 관성모멘트이다. 관성모멘트는 무게중심이 아니라 좌표계 원점 기준으로 계산되므로 평행축정리(parallel-

axis theorem)가 적용되었다. m_x , m_y , J_{xx} , J_{zz} 는 각 방향의 부가질량과 부가관성모멘트로, Okuda et al. (2023)의 연구를 따라 같은 값을 적용하였다. α_z 는 부가질량으로 인한 힘이 가해지는 z 방향 위치로, Yasukawa et al. (2019)에서는 흘수(d)의 28.5%를 제안하였다.

2.2 대상 선박과 조종 모델

본 연구에서 사용한 선형은 KRISO Container Ship(KCS)이다. 해당 선형의 조종 성능 관련 연구는 모형시험과 전산유체역학 해석을 포함한 다양한 방법으로 이뤄졌다.

Okuda et al. (2023)의 연구에서는 KCS 선형의 4자유도 조종 운동 모델을 제안하고 이를 다양한 선속의 자유항주 모형시험과 비교하여 검증한 바가 있어, 본 연구에서는 이 운동 모델을 사용하였다. 운동 모델의 구성에 대한 자세한 내용은 같은 조종 모델을 이용한 연구인 Kim et al. (2024)에서 확인할 수 있다. Table 1은 대상 선박의 주요 요목, Fig. 2는 대상 선박의 형상이다.

조종 운동 모델은 선체, 추진기, 방향타의 유체력을 나누어 식 (3)과 같이 구성된다. 우변에서 아래첨자의 H , P , R 은 각각 힘과 모멘트에서 선체, 추진기, 방향타 성분을 의미한다.

$$X = X_H + X_P + X_R \quad (3)$$

$$Y = Y_H + Y_R$$

$$K = K_H + K_R = -Y_H z_H - m g \overline{GM} \phi + K_{\phi} \dot{\phi} + K_{\dot{\phi}} |\dot{\phi}| + K_R$$

$$N = N_H + N_R$$

조종 운동의 해석 과정에서 차원을 갖는 선체 유체력과 모멘트 X_H , Y_H , N_H 는 무차원화된 좌우동요 속도($v'_m = v_m / U$)와 선수동요 각속도($r' = rL / U$), ϕ 에 대한 함수로 얻어지는 무차원화된 유체력과 모멘트 X'_H , Y'_H , N'_H 에 차원을 적용하여 구한다. 여기서 R_0 는 직진 중 선체 저항, U 는 x , y 방향 속도인 u , v 의 벡터합의 크기이다.

Table 1 Principal particulars of KCS ship and model

| Description | Symbol | Unit | Ship | Model |
|--|----------|------|--------|--------|
| Length between perpendiculars | L | m | 230 | 3.494 |
| Draft | d | m | 10.8 | 0.164 |
| Block coefficient | C_B | - | 0.651 | |
| Longitudinal position of the mass center from midship | x_G | m | -3.39 | -0.051 |
| Vertical position of the mass center from waterline | z_G | m | -2.7 | 0.041 |
| Metacentric height | GM | m | 0.6 | 0.0091 |
| Vertical position of acting point of lateral force of hull | z_H | m | 3.70 | 0.563 |
| Radius of gyration (x -dir.) | k_{xx} | m | 14.17 | 0.215 |
| Radius of gyration (z -dir.) | k_{zz} | m | 57.5 | 0.873 |
| Propeller diameter | D_P | m | 7.9 | 0.12 |
| Longitudinal position of the propeller from midship | x_P | m | -110.9 | -1.69 |
| Vertical position of the propeller from waterline | z_P | m | -6.7 | -0.102 |

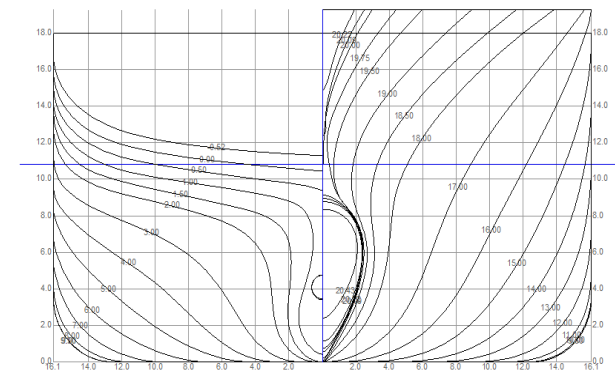


Fig. 2 Body plan of KCS

$$X_H = \frac{1}{2} \rho L d U^2 X'_H(v'_m, r', \phi) - R_0 \quad (4)$$

$$Y_H = \frac{1}{2} \rho L d U^2 Y'_H(v'_m, r', \phi)$$

$$N_H = \frac{1}{2} \rho L^2 d U^2 N'_H(v'_m, r', \phi)$$

추진기의 유체력(X_P)은 Okuda et al. (2023)의 연구와 달리 일반적으로 KCS 선형을 위해 사용되는 KP505 추진기를 이용하였다. KP505의 추력 모델은 식 (5)와 같다.

$$X_P = \rho n^2 D_P^4 (k_0 + k_1 J_A + k_2 J_A^2) \quad (5)$$

여기서 n 과 J_A 는 각각 추진기 회전수와 추진기의 전진비이다. $k_0 + k_1 J_A + k_2 J_A^2$ 는 추진기의 성능곡선에서 추력을 J_A 의 2차함수로 근사한 결과로, KP505 추진기의 k_0 , k_1 , k_2 는 각각 0.485, -0.388, -0.116 이다.

2.3 무작위 조종 시나리오

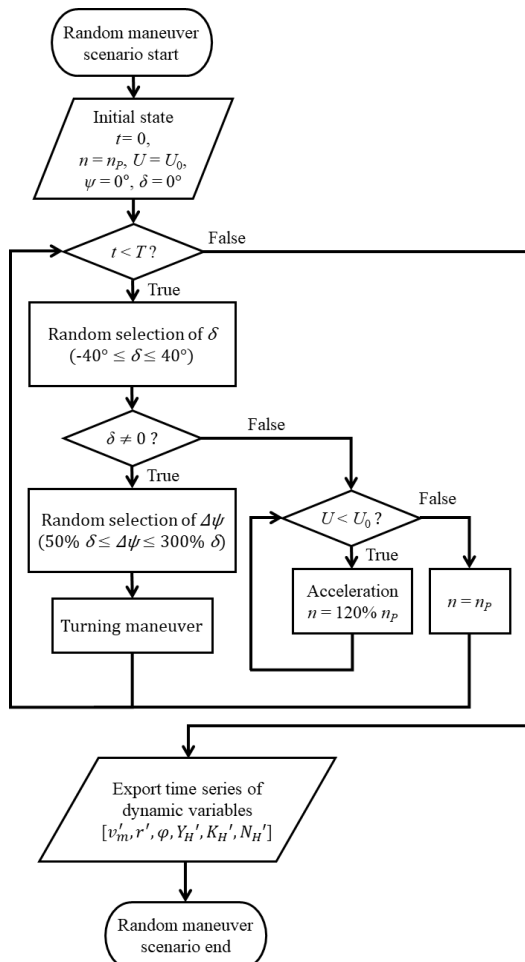


Fig. 3 Flow chart of the random maneuver scenario

선박의 조종 운동 문제에서 제어 가능한 입력은 추진기의 회전수(n)와 방향타각(δ)이다. 본 연구에서 다루는 조종 시나리오는 δ 의 변화로 인한 운동 양상의 파악에 집중하여 설계하였다. Fig. 3에 조종 시나리오 결정의 순서도를 보였다.

δ 를 -40° 에서 40° 까지 5° 단위로 나누어 17개 조건 중 선택한다. 선택된 δ 에 대해 선수각 변화($\Delta\psi$)를 δ 의 50%에서 300%까지 50% 단위로 나누어 6개 조건 중 선택한다. 이는 이전 연구들에서 $\Delta\psi$ 대신 타각을 유지하는 시간을 변화한 데에 비해, 작은 δ 에서 운동이 정속 선회로 편중되는 경향을 피할 수 있다. 그리고 δ 이 0° 로 선택되면 $\Delta\psi$ 를 선택하는 대신 선속이 초기 선속(U_0)으로 회복될 때까지 n 을 초기 회전수(n_p)의 120%로 올려 가속한 뒤 다시 n 을 n_p 로 낮추도록 하였다.

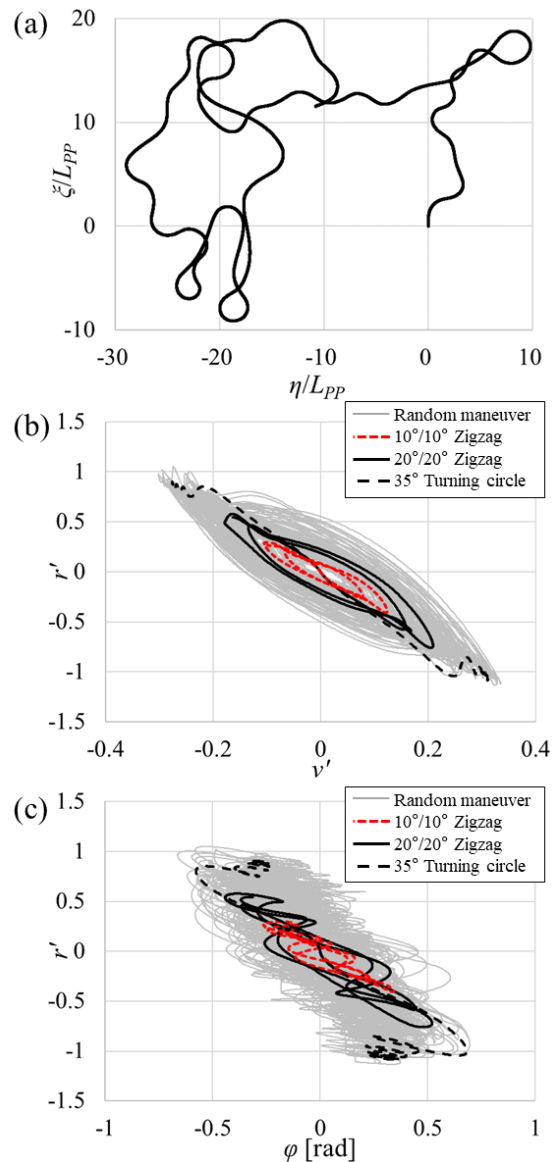


Fig. 4 Example of the random maneuver scenario and comparison with IMO maneuverability tests : (a) trajectory and (b) distribution of sway and yaw motion, (c) distribution of roll and yaw motion

선택된 제어 단위가 실행되었다면 현재 운동 상태를 초기 조건으로 하여 다음 제어 단위를 선택하여 조종 시나리오를 연달아 수행하였다. 시나리오 수행 시간(T)은 1000초로 정하였는데, 이는 CFD 해석과 모형시험을 통한 자유항주 시험 연구 경험을 바탕으로 도출한 현실적으로 달성할 수 있는 수준에서 최장의 시험 수행 시간이다.

Fig. 4는 무작위 조종 시나리오를 수행해 얻은 $\xi-\eta$ 평면 상의 조종 궤적, $v'-r'$ 과 $v'-\phi$ 분포의 예시이다. 운동 상태 변수에 대해서는 통상적인 35° 정속 선회 시험과 $10^\circ/10^\circ$, $20^\circ/20^\circ$ 지그재그 조종 시험의 값도 함께 표시하였다. IMO 조종 성능 시험에 비해 무작위 조종 시나리오에서 횡동요와 선수동요의 관계가 더 다양하게 나타나는 것을 알 수 있다.

2.4 몬테카를로 시뮬레이션

몬테카를로(Monte Carlo) 시뮬레이션은 주어진 시스템에서 확률 분포에 따라 무작위로 생성된 입력에 대응하는 결과를 반복하여 얻은 결과의 통계적 특성을 해석하기 위한 기법이다. 본 연구에서는 무작위 조종 시나리오의 반복을 통해 선박의 동역학적 변수의 분포와 상호관계가 어떤 값으로 수렴하는지를 확인하는데 몬테카를로 시뮬레이션을 사용하였다.

한 번의 조종 시나리오 시행을 통해 얻어진 데이터 ($\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_6)$)를 구성하는 변수 x_i 의 시계열은 식 (6)과 같이 시간평균(\bar{x}_i)과 요동성분($\tilde{x}_i(t)$)의 합으로 나눌 수 있다.

$$x_i(t) = \bar{x}_i + \tilde{x}_i(t) \quad (6)$$

무작위 조종 시나리오에서 다물 \mathbf{x} 를 구성하는 주요 동역학 변수들은 $[v_m', r', \phi, Y_H', K_H', N_H']$ 로, 각 변수간에 기함수의 관계를 가진다. 따라서 한 번의 무작위 조종 시나리오에서 충분히 많은 제어 단위가 선택되었다면 좌우현의 선회 비율은 거의 같아져서 \bar{x}_i 는 0으로 수렴할 것으로 기대하였다. 그리고 두 변수의 요동성분 \tilde{x}_i, \tilde{x}_j 에 대해 식 (7)을 이용해 공분산 ($C(\tilde{x}_i, \tilde{x}_j)$)을 계산할 수 있다.

$$C(\tilde{x}_i, \tilde{x}_j) = E(\tilde{x}_i \tilde{x}_j) - E(\tilde{x}_i)E(\tilde{x}_j) = C(\tilde{x}_j, \tilde{x}_i) \quad (7)$$

여기서 $E(\tilde{x}_i \tilde{x}_j), E(\tilde{x}_i), E(\tilde{x}_j)$ 는 조종 시나리오에서 변수 $\tilde{x}_i \tilde{x}_j, \tilde{x}_i, \tilde{x}_j$ 의 기댓값으로, 해당 데이터의 시간 평균으로 보아 $E(\tilde{x}_i), E(\tilde{x}_j)$ 는 0으로 간주하였다.

무작위 조종 시나리오의 수행 횟수(ν)를 증가시킴에 따라 조종 운동에서 얻어지는 동역학적 변수의 분포는 수렴할 것으로 예상하였다. 여기서 ν 는 Student t 분포의 자유도(degree of freedom)로 볼 수 있다. ν 를 5에서 5000까지 증가시켜 가며 $C(\tilde{v}', \tilde{v}'), C(\tilde{r}', \tilde{r}'), C(\tilde{v}', \tilde{r}')$ 의 추세를 확인하고, 그 결

과로 얻어진 ν 에 따른 각 공분산의 평균값(\bar{C})과 95% 신뢰구간 ($t_{95, \nu-1} \sigma / \sqrt{\nu}$)을 Fig. 5에 나타내었다. 반복 수행에 따라 각 변수의 공분산들이 수렴하는 것을 확인하였고, $\nu = 3000$ 에서는 모든 공분산에 대해 95% 신뢰구간은 \bar{C} 크기의 1% 이내로 나타났으므로, 이를 최종적인 공분산의 수렴값으로 보았다.

앞에서 수행한 추정 과정을 주요한 동역학 변수 전체의 공분산에 적용하였다. 그리고 식 (8)을 이용해 정규화하여 피어슨 상관 계수(Pearson correlation coefficient)를 구하면 상관계수 a_{ij} 를 원소로 갖는 상관행렬(correlation matrix) \mathbf{A} 이 된다. 그 결과는 Fig. 6과 같다.

$$a_{ij} = a_{ji} = \frac{C(\tilde{x}_i, \tilde{x}_j)}{\sqrt{C(\tilde{x}_i, \tilde{x}_i)C(\tilde{x}_j, \tilde{x}_j)}} \quad (8)$$

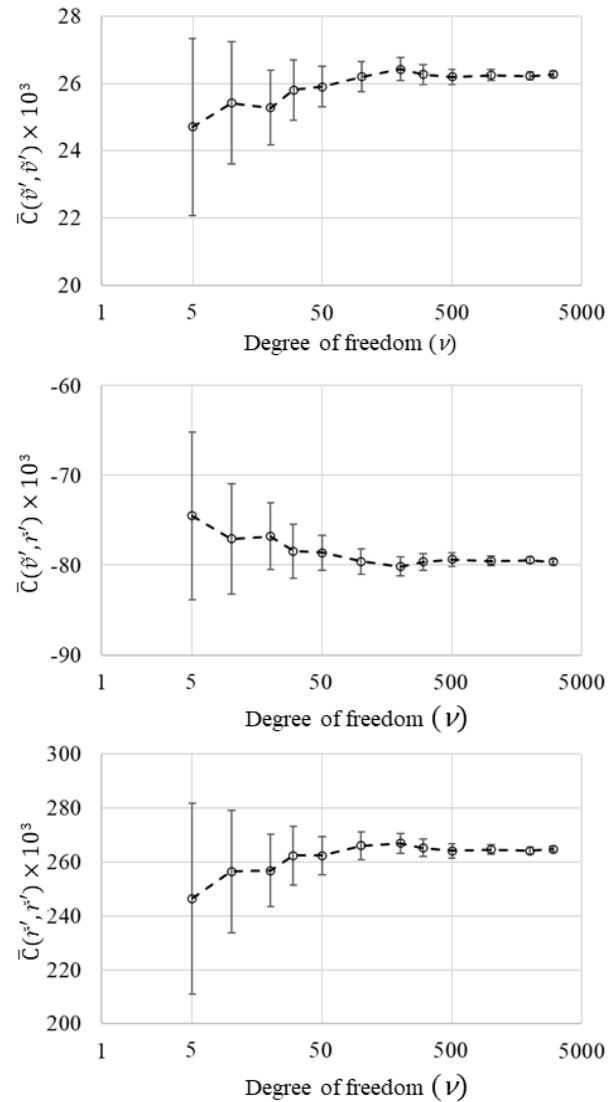


Fig. 5 Convergence of $\bar{C}(\tilde{v}', \tilde{v}'), \bar{C}(\tilde{v}', \tilde{r}'), \bar{C}(\tilde{r}', \tilde{r}')$ with respect to the degree of freedom: Error bar means 95% confidence level for the population mean

| | | | | | | |
|--------------------------------------|-------|-----------|-------|--------|--------|--------|
| v' | 1.00 | | | | | |
| φ | 0.73 | 1.00 | | | | |
| r' | -0.95 | -0.82 | 1.00 | | | |
| Y'_H | -0.97 | -0.73 | 0.96 | 1.00 | | |
| K'_H | 0.78 | 0.64 | -0.81 | -0.83 | 1.00 | |
| N'_H | 0.76 | 0.56 | -0.84 | -0.89 | 0.78 | 1.00 |
| | v' | φ | r' | Y'_H | K'_H | N'_H |
| $\sqrt{C(\tilde{x}_i, \tilde{x}_i)}$ | 0.16 | 0.22 | 0.51 | 0.12 | 2.E-03 | 0.02 |

Fig. 6 Converged correlation matrix (\mathbf{A}) of random maneuver scenarios and $C(\tilde{x}_i, \tilde{x}_i)$ of variables

3. 유사도 계산

3.1 고유값 분해

2장에서 구한 상관행렬(\mathbf{A})을 한 번의 조종 시나리오로 얼마나 구현할 수 있는지를 판별하는 것이 본 연구에서 다룰 조종 시나리오의 유사성 해석의 기본 내용이 된다. 2.4장에서 구한 수렴된 조종 운동에 대한 6×6 상관행렬 \mathbf{A} 의 고유벡터(\hat{e}_i)와 고유값(λ_{ii})을 알면 고유값 분해를 통해 \mathbf{A} 를 식 (9)와 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{A}\mathbf{P} &= \mathbf{A}[\hat{e}_1 \cdots \hat{e}_6] = [\lambda_{11}\hat{e}_1 \cdots \lambda_{66}\hat{e}_6] \\ &= [\hat{e}_1 \cdots \hat{e}_6] \begin{bmatrix} \lambda_{11} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \lambda_{66} \end{bmatrix} = \mathbf{P}\mathbf{\Lambda} \end{aligned} \quad (9)$$

여기서 \mathbf{P} 는 \hat{e}_1 에서 \hat{e}_6 까지 6개의 고유벡터들을 열벡터(column vector)로 갖는 6×6 행렬이고, 대각행렬 $\mathbf{\Lambda}$ 는 고유값 λ_{ii} 만을 대각성분의 원소로 갖는 6×6 행렬이다. 행렬 \mathbf{A} 가 $\mathbf{A}^T = \mathbf{A}$ 를 만족하는 대칭행렬이므로, 행렬 \mathbf{P} 는 전치행렬(\mathbf{P}^T)이 역행렬(\mathbf{P}^{-1})과 같은 직교행렬(orthogonal matrix)이 된다. 따라서 \mathbf{A} 는 식 (10)으로부터 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\mathbf{P}^T \mathbf{A} \mathbf{P} = \mathbf{\Lambda} \quad (10)$$

Kim et al. (2024)의 연구에서는 공분산 행렬의 고유벡터가 선박 조종 운동의 주요한 동역학적 특성을 반영하고 고유값을 해당 동역학적 특성의 크기임을 보였는데, 본 연구에서도 같은 방식으로 수렴된 조종 운동의 동역학적 특성을 설명하고자 한다. Fig. 7은 \mathbf{A} 에서 구한 $\lambda_{ii}\hat{e}_i$ 이고, 각 동역학 변수에 대해 지배적인 순으로 색상에 차등을 두어 표시하였다.

첫 번째 주성분 벡터에서는 모든 동역학적 변수가 비슷한 크기를 보이는 성분이 확인되었다. 이는 선회 과정에서의 운동 특성이 모든 성분에 대해 고르게 나타남을 의미하여, Fig. 6의 각 변수 간 상관계수가 크게 나타났던 점을 설명한다.

| | | | | | | |
|----------------|-------|-------|-------|-------|-------|------|
| i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| λ_{ii} | 5.04 | 0.48 | 0.26 | 0.20 | 0.03 | 0.00 |
| v' | 2.13 | 0.02 | -0.10 | 0.10 | 0.01 | 0.00 |
| φ | 1.82 | 0.38 | 0.06 | -0.07 | 0.01 | 0.00 |
| r' | -2.20 | -0.05 | 0.05 | -0.01 | 0.02 | 0.00 |
| Y'_H | -2.21 | 0.06 | 0.07 | -0.02 | -0.01 | 0.00 |
| K'_H | 1.98 | -0.12 | 0.21 | 0.06 | 0.00 | 0.00 |
| N'_H | 1.98 | -0.25 | -0.02 | -0.13 | 0.00 | 0.00 |

Fig. 7 Eigen vector ($\lambda_{ii}\hat{e}_i$) and Eigen value (λ_{ii}) of converged correlation matrix (\mathbf{A})

두 번째 벡터는 다른 운동 성분은 거의 발생하지 않으면서 횡동요가 가장 크게 식별되었기 때문에, 고유 횡동요 주기에 관련한 운동 성분을 설명하는 것으로 보인다. 그리고 이 고유 횡동요 운동은 선수동요 모멘트에 영향을 주는 것을 알 수 있다. 세 번째와 네 번째 모드는 Kim et al. (2024)의 연구에서 방향타 전환을 통한 운동의 천이 구간에서 발달하는 것임을 보인 바 있다.

3.2 조종 시나리오간의 유사성 계산

수렴된 조종 운동과 다른 조종 시나리오의 동역학 변수 분포의 유사도를 고유값 분해를 통해 구하려 한다. 조종 시나리오를 수행해 얻은 동역학 변수의 요동성분을 \tilde{y}_i 라 하고, 식 (11)을 이용해 b_{ij} 를 원소로 갖는 상관행렬 \mathbf{B} 를 구한다.

$$b_{ij} = b_{ji} = \frac{C(\tilde{y}_i, \tilde{y}_j)}{\sqrt{C(\tilde{x}_i, \tilde{x}_i)C(\tilde{x}_j, \tilde{x}_j)}} \quad (11)$$

여기서 분모 항은 대상 조종 시나리오가 아니라 수렴된 조종 운동에서 구한 $C(\tilde{x}_i, \tilde{x}_i)$ 을 이용하여 정규화하였다. \mathbf{B} 의 대각 성분의 크기가 1에 가깝다면 제한된 조종 시나리오의 동역학적 변수의 분포 범위가 수렴된 조종 운동과 유사하다는 의미이다.

식 (10)에서 \mathbf{A} 대신 \mathbf{B} 를 대입하면 \mathbf{P} 를 이용하여 \mathbf{B} 의 유사행렬 $\mathbf{\Sigma}$ 을 구하는데 대한 식 (12)를 얻는다.

$$\mathbf{P}^T \mathbf{B} \mathbf{P} = \mathbf{\Sigma} \quad (12)$$

\mathbf{B} 를 구하기 위한 조종 시나리오에서 나타나는 동역학적 특성이 수렴된 조종 운동과 같다면, $\mathbf{\Sigma}$ 는 대각행렬이 된다. 그리고 두 조종 시나리오에서 구현하는 동역학적 특성이 서로 다르다면 $\mathbf{\Sigma}$ 의 요소에서 대각 성분의 비중이 줄어들 것이다. 이에 착안하여 운동 특성의 유사성(S)을 $\mathbf{\Sigma}$ 의 모든 요소의 합에 대한 대각 성분(σ_{ii}) 합에 비로 정의하였다.

$$S = \frac{\sum_{i=1}^k |\sigma_{ii}|}{\sum_{j=1}^6 \sum_{i=1}^6 |\sigma_{ij}|} \quad (13)$$

고유벡터를 이용한 동역학적 특성의 유사성에 대해 좀 더 설명하고자 한다. A 에 대한 대각화를 보인 식 (10)과 같이 B 를 고유벡터를 이용해 대각화하여 식 (14)를 얻을 수 있다.

$$Q^T B Q = M \quad (14)$$

이 식을 식 (12)에 대입하면 식 (15)를 얻는다.

$$P^T (Q M Q^T) P = (P^T Q) M (P^T Q)^T = \Sigma \quad (15)$$

이로부터 식 (15)는 대각행렬 M 을 $P^T Q$ 를 이용해 유사행렬 Σ 로 변환하는 과정임을 알 수 있다. $P^T Q$ 는 A , B 의 고유벡터 간의 내적 결과로 구성된 행렬이다. 각 행렬의 고유벡터가 운동 시나리오에서 나타나는 주요한 동역학적 특성을 의미하므로, A 와 B 가 다루는 동역학적 특성이 같다면 두 행렬의 고유벡터 세트는 동일할 것이다. 따라서 $P^T Q$ 는 단위행렬이 되어야 하고, Σ 는 M 과 같은 대각행렬이 되어 S 가 증가한다. 그리고 두 조종 시나리오에서 구현하는 동역학적 특성이 서로 다르다면 Σ 의 요소에서 대각 성분의 비중이 줄어들 것이므로, 식 (13)의 S 도 작아진다. 따라서 S 가 두 조종 시나리오의 동역학적 유사성을 정량화하는 기준으로 사용할 수 있음을 알 수 있다.

4. 유사도 계산 결과

4.1 IMO 조종 성능 시험

3장에서 제안된 방법을 이용해 IMO 조종 성능 시험과 본 연구에서 제안된 무작위 조종 시나리오를 비교하였다. IMO 조종성능 시험은 35° 정속 선회, 10°/10°, 20°/20° 지그재그 조종 시험을 대상으로 하였다. 각 조종 시험은 좌우현에 대해 수행한 결과를 합하여 B 를 구하고 주성분 분석을 수행하였다.

우선 각 조종 시나리오에 대해, Fig. 4에서 보인 운동 변수간의 피어슨 상관계수를 구하여 Table 2에 나타내었다. 정속 선회의 경우 선회 중에 고유 횡동요 주기의 운동이 발생하므로, ϕ 에 대한 운동의 연성이 작게 얻어졌다. 이는 대상 선형인 KCS가 특히 작은 GM 을 가져 횡동요가 쉽게 발생하는 탓으로 생각된다. 지그재그 조종 시험은 고유 주기의 횡동요가 발생하기 이전에 선수동요가 발생하므로 ϕ 가 r' 과 강한 연성을 보였다. 좌우동요와 선수동요에 대해서는 전체적으로 아주 강한 상호상관도를 보였다.

Table 2 Pearson correlation coefficients of IMO maneuverability tests and random maneuver

| | Port side | | Starboard side | |
|--------------------|------------|------------|----------------|------------|
| | v_m', r' | r', ϕ | v_m', r' | r', ϕ |
| 10°/10° Zigzag | -0.95 | -0.90 | -0.94 | -0.92 |
| 20°/20° Zigzag | -0.95 | -0.94 | -0.95 | -0.91 |
| 35° Turning circle | -0.98 | -0.49 | -0.97 | -0.44 |
| Random maneuver | -0.95 | -0.82 | - | |

Fig. 8은 각 조종 시나리오의 $\lambda_{ii} \hat{e}_i$ 이다. 각 동역학 변수에 대해 지배적인 순으로 색상에 차등을 두어 표시하였다. Fig. 7의 수렴된 조종 운동의 결과와 비교하여 주성분의 구성이나 대응하는 고유값의 크기로부터 각 조종 시나리오의 동역학적 특성을 판별할 수 있다. 지그재그 조종 시나리오의 경우 첫 번째 주성분에서 N_H' 가 작게 나타났다. 선박의 선회 초기에는 N' 이 N_R' 의 영향을 크게 받다가 사향각이 커지는 시점에서 선체의 뭉크 모멘트(Munk moment)로 인한 N_H' 가 조종 운동을 지배하게 되는데, 지그재그 조종에서는 이 시점 이전의 조종 운동만을 얻기 때문으로 보인다. 지그재그 조종에서 얻은 두 번째 주성분은 v' 과 ϕ 의 부호가 첫 번째 주성분과 반대로 나타나는 것으로 보아, 선체 자체의 선회 증 모멘트보다는 선회 운동 초기의 방향타력으로 인해 선체가 회전 안쪽으로 기우는 과정에 관계된 것으로 보인다. 두 번째 주성분은 수렴된 조종 운동과 달리 횡동요가 지배적이지는 않았다.

정속 선회 시험과 수렴된 조종 운동의 비교에서는 전체적으로 유사한 결과를 얻었다. 하지만 첫 번째 주성분에 대한 두 번째 주성분 비율이 정속 선회에서 더 크게 얻어졌다. 따라서 정속 선회 중에는 고유 횡동요 운동이 계속해서 발달하며, 반대로 지그재그 조종에서 잦은 방향타 작동은 횡동요의 발생을 억제한다고 볼 수 있다. 그리고 정속 선회 중에는 세 번째와 네 번째 주성분의 비중이 줄어들었는데, 이는 수렴된 조종 운동에 비해 운동의 천이영역 비율이 작기 때문이다.

일반적으로 세 조종 운동의 결과를 종합해 조종 운동 모델을 개발해왔기 때문에, 이 상호상관 행렬이 Fig. 7의 수렴된 조종 운동 결과와 얼마나 유사한지를 파악할 필요가 있다. 세 조종 시나리오에서 얻은 조종 운동의 총합에서는 지그재그 조종 운동의 영향으로 첫 번째 주성분의 비중이 줄어들면서 상대적으로 정속 선회 시험의 고유 횡동요 운동에 연관된 두 번째 주성분의 비중이 증가하였다. 따라서 기존의 IMO 조종 시나리오에 기반한 선박 조종 운동 모델의 개발은 선박의 고유 횡동요 운동을 과도하게 추정할 가능성이 있다.

앞에서 제안된 조종 시나리오에 대해 식 (13)을 통해 구한 S 를 Table 3에 나타내었다. 비교를 위해 $T=1,000s$ 의 무작위 조종 시나리오를 수행한 경우의 평균적인 S 값도 함께 표시하였다.

Table 3 Comparison of similarity of dynamic features (S) of IMO maneuverability test with variation of k : (Eq. 13)

| | $k=4$ | $k=5$ | $k=6$ | T [s] |
|--------------------|-------|-------|-------|---------|
| 10°/10° Zigzag | 44.4% | 44.6% | 44.6% | 42 |
| 20°/20° Zigzag | 48.8% | 49.0% | 49.0% | 43 |
| 35° Turning circle | 65.4% | 65.4% | 65.4% | 61 |
| Sum of IMO tests | 71.5% | 71.6% | 71.6% | 146 |
| Random maneuver | 84.8% | 85.3% | 85.3% | 1000 |

| 10°/10° Zigzag | | | | | | | 20°/20° Zigzag | | | | | | |
|----------------|-------|-------|-------|-------|------|------|----------------|-------|-------|-------|-------|-------|------|
| i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| λ_{ii} | 0.88 | 0.26 | 0.10 | 0.02 | 0.01 | 0.01 | λ_{ii} | 1.68 | 0.44 | 0.22 | 0.08 | 0.05 | 0.03 |
| v' | -0.35 | -0.16 | -0.02 | -0.01 | 0.00 | 0.00 | v' | 0.67 | 0.26 | 0.06 | 0.01 | -0.02 | 0.01 |
| ϕ | -0.67 | 0.16 | -0.02 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | ϕ | 1.15 | -0.30 | 0.05 | -0.01 | -0.01 | 0.00 |
| r' | 0.36 | 0.06 | -0.05 | 0.00 | 0.01 | 0.00 | r' | -0.75 | -0.08 | 0.07 | -0.05 | -0.02 | 0.01 |
| Y'_H | 0.21 | 0.07 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.01 | Y'_H | -0.52 | -0.14 | 0.01 | 0.03 | 0.03 | 0.02 |
| K'_H | -0.19 | -0.06 | 0.01 | 0.02 | 0.00 | 0.00 | K'_H | 0.45 | 0.09 | -0.03 | -0.06 | 0.03 | 0.00 |
| N'_H | 0.03 | 0.05 | 0.07 | 0.00 | 0.01 | 0.00 | N'_H | 0.10 | -0.05 | -0.19 | -0.01 | -0.02 | 0.01 |

| 35° Turning circle | | | | | | | Sum | | | | | | |
|--------------------|-------|-------|-------|-------|-------|------|----------------|-------|-------|-------|-------|-------|------|
| i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| λ_{ii} | 4.58 | 0.78 | 0.16 | 0.11 | 0.05 | 0.02 | λ_{ii} | 3.08 | 0.82 | 0.29 | 0.10 | 0.07 | 0.04 |
| v' | 1.62 | -0.07 | -0.07 | 0.06 | 0.00 | 0.01 | v' | 1.12 | 0.10 | 0.18 | 0.02 | 0.02 | 0.02 |
| ϕ | 1.39 | -0.61 | 0.07 | -0.03 | 0.00 | 0.00 | ϕ | 1.06 | 0.62 | -0.15 | -0.01 | 0.01 | 0.00 |
| r' | -1.72 | 0.16 | 0.01 | -0.05 | -0.02 | 0.01 | r' | -1.19 | -0.16 | -0.05 | -0.05 | 0.05 | 0.01 |
| Y'_H | -2.10 | -0.05 | 0.00 | -0.01 | 0.04 | 0.01 | Y'_H | -1.39 | 0.09 | -0.05 | 0.01 | -0.03 | 0.03 |
| K'_H | 1.85 | 0.04 | -0.10 | -0.08 | 0.01 | 0.00 | K'_H | 1.23 | -0.08 | 0.04 | -0.08 | -0.03 | 0.01 |
| N'_H | 2.37 | 0.45 | 0.09 | -0.01 | 0.01 | 0.00 | N'_H | 1.50 | -0.49 | -0.15 | 0.03 | 0.00 | 0.01 |

Fig. 8 Eigen vector ($\lambda_{ii}\hat{e}_i$) and Eigen value (λ_{ii}) of correlation matrix (B) of IMO maneuverability tests

IMO 조종 성능 시험의 경우 좌선회와 우선회의 시간을 합하여 T 를 구하였다. 운동의 유사도에 대해서는 세 조종 운동을 종합한 결과가 가장 나은 결과를 보였으며, 그 값은 71.6%였다. k 가 증가함에 따른 유사도의 변화는 눈에 띄지 않았으며, IMO 조종 시험의 종합 결과가 짧은 시험 시간에 비해 동역학적 특성의 구현이 뛰어난 것을 알 수 있다.

4.2 무작위 조종 시나리오의 수행 시간 변화

무작위 조종 시나리오의 수행 시간을 변화시켜가며 유사도의 변화를 확인하였다. 이를 통해 자유항주 모형시험이나 CFD 해석에서 목표로 하는 유사도 수준을 달성하기 위해 무작위 조종 시나리오를 얼마 동안 수행해야 하는지를 알 수 있다.

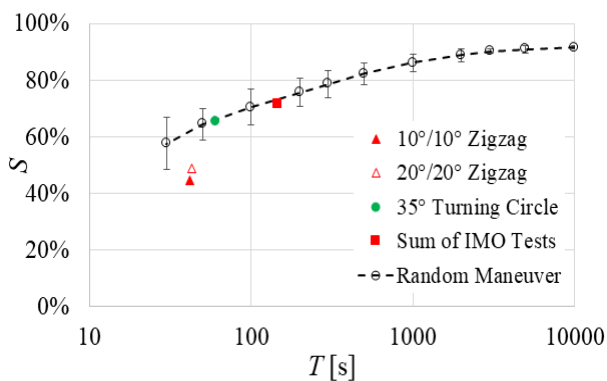


Fig. 9 Comparison of similarity of dynamic features (S) of maneuver test scenarios and model test duration (T): error bar indicates 95% confidence interval.

Table 3에서 다룬 대로, $T=1,000s$ 의 무작위 조종 시나리오를 수행한 경우 평균적으로 85.3%의 유사도를 얻었다. 추가로 T 를 변화시켜 가며 유사도의 증감을 확인하였다. Fig. 9는 그 결과로, Table 3의 IMO 조종 성능 시험의 결과도 함께 표시하였다.

시나리오의 수행 시간이 증가함에 따라 유사도는 증가하였으나, T 에 대해 로그 스케일을 보였으므로 효용은 감소하는 것을 알 수 있다. $T=10,000s$ 에서 확인한 유사도는 91.6%이다. 앞서 2.4장에서 구한 수렴된 조종 운동이 $T=1,000s$ 시험을 3,000회 반복 수행에서 얻은 결과이므로, 이는 사실상 $T=3,000,000s$ 의 시험 결과에 대응한다고 볼 수 있다. 따라서 $T=10,000s$ 의 시험 결과도 완전히 수렴된 운동을 얻기에 충분히 긴 시간이라고 보기는 어렵다.

IMO 조종 성능 시험 중 지그재그 시험은 본 연구에서 제안된 무작위 조종 시나리오보다 낮은 유사도를 보였다. 정속 선회나 IMO 조종 성능 시험의 총합은 시험 수행 시간에 대한 유사도의 추세가 무작위 조종 운동과 유사하게 얻어졌다. 다만 이 유사도는 전체 운동에서 어느 정도의 유사성을 갖는지의 비율을 판단하는 기준이므로, 정속 선회 시험의 결과가 같은 시간 동안 수행한 무작위 조종 운동 시나리오와 같은 동역학적 특성을 갖는다는 해석을 할 수는 없다. 각 조종 시나리오의 동역학적 특성은 4.1장에서 보인 고유 벡터 자체의 분석을 통해 수행되어야 할 것이다.

5. 결론

선택의 조종 운동 문제에 데이터 기반 모델링을 적용하기 위한 연구의 일환으로, 조종 시나리오 간의 동역학적 특성을 비교할 수 있는 방안을 주성분 분석에 기반하여 개발하였다. 그리고 무

작위 조종을 통해 얻은 운동 특성을 기준으로 하여, 기존의 조종 시험 시나리오에서 얻은 동역학적 특성과의 유사도를 비교하여 다음의 결론을 얻었다.

방향타각의 크기와 이에 따른 선수각 변화 조건을 무작위로 변화시키는 조종 시나리오를 제안하였고, 이를 이용한 몬테카를로 시뮬레이션을 통해 최종적으로 선박의 수렴된 조종 운동을 구할 수 있었다. 선박의 수렴된 조종 운동에서 얻은 동역학 변수의 상호상관 행렬에 대해, 고유값 분해로부터 조종 운동의 주성분을 구할 수 있었다. 첫 번째와 두 번째로 지배적인 주성분은 각각 선체의 정속 선회 중 운동과 고유 횡동요 주기의 운동을 반영하였다. IMO 조종 성능 시험에서는 첫 번째 주성분은 비슷하였으나, 고유 횡동요 운동에 대한 주성분은 정속 선회 시험에서 주로 나타났었다.

상호상관 행렬의 고유값 비교에 기반하여 제안된 조종 시나리오 간의 유사도 해석을 통해, IMO 조종 성능 시험 시나리오와 수렴된 조종 운동을 비교하였다. IMO 조종 성능 시험 시나리오를 모두 수행한 경우 유사도는 71.6%로, 한 번의 무작위 조종 운동 시나리오를 수행하였을 경우 기대되는 유사도 85.3%보다는 작았으나, 시험 수행 시간을 고려하면 충분히 실용적인 접근으로 판단된다.

본 연구에서 제안된 조종 시나리오는 이후 자유항주 모형시험과 CFD 해석에 적용해 조종 운동 데이터를 구하는데 사용될 것이다. 그리고 데이터 기반 모델링을 통해 선박의 동역학 모델의 개발이 가능할 것으로 생각된다.

후 기

이 연구는 2024년 정부(방위사업청)의 재원으로 국방과학연구소의 지원을 받아 수행된 미래도전국방기술 연구개발사업임(No.915071101)

References

Abkowitz, M.A., 1980. Measurement of hydrodynamic characteristics from ship maneuvering trials by system identification. *Annual Meeting of the Society of Naval Architects and Marine Engineers*, Jersey City, NJ.

Araki, M., Sadat-Hosseini, H., Sanada, Y., Tanimoto, K., Umeda, N. and Stern, F., 2012. Estimating maneuvering coefficients using system identification methods with experimental, system-based, and CFD free-running trial data. *Ocean Engineering*, 51, pp.63–84.

Casado, M.H., Ferreira, R. and Velasco, F.J., 2007. Identification of nonlinear ship model parameters based on the turning circle test. *Journal of Ship Research*, 51(2), pp.174–181.

Chillcce, G. and el Moctar, O., 2023. Data-driven system identification of hydrodynamic maneuvering coefficients

from free-running tests. *Physics of Fluids*, 35, Article No. 057122.

Hamamoto, M. and Kim, Y.-S., 1993. A new coordinate system and the equations describing manoeuvring motion of a ship in waves. *Journal of the Society of Naval Architects of Japan*, 173, pp.209–220.

ITTC, 2017. Captive model test. *International Towing Tank Conference – Recommended Procedures and Guidelines*, 7.5–02–06–02.

Jeon, M., Yoon, H.K., Park, J., Rhee, S.H. and Seo, J., 2022. Identification of 4-DoF maneuvering mathematical models for a combatant in intact and damaged conditions. *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering*, 14, Article no.100480.

Kim, D., Yun, K., 2021. Simple kinematic model generation by learning control inputs and velocity outputs of a ship. *Journal of Navigation and Port Research*, 45(6), pp.284–297.

Kim, K., Kim, H., Choi, S., Na, K.-I., Lee, H. and Seo, J., 2022. Development of ship dynamics model by free-running model tests and regression. *Journal of the Society of Naval Architects of Korea*, 59(3), pp.173–182.

Kim, D.-H., Kim, M., Lee, S. and Seo, J., 2024. A study on 4DOF ship dynamics in maneuver by principal component analysis. *Journal of the Society of Naval Architects of Korea*, 61(1), pp.29–44.

Nouri, N.M. and Valadi, M., 2017. Robust input design for nonlinear dynamic modeling of AUV. *ISA Transactions*, 70, pp.288–297.

Okuda, R., Yasukawa, H. and Matsuda, A., 2023. Validation of maneuvering simulations for a KCS at different forward speeds using the 4-DOF MMG method. *Ocean Engineering*, 284, 115174.

Sutulo, S. and Guedes Soares, C., 2023. Application of an offline identification algorithm for adjusting parameters on a modular manoeuvring mathematical model. *Ocean Engineering*, 279, Article No. 114328.

Wakita, K., Maki, A., Umeda, N., Miyauchi, Y., Shimoji, T., Rachman, D.M. and Akimoto, Y., 2022. On neural network identification for low-speed ship maneuvering model. *Journal of Marine Science and Technology*, 22, pp.772–785.

Wang, Z., Soares, C.G. & Zou, Z., 2020. Optimal design of excitation signal for identification of nonlinear ship manoeuvring model. *Ocean Engineering*, 196, Article No. 106778.

Wang, T., Li, G., Hatledal, L. I., Skulstad, R., Æsøy, V. and Zhang, H., 2022. Incorporating approximate dynamics into data-driven calibrator: a representative model for ship maneuvering prediction. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 18(3), pp. 1781–1789.

Yasukawa, H., Sakuno, R. and Yoshimura, Y., 2019. Practical maneuvering simulation method of ships considering the roll-coupling effect. *Journal of Marine Science and Technology*, 24, pp.1280–1296.

Yoon, H.K. and Rhee, K.P., 2003. Identification of hydrodynamic coefficients in ship maneuvering equations of motion by estimation-before-modeling technique. *Ocean Engineering*, 30, pp.2379–2404.

