

# 주위가 고정된 원형 평판을 가진 란주반 트랜스듀서의 방사 특성 해석

## Radiation characteristics analysis of Langevin transducer having a rim-fixed circular plate

김정순,<sup>1</sup> 윤지원,<sup>2</sup> 김무준<sup>2†</sup>

(Jungsoon Kim,<sup>1</sup> Jiwon Yoon,<sup>2</sup> and Moojoon Kim<sup>2†</sup>)

<sup>1</sup>동명대학교 전기제어학부, <sup>2</sup>부경대학교 물리학과  
(Received April 14, 2024; accepted June 11, 2024)

**초록:** 란주반 트랜스듀서에 의해 강제 진동되는 원형 진동판으로부터 방사되는 음장의 분포를 해석하기 위하여 L. Rayleigh에 의해 도출된 진동 원판의 운동방정식을 기초로 구동 영역 및 고정 경계영역의 경계 조건을 적절히 적용하여 이론적 해석모델을 도출하였다. 도출된 해석모델을 이용하여 진동 원판의 표면에 분포하는 진동 변위를 계산하고 이로부터 방사되는 초음파에 의해 형성되는 음장을 계산한 결과, 진동 원판의 넓이에 따라 방사 특성이 크게 변함을 확인할 수 있었다. 비교를 위하여 유한요소법인 COMSOL 프로그램을 사용하여 동일한 시스템에 대한 시뮬레이션을 수행한 결과 이론 계산 결과와 좋은 일치를 보여 본 연구에서 도출한 이론적 해석모델의 유효성을 확인할 수 있었다. 본 연구에서 도출한 이론적 해석모델은 초음파 화학분야 등 관련 디바이스의 설계 및 개발에 활용될 수 있을 것으로 기대된다.

**핵심용어:** 란주반 트랜스듀서, 원형 진동판, 음장 분포, 이론적 해석, 경계조건

**ABSTRACT:** In order to analyze the distribution of sound fields radiating from a circular plate vibrated by a Langevin transducer, a theoretical analysis model was derived. The boundary conditions of the driving area and fixed boundary area were appropriately applied to the equation of motion of the vibrating plate, which was derived by L. Rayleigh. By calculating the vibration displacement distributed on the surface of the vibrating plate using the derived analysis model and then calculating the sound field formed by the ultrasonic waves radiating from it, it was confirmed that the radiation characteristics vary significantly depending on the area of the vibrating plate. For comparison, a simulation of the same system was performed using the COMSOL program, a finite element method, and showed good agreement with the theoretical calculation results, confirming the effectiveness of the theoretical analysis model derived in this study. It is expected that the theoretical analysis model derived from this study can be used in the design and development of related devices, such as in the ultrasonic chemistry field.

**Keywords:** Langevin transducer, Circular vibrating plate, Acoustic field distribution, Theoretical analysis, Boundary conditions

**PACS numbers:** 43.58.Ta, 43.40.Dx

### I. 서론

초음파의 산업적 응용에 있어서 란주반형 트랜스듀서는 매우 넓은 분야에서 활용되고 있다.<sup>[1-3]</sup> 초음

파 트랜스듀서의 동력적인 응용분야에 있어서는 면내 진동의 절에 해당하는 위치에 프렌지를 두어 트랜스듀서의 고정점에 의한 영향을 최소화하는 것이 일반적이다.<sup>[4-6]</sup> 그러나 란주반형 초음파 트랜스듀

†Corresponding author: Moojoon Kim (kimmj@pknu.ac.kr)

Department of Physics, Pukyong National University, 45, Yongso-ro, Nam-Gu, Busan 48513, Republic of Korea

(Tel: 82-51-629-5572, Fax: 82-51-629-5549)



Copyright©2024 The Acoustical Society of Korea. This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

서의 효율을 고려하여 대칭적인 진동분포를 선택하는 응용의 경우, 진동의 절에 해당하는 위치에는 압전 세라믹 진동자가 삽입되어 트랜스듀서의 고정점은 불가피하게 진동의 절이 아닌 경우가 많다.<sup>[7,8]</sup> 란주반형 초음파 트랜스듀서를 상용으로 사용하고 있는 초음파 세척기의 경우, 일반적으로 란주반 트랜스듀서는 진동면을 수조면에 부착하여 사용한다. 이 경우 초음파 진동에너지는 수조의 바닥 면뿐만 아니라 측면으로 전달되어 음향 매질로의 에너지 전달이 비효율적이다. 음향 매질로의 효율적인 음향에너지 전달뿐만 아니라 다양한 응용에 있어서 목적에 맞는 최적의 설계를 위해서는 수조 내의 음향 매질에 전달되는 방사 특성을 예측할 수 있는 효율적인 방법이 요구된다. 일반적으로 트랜스듀서의 음향 특성 해석에 널리 이용되고 있는 유한요소법에 따른 예측 방법은 방대한 계산시간과 구조물들의 정확한 물성값 요구와 같은 제약조건이 있어, 보다 실용적인 해석법이 필요하다.<sup>[9-11]</sup>

본 연구에서는 란주반형 트랜스듀서에 의한 음향 매질 내의 방사 특성을 개선할 목적으로, 란주반형 초음파 트랜스듀서의 방사면에 일정 면적의 원형 진동판이 부착된 모델을 제안하고, 이 경우에 대한 원형 진동판의 강제진동 해석을 수행하여 이론적 해석법을 도출한다.

원형 판의 진동에 관한 연구는 이미 1920년대부터 많은 학자에 의해 다양한 목적으로 연구가 수행되었다.<sup>[12-17]</sup> Laura *et al.*<sup>[18-20]</sup>은 간단한 다항식 표현을 사용하는 방법으로 원형 진동판의 경계조건에 따른 자유 진동을 해석하였다. 그러나 이들은 외부의 구동력에 의한 강제진동에 대한 해석까지는 고찰하지 못하였다. 그 후 이들은 이론을 확장하여 정현적인 강제진동이 가해지는 원형 평판에 적용하여 이론적 해석 결과를 보고하였다.<sup>[21]</sup> 이들의 해석에서는 적용된 외력이 원형 평판 전면에 걸쳐 일정하게 가해지는 경우로, 원형 평판의 일부 면적에만 외력이 가해지는 조건에서는 적용이 적절하지 못하다.

본 연구에서 제안된 모델의 강제진동 해석에 있어서는 Rayleigh<sup>[22]</sup>에 의해 도출된 원판 진동체의 운동 방정식을 도입한다. 가장자리가 고정된 원판의 중심에 부착된 란주반형 트랜스듀서에 대해, 경계조건 및

구동력의 방사면을 고려한 강제진동에 대한 해를 도출한다. 도출된 이론적 해석법은 유한요소법에 따른 결과와 비교함으로써 그 유효성을 확인한다.

## II. 이론적 해석법

Fig. 1은 란주반형 트랜스듀서의 방사면에 원형 진동판이 부착된 경우에 대한 강제진동 모델을 나타낸 것이다. 가장자리가 고정된 반지름  $a$  인 얇은 원판의 중앙에 반지름  $a_1$  인 방사면을 가진 란주반형 트랜스듀서가 고정되어  $F_X e^{j\omega t}$  형태로 구동력이 작용하고 있다. 주변이 고정된 원형 진동판에 대한 강제진동의 변위  $\xi$ 는 다음과 같은 운동방정식을 만족한다.<sup>[9]</sup>

$$(\nabla^4 - k^4)\xi = \frac{3(1-\sigma^2)}{2Eh^3} F_X e^{j\omega t}, \quad (1)$$

여기서

$$k^4 = \frac{3\rho(1-\sigma^2)}{Eh^2} \omega^2 \quad (2)$$

이며,  $\rho$ ,  $\sigma$ ,  $E$  및  $h$ 는 원형 진동판의 밀도, 포아송비, 영률 및 두께를 각각 나타낸다. 또한  $F_X$ 는 구동 외력의 진폭이고,  $\omega$ 는 그 외력의 각진동수이다. 진동판의 반지름을  $a$ 라 두면 가장자리가 고정된 원형 진동판의 주변에 대한 경계조건은 다음과 같다.

$$\xi = 0, \quad \frac{d\xi}{dr} = 0, \quad \text{at } r = a. \quad (3)$$

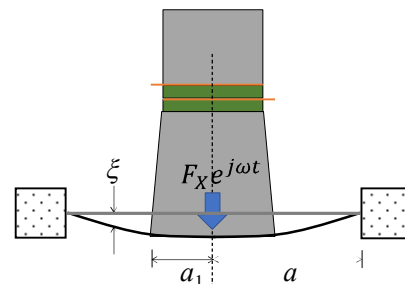


Fig. 1. (Color available online) Vibration model of Langevin ultrasonic transducer attached with fixed rim circular plate.

한편, Eq. (1)의 해를 도출하기 위해서는, 우선 고유진동의 해를 구하여 원형 진동판의 자유진동에 대한 고윳값을 구할 필요가 있다. 이에 본 연구에서는 강제진동 해석을 하기에 앞서 자유진동의 해를 먼저 도출하고 이를 통해 강제 구동력이 인가된 상황에 해당하는 강제진동 해를 도출하고자 한다.

자유진동의 해를 구하기 위해 운동방정식을 다음과 같이 변형한다.

$$(\nabla^4 - k^4)\xi = 0. \tag{4}$$

Eq. (4)의 방정식을 만족하는 해는, 아래의 두 개의 2차 선형미분 방정식에 대한 해들의 1차 결합으로 나타낼 수 있다.

$$(\nabla^2 + k^2)\xi = 0, \tag{5}$$

$$(\nabla^2 - k^2)\xi = 0. \tag{6}$$

Eqs. (5)와 (6)의 해는 Bessel 함수의 조합으로 나타낼 수 있다. 더욱이,  $r=0$ 에서 유한진폭을 갖는 진동임을 고려하면, Eq. (4)의 해는 다음과 같은 형태를 보이게 된다.

$$\xi = \{\Phi J_0(kr) + \Psi I_0(kr)\} e^{j\omega t}, \tag{7}$$

여기서  $J_0$ 는 제1종 0차 베셀함수,  $I_0$ 는 제1종 0차 변형 베셀함수이다.

Eq. (7)의 미정계수  $\Phi$  및  $\Psi$ 를 도출하기 위하여 Eq. (3)의 경계조건을 적용하면,

$$\Phi J_0(ka) + \Psi I_0(ka) = 0, \tag{8}$$

$$-\Phi J_1(ka) + \Psi I_1(ka) = 0 \tag{9}$$

와 같은 관계식이 구해지며  $\Phi$ 와  $\Psi$ 는 다음의 관계식을 만족시키는 고윳값들에 의해 관계지어진다.

$$\frac{J_1(ka)}{J_0(ka)} = -\frac{I_1(ka)}{I_0(ka)}. \tag{10}$$

Table 1. Eigenvalues of Eq. (10).

$m$	1	2	3	4	...
$ka = \alpha_m$	3.1961	6.3064	9.4395	12.577	...

Eq. (10)의 고윳값은 Table 1에 나타낸 바와 같다.

한편, Eq. (2)의  $k$ 에 위의 고윳값을 적용하면, 고유 각진동수는

$$\omega_m = \frac{\alpha_m^2}{a^2} \frac{h \sqrt{E}}{\sqrt{3\rho(1-\sigma^2)}} \tag{11}$$

로, 각 고윳값에 해당하는 각진동수 형태로 표현할 수 있다. 또한 미정계수들도 고윳값을 적용하여 다음과 같은 관계로 표현된다.

$$\frac{\Psi_m}{\Phi_m} = -\frac{J_0(\alpha_m)}{I_0(\alpha_m)} = \frac{J_1(\alpha_m)}{I_1(\alpha_m)}. \tag{12}$$

이상의 관계들을 적용하면 고윳값들에 대한 진동변위는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\xi_m = \Phi_m \left\{ J_0(\alpha_m y) - \frac{J_0(\alpha_m)}{I_0(\alpha_m)} I_0(\alpha_m y) \right\} e^{j\omega_m t}, \tag{13}$$

여기서  $y = \frac{r}{a}$ 이다. 따라서 자유진동에 대한 원형 진동체의 진동 변위에 대한 일반해는 모든 고윳값에 대한 진동 변위의 전체 합으로 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} \xi &= \sum_m \xi_m \\ &= \sum_m \Phi_m \left\{ J_0(\alpha_m y) - \frac{J_0(\alpha_m)}{I_0(\alpha_m)} I_0(\alpha_m y) \right\} e^{j\omega_m t} \\ &= \sum_m \Phi_m \Xi_m e^{j\omega_m t}, \end{aligned} \tag{14}$$

여기서

$$\Xi_m = J_0(\alpha_m y) - \frac{J_0(\alpha_m)}{I_0(\alpha_m)} I_0(\alpha_m y) \tag{15}$$

이다.

한편, 본 연구에서 수행하고자 하는 강제진동은, 원형 진동체에 외력  $F_X e^{j\omega t}$ 를 인가하는 경우로, Eq. (1)의 시험해는, 상술한 고유진동 해의 형태를 도입 하면, 다음과 같은 급수 형태로 둘 수 있다.

$$\xi = \sum_m B_m \Xi_m e^{j\omega t}. \quad (16)$$

또한 외력의 진폭 분포도 다음과 같은 형태로 둘 수 있다.

$$F_X = \sum_m A_m \Xi_m. \quad (17)$$

Eqs. (16)과 (17)을 Eq. (1)에 대입하면 다음과 같은 관계로 표현할 수 있다.

$$(\nabla^4 - k^4) \sum_m B_m \Xi_m = \frac{3(1-\sigma^2)}{2Eh^3} \sum_m A_m \Xi_m. \quad (18)$$

한편, 고유진동 해에서  $k = k_m = \frac{\alpha_m}{a}$ 인 경우,

$$\nabla^4 \Xi_m = \frac{\alpha_m^4}{a^4} \Xi_m \quad (19)$$

이므로 이를 Eq. (18)에 적용하면 미정계수인  $B_m$ 은 다음과 같은 형태로 도출된다.

$$B_m = \frac{1}{2h\rho} \frac{A_m}{\omega_m^2 - \omega^2}. \quad (20)$$

상술의 관계식들로부터 가장자리가 고정된 원판의 강제진동 변위에 대한 정상해는 Eq. (21)의 형태로 정리할 수 있다.

$$\xi = \frac{1}{2h\rho} \sum_m \frac{1}{\omega_m^2 - \omega^2} A_m \Xi_m e^{j\omega t}, \quad (21)$$

여기서 Eqs. (17)~(21)에 표현된 전개 계수  $A_m$ 은 구동력이 원형 진동체에 전달되는 힘의 분포를 나타내는 것으로 다음과 같이 표현된다.

$$A_m = 2 \int_r^{r+dr} F \Xi_m y dy, \quad (22)$$

여기서  $F$ 는 단위면적당의 힘이다. 본 연구에서 대상으로 하는 란주반 트랜스듀서의 경우는, Fig. 1에 보여진 바와 같이, 구동력이 작용하는 영역은 반경  $a_1$ 인 원 내부에만 일정하게 분포하는 것으로 간주할 수 있다. 따라서 Eq. (22)의 적분 범위는  $a_1$ 부터  $a$ 까지이고, 원판의 반경  $a$ 로 규격화시켜서  $y$ 의 범위를  $y = [\frac{a_1}{a}, 1]$ 로 하여 적분을 수행한 결과, 전개 계수  $A_m$ 은 다음과 같이 구해진다.

$$A_m = \frac{2F}{a\alpha_m} \left[ \left\{ a_1 I_1 \left( \frac{\alpha_m a_1}{a} \right) - a I_1(\alpha_m) \right\} - \left\{ \frac{I_0(\alpha_m)}{J_0(\alpha_m)} \left\{ a_1 J_1 \left( \frac{\alpha_m a_1}{a} \right) - a J_1(\alpha_m) \right\} \right\} \right]. \quad (23)$$

따라서, Eq. (15)와 Eq. (23)을 Eq. (21)에 대입하면, 가장자리가 고정된 진동원판의 강제진동에 의한 진동 변위가 도출된다.

### III. 결과 및 분석

이론해석에서 도출된 진동변위 Eq. (21)을 이용하여, 가장자리가 고정된 원형판의 강제진동에 대한 진동변위 분포 및 방사 특성을 조사하였다. Fig. 1에 있어서 원형 진동판의 물성값 및 두께에 대한 설정값은 Table 2에 정리하여 나타내었다. 또한 란주반 트랜스듀서 방사면의 반지름은  $a_1 = 22.25 \times 10^{-3}$  m, 구동 주파수  $f = 50 \times 10^3$  Hz로 설정하였고, 음향매질은 물로 가정하였다. 트랜스듀서에 부착되는 원형 진동판의 반지름은  $a = 29.6$  mm, 39.5 mm, 49.3 mm, 59.2 mm 등 4가지 경우에 대해 계산하였다.

Eq. (21)을 이용하여 계산된 진동 원판의 진동 변위 분포를 Fig. 2에 나타내었다. 그림에서 수직축은 진동

Table 2. Thickness and physical properties of circular plate.

Thickness (mm)	Density (kg/m <sup>3</sup> )	Poisson ratio	Young's modulus (MPa)
1.0	7850	0.3	205

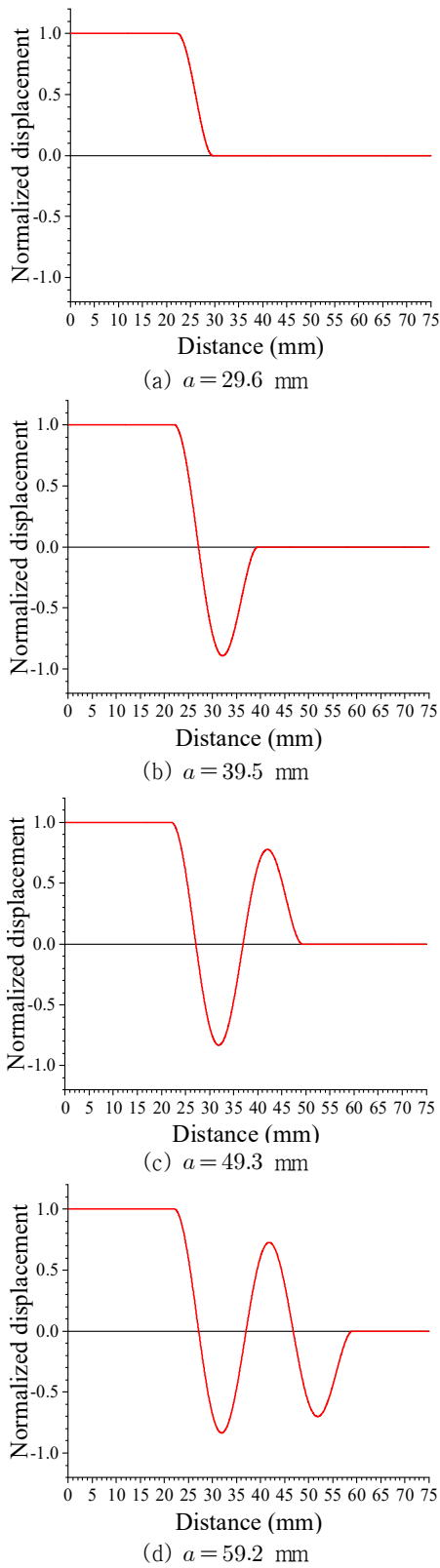


Fig. 2. (Color available online) Normalized vibration displacement depending on the radius of circular plate.

진폭, 수평축은 원형 평판의 반지름 방향을 나타낸다. 본 연구에서는 진동 형태에 관심이 있으므로 진동변위의 크기는 규격화하였으며, 원판의 반지름 방향인  $r$ 방향의 진동모드만을 고려하기로 한다. 이는 원형 진동판은 중심의 비교적 넓은 영역이 란주반형 트랜스듀서의 방사면으로 고정되어 있으며 원판 주위의 경계면 역시 고정된 경계조건을 갖고 있어 중심축에 대칭인 진동모드 이외의 진동 모드는 발생하기 어렵다. Fig. 2에서 빨간선이 진동변위를 나타낸 것이고, 진동변위가 0인 위치의 검은선은 진동 원판의 반지름의 길이를 나타낸 것이다. 진동 원판의 크기 변화에 따른 진동변위 형태를 보면, 란주반 트랜스듀서의 반지름( $a_1$ ) 영역에 해당되는  $0 \leq r \leq 22.25$  mm 범위 내에서는 일정한 힘을 가하므로 균일한 변위를 보이고 있으나,  $r > a_1$  영역에서는 원형 진동판의 반지름에 따라 상이한 굴곡 진동 형태를 보인다. 원판의 반지름  $a = 29.6$  mm인 경우의 결과인 Fig. 2(a)를 보면, 트랜스듀서의 반지름  $a_1$ 과의 차이가 약 7 mm 정도로 매우 작아 원판의 정상상태의 진동 모양은 매우 단순한 형태를 보인다. Fig. 2(b)의 결과는, 원판의 반지름  $a$ 와 트랜스듀서의 반지름  $a_1$ 의 차이가 약 17 mm 정도로, 진동판의 진동할 수 있는 영역이 늘어남에 따라 반파장의 형태를 지닌 진동 변위 모양을 보여 준다. 진동 원판의 면적이 더욱더 증가한 경우인 Fig. 2(c)와 (d)에서는 진동 가능한 영역이 증가함에 따라 파장이 증가한 형태의 진동 형태가 나타남을 확인할 수 있다.

50 kHz로 구동되는 란주반 트랜스듀서에 의해 강제진동 하는 원형 진동판에 의한 음향방사 특성을

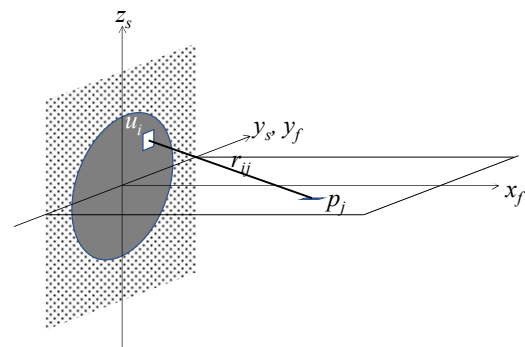


Fig. 3. Coordinate for acoustic field generated from the circular plate.

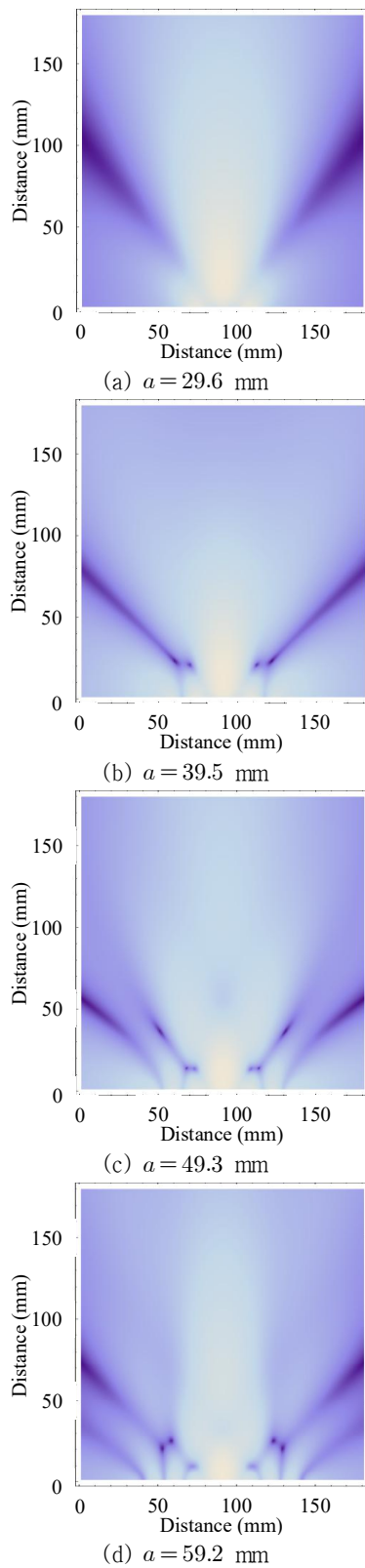


Fig. 4. (Color available online) Calculation results of acoustic pressure field depending on the radiation surface by using the theoretical analysis method.

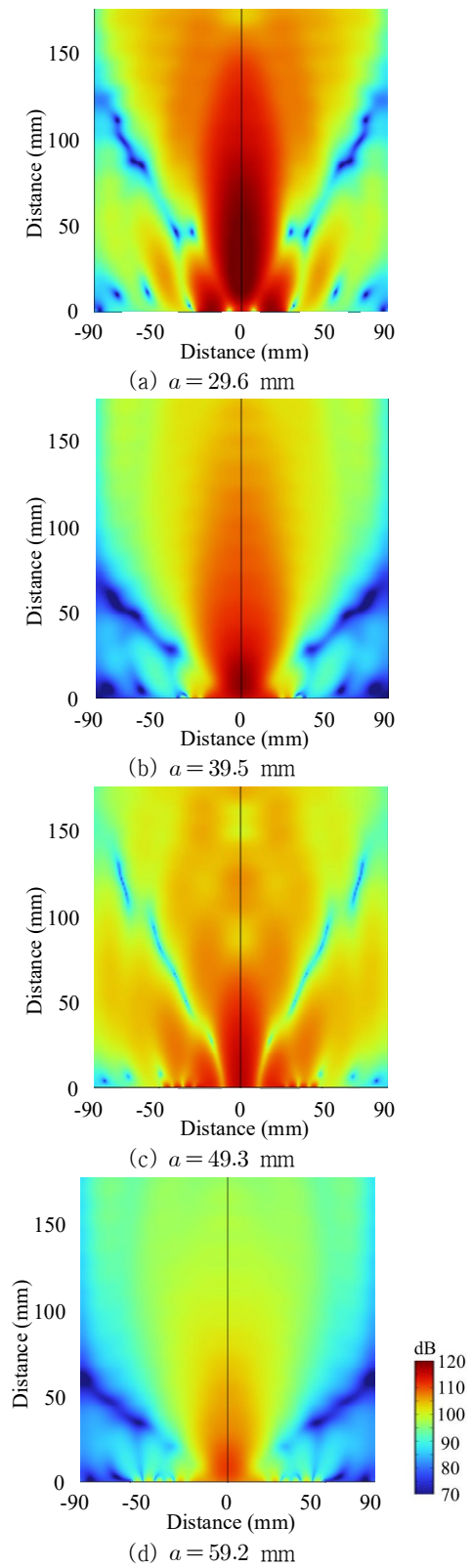
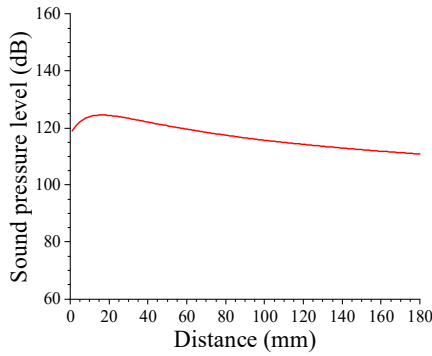
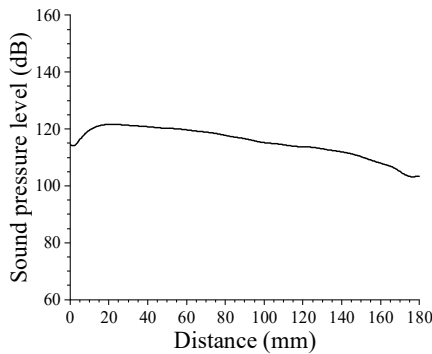


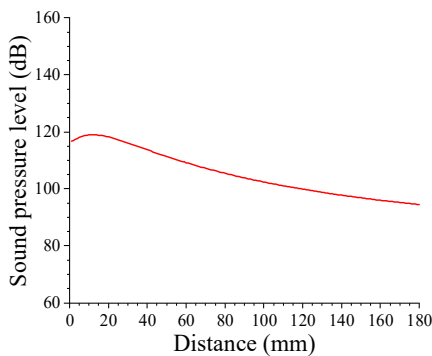
Fig. 5. (Color available online) Calculation results of acoustic pressure field depending on the radiation surface by using the finite element method.



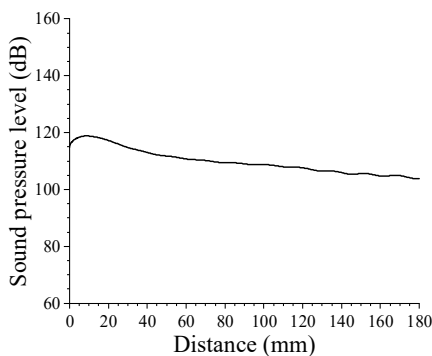
(a-1) Theoretical analysis method when  $a = 29.6$  mm



(a-2) Finite element method when  $a = 29.6$  mm



(b-1) Theoretical analysis method when  $a = 39.6$  mm



(b-2) Finite element method when  $a = 39.6$  mm

Fig. 6. (Color available online) Comparison of sound pressure level along the acoustic axis calculated from the theoretical analysis method and the finite element method.

계산하기 위하여 Fig. 3과 같은 좌표계를 설정하였다. 진동 원판 위의 입자속도를  $u_i$ 라 두면 이 입자속도에 기인한 임의의  $x_{ij}$  평면 위의 한 점에 나타나는 음압은 다음과 같은 형태로 표현된다.

$$p_j = \rho c \sum_{i=1}^n \frac{u_i}{r_{ij}}, \quad (24)$$

여기서  $\rho$ 와  $c$ 는 각각 음향 매질의 밀도 및 음속이고, 원판 위의 입자속도  $u_i$ 는 상술한 Eq. (21)인 진동변위로부터 구할 수 있다. Eq. (24)에 의한 계산결과를 Fig. 4에 나타내었다. 이때 원형 진동판의 방사면의 진동분포는 Fig. 2에서 계산된 원판의 크기에 해당되는 진동 변위 분포를 적용하였다. 음장 계산 영역은  $180 \text{ mm} \times 180 \text{ mm}$ 이며, 란주반 트랜스듀서에 부착된 원형 평판은 그림의 아래쪽 중심에 자리 잡고 있다. 이 결과를 보면 원형 평판의 면적이 달라짐에 따라 매질 내로 방사된 음압의 분포는 큰 변화를 보인다. 특히 Fig. 4(d), 원형 진동판의 반지름  $a = 59.2 \text{ mm}$ 인 경우,  $22.25 \text{ mm} \leq r \leq 59.2 \text{ mm}$  사이 영역의 음장이 점 음원들로부터 방사된 음장과 아주 유사한 형태를 보이고 있음을 확인할 수 있으며, 이는 Fig. 2(d)에서 예측한 것과도 일치함을 알 수 있다.

본 연구에서 도출된 이론해석법에 대한 유효성 검증을 위하여 Fig. 1에 나타낸 모델에 대해, 상용의 COMSOL 프로그램을 사용하여 유한요소 해석을 수행하였고, 이론해석법 계산과 같은 조건으로 계산된 음장분포 결과를 Fig. 5에 나타내었다. 결과를 보면, 원형 평면의 면적이 달라짐에 따라 매질 내로 방사된 음압의 분포는 큰 변화를 보이고 있으며, 특히 원형 진동판의 반지름  $a = 59.2 \text{ mm}$ 인 경우를 나타낸 Fig. 5(d)의 결과는 이론적 해석법에 의한 결과와 매우 유사한 음장분포를 나타냄을 볼 수 있다. 정량적인 비교를 위하여 음축상의 음압 수준을 추출하여 비교한 결과를 Fig. 6에 나타내었다. 원형평판의 반경이  $a = 29.6 \text{ mm}$  및  $a = 39.6 \text{ mm}$ 인 두 경우에 대한 결과로, 이론적 해석법에 의한 결과와 유한요소 해석법에 의한 결과가 아주 유사함을 확인할 수 있다.

## IV. 결 론

광범위한 산업현장에서 활용되고 있는 란주반형 트랜스듀서의 경우, 사용 목적에 따라 여러 가지 형태 및 경계조건을 부여하여 설계되고 있다. 본 연구에서는 가장자리가 고정된 원형 진동판에 부착된 란주반 트랜스듀서에 대한 음향방사 특성을 해석하기 위한 이론적 해석 방법을 제시하였다. 란주반 트랜스듀서에 의해 가진되는 원형진동판의 진동변위 분포를 도출하였고, 그 결과 진동변위의 분포는 부착된 원형진동판의 크기에 의존함을 확인하였다. 도출된 진동변위 분포를 적용하여 음향방사 특성을 계산한 결과, 원형 진동판의 크기에 따라 변하는 진동변위 분포에 기인한 상이한 음원의 분포로 인하여 방사음장 역시 변화가 발생함을 확인할 수 있었다. 이 결과를 상용의 유한요소법에 의한 계산결과와 비교함으로써 그 유효성을 확인할 수 있었다. 본 연구 결과는 란주반 트랜스듀서를 사용한 다양한 목적의 초음파 시스템 설계에 유용한 수단으로 제공될 수 있을 것으로 기대된다.

## 감사의 글

이 논문은 정부의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(No.2022R1F1A1063797).

## References

1. K. Adachi and M. Saito, "Construction of torsional-vibration systems with a hollow cylindrical bolt-clamped Langevin-type transducer and their application to ultrasonic plastic welding," *Jpn. J. Appl. Phys.* **34**, 2735-2739 (1995).
2. C. Yun, T. Ishii, K. Nakamura, S. Ueha, and K. Akashi, "A high power ultrasonic linear motor using a longitudinal and bending hybrid bolt-clamped Langevin type transducer," *Jpn. J. Appl. Phys.* **40**, 3773-3776 (2001).
3. J. Tsujino, T. Ueoka, K. Hasegawa, Y. Fujita, T. Shiraki, T. Okada, and T. Tamura, "New methods of ultrasonic welding of metal and plastic materials," *Ultrasonics*, **34**, 177-185 (1996).
4. D. Yamaguchi, T. Kanda, and K. Suzumori, "An ultrasonic motor for cryogenic temperature using bolt-clamped Langevin-type transducer," *Sens. Actuators A Phys.* **184**, 134-140 (2012).
5. S. Shi, W. Chen, and J. Liu, "A high speed ultrasonic linear motor using longitudinal and bending multi-mode bolt-clamped Langevin type transducer," *Proc. IEEE ICMA*, 25-28 (2006).
6. J. Kim and J. Lee, "Parametric study of bolt clamping effect on resonance characteristics of Langevin transducers with lumped circuit models," *Sensors*, **20**, 1952 (2020).
7. J. Kim and M. Kim, "Experimental method for vibration analysis of a bolt-clamped ultrasonic transducer," *Acoust. Sci. & Tech.* **44**, 1-8 (2023).
8. J. Kim, H. Kim, and M. Kim, "Suggestion of an experimental method for optimization of flange point of a bolt-clamped Langevin-type ultrasonic transducer" (in Korean), *J. Acoust. Soc. Kr.* **40**, 270-277 (2021).
9. W. Tangsopa, T. Keawklan, K. Kesngam, S. Ngaochai, and J. Thongsri, "Improved design of ultrasonic cleaning tank using harmonic response analysis in ANSYS," *IOP Conf. Ser.: Earth Environ. Sci.* **159**, 012042 (2018).
10. W. Tangsopa and J. Thongsri, "Development of an industrial ultrasonic cleaning tank based on harmonic response analysis," *Ultrasonics*, **91**, 68-76 (2019).
11. H. Lais, P. Lowe, T. Gan, and L. Wrobel, "Numerical modelling of acoustic pressure fields to optimize the ultrasonic cleaning technique for cylinders," *Ultrason. Sonochem.* **45**, 7-16 (2018).
12. G. Blanch, "Mathematical Functions With Formulas, Graphs, and Mathematical Tables," in *handbook of National Bureau of Standards Applied Mathematics Series*, edited by M. Abramowitz and I. Stegun (U.S. government printing office, Washington, 1972).
13. Y. Cheung, L. Tham, and W. Li, "Free vibration and static analysis of general plate by spline finite strip," *Comput. Mech.* **3**, 187-197 (1988).
14. B. Singh and D. Tyagi, "Transverse vibrations of an elliptic plate with variable thickness," *J. Sound Vib.* **99**, 379-391 (1985).
15. T. Wah, "Vibration of circular plates," *J. Acoust. Soc. Am.* **34**, 275-281 (1962).
16. G. C. Pardoen, "Static, vibration and buckling analysis of axisymmetric circular plates using finite elements," *Comput. Struct.* **3**, 355-375 (1973).
17. G. C. Pardoen, "Asymmetric vibration and stability of circular plates," *Comput. Struct.* **9**, 89-95 (1978).
18. P. A. A. Laura, J. C. Paloto, and R. D. Santos, "A note on the vibration and stability of a circular plate elastically restrained against rotation," *J. Sound Vib.* **41**, 177-180 (1975).
19. P. A. A. Laura and R. Gelos, "Further results on the



vibration and stability of a circular plate elastically restrained against rotation,” J. Sound Vib. **41**, 388-390 (1975).

20. P. A. A. Laura, L. E. Luisoni, and A. Arias, “ Anti-symmetric modes of vibration of a circular plate elastically restrained against rotation and subjected to a hydrostatic state of in-plane stress,” J. Sound Vib. **47**, 433-437 (1976).

21. P. A. A. Laura, J. L. Pombo, and L. E. Luisoni, “Forced vibrations of a circular plate elastically restrained against rotation,” J. Sound Vib. **45**, 225-235 (1976).

22. J. W. Strutt and B. Rayleigh, *The Theory of Sound, Vol I* (Macmillan, London, 1894), pp. 352-372.

저자 약력

▶ 김 정 순 (Jungsoon Kim)



1996년 2월 : 부경대학교 물리학과 학사  
 1999년 2월 : 부경대학교 대학원 음향진동 공학과 석사  
 2002년 3월 : Tokyo University of Agriculture and Technology, Japan 공학박사  
 2006년 3월 ~ 현재 : 동명대학교 전기 제어 학부 부교수  
 <관심분야> 초음파 영상, 비선형음향, 초음파 분산, 의용 초음파

▶ 윤 지 원 (Jiwon Yoon)



2024년 3월 ~ 현재 : 부경대학교 물리학과 학석사 연계과정  
 <관심분야> 초음파 물리학

▶ 김 무 준 (Moojoon Kim)



1985년 2월 : 부경대학교 응용물리학과 학사  
 1990년 2월 : 부경대학교 대학원 응용물리학과 석사  
 1994년 3월 : Tohoku University, Japan 공학박사  
 1995년 3월 ~ 현재 : 부경대학교 물리학과 교수  
 <관심분야> 초음파 트랜스듀서, 비선형음향, 초음파 분산, 수중음향