韓國數學教育學會誌 시리즈 E <數學教育 論文集>
https://doi.org/10.7468/jksmee.2024.38.2.231
제 38집 제 2호, 2024. 6. 231-246

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. E:
Communications of Mathematical Education
Vol. 38, No. 2, Jun. 2024. 231-246

텍스트 코딩을 활용한 중등수학 모바일 콘텐츠 개발 연구

이 상 구 (성균관대학교, 교수)
이 재 화 (한림대학교, 조교수)†
남 윤 (성균관대학교, 연구원)

본 논문에서는 텍스트 코딩을 활용하여 최근 개발한 중등수학 모바일(Mobile) 콘텐츠에 관하여 소개한다. 해당 콘텐츠는 복잡한 계산에 대한 부담을 덜어주고 함수의 그래프를 쉽게 그리는 등의 실습이 가능하도록 설계되어, 학생들이 단순 문제 풀이 시간을 절약하는 대신 확보한 시간을 활용해 수학 문제의 본질을 이해하고 응용하는 능력을 기름으로써 자신감을 향상시키고자 하는 의도로 기획되었다. 또한 코드를 통해 문제를 해결하는 과정과 절차를 보다 잘 인지할 수 있도록 함으로써, 컴퓨팅 사고력(Computatonal Thinking)과 알고리즘적 사고 향상에 도움을 주고자 하였다. 두 차례 각기 다른 수준과 다른 배경을 가진 학생들을 대상으로 본 콘텐츠를 시범 적용한 사례(대학생 대상 대학 미분적분학 학습 전 복습, 고등학생 대상 수학 과목 예습)에서 얻은 데이터와 프로젝트 결과물을 바탕으로 본 콘텐츠가 중·고등학교 수학을 효율적으로 예습·복습한다거나, 지필로 불가능한 복잡한 계산 및 시뮬레이션을 통한 결과 예측 등의 활동을 수행하는 데 활용될 수 있음을 확인하였다.

Ⅰ. 서론

최근 인공지능(Artificial Intelligence, AI) 기술의 발전으로 인해 사회가 빠르게 변화하고 컴퓨팅 사고력(Computational Thinking, CT)을 기르는 것이 중요해짐에 따라, 수학교육에도 코딩(Coding)을 도입하려는 연구가 이루어지고 있다. 실제로 코딩 교육은 많은 선진국에서 초·중등 과정의 필수과목이 되기도 하였으며, 수학과 코딩을 동시에 교육하는 시도도 이미 이루어지고 있다. 예를 들면, 2014년 2월 설립된 비영리 단체인 MathAndCoding(http://www.mathandcoding.org/)은 미국 샌프란시스코 지역(Bay Area)의 학생들에게 수학과 프로그래밍 기술의 기초를 교육하고 있으며, 미국 시카고 대학은 2023년 8월 시카고 대학 석사과정에 입학하는 학생들을 대상으로 'Math & Coding' 캠프를 개최하기도 하였다.[1] 이와 같이 기존의 수학교육에서 공학적 도구로써의 활용을 넘어 코딩을 수학교육에 보다 적극적으로 적용함으로써 테크놀로지 소양을 키우고자 노력하고 있으며, 현재 많은 나라의 학생들이 코딩에 대한 경험을 쌓고 있다.[2]

우리나라에서도 최근 수학교육에서 코딩을 활용하고자 하는 교수·학습적인 시도와 이에 따른 연구가 이루어지고 있다. 학교에서 수학 교과와 접목한 코딩 관련 연구는 크게 블록코딩과 텍스트 코딩 활용으로 나누어 볼 수 있는데, 예를 들어, 정진환, 조한혁(2020)은 3D 거북 코딩을 기반으로 초·중등 코딩교육을 학교수학과 융합하

* 접수일(2024년 5월 3일), 심사(수정)일(2024년 6월 4일), 게재 확정일(2024년 6월 19일)
* MSC2020 분류 : 97U50, 97U70
* 주제어 : 수학 학습 자료, 텍스트 코딩, 모바일 플랫폼
† 교신저자 : jaehwa.lee@hallym.ac.kr
[1] https://harris.uchicago.edu/admitted-students/orientation-programs/math-coding-camp
[2] https://codehs.com/course/coding_math/overview
https://ontariotechu.ca/programs/continuous-learning/education/teaching-math-and-coding-elementary/

는 교육내용과 지도방법을 제안하였으며, 강하람 외(2021)는 터틀말(Turtlemal)을 기반으로 초·중등 수학교과와 정보교과를 융합하는 코딩수학 교육과정 및 교육방법에 관한 연구를 수행하였다. 최인용(2020)은 마인크래프트(Minecraft)와 유사한 3차원 코딩 학습 환경인 MathCraft를 개발하여 자유학기제에서 활용할 수 있는 수학 교수 학습 방안을 제시하였고, 홍갑주(2022)는 스크래치(Scratch)나 엔트리(Entry)와 같은 블록코딩을 활용한 수학교육에 관하여 비교연구를 수행하였다. 그 외에 박래성 외(2019)는 중학교 1학년 기본도형과 작도 단원을 중심으로 알지오매스(Algeomath)를 활용한 수업이 학생들의 수학 학업 성취도와 학습태도에 미치는 효과를 분석하였으며, 강향임, 최은아(2023)는 알지오매스의 블록코딩을 활용하여 원주율 탐구활동 자료를 개발하고 그 학습 과정을 분석하였다. 이러한 연구에서는 블록코딩을 활용하는 것이 코딩 과정이 간단하면서도 알고리즘적 사고를 함양할 수 있는 장점을 갖고 있다고 주장하였다.

한편 수학 교과의 일부 주제에 관하여 텍스트 코딩을 활용하여 교수·학습 자료를 개발한 사례도 있다. 예를 들어, 중학교 수학 교과의 '소인수분해' 내용을 중심으로 파이썬(Python)을 활용하여 코딩을 융합하여 지도한다거나(심광섭, 심성아, 2018; 김예미 외, 2020), 타원곡선 전자서명 알고리즘에서 이용되는 수학을 소재로 SageMath를 활용하여 정보와 수학교과의 융합을 시도하기도 하였다(신기철, 서보억, 2019). 이러한 연구에서는 텍스트 코딩이 수학 교과 내용의 학습 외에도 알고리즘적 사고나 컴퓨팅 사고력에 도움을 줄 수 있다고 주장하였다. 이에 더하여 대학수학교육에서도 텍스트 코딩을 활용하는 것이 수학적 문제해결이나 알고리즘적 사고에 효과적이라는 연구가 꾸준히 제기되고 있다(이상구 외, 2016; 이상구 외, 2017; 이상구, 이재화, 2019). 파이썬이나 SageMath와 같은 공개 소프트웨어를 활용하여 미분적분학 전 과정을 'Math & 코딩' 방식으로 진행하는 강좌가 개설되어 운영된 사례가 한 예라 할 수 있다(이재화 외, 2022).

코딩의 주된 목적은 주어진 문제를 해결하기 위한 절차인 알고리즘을 배우는 데 있다. 김지혜(2015)는 중학생의 경우, 인지 발달 단계 중 가설, 연역적 사고와 체계적 사고를 하는 단계인 형식적 조작기에 속하므로 블록코딩보다는 파이썬과 같은 텍스트 기반 프로그래밍 언어를 사용하는 것이 더 부합한다고 하였다. 그러나 김예미 외(2020)는 파이썬 프로그램을 활용한 코딩과 수학의 융합 수업에 적용할 수 있는 교수·학습 자료 개발에 대한 연구는 아직까지 초기 단계에 머물러 있다고 한다. 따라서 중등수학에서도 텍스트 코딩을 활용한 교수·학습자료와 콘텐츠를 지속적으로 개발할 필요가 도출되었다. 이에 본 연구진은 특히 코딩에 대한 부담은 줄이고 복잡한 계산 수행이나 함수의 그래프를 그리기 등 공학적 도구가 지닌 장점은 유지하여, 학습자가 수학 개념과 원리에 더 집중할 수 있는 방안을 마련하고자 하였다. 그리고 이러한 콘텐츠의 활용을 통해 중등수학교육 현장에서 다음과 같은 교육 경험이 이루어질 수 있기를 기대하였다. 먼저, 학습자가 지필로 계산하는 부담을 덜어주어 학습 시간을 효율적으로 관리할 수 있게 한다. 두 번째, 확보한 시간을 우리의 수학교육 현장에서 전반적으로 부족했던 토론 학습에 실질적으로 활용할 수 있게 한다. 학생들은 문제 풀이와 시각화뿐만 아니라 수학 개념, 역사, 응용 사례 등을 토론하면서 피상적인 지식이 아닌 근본적인 원리에 대한 이해를 추구할 수 있다. 또한 이와 연계하여 본인의 관심 분야에서 응용되는 수학 지식을 탐구할 수 있도록 한다. 세 번째, 코딩과 수학을 결합함으로써 컴퓨팅 사고력(CT)과 수학적 사고력을 동시에 기를 수 있도록 한다. 코드에 담긴 계산 알고리즘을 통해 어떤 절차로 문제 해결이 이루어지는지 파악하고, 한편으로는 시뮬레이션, 시각화 등을 통해 수학적 이해의 폭을 넓힌다. 마지막으로 이런 방식으로 수학을 학습한 학생들은 수학 문제를 해결할 때 이용할 수 있는 도구가 늘어나고 수학을 대하는 태도가 달라지기 때문에 수학에 대한 자신감과 함께 수학 지식을 쉽게 응용하는 능력을 기를 수 있기를 기대하였다. 예를 들어, 미분계수의 본질은 결국 접선의 기울기이므로 학생들이 미분계수를 학습할 때 다양한 함수의 도함수 공식을 암기하는데 시간을 보내기보다는 이 개념의 의미나 실생활 적용 등에 보다 많은 시간을 할애하는 것이 바람직할 것이다. 이에 본 연구진의 의도는 어떤 함수가 주어져도 미분계수를 구할 수 있게 됨에 따라 계산에서 자유로워지고, 개념에 대하여 생각해 볼 수 있는 충분한 시간을 확보하는 게 가능하도록 계산이 복잡한 함수는 코드를 활용하여 구할 수 있는 환경을 구축하는 데에 있다.

본 연구에서는 이러한 방향과 목적에 따라 기존의 특정 주제에서만 활용할 수 있는 콘텐츠가 아닌 수학의 여러 과목에 대하여 적용 가능하도록 개발하여 범용성을 높이고, 이를 웹사이트에 제시하여 누구나 쉽게 접근할 수 있도록 하였다. 그리고 개발된 콘텐츠가 교육 현장에서 실제 활용될 수 있는지 실험해 보기 위해 각기 다른 수준과 다른 배경을 가진 학생들을 대상으로 두 번에 걸쳐 시범 적용(대학생 대상 대학 미분적분학 학습 전 복습, 고등학생 대상 수학 과목 예습)하였고, 그 결과를 본 콘텐츠를 개선하는 데 반영하였다. 본문에서는 이 콘텐츠의 개발 목적, 절차 및 개관, 실제 개발된 콘텐츠의 예시와 시범 적용된 사례를 제시하고자 한다.

Ⅱ. 연구의 배경

본 연구에서 소개하는 'Math & 코딩' 콘텐츠는 2015 개정 수학과 교육과정(교육부, 2015)의 성취기준에 부합하는 내용으로 구성하되, 파이썬 기반의 SageMath와 같은 공개 소프트웨어를 활용하여 프로그램의 설치와 사용에 제약이 없으며, 스마트폰 또는 태블릿에서도 작동되도록 모바일 콘텐츠로 개발하고자 하였다. 특히 이러한 콘텐츠의 활용을 통해 중등수학교육 현장에서 공학적 도구를 활용하는 소기의 목적을 달성하기 위하여 다음과 같은 기능을 제공하고자 하였다. 먼저, 학습자가 지필로 계산하는 부담을 덜어줄 수 있도록 중·고등학교 수학에서 다루어지는 모든 계산 기능을 수행할 수 있도록 한다. 두 번째, 개념의 깊이 있는 이해 및 관련 내용에 대한 다양한 토론 등에 활용하기 위해서는 관련 수학 개념에 대해 시각화할 수 있어야 하므로 다루어지는 함수 등에 대한 시각화가 용이하도록 한다. 세 번째, 코딩과 수학을 결합하여 컴퓨팅 사고력(CT)과 수학적 사고력을 동시에 기를 수 있도록 관련 코드를 제공한다. 이는 학생들이 코드에 담긴 계산 알고리즘을 이해할 수 있고 또한 이를 가지고 쉽게 변형하여 시뮬레이션 할 수 있도록 하기 위함이다.

이러한 기능으로 인해 수학 문제를 해결할 때 활용할 수 있는 공학적 도구로 기능하고자 하였으며, 궁극적으로는 학생들이 수학에 대한 자신감과 함께 수학 지식을 쉽게 응용하는 능력을 기를 수 있도록 도움을 제공하고자 하였다. 콘텐츠의 개발 절차는 다음과 같다.

① 중·고등학교 수학 과목(6개) 선정
② 각 과목별 교육과정, 내용 요소 및 성취기준 분석
③ 각 과목별 평균 47개(최소 30문제, 최대 64문제)의 예시 문제 선별
④ 풀이과정(지필), 참고자료, 설명 동영상 링크, SageMath 코드를 포함하는 html 형식의 웹페이지 형태로 콘텐츠 개발
⑤ 개발된 콘텐츠 시범 적용(대학 신입생의 미분적분학 수업 활용, 고교생의 현장연구프로그램) 및 수정/보완

특히 콘텐츠를 코딩으로 구현할 때에는 ① 학습자가 코드를 직관적으로 이해할 수 있고, ② 복잡한 계산이 포함된 문제도 코드를 손쉽게 변경하여 적용이 가능하며, ③ 시각화를 통해 복잡한 함수나 방정식도 그래프를 통해 직관적으로 확인할 수 있는 문제를 중심으로 선택하였다. 그리고 각 웹페이지에 QR코드를 배정하여 웹 주소를 입력하지 않더라도 스마트폰이나 태블릿 등 모바일 기기로 쉽게 접속할 수 있게 하였다(<표 Ⅱ-1>).

또한 본 연구를 통해 개발된 'Math & 코딩' 콘텐츠가 교육 현장에서 실제 활용될 수 있는지 실험해 보기 위해 각기 다른 수준과 다른 배경을 가진 학생들을 대상으로 두 번에 걸쳐 시범 적용해 보았다. 첫 번째는 2022년 1학기 S대학교에서 직업계 고등학교를 졸업한 S전기 재직자 신입생 20명을 대상으로 운영한 대학 <미분적분학 1(일변수 미분적분학)> 강좌에서 본격적으로 대학 <미분적분학 1>을 학습하기 전에 필요한 중·고등학교 수학을 복습하는 과정에 적용해 보았다. 이는 본 콘텐츠가 대학 미분적분학을 이수하기 위한 선수 과목으로 중·고등학교 수학 내용을 효과적으로 복습하는 시간과 과정을 단축하는 데 도움이 되는지 살펴보기 위함이다. 본 콘텐츠를 적용

하는 과정 중에 학생들의 반응을 자세히 관찰하고 이를 PBL 보고서를 통해 기록하였다. 여기에서 만들어진 데이터 http://matrix.skku.ac.kr/2022-S-Final-PBL/와 http://matrix.skku.ac.kr/2022-M-Calculus-Final/을 바탕으로 수개월간 상호작용하며 확인된 내용에서 결론에 도달하였고 일부의 예시를 발췌하여 본문에 서술하였다.

<표 Ⅱ-1> 중·고등학교 수학 6과목의 모바일 콘텐츠 웹사이트 주소와 QR 코드

과목명	모바일 콘텐츠 웹사이트 주소	QR 코드
9학년(중3) 수학	http://matrix.skku.ac.kr/9th-Grade/	
10학년(고1) 수학	http://matrix.skku.ac.kr/10th-Grade/	
11학년(고2) 수학 Ⅰ	http://matrix.skku.ac.kr/11th-Grade-1/	
11학년(고2) 수학 Ⅱ	http://matrix.skku.ac.kr/11th-Grade-2/	
12학년(고3) 미적분	http://matrix.skku.ac.kr/12th-Grade-1/	
12학년(고3) 확률과 통계	http://matrix.skku.ac.kr/12th-Grade-2/	

두 번째는 A고등학교 1학년 학생들을 대상으로 2022년 7월 18일부터 7월 22일까지 5일간 S대학교에서 진행된 <A고등학교 현장 연구프로그램>에 적용해 보았다. 이는 현재 고등학생들이 아직 배우지 않은 수학 과목을 예습하게 함으로써 본 콘텐츠가 개발의 소기 목적을 달성하는 데 적합한지 여부를 가늠하기 위함이다. 물론 이것은 정식 수업이 아닌 과외 활동 프로그램으로, 이런 종류의 교육 활동에서도 본 'Math & 코딩' 모바일 콘텐츠가 적절히 사용되는지 관찰하였다. 비록 단기간이지만 학생들 본인의 연구 성과를 남기도록 지도하여 프로젝트의 결과물을 기록하였다. 그리고 이러한 기록과 결과물을 다시 면밀히 검토하고 분석하여 의미있는 피드백을 포착하고, 본 콘텐츠를 개선하는데 반영하였다.

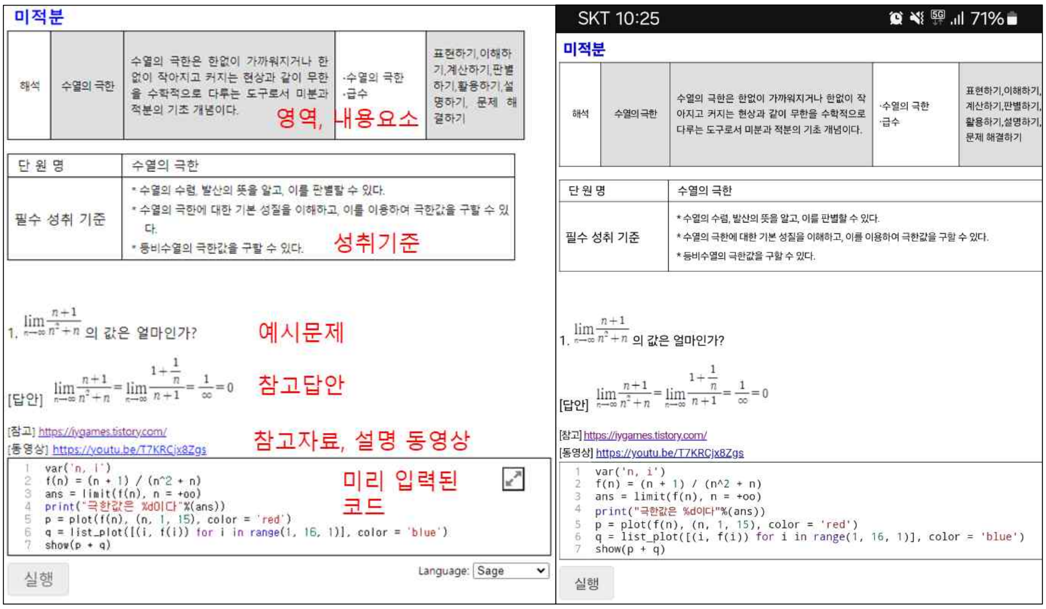
Ⅲ. 연구 결과 및 논의

본 콘텐츠는 2015 개정 수학과 교육과정(교육부, 2015)을 기준으로 제작하였다. 이를 간략히 설명하면, 중학교 수학은 '수와 연산', '문자와 식', '함수', '기하', '확률과 통계'의 5개 영역으로 구성되어 고등학교 수학 학습의 토대가 되는 내용을 배운다. 그리고 고등학교 수학은 크게 공통과목인 '수학', 일반 선택 과목인 '수학 Ⅰ', '수학 Ⅱ', '미적분', '확률과 통계'로 구성되며, 이 밖에 진로 선택과목이 있다. 본 콘텐츠에서는 공통 과목과 일반 선택 과목만을 다루었다. 주목할 사항은 수학과 교수·학습 방법으로, 수학과의 수업은 학생의 능력과 수준 등을 고려하여 설명식 교수, 탐구 학습, 프로젝트 학습, 토의·토론 학습, 협력 학습, 매체 및 도구 활용 학습 등을 적절히 선

택하여 적용하고, 평가 방법으로 학습 결과 평가뿐만 아니라 과정 중심 평가도 실시하여 종합적인 수학 학습 평가가 되도록 지시하고 있다는 점이다. 게다가 평가 내용이나 방법에 따라 학생에게 공학적 도구를 이용할 수 있게 한다는 권고도 있다. 따라서 본 ‘Math & 코딩’ 모바일 콘텐츠는 이러한 권고에 부합한다고 할 수 있다.

본 ‘Math & 코딩’ 콘텐츠는 수학의 개념과 원리를 중심으로 개별 문제 단위로 개발되었기 때문에, 교육과정이 새롭게 개편된다 하더라도 유연하게 적용될 가능성이 크다 할 수 있다. 즉 필요에 따라 개발된 콘텐츠의 재조합을 통해 제공이 가능하며, 교육과정에 추가된 과목에 대해서만 콘텐츠를 새로 개발하면 되므로 유지, 보수가 용이하다.

아래 [그림 Ⅲ-1]은 웹과 모바일에서 본 콘텐츠를 실행한 예시로 콘텐츠의 구성을 보여준다. 학생들은 각 웹페이지에서 다루는 영역, 단원명과 성취기준을 살펴보고, 예시 문제를 지필과 SageMath 코드로 풀어볼 수 있다. 필요한 경우, 학생 스스로 문제와 관련된 기초 이론을 공부할 수 있도록 참고자료, 설명 동영상 링크 및 답안을 함께 제공하였다. 이제 본 콘텐츠의 예시와 이를 시범 적용한 사례를 각각 소개한다.



[그림 Ⅲ-1] 웹(왼쪽)과 모바일(오른쪽)에서의 콘텐츠 예시

1. ‘Math & 코딩’ 제공 중등수학 콘텐츠 예시

이제 고등학교 2학년 수학 Ⅱ 과목을 예시로 내용 요소, 성취기준, 예시 문제 및 코딩 콘텐츠[3]를 살펴보고자 한다. 고등학교 2학년 수학 Ⅱ 과목에서는 총 49문제를 선별하였다. 다루는 핵심개념과 내용요소, 성취기준 및 예시 문제는 다음과 같다(<표 Ⅲ-1>, [그림 Ⅲ-2]).

---

3) http://matrix.skku.ac.kr/11th-Grade-2/

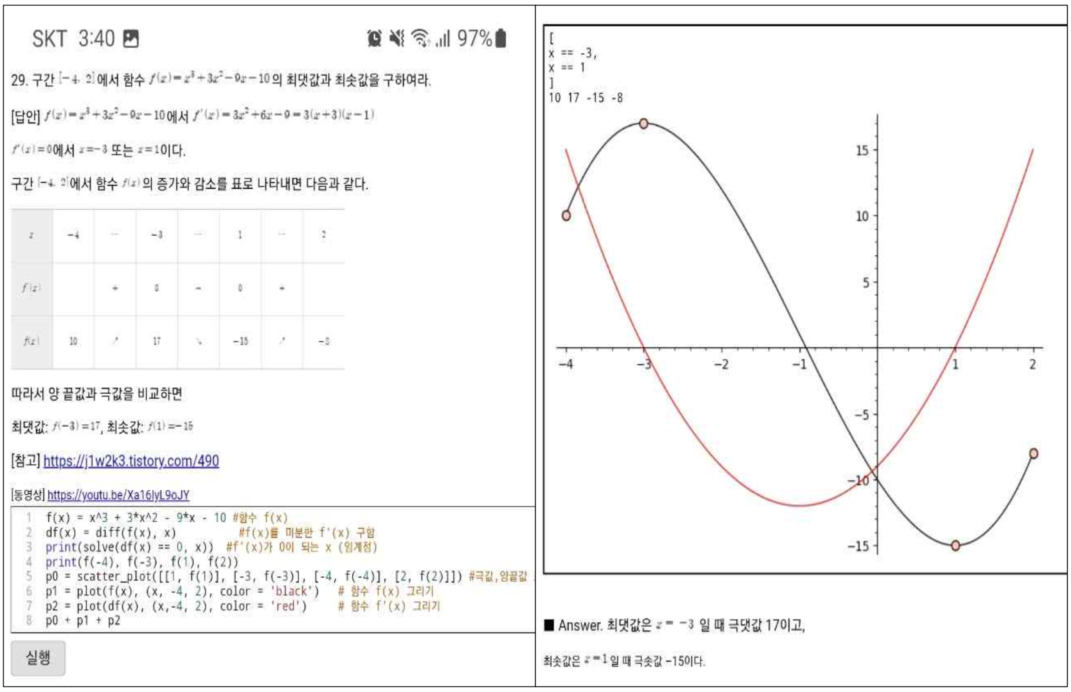
<표 III-1> 고등학교 2학년 수학 II 과목이 다루는 핵심개념과 내용 요소, 성취 기준

핵심 개념	일반화된 지식	학습 내용	성취기준
함수의 극한과 연속	함수의 극한과 연속은 함수의 성질을 이해하는 데 활용되고, 미적분 개념의 기초가 된다.	함수의 극한 (1-6, 6문제)	함수의 극한의 뜻을 안다. 함수의 극한에 대한 성질을 이해하고, 함수의 극한값을 구할 수 있다.
		함수의 연속 (7-10, 4문제)	함수의 연속의 뜻을 안다. 연속함수의 성질을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.
미분	미분은 함수의 순간적인 변화를 설명하는 도구로서 여러 가지 미분법과 함수의 적분에 대한 기초가 되고 최대, 최소 문제를 포함하여 변화 현상을 다루는 데 활용된다.	미분계수 (11-18, 8문제)	미분 계수의 뜻을 알고 그 값을 구할 수 있다. 미분계수의 기하적 의미를 이해한다. 미분가능성과 연속성의 관계를 이해한다.
		도함수 (19-22, 4문제)	함수 x^n(n은 양의 정수)의 도함수를 구할 수 있다. 함수의 실수배, 합, 차, 곱의 미분법을 알고, 다항함수의 도함수를 구할 수 있다.
		도함수의 활용 (23-32, 10문제)	접선의 방정식을 구할 수 있다. 함수에 대한 평균값 정리를 이해한다. 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다. 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다. 방정식과 부등식에 대한 문제를 해결할 수 있다. 속도와 가속도에 대한 문제를 해결할 수 있다.
적분	미분과 역관계에 있는 적분은 도형의 넓이와 부피를 구하는 데 필요한 개념으로, 미분과 함께 변화 현상을 다루는 데 활용된다.	부정적분 (33-37, 5문제)	부정적분의 뜻을 안다. 함수의 실수배, 합, 차의 부정적분을 알고, 다항함수의 부정적분을 구할 수 있다.
		정적분 (38-44, 7문제)	정적분의 뜻을 안다. 다항함수의 정적분을 구할 수 있다.
		정적분의 활용 (45-49, 5문제)	곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다. 속도와 거리에 대한 문제를 해결할 수 있다.

[그림 Ⅲ-2]에 제시된 문제는 폐구간 $[-4, 2]$에서 미분가능한 함수 $f(x)=x^3+3x^2-9x-10$의 최댓값과 최솟값을 구하는 문제로, 교육과정의 성취기준인 '함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다'에 해당되는 내용이다. 이 문제는 임계점(critical point)[4]과 구간의 양 끝점에서의 함숫값을 비교하여 최댓값과 최솟값을 구하면 쉽게 해결된다.

---

[4] 임계점이라는 용어는 2015 개정 수학과 교육과정 수학 Ⅱ, 미적분 과목의 용어와 기호에 해당하지는 않는다. 여기서는 설명을 위해서 사용하였다.



[그림 Ⅲ-2] 폐구간에서 미분가능한 함수의 최대, 최소를 찾는 문제 예시 (모바일 실행 화면)

지필로 풀이하는 과정에서는 먼저 방정식 $f'(x)=0$을 풀어 임계점 $x=-3$, $x=1$을 구하고, 임계점의 좌, 우에서 도함수 $f'(x)$의 부호를 바탕으로 함수의 증가, 감소를 표로 작성하여 극대, 극소를 판별하였다. 그리고 양 끝점에서의 함숫값과 극값을 비교하여 함수 $f(x)$의 최댓값과 최솟값을 계산하였다. 이 과정에서 방정식 $f'(x)=0$을 풀 때, 일반적으로 다항식의 인수분해를 이용하여 해결하도록 가르친다. 따라서 학생들은 간단한 2차 다항식의 인수분해 공식뿐만 아니라 복잡한 3차, 4차 다항식도 많은 반복과 연습을 통해 외우고 있어야 한다. 만일 어떤 학생이 다항식의 인수분해에 취약하다면, 이러한 문제를 포기할 수도 있을 것이다. 그러나 본 콘텐츠에서는 먼저 다음 코드를 실행하여 임계점 $x=-3$, $x=1$을 계산하였다.

```
f(x) = x^3 + 3*x^2 - 9*x - 10 # 함수 f(x)
df(x) = diff(f(x), x)            # f(x)를 미분한 f'(x)를 구함
print(solve(df(x) == 0, x))      # f'(x)가 0이 되는 x (임계점)
```

그리고 다음 코드를 위의 코드에 덧붙여서 실행하여 임계점, 구간의 양 끝점에서의 함숫값을 모두 출력하였다. 따라서 학생들은 이 값들을 비교하여 즉시 함수의 최댓값과 최솟값을 구할 수 있다. 또한 함수 $f(x)$의 그래프, 도함수 $f'(x)$의 그래프, 구간의 양 끝점, 극점을 하나의 좌표평면에 동시에 그려서 직관적으로 함수의 최대, 최소를 바로 파악할 수 있도록 하였다.

```
print(f(-4), f(-3), f(1), f(2))                          # 임계점, 양끝점에서의 함숫값 출력
p0 = scatter_plot([[1, f(1)], [-3, f(-3)], [-4, f(-4)], [2, f(2)]]) # 극값, 양 끝값을 그래프에 표시
p1 = plot(f(x), (x, -4, 2), color = 'black')                # 함수 f(x) 그리기
p2 = plot(df(x), (x,-4, 2), color = 'red')                # 도함수 f'(x) 그리기
p0 + p1 + p2                                             # 하나의 좌표평면에 동시에 그리기
```

이때 임계점의 좌, 우에서 도함수의 부호를 구간별로 일일이 계산하여 증감표를 따로 작성하지 않고도 먼저 함수의 그래프를 그려 시각적으로 함수의 변화를 이해한 후, 도함수의 그래프를 통해 도함수의 부호와 함수의 증가, 감소 관계를 파악할 수 있다. 학생들은 문제에 따라 함수와 구간, 임계점을 변경해가면서 이와 유사한 문제는 모두 쉽게 해결할 수 있게 된다. 이런 방식으로도 극대, 극소의 개념은 얼마든지 이해할 수 있다. 그리고 부족한 인수분해 실력은 추후 본 콘텐츠의 다른 문제를 통해서 다시 보완할 수 있다.

이와 같이 본 콘텐츠는 단순히 컴퓨터를 복잡한 계산을 보조하거나 손으로 계산한 것이 맞는지 확인하는 정도가 아닌, 수학적 개념을 이해하거나 문제를 해결할 때 주요 도구로 적극 활용하는 것을 의미한다. 즉 수학 문제 풀이의 계산과정이나 절차적인 지식, 기술을 익히는 것 대신에 문제 해결의 요소나 조건에 집중할 수 있도록 함으로써 문제의 본질에 접근할 수 있도록 하는 것에 목표를 둔다. 따라서 본 연구의 시사점은 학생들이 수학 문제 해결 과정에서 반복되는 복잡한 계산을 모두 쉽게 수행하도록 하여 계산에 대한 부담은 줄이고, 문제의 본질을 이해하는데 충분한 시간을 활용하도록 하여, 궁극적으로는 수학에 대한 긍정적 가치를 함양하고 수학적 자신감을 갖도록 하는 데에 있다.

물론 중등수학교육에서 사용되는 알지오매스나 지오지브라(GeoGebra)와 같은 도구를 사용할 수도 있다. 이들은 도형과 관련된 개념들을 직관적으로 또 시각적으로 이해하기에 장점이 있으나, 대학수학까지 연속하여 활용할 수 있을 가능성은 매우 적다. 따라서 중·고등학교에서 배운 코딩 교육이 대학까지 하나의 일관된 흐름으로 연결되지 못한다는 단점이 있다. 또한 소스 코드를 변경하거나 활용할 수가 없어서 추가적인 다양한 활용이 불가능하다. 본 연구에서 개발한 'Math & 코딩'은 이러한 단점을 극복한 콘텐츠라 할 수 있다.

또한 본 콘텐츠는 교사나 학생들이 코딩을 처음 접할 때 마치 '코딩을 학습해야' 하는 것처럼 느끼지 않도록 기본 코드를 미리 입력하여 제공하였다. 학생들은 먼저 콘텐츠에 제공된 명령어를 실행해보고, 문제에 따라 변경해야 하는 것(함수, 범위 등)을 입력해보면서 활용할 수 있도록 하였다.

2. 대학 미분적분학을 위한 선수학습 적용 사례

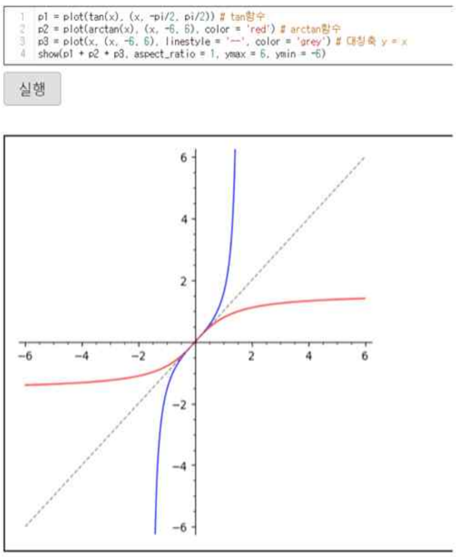
본 'Math & 코딩' 모바일 콘텐츠는 2022년 1학기 S대학교에서 직업계 고등학교를 졸업한 S전기 재직자 신입생 20명을 대상으로 운영한 대학 <미분적분학 1(일변수 미분적분학)> 강좌에 활용되었다. 직업계 고등학교의 수학 과목 시수는 일반계 고등학교보다 부족한 관계로, 학생들의 자신감이 많이 떨어져 있어서 본격적으로 대학 <미분적분학 1>을 학습하기 전에 중·고등학교 수학을 복습할 수 있는 콘텐츠가 필요하였다. 이에 본 중등수학교육용 'Math & 코딩' 모바일 콘텐츠를 강좌 초반의 약 2-3주 동안 <표 Ⅲ-2>와 같이 활용하였다.

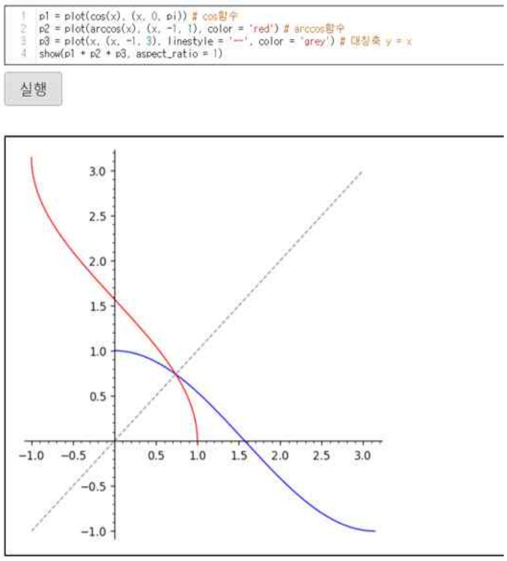
<표 Ⅲ-2> <미분적분학 1> 강좌에서 본 콘텐츠를 활용한 동영상 강의

주차별 강의 내용	동영상 강의
[1주차] 고 1 수학 복습(20분)	https://youtu.be/dvreK7t4UIY
[2주차] 고 2 수학 복습(60분)	https://youtu.be/j0EI6z2xjSw
[3주차-1차시] 고 3 수학 복습(30분)	https://youtu.be/2k0PJ4zs9q4

본 프로그램에서는 학생들이 매주 ① ‘Math & 코딩’ 모바일 콘텐츠를 살펴본 후에 관심 있는 수학 내용을 직접 실습해보고, ② SageMath/Python/R 코드와 수학에 관하여 궁금한 것을 질문/답변/토론하였으며, ③ 학생들의 고등학교 과정의 수학 지식을 바탕으로 프로젝트를 진행하였다. 본 콘텐츠를 활용한 복습 기간 동안 학생들은 코드를 활용하여 수학 문제를 해결해 나가는 것에 점차 익숙해졌으며, 복잡한 계산에 대한 부담을 덜면서 확보한 시간을 수학 개념에 대해 동료 및 교수자와 토론하는데 할애하였다.

이*인 (2022####79) 작성일: 2022년 3월 17일 오전 8:47 역삼각함수에 대하여 교재에 있는 코드를 실행하며 실습해보았고, 몇 가지 특성들에 대해 수기로 작성해보았습니다. 삼각함수는 주기성이 있으므로 일정한 범위가 주어져야하며, 정의역을 줄여서 역삼각함수를 확인할 수 있습니다.





윤*수 (2022####77) 3월 17일 오전 9:58
역삼각함수의 그래프와 특성을 잘 정리해주셔서 이해가 되었습니다.
이*민 (2022####80) 3월 17일 오후 1:58
역삼각함수의 특성에 대해 알 수 있었습니다.
...
노*완 (2022####71) 3월 17일 오후 2:14
역삼각함수의 특성과 증명을 통해서 이해하는데 도움이 되었습니다.
김*철 (2022####66) 3월 17일 오후 2:26
역삼각함수를 그래프로 이해 할 수 있었습니다.

[그림 III-3] 함수의 그래프를 통하여 역삼각함수를 직관적으로 이해한 예시

구체적인 예로 [그림 Ⅲ-3]과 같이 대학 미분적분학에서 처음 학습하는 역삼각함수의 경우, 먼저 함수의 그래프를 그려서 원함수와 역함수의 그래프가 $y=x$에 대하여 서로 대칭이 된다는 것을 확인한 후, 수식으로 유도되는 것을 학습하였다. 이를 통해 대부분의 학생들은 역삼각함수의 특성 및 증명을 쉽게 이해하였다고 언급하였다. 이와 같은 학습 과정을 통해 학생들은 중·고등학교 수학 과목의 핵심 개념들을 빠르게 파악하였고 대학 <미

분적분학 1>을 모두 성공적으로 이수하였다. 학생들이 본인의 학습과정을 모아서 제출하고 스스로 발표한 PBL 보고서[5]에 학생들의 결과물이 상세히 수록되어 있다.

물론 이 사례의 경우, 최초 학습이 아니라 복습을 위해 사용되었고, 초반 3주를 제외한 11주의 교수·학습 방법과 환경이 가져다준 교육적 효과도 간과할 수는 없을 것이다. 그럼에도 여전히 코딩을 통해 교수자 및 동료들과의 토론 및 피드백 시간을 확보하게 된 것은 수학학습에 큰 도움이 되었다고 판단된다. 무엇보다 중요한 사실은 학생들이 중·고등학교 수학 지식의 대부분을 불과 3주만에 복습하게 되었다는 것이다. 그리고 전체 15주간의 <미분적분학 1> 수업에서 중·고등학교 수학 복습에 사용한 3주와 중간고사, 기말고사를 제외한 실제 11주의 학습만으로도 충분히 대학 <미분적분학 1>의 내용(함수의 극한, 도함수, 미분법칙, 음함수, 매개변수 함수의 미분법, 선형근사, 쌍곡선 함수, 역쌍곡선 함수의 미분, 평균값 정리, 로피탈 법칙, 함수의 극대, 극소, 최대, 최소, 부정적분, 정적분, 이상적분, 극좌표, 급수의 수렴판정, 테일러 급수 등)을 모두 다루었으며, 학생들은 더 나아가 코딩을 활용하여 자신의 수학 지식을 응용하는 프로젝트[6]를 수행하기도 하였다. 이는 중·고등학교에서 학습한 수학 지식이 부족했던 학생도 대학에서 짧은 시간에 보완하여 필수적인 성취기준에 도달할 수 있다는 의미이다. 더구나 이 사례에서 말해주듯이 본 논문에서 제시한 접근 방식으로 공부한 학생들은 무리 없이 대학 미분적분학도 학습하였으며, 다른 교재에 있는 유사한 문제들을 모두 해결할 수 있다는 자신감을 얻었다. 따라서 대학 미분적분학 강좌에서 요구하는 성취기준(미분과 적분에 관한 개념을 이해하고 계산방법 및 응용을 습득한다)에 충분히 도달하였다고 말할 수 있다. 즉 현재 지적되고 있는 부분처럼 중·고등학교 학생들이 변별력을 위한 문제로 인해 시간을 낭비하거나 수학을 포기할 필요가 없다는 것이다. 그러므로 공교육에서도 'Math & 코딩' 모바일 콘텐츠는 학생들이 기본 내용을 빠르게 학습하면서, 충분히 시간을 갖고 수학 개념, 역사, 응용 사례 등을 토론하며 교육과정의 성취기준에 도달하는데 활용될 수 있을 것으로 사료된다.

3. A고등학교 연구프로그램 적용

본 연구에서 개발한 'Math & 코딩' 콘텐츠를 개발 목적에 따라 활용 가능한지 여부를 판단하기 위하여 수업에서의 적용 외에도 선수학습, 후행학습 등 다양한 상황에 적용해보고자 하였으며, 수업에서의 적용 시 다음과 같은 절차에 따라 진행하였다.

① 수업 초반에 핵심용어, 개념, 원리 등의 큰 그림을 소개하고 강좌의 학습목표와 성취기준을 알려준다.

② 수학 문제와 그 풀이를 미리 입력된 코드와 함께 웹페이지 형식의 모바일 실습실로 제공하여 복잡한 계산이 포함된 문제풀이에 대한 부담과 소요되는 시간을 줄여준다.

③ 사용자가 프로그래밍 언어에 대한 별다른 학습 시간 없이 미리 입력된 코드에서 함수와 조건을 변경해가면서 비슷한 유형의 다른 문제들도 해결하게 한다. 이러한 방식은 프로그래밍에 대한 두려움을 줄일 수 있으므로, 학습자는 시간이 지나고 진도가 나가면서 다양한 코드 실행의 결과물을 접하는 경험을 하면서 자연스럽게 코딩에도 익숙해지도록 한다.

④ 줄어든 계산 시간만큼 학생들이 수학에 관해 생각하고 논의할 시간(온라인 또는 오프라인 Q&A)을 충분히 갖게 하며, 자신의 언어로 이해한 내용과 결과를 정리하고 발표하게 한다.

본 연구에 참가한 학생들은 당시 모두 특수목적 고등학교 1학년생으로 본 콘텐츠를 통해 코딩과 함께 중학교

---

[5] PBL 보고서 http://matrix.skku.ac.kr/2022-S-Final-PBL/

[6] SageMath를 활용한 자율주행 안전사고 예방 http://matrix.skku.ac.kr/S-calculus-project-1/
포물선 운동 with Math & Coding http://matrix.skku.ac.kr/S-calculus-project-2/
Sage Program을 이용한 설비관리 http://matrix.skku.ac.kr/S-calculus-project-3/

수학을 복습하고, 고등학교 심화과정에 해당하는 미적분 내용을 자기주도적으로 학습할 수 있도록 하였다. 본 연구진은 일정 시간동안 학생들을 훈련시킨 뒤 코딩으로 수학 문제를 해결하는 방식에 익숙해지고, 복잡한 계산, 시뮬레이션, 시각화 프로젝트도 컴퓨터를 통해 수행할 수 있는 수준이 되었다고 판단하였다. 그래서 최종적으로 학생들이 평소에 관심있는 분야의 문제를 자신의 수학 지식과 코드를 결합하여 해결하려는 다양한 시도를 하도록 독려하고, 연구 프로젝트의 결과물을 웹페이지 형태의 보고서로 완성하도록 유도하였다(<표 Ⅲ-3>, [그림 Ⅲ-4]).

<표 Ⅲ-3> <현장 연구프로그램> 프로젝트 결과물(일부)

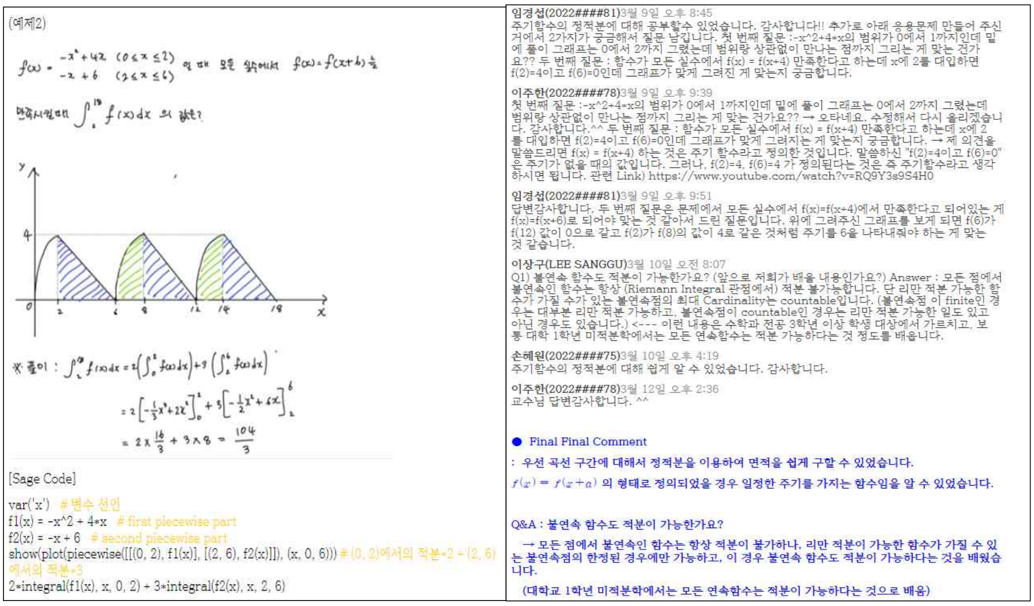
프로젝트 결과물	웹사이트 주소
등적, 등압, 등온, 단열 과정에 따른 물리량 계산기	http://matrix.skku.ac.kr/2022-ISSA-project/project.htm
태양계 행성의 궤도운동과 그에 따른 이각, 위상 및 상대적 위치변화 시각화	http://matrix.skku.ac.kr/2022-ISSA-project/project-1.htm

[그림 Ⅲ-4] <현장 연구프로그램> 프로젝트 결과물의 이미지 일부

물론 이는 일반계 고등학교 이상의 우수한 성취 수준을 가지고 있는 특수목적고 학생들을 대상으로 하는 특수한 사례이다. 따라서 본 콘텐츠를 다양한 각도에서 활용하여 적용해 보아야 하며, 중등수학교육 현장에서의 수학·교수 학습으로 적용 및 확장되기 위한 추가적인 적용 연구가 필요하다.

위에 언급한 시범 적용 사례들을 종합하여 살펴보면, 본 콘텐츠를 두 가지 방향으로 적용할 수 있을 것으로 판단된다. 첫 번째, 수학적 기초가 약한 학생들의 경우 본 'Math & 코딩' 콘텐츠를 활용하여 계산에 대한 부담없이 수학 개념과 원리에 대해 토론하면서 쉽게 중·고등학교 수학을 복습할 수 있게 한다. 예를 들어, [그림 Ⅲ

-5]와 같이 한 학생이 스스로 해결한 문제의 풀이과정과 사용한 코드를 공유하면(왼쪽 그림), 다른 학생들과 교수자가 함께 그에 대해서 궁금한 것을 질문하거나 답변하는 등 상호 작용을 한다. 그리고 최종적으로 학생들이 Final Comment로 이해한 바를 기술하여 개념과 문제 해결방식에 대해 정리하도록 한다. 두 번째, 수학을 잘하는 학생들의 경우는 빠르게 상위 학년에서 배우는 수학을 학습하게 할 수 있으며 한 걸음 더 나아가 복잡한 계산이나 시뮬레이션 등에 코딩을 활용하여 자신의 지식을 확장할 수 있도록 지도한다.



[그림 III-5] 주기함수의 정적분에 관하여 LMS에서 진행한 토론 예시

따라서 ‘Math & 코딩’ 콘텐츠를 중등수학교육에 적절히 활용한다면 중·고등학생 누구나 교육과정의 성취기준에 도달하게 하는데 큰 도움이 되고, 자신의 수학적 수준에 따라 소기의 목적을 달성할 수 있도록 수업이나 교육 프로그램을 설계할 수 있을 것이다. 한 예로 본 연구진이 수학과 예술의 융합교육을 위해 개발한 “수학과 예술 전자도서관[7]”과 “ArtSurf: 대수방정식과 매개변수로 표현되는 곡면의 3D 프린팅[8]” 콘텐츠 및 운영사례를 들 수 있다(이상구 외, 2015). 당시 3차원 대수곡면이나 매개변수곡면 등 일부 대학수학에서 가르치는 개념도 ‘Math & 코딩’ 방식을 이용하여 어려움 없이 시뮬레이션이 가능하였다. 물론 이 사례들은 특수한 사례이므로, 추후 현장 교사들이 본 콘텐츠를 다양한 각도에서 활용해보고, 후속 연구를 통해 현장에 맞도록 수정/보완될 필요가 있을 것이다.

본 연구진이 개발한 ‘Math & 코딩’ 콘텐츠는 2022 개정 교육과정(교육부, 2022)에 대해서도 충분히 활용할 수 있을 것이라 기대한다. 그 근거를 구체적으로 제시하면, 모든 고등학생들이 공통으로 배우는 다항식, 방정식, 부등식, 경우의 수, 행렬, 도형의 방정식, 함수와 그래프의 경우, 오히려 ‘Math & 코딩’ 콘텐츠가 계산도구와 시각화라는 측면에서 훨씬 큰 장점을 발휘할 수 있다. 그리고 일반 선택 과목에 해당하는 ‘대수’, ‘확률과 통계’, ‘미적

---

[7] http://matrix.skku.ac.kr/mathLib/

[8] http://matrix.skku.ac.kr/Artsurf/

분 Ⅰ'과 진로 선택 과목인 '미적분 Ⅱ', '기하'에서도 여전히 활용 가능성이 많다. 예를 들어, '대수'에서 배우는 지수함수, 로그함수, 삼각함수의 경우 지면만으로는 함수의 그래프에 대한 시각화가 상당히 제한적이지만 본 콘텐츠를 활용하면 이러한 한계를 쉽게 뛰어넘을 수 있다. 이는 '기하' 과목의 이차곡선, 공간도형, 벡터 등에 대해서도 마찬가지이다. 특히 본 콘텐츠가 3차원 시각화까지 지원한다는 사실을 인지한다면 더 적극적으로 사용될 수 있다. 또한 '미적분 Ⅰ, Ⅱ' 과목에 대해서도 계산도구로써 유용하게 활용할 수 있을 것이다. 코딩을 통해 얼마든지 극한값, 도함수, 부정적분과 정적분 계산 등이 가능하기 때문이다. 이 밖에도 사용자의 의도에 따라 여러 가지 방식으로 활용이 가능하다. 요약하자면 'Math & 코딩' 콘텐츠는 수학의 개념과 원리를 중심으로 설계되었기 때문에, 이후 교육과정이 다시 개편되더라도 콘텐츠를 재구성하는데 용이하다고 말할 수 있다.

Ⅳ. 결론 및 제언

인간과 컴퓨터의 협업을 중시하는 증강 지능(Augmented Intelligence)에 대한 관심이 증가하고 있는 현황을 수학학습의 관점으로 보면, 자신의 수학 지식에 보태어 문제해결 과정에서 컴퓨터와 인터넷도 활용하면서, 학생 개인의 기존 문제해결력을 능가하여 보다 복잡하고 높은 수준의 문제 해결로의 확장 가능성을 증대시키는 것이라 할 수 있다(Davies et al., 2021; Hurwitz et al., 2019). 그리고 이는 복잡한 문제의 해결을 위한 직관적 추론의 역할과 기본 원리 이해를 위한 시각적 변환 및 활용 등의 학습 토대의 변화를 요구한다(Zheng et al., 2017). 이러한 관점에서 코딩은 수학적 사고뿐 아니라 컴퓨팅 사고력이나 알고리즘적 사고를 높이는 데 활용할 수 있는 주요한 공학 도구라 할 수 있다(신기철, 서보억, 2019).

본 논문에서는 수학 교수·학습에서 공학 도구를 단순히 학습의 보조 도구(tool)로서의 사용을 넘어 컴퓨터를 학습 과정에 개입시킴으로써 교수학습 패러다임의 변화를 시도하고자 하는 'Math & 코딩' 프로그램을 소개하였다. 앞에서 밝힌 바와 같이 이 프로그램은 무엇보다 현장 적용성을 높이기 위해 중·고등학교 교육과정 성취기준 내에서 개발하였으며, 단순 개념 문제가 아닌 내적 연결성의 문항들을 중심으로 풀이과정을 코드를 활용하여 안내하고 결과를 즉각적으로 확인하며 피드백을 받을 수 있다는 특징이 있다. 이러한 프로그램의 개발 의도는 미래 교육에 부합되기 위한 수학학습 방식 자체에 변화를 주고자 하였던 바, 수학 문제 풀이의 계산과정이나 절차적인 지식, 기술을 익히는 것 대신에 문제 해결의 요소나 조건에 집중할 수 있도록 함으로써 문제의 본질에 접근할 수 있도록 하는 것에 있다.

개발한 프로그램이 중·고등학교 학생들에게 의도대로 활용되는지 탐색하고자 A고등학교에 적용해 본 결과 참여한 고등학교 학생들은 'Math & 코딩' 프로그램을 통해 각자의 필요에 의해 학습을 진행하는 것이 가능하였는데, 예를 들어 매우 단기간에 중학교 3학년 수학을 복습한다거나 심화 과정에 해당하는 미적분 내용까지 학습해 나갈 수 있었음을 보였다. 이는 지필로는 어려운 복잡한 계산을 단축하고 정답을 찾기 위해 시뮬레이션해 나가면서 필요한 개념과 내용을 시각화하고 그 과정에서 추론과 판단에 초점을 둔 수행 결과라 할 수 있다. 학습자의 행위와 의식이 통합되고 구체적인 피드백이 주어지도록 하는 것은 수학학습의 궁극적인 목적을 달성할 수 있는 주요 요인이다(Csikszentmihalyi, 1975; Csikszentmihalyi & Schneider, 2001). 따라서 코딩을 통해 문제의 요소를 변화시키는 행위와 더불어 그 결과를 바로 확인하고 수정하는 과정에서 수학 개념과 문제가 의미하는 바가 무엇인지를 의식할 수 있도록 하는 'Math & 코딩' 프로그램은 수학 교수학습의 주요 요인을 내포하고 있음을 보여준다.

또한 본 'Math & 코딩' 콘텐츠는 텍스트 코딩으로 개발하였으므로 필요에 따라 소스 코드를 변경해가면서 다양한 활용이 가능하다. 예를 들어, 이미 선행연구(이상구 외, 2016; 이상구 외, 2017; 이상구, 이재화, 2019)에서 살펴본 바와 같이 대학수학까지 연속하여 활용할 수 있다. 특히 '미분기하학' 등과 같은 선수 학습이 반드시 필

요한 공학 관련 전공에서도 이에 대한 기초 학습이 미처 되지 않아 본 전공 수업의 어려움을 보완하는 방안으로 'Math & 코딩' 방식을 적용할 수 있다. '미분기하학'은 3차원 곡면 등의 기하학적 대상을 다루므로 'Math & 코딩' 방식으로 콘텐츠를 개발하면 큰 어려움 없이 시각화와 시뮬레이션이 가능할 것이다. 따라서 본 콘텐츠는 중등수학교육 뿐만 아니라 대학수학교육까지 하나의 일관된 흐름으로 연결되도록 도움을 줄 수 있다.

미래의 수학교육에서는 수학적 사고법을 교육하되 다양한 수준의 사고법을 융합하여 사용할 수 있도록 하는 등의 변화와 준비가 필요한데, 이를 위해서는 학생들이 수학이 복잡한 계산 등에 의해 탐구하는 데 있어서 장벽을 느끼지 않고 수학학습에 대한 동기와 관심을 증대시킬 필요가 있다고 하였다(National Research Council, 2013). 'Math & 코딩'은 단순히 미래 지향형 교수학습의 변화를 추구하는 것을 넘어 학생들이 수학 문제 해결 과정에서 반복되는 복잡한 계산을 모두 쉽게 수행하도록 하여 계산에 대한 부담은 줄이고, 문제의 본질을 이해하는데 충분한 시간을 활용하도록 하여, 궁극적으로는 수학에 대한 긍정적 가치 함양에 그 목표를 두고 있다. 본 프로그램을 활용해 본 학생들의 반응에서도 수학학습의 효율성 외에 수학에 대한 흥미와 관심뿐만 아니라 자신감도 가질 수 있었다는 소감을 밝히기도 하였다. 앞으로 보다 많은 학생들이 미래지향적인 수학학습 환경을 경험하기 위해서 언제 어디서나 사용가능한 'Math & 코딩' 웹 실습실 활용 방안에 대한 후속 연구가 진행되기를 바라는 바이며, 특히 학생들의 토론을 활성화하고 비판적 사고를 함양할 수 있는 다양한 학습 방법의 시도가 이루어지길 기대하는 바이다.

참 고 문 헌

강하람 · 임채령 · 조한혁 (2021). 수학교과와 정보교과를 융합하는 코딩수학 교육과정 및 교육방법 연구. 수학교육, **60**(4), 467-491.

Kang, H.R., Lim, C.L. & Cho, H.H. (2021). A study on coding mathematics curriculum and teaching methods that converges school mathematics and school informatics. *The Mathematical Education*, **60**(4), 467-491.

강향임 · 최은아 (2023). 예비교사의 디지털 기반 원주율 교수학습자료 개발 사례 연구. 초등수학교육, **26**(1), 65-82.

Kang, H. & Choi, E. (2023). A study on pre-service teachers' development of digital-based teaching and learning materials of Pi. *Education of Primary School Mathematics*, **26**(1), 65-82.

교육부 (2015). 2015 개정 교육과정. https://ncic.re.kr/

Ministry of Education (2015). *The 2015 revised curriculum*.

교육부 (2022). 2022 개정 교육과정. https://ncic.re.kr/

Ministry of Education (2022). *The 2022 revised curriculum*.

김예미 · 고호경 · 허난 (2020). 파이썬을 활용한 중학교 1학년 소인수분해의 수학과 코딩 융합 교수학습. 수학교육 논문집, **34**(4), 563-585.

Kim, Y.M., Ko, H.K. & Huh, N. (2020). A study on development of integrating mathematics and coding teaching & learning materials using python for prime factorization in 7th grade. *Communications of Mathematical Education*, **34**(4), 563-585.

김지혜 (2015). 컴퓨팅 사고 증진을 위한 중학교 정보 교과의 문제해결단원 설계: 파이썬 프로그래밍 언어를 이용하여. 연세대학교 석사학위논문.

Kim, J.H. (2015). *Curriculum design of 'problem-solving methods and procedures' section in the informatics subject for enhancing computational thinking: Based on python programming language* [Master's thesis, Yonsei University].

박래성・권종겸・이동엽 (2019). 중학교 수학 기하 단원에서 공학적 도구 활용이 학생들의 수학 학업 성취도와 수학 학습 태도에 미치는 효과. 디지털융복합연구, 17(12), 67-75.

Park, R.-S., Kwon, J.-K. & Lee, D.-Y. (2019). The effects of engineering tools on students' math academic achievement and math learning attitude in middle school mathematics geometrical unit. *Journal of Digital Convergence*, 17(12), 67-75.

신기철・서보억 (2019). 수학·정보 융합교육을 위한 코딩과 연계한 교수학습 자료 개발 연구. 과학교육연구지, 43(1), 17-42.

Shin, G. & Suh, B. (2019). A study on development of teaching & learning materials related to coding for convergence education integrating mathematics and information. *Journal of Science Education*, 43(1), 17-42.

심광섭・심성아 (2018). 파이썬 코딩을 도입한 수학 교과 지도 방안 개발: 2015 개정 교육과정 중학교 수학 교과의 '소인수분해' 내용을 중심으로. 교육연구, 73, 43-64.

Shim, K. & Shim, S.-A. (2018). Development of teaching method of mathematics subject with python coding: Focusing on the content of 'Prime Decomposition' in the middle school mathematics subject of 2015 revised curriculum. *Educational Research*, 73, 43-64.

이상구・이재윤・박경은・이재화・안승철 (2015). 수학과 예술을 3D 프린팅으로 연결하는 융합인재교육. 수학교육 논문집, 29(1), 35-49.

Lee, S.-G., Lee, J.-Y., Park, K.-E., Lee, J.H. & Ahn S.-C. (2015). Mathematics, art and 3D-printing in STEAM education. *Communications of Mathematical Education*, 29(1), 35-49.

이상구・이재화 (2019). 학생중심의 대학 이산수학 강의 운영사례. 수학교육 논문집, 33(1), 1-19.

Lee, S.-G. & Lee, J.H. (2019). Student-centered discrete mathematics class with cyber lab. *Communications of Mathematical Education*, 33(1), 1-19.

이상구・이재화・박경은 (2017). 디지털 시대의 대학수학교육: 선형대수학을 중심으로. 수학교육 논문집, 31(4), 367-387.

Lee, S.-G., Lee, J.H. & Park, K.-E. (2017). Linear algebra teaching in the digital age. *Communications of Mathematical Education*, 31(4), 367-387.

이상구・이재화・박준현・김응기 (2016). SageMath를 활용한 '대화형 공학수학 실습실'의 개발과 활용. 수학교육 논문집, 30(3), 281-294.

Lee, S.-G., Lee, J.H., Park, J.H. & Kim, E.-K. (2016). Interactive engineering mathematics laboratory. *Communications of Mathematical Education*, 30(3), 281-294.

이재화・이상구・함윤미 (2022). 직업계 고등학교 졸업생 대상 'Math & 코딩'을 활용한 대학 미분적분학 교육 사례 연구. 수학교육 논문집, 36(4), 611-626.

Lee, J.H., Lee, S.-G. & Ham, Y. (2022). Case study on college calculus education for vocational high school graduates with coding. *Communications of Mathematical Education*, 36(4), 611-626.

정진환・조한혁 (2020). 코딩교육 명령문의 수학화: 대수교육을 중심으로. 수학교육학 연구, 30(1), 131-151.

Jeong, J. & Cho, H. (2020). Mathematising of coding education command: Focusing on algebra education. *Journal of Educational Research in Mathematics*, 30(1), 131-151.

최인용 (2020). 수학 학습을 위한 3차원 코딩 환경의 개발 및 활용. 수학교육학연구, 30(2), 199-225.

Choi, I. (2020). Development and application of a 3D coding environment for mathematics learning. *Journal of Educational Research in Mathematics*, 30(2), 199-225.

홍갑주 (2022). 스크래치와 엔트리의 수학교육 관점에서의 비교. 초등교육연구, 37(2), 163-175.

Hong, G. J. (2022). Comparison of Scratch and Entry in terms of math education. *Elementary Educational Research*, 37(2), 163-175.

Csikszentmihalyi, M. (1975). *Beyond boredom and anxiety.* Jossey-Bass Publishers.
Csikszentmihalyi, M. & Schneider, B. (2001). *Becoming adult: How teenagers prepare for the world of work.* Basic Books.
Davies, A., Veličković, P., Buesing, L. et al. (2021). Advancing mathematics by guiding human intuition with AI. *Nature*, **600**, 70-74.
Hurwitz, J., Morris, H., Sidner, C., & Kirsch, D. (2019). *Augmented intelligence: The business power of human-machine collaboration.* Auerbach Publications.
National Research Council. (2013). *The mathematical sciences in 2025.* The National Academies Press.
Zheng, N.-N., Liu, Z.-Y., Ren, P.-J. et al. (2017). Hybrid-augmented intelligence: collaboration and cognition. *Frontiers of Information Technology & Electronic Engineering*, **18(2)**, 153-179.

Mathematics & coding mobile contents for secondary education

Lee, Sang-Gu
Department of Mathematics, Sungkyunkwan University
E-mail : sglee@skku.edu

Lee, Jae Hwa†
Division of Data Science, Hallym University
E-mail : jaehwa.lee@hallym.ac.kr

Nam, Yun
Institute of Basic Science, Sungkyunkwan University
E-mail : yunnam@skku.edu

In this paper, we present the development and a case study on 'Mathematics & Coding Mobile Contents' tailored for secondary education. These innovative resources aim to alleviate the burden of laborious calculations, enabling students to allocate more time to engage in discussions and visualize complex mathematical concepts. By integrating these contents into the curriculum, students can effectively meet the national standards for achievement in mathematics. They are empowered to develop their mathematical thinking skills through active engagement with the material. When properly integrated into secondary mathematics education, these resources not only facilitate attainment of national curriculum standards but also foster students' confidence in their mathematical abilities. Furthermore, they serve as valuable tools for nurturing both computational and mathematical thinking among students.

* 2020 Mathematics Subject Classification : 97U50, 97U70
* Key words : math learning contents, text coding, mobile platform
† Corresponding author