

# 소형무인기의 Skidding을 포함하는 Bank-To-Turn 하중 배수 분배 논리

남 경 재<sup>\*,1)</sup>

<sup>1)</sup> 국방과학연구소 항공기술연구원

## Polar Converting Logic of Bank-To-Turn with Skidding for Small Size UAV

Kyungjae Nam<sup>\*,1)</sup>

<sup>1)</sup> Aerospace Technology Research Institute, Agency for Defense Development, Korea

(Received 7 March 2024 / Revised 18 April 2024 / Accepted 7 May 2024)

### Abstract

In this paper, polar converting logic of bank-to-turn with skidding is provided for small size UAV. In general, original polar converting logic has problems of singularity, safety and flight data analysis when acceleration commands diverge at the end of terminal guidance. To solve those problems, new methodology of polar converting logic of bank-to-turn with skidding is presented. It can easily solve singularity problem, increase safety and provide intuition of data analysis. Simulation and flight results are presented to verify proposed polar converting logic for bank-to-turn with skidding method.

Key Words : Small UAV(소형무인기), Polar Converting Logic(하중 배수 분배), Proportional Navigation Guidance(비례 항법유도, Bank-To-Turn(뱅크 선회))

### 1. 서론

최근 무인항공기 기술이 급격히 발전하면서, 무인항공기는 전투와 탐색에서 매우 유용한 무기로 활용되고 있다. 근래 무인항공기 활용은 러시아-우크라이나 전투에서 사용된 이란제 샤헤드-136 자폭무인기를 통해 주목받았다. 무인항공기의 선회에는 미끄럼각에 따

른 횡방향 기동력이 클 때 횡방향 가속도 명령을 직접적으로 사용 가능한 Skid-To-Turn(STT) 방식과, 미끄럼각에 따른 횡방향 기동력이 작거나 램제트 엔진과 같이 미끄럼각 발생이 엔진 성능을 저해할 때 적용 가능한 Bank-To-Turn(BTT) 방식으로 나뉜다<sup>[1]</sup>. BTT 방식은 횡방향의 가속도를 발생시키기 위해 기동 방향으로 롤 회전을 우선으로 하며 회전된 평면상에서 세로축 방향 하중 배수 명령을 산출해 기동한다. 이러한 BTT 방식은 롤 및 하중 배수 명령을 산출하기 위해 Polar Converting Logic(PCL)을 적용하거나<sup>[2-4]</sup>, 최적제

\* Corresponding author, E-mail: nkj0906@add.re.kr

Copyright © The Korea Institute of Military Science and Technology

이 이론 등을 활용하여 롤 및 하중 배수 명령을 직접 계산한다<sup>[5-8]</sup>. PCL 방법은 STT 방식과 동일하게 수직/수평 가속도 명령을 구한 다음 BTT 제어를 위한 롤 명령과 하중 배수 명령으로 변환한다. 이 과정에서 동체 또는 관성좌표계에서 정의된 유도명령을 극좌표계 명령으로 변환하게 된다. 하지만, PCL 방식은 비선형성이 심하고 불연속적인 역탄젠트 함수를 사용함에 따라 롤 명령 생성에 있어 분모가 0에 수렴할 때 특이해(Singularity) 문제가 발생한다. 이를 해결하고자 일반적으로 유도탄의 유도 법칙에 사용되는 Proportional Navigation Guidance(PNG) 명령에 부가항이 추가된 Biased/Augmented PNG를 적용<sup>[4]</sup>하거나, 역탄젠트 함수의 분모에 bias를 추가하거나, homotopy 방법<sup>[9]</sup> 등을 적용한다. 하지만 위 방법들은 본질적인 불연속 함수 사용과 특이해 문제에서 완전히 자유롭지 못하다. 롤 및 하중 배수 명령을 직접 계산하는 방법은 최적제어 이론 및 특이 섭동법을 활용해 목적 함수를 가속도 명령이 0이 되지 않도록 택하여 최적 유도명령을 구한다. 하지만 이 역시도 본질적인 역탄젠트 함수 사용에 대한 해결이 아닐뿐더러, 표적기 가속도, 충돌 잔여 시간 등의 변수를 추정해야 하며, 추정 성능에 따라 유도 성능이 저하되는 단점이 있다<sup>[5-8]</sup>. 본 논문에서는 변형된 PCL 방식을 제안하며, 롤 회전 시 정상선회를 유지하기 위한 기존의 방식이 오히려 비행성을 저해하는 현상이 확인되어 skidding을 포함하는 BTT 방법을 제시한다. 본론에서는 제안하는 방법의 적용에 따른 4가지 장점을 서술한다. 첫 번째, 기존 PCL 방법의 특이해 문제에서 분모에 0이 아닌 상수값을 취해 간단히 해결한다. 또한 직관적인 상수를 사용해 롤 명령을 조절하여 횡방향 요구가속도에 대한 반응성을 쉽게 변화시킬 수 있다. 세 번째, 롤 명령 생성 시 역탄젠트 함수의 매개변수인 종/횡방향 요구가속도 상관 관계를 없애 일관적인 롤 명령을 생성할 수 있으며 비행 데이터 해석의 용이성도 따른다. 마지막으로, 급격한 횡방향 기동이 필요한 상황에서 안정성을 확보하여 유도 성능을 개선할 수 있다. 본 논문에서는 시뮬레이션 및 비행시험 결과를 통해 이러한 장점의 검증 결과를 제시한다.

## 2. 본 론

유도탄의 유도 법칙에는 대표적으로 널리 알려진

비례항법유도(PNG) 법칙을 꼽을 수 있다<sup>[10]</sup>. 그러나 PNG는 자동조종장치 동역학이 그 영향을 무시할 수 있을 만큼 빠르다는 가정하에 개발된 유도 법칙으로 실제 소형무인기에 적용할 때 자동조종장치 동역학의 시간 지연으로 인해 요격 성능이 저하된다. 또한 탐색기를 포함한 호밍유도에서는 탐색기의 추적 및 안정화 지연도 발생하여 전체 유도 루프의 시간 지연이 증가하게 된다. PNG 법칙은 전체 유도 루프의 시스템 시간 지연이 커지면 타격 직전 시점에서 유도 명령 발산이 빨라진다<sup>[10]</sup>. 미사일과 비교해 소형무인기의 경우 동체 형상에 따라 공력 미계수 예를 들어  $Cy_{\beta}$ 가 유도탄 대비 작고, 조종면의 크기와 구동 방식에 의해 조종 미계수 예를 들어  $Cn_{\delta_{Roll}}$ 가 작으며, 그리고 비행 속도와 관련된 동압(dynamic pressure)이 작아<sup>[11]</sup> 자동조종장치의 시간 지연이 크게 나타난다. 또한, 무인기의 소형화 및 저가화로 인해 상용 김발 카메라가 적용될 때 큰 시간 지연이 포함되어 종말 시점에 유도 명령이 더 빨리 발산하게 된다. 이러한 종말유도 타격 직전에 종방향 및 횡방향 가속도 명령이 발산할 때 BTT 소형무인기는 롤 기동 후 피치 기동이 아닌 롤과 피치 기동이 함께 이루어지는 현상이 발견된다.

### 2.1 하중 배수 분배 논리

비례항법유도에서 생성되는 가속도 명령은 관성좌표계에서 정의할 수 있으며, 생성된 수직/수평 가속도 명령을 PCL을 적용해 롤 명령과 하중 배수 명령으로 변환한다. PCL은  $\pm 90^\circ$  PCL과  $\pm 180^\circ$  PCL로 나뉘는데<sup>[2]</sup>,  $\pm 90^\circ$  PCL의 경우 현재의 롤 각도를 기준으로 하며 롤 기동의 한계가 90도 이내로 제한되는 방식이다. 수직축 기동은 롤 각도 변화가 아닌 기체의 양 또는 음의 방향 피치 자세를 제어하여 기동한다. 즉, 양 또는 음의 방향 양력을 사용하는 방법이다.  $\pm 180^\circ$  PCL의 경우 롤 기동 한계가  $\pm 180^\circ$ 로 확장되며, 피치 기동이 양력이 발생하는 양의 방향으로 제한되어, 음의 방향 가속을 위해서는 비행체가 180도 회전 후 배면비행을 하며 음의 방향 요구가속도를 획득한다. 이러한  $\pm 180^\circ$  PCL은 미사일 형상과 달리 소형무인기에서는 배면비행이 선호되지 않음으로 본 논문에서는  $\pm 90^\circ$  PCL을 채택하여 설명한다.

Fig. 1에서 수평 및 수직축 표현은 Euler 각의 헤딩( $\psi$ )을 동체좌표계와 일치시켰을 때를 나타내며,  $\pm 90^\circ$  PCL의 양 및 음의 방향 요구가속도에 따른 롤 및 하중 배수 명령을 나타낸다.

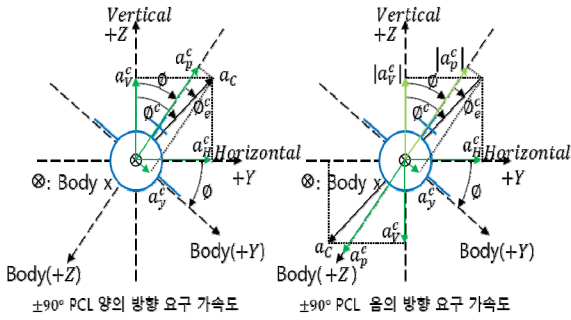


Fig. 1. Roll and load factor commands of  $\pm 90^\circ$  PCL

### 2.1.1 하중 배수 명령 생성

일반적인  $\pm 90^\circ$  PCL 방법은 Fig. 1과 같이 나타낸다. 하중 배수 명령은 관성좌표계 또는 동체좌표계에서 정의될 수 있으며, 회전변환을 통해 변환할 수 있다. 비례항법유도에서 생성된 가속도 유도명령을 아래와 같이 관성좌표계에서 정의의 값으로 나타낼 수 있다.

$$a_V^c = a_p^c \cos(\phi) - a_y^c \sin(\phi) \quad (1)$$

$$a_H^c = a_p^c \sin(\phi) + a_y^c \cos(\phi) \quad (2)$$

여기서  $a_V^c$ ,  $a_H^c$ ,  $a_p^c$ ,  $a_y^c$ ,  $\phi$ 는 각각 수직 및 수평축 요구가속도, 동체 세로 및 가로축 요구가속도, 현재의 롤 각도를 나타낸다. 이를 동체좌표계에서 요구되는 기동 가속도로 나타내면 아래와 같이 변환할 수 있다.

$$a_p^c = a_V^c \cos(\phi) + a_H^c \sin(\phi) \quad (3)$$

$$a_y^c = -a_V^c \sin(\phi) + a_H^c \cos(\phi) \quad (4)$$

$\pm 90^\circ$  PCL의 경우 양의 방향 기동과 음의 방향 기동의 하중 배수 명령이 반대로 생성되어야 하기에 최종적으로 아래와 같은 하중 배수 명령을 사용한다.

$$a_c = \text{sign}(a_p^c) \sqrt{(a_y^c)^2 + (a_p^c)^2} \quad (5)$$

여기서  $\text{sign}$ 은 부호함수이며,  $a_p^c$ 의 부호에 따라 최종 하중 배수 명령의 부호가 결정된다. 하지만, 종말 유도 종말 시점에 가까워지면서  $a_p^c$ ,  $a_y^c$ 가 0 근방으로 갈 때 동체 세로축 요구가속도 명령의 부호가 바뀌며

진동하는 문제가 나타난다. 한편, 비행체 형상에서는 수직축 양의 방향과 음의 방향의 양력이 대칭적이지 않다는 점에서 피치각( $\theta$ ) 고려하여 아래 식과 같은 동체 세로축 요구가속도 명령을 생성할 수 있다<sup>[2]</sup>.

$$a_p^c = a_V^c \frac{\cos(\phi)}{\cos(\theta)} + a_H^c \sin(\phi) \quad (6)$$

### 2.1.2 롤 명령 생성

BTT 기동을 위해서는  $a_y^c$ 가 0인 정상선회(Coordinate Turn) 가정을 통해 식 (4)로 부터 롤 각 명령이 아래와 같이 정의될 수 있다.

$$\phi_e^c = \tan^{-1}(a_y^c / a_p^c) \quad (7)$$

$$\phi^c = \phi + \phi_e^c \quad (8)$$

여기서  $\phi^c$ ,  $\phi_e^c$ 는 Fig. 1에 나타낸 것과 같이 롤 명령과 롤 오차를 각각 나타낸다. 이를 관성좌표계에서 정의된 요구가속도를 이용하면 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$\phi^c = \text{atan}(a_H^c / a_V^c) \quad (9)$$

$\pm 90^\circ$  PCL을 사용하는 소형무인기의 경우  $a_V^c < 0$ 일 때와,  $a_V^c > 0$ 일 때 롤 명령이 반대로 생성될 수 있으므로 최종적으로 아래와 같은 식을 사용하게 된다.

$$\phi^c = \text{atan}(a_H^c / |a_V^c|) \quad (10)$$

한편 위 식에서  $a_V^c$ 가 0이 될 때 특이점(singular point) 문제가 발생한다. 이와 같은 문제의 해결 방안으로 역탄젠트 함수의 분모인  $a_V^c$ 가 0 부근일 때 현재의 롤 각도를 사용하거나 순간적으로 부호가 바뀌는 영역을 무시함으로써 롤 명령의 급격한 변동을 방지하는 hysteresis 또는 homotopy 방법이 있다. 하지만, 이러한 방식은  $a_V^c$ 가 작다고 판단하는 최적의 범위 선정에 있어 어려움이 따르며<sup>[9]</sup>, 수평 방향으로만의 기동 요구가속도가 필요할 경우 수직 요구가속도가 0 부근일 때 현재의 롤 각 명령만을 생성해 횡방향의 추적에 문제가 발생한다. 한편 역탄젠트 함수의 매개

변수에 편향(Bias)값을 첨가하는 방법은 수식 (10)의 롤 명령 생성 시 역탄젠트 함수의 분모항이 0이 되지 않도록  $|a_V^c|$ 에 bias를 더하는 방법이며 아래와 같이 나타낸다.

$$\phi^c = \text{atan}(a_H^c / (|a_V^c| + \text{bias})) \quad (11)$$

Fig. 2는  $|a_V^c|$ 가 0에 가까워지는 상황을 가정하여 그 값이  $0.1 \text{ m/s}^2$  정도로 작은 값일 때 수식 (11)의 6개의 고정된 bias(0.01, 0.1, 1, 5, 10, 20) 값을 기준으로  $a_H^c$  변화에 따른 롤 명령 변화를 도시하였다.

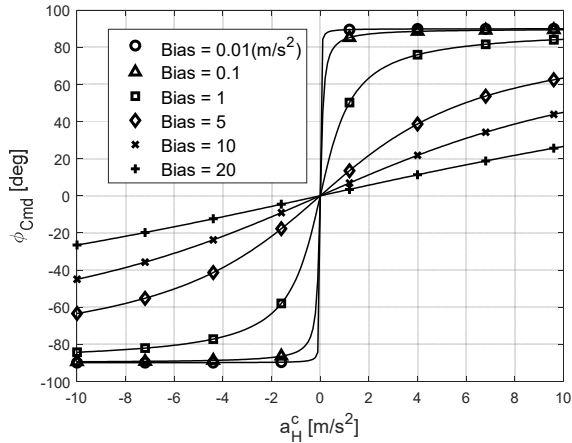


Fig. 2. Roll commands according to bias and lateral acceleration

Fig. 2에서 편향값이 0.1 또는 0.01과 같이 작을 때 횡방향 요구가속도( $a_H^c$ ) 0 부근에서 롤 명령이 크게 변하는 것을 확인할 수 있으며, 실제 적용에 있어  $a_H^c$  변화에 따라 롤 명령이 극단적으로 변하지 않는 편향 값을 선정해야 한다. 유사한 접근방식으로 Augmented/Bias PNG를 사용하여 수직축 가속도 명령이 0 근방이 아닌 값을 지속해서 생성하는 방법이 있다<sup>4)</sup>. 하지만, 충돌 잔여 시간, 표적의 가속도 등을 추정해야 하는 문제가 함께 발생하며, 종말유도 중 수직축 가속도 명령의 변화에 따라 롤 명령의 크기가 변화하는 문제가 발생한다. PNG 기반 호밍유도를 수행하는 저가형 소형무인기의 경우 시스템 지연이 미사일에 비해 커 유도명령이 빨리 발산하는 경우가 확인된다. 기존 PCL을 기반으로 하는 방법들은 수직축 요구가속도 변화

에 따라 생성되는 롤 명령이 크게 줄어들거나 커지게 되며, 때에 따라 횡방향 요구가속도가 커지는 상황에서도 수직축 요구가속도가 커짐에 따라 롤 명령이 작게 생성되어 기동을 방해할 수 있다. 이러한 요구가속도 상관 조합에 의해 롤 명령이 일정하지 않을 때 횡방향 추적에 어려움이 따르고, 비행 데이터 분석 시에도 직관적인 해석에 어려움이 동반된다.

## 2.2 변형된 하중 배수 분배 논리

### 2.2.1 롤 명령 생성

Fig. 2를 다시 살펴볼 때, bias 크기가 롤 명령 생성에 주요함을 알 수 있다. 실질적으로 종말유도에 사용되는 종방향 유도명령의 크기와 bias 크기를 비교해보면, 분모항에서 bias의 크기가 롤 명령 생성에 주요한 인자임을 알 수 있다. 이러한 점을 고려했을 때, 본문에서는 수식 (10), (11)에서 역탄젠트 함수 분모항의  $|a_V^c|$ 항을 제거하고, 수식 (11)의 bias와 같이 고정된 양의 상수값만을 사용하여, 직관적으로 횡방향 가속도 명령 대비 롤 명령을 획득하는 아래와 같은 식을 제시한다.

$$\phi^c = \text{atan}(a_H^c / \text{Constant}) \quad (12)$$

이 방법은 수직 가속도 명령에 독립적으로 작용하며, 0이 아닌 적당한 크기의 상수값일 경우 특이해 문제에 자유롭다. Fig. 2에서 0에 가까운  $|a_V^c|$ 을 고려하여 bias 즉 Constant 값을 선정할 때  $a_H^c$  크기에 따라 선형적인 롤 명령이 나타나는  $1G$  약  $10 \text{ m/s}^2$  근방의 값을 기준으로 이보다 Constant가 작으면  $a_H^c$  변화에 비해 큰 롤 명령을 생성하여 기준보다 빠른 선회기동을 할 수 있고, 이보다 Constant가 크면  $a_H^c$  변화에 비해 작은 롤 명령을 생성하여 기준보다 천천히 안정적인 선회를 할 수 있다. 이렇듯 상수값을 조절하여 직관적인 롤 명령을 생성할 수 있고 롤 명령 생성에 횡방향 가속도만을 매개변수로 사용하여 상관관계를 제거해 일관성을 확보할 수 있어 비행 데이터 해석의 용이성도 따른다. 나아가 아래와 같이 횡방향 기동성과 안정성의 요구 시점에 따라 최종 롤 명령 변형할 수 있는 아래의 식을 제시한다.

$$\phi^c = K \times \phi_1^c + (1 - K) \times \phi_2^c \quad (13)$$

$$K = 1/(1 + e^{-a(r-b)}) \quad (14)$$

여기서 K는 양의 상수값,  $\phi_1^c$ ,  $\phi_2^c$ 는 식 (12)에서 각각 다른 상수값을 사용한 롤 명령, r은 표적과 소형무인기의 상대 거리 또는 고도 오차, a, b는 sigmoid 함수의 파라미터이다. 결론적으로 K는 r값을 수평축으로 하여 sigmoid 함수의 a, b 파라미터에 따라 0에서 1 사이의 값을 가지게 된다. 이는 상대 거리 또는 고도 오차가 0을 향해 종말유도 말기로 다가가면, K는 0으로 가게 되어 롤 명령은 자연스럽게  $\phi_1^c$ 에서  $\phi_2^c$ 으로 변하게 된다. 위 수식은 Homotopy<sup>[9]</sup> 방식을 차용하였지만, Homotopy 방식은 2.1.2절에서 설명한 것과 같이 기존의 PCL 방법을 활용한 롤 명령과 현재 롤 자세를 활용한다. Homotopy 방식에서는 식 (14)의 r이 수직 가속도 명령에 해당하며 K값은 수직 가속도 명령의 크기에 의해 변하게 되고, 수직 가속도 명령이 0에 가까워져 기존 PCL 방식의 롤 명령이 특이점에 가까워질 때 현재의 롤 각을 사용한다<sup>[9]</sup>. 하지만, 앞 절에서 언급한 것과 같이  $a_V^c$ 가 작다고 판단하는 최적의 범위 선정에 있어 어려움이 따르며, 수평 방향으로만의 기동 요구가속도가 필요할 경우 수직 요구가속도가 0 부근일 때 현재의 롤 각 명령만을 생성해 횡방향의 추적에 문제가 발생한다. 또한, 식 (13)에 기존 PCL 방법으로 생성된 롤 명령을 사용하면, 앞 절에서 언급한 것과 같이 수직축 요구가속도 변화에 따라 생성되는 롤 명령이 줄어들거나 커지게 되며, 때에 따라 횡방향 요구가속도가 커지는 상황에서도 수직축 요구가속도가 커짐에 따라 롤 명령이 작게 생성되어 기동을 방해할 수 있다. 이러한 요구가속도 상관 조합에 의해 롤 명령이 일정하지 않을 때 횡방향 추적에 어려움이 따르고, 비행 데이터 분석 시에도 직관적인 해석에 어려움이 동반된다. 한편, 제안하는 방식은 상수값을 조절하여  $\phi_1^c$ ,  $\phi_2^c$  명령을 생성하고 각각의 상수값에 의해 생성되는 롤 명령 크기에 의한 기동성을 변화하는데 목적이 있다. 예를 들어, 종말유도 진입 단계에서 자세 안정성을 유지하기 위해  $\phi_1^c$ 의 상수를 큰 값으로 설정해 롤 명령 변화율을 작게 하고, 종말유도 타격 단계에서 급격한 선회를 통한 기동 가속도 획득을 위해서는  $\phi_2^c$ 의 상수를 작은 값으로 선정하여 기동성을 확보할 수 있다. 때에 따라 그 반대의 경우도 역시 가능하다. 추가 고려사항으로 식 (12)에서 제

안된 방법은 가속도 명령 벡터의 크기와 위상각을 해석적으로 보존하는 기존의 하중 배수 분배 논리에서 벗어나, 직관적으로 롤 각도 명령을 생성하기 때문에 기존의 하중 배수 논리와 비교해 해석적으로 불명확하다는 점이다. 최적제어이론 기반의 롤 및 하중 배수 명령 계산 방안<sup>[5,8]</sup>을 살펴보면 수식적으로 기존 PCL의 롤 명령에 추가적인 항이 추가된 것을 확인할 수 있다. 이는 수학적으로 기존 PCL 방법의 롤 명령에 적절한 이득을 곱하거나 나누어 최적제어이론 기반의 롤 명령과 등가를 만들 수 있고, 물리적으로는 기존 PCL 방법에서 가속도 명령 벡터의 크기와 위상각을 반드시 보존해야만 하는 것이 아님을 추론할 수 있다. 나아가 제어기 입장에서 롤 명령에 따른 선회를 통해 횡방향 가속도 오차를 0으로 수렴시키고 횡방향 가속도 명령이 0을 유지하면 된다. 이는 추가적인 횡축 기동이 필요 없다는 뜻으로, 교전삼각형 상에서 표적과 정렬<sup>[7,10]</sup>됨을 나타내기 때문이다. 이로 인해 식 (12)의  $a_H^c$  대신  $a_y^c$ 를 직접 사용 해도  $a_y^c$ 가 0이 될 때 교전삼각형 상에서 정렬됨을 알 수 있다. 참고로,  $a_H^c$ 와  $a_y^c$ 는 식 (2) 또는 (4)와 같은 비례 관계를 가지며 식 (12)에서 분모항의 Constant를 수학적 관계를 고려해 선정하면 동일한 롤 명령을 생성할 수 있다.

### 2.2.2 하중 배수 명령 생성

식 (6)의 경우 하중 배수 유도명령은 피치각이  $\pm 90^\circ$ 에 가까울 경우 수치 계산상 발산하는 문제가 발생한다. 이에 하중 배수 명령은 식 (4)의 동체 세로축 기동 요구가속도( $a_\beta^c$ )를 직접 적용한다. 그렇다면 하중 배수 명령 중 횡방향 요구가속도( $a_y^c$ ) 성분은 기존의 PCL 방식에서 산출되는 하중 배수 명령에서 제외된다. 이를 위해 횡방향 가속도 성분에 대해서 추가적으로 서술하고자 한다. 기존의 PCL 방식에서는 BTT 기동 중  $a_y^c$ 가 0이 되는 정상선회 가정을 통해 롤 각 명령을 정의하였다. 횡방향 기동력이 작은 소형무인기형상에서는 횡방향 가속도 명령에 따라 롤 명령이 증가 및 발산할 경우, 정상선회를 만족하기 위한  $a_y^c = 0$  조건이 비행 안정성과 유도성능을 저하시키는 문제가 발견된다. 이를 제안하는 PCL 방안에서는 수식 (7)의  $a_y^c = 0$ 라는 전제를 고려하지 않고, 롤 자세 운동 중 STT와 같이 횡방향 가속도 명령을 이용하여 원하는 횡방향 요구가속도 빠르게 수렴시켜 비행 안정성과

유도성능을 향상하고자 한다. 이를 수식으로 검증하기 위해 무인기의 간략한 횡방향 힘과 모멘트 동역학<sup>[11]</sup>을 아래와 같이 나타낸다.

$$a_y = \dot{v} = Y_v v - U_0 r + Y_r r + g \cos(\gamma_0) \phi + Y_{\delta_R} \delta_R \quad (15)$$

$$\dot{r} = N_v v + N_p p + N_r r + N_{\delta_A} \delta_A + N_{\delta_R} \delta_R \quad (16)$$

여기서  $\dot{v}$ ,  $v$ ,  $U_0$ ,  $p$ ,  $\dot{r}$ ,  $r$ ,  $g$ ,  $\gamma_0$ ,  $\delta_R$ ,  $\delta_A$ 은 각각 횡방향 가속도, 횡방향 속도, 비행체 순항속도, 피치 각속도, 요 각속도, 요 각속도, 중력가속도, 경로각, 러더 변위각, 에일러론 변위각을 나타내며, 안정 및 조종 미계수인  $Y_v$ ,  $Y_r$ ,  $Y_{\delta_R}$ ,  $N_v$ ,  $N_p$ ,  $N_r$ ,  $N_{\delta_A}$ ,  $N_{\delta_R}$ 는 하첨자에 따른 측력과 요잉 모멘트를 각각 나타낸다. 여기서 항공기 롤 선회 시 수식 (12), (13)의 롤 명령으로 인해 식 (15)에서 롤 자세가 변하면 중력에 의한 횡방향 힘/가속도가 발생한다. 다음으로 횡방향 가속도 오차( $a_y^{err}$ )와 그 오차( $a_y^{err}$ )가 0일 때 양변을 정리한 수식을 아래와 같이 나타내었다.

$$\begin{aligned} a_y^{err} &= a_y^{cmd} - a_y \quad (17) \\ &= a_y^{cmd} - (Y_v v - U_0 r + Y_r r + g \cos(\gamma_0) \phi + Y_{\delta_R} \delta_R) \end{aligned}$$

$$g \cos(\gamma_0) \phi + Y_{\delta_R} \delta_R = a_y^{cmd} - Y_v v + U_0 r \quad (18)$$

여기서 식 (15)의  $Y_r$ 은 일반적으로 크기가 작아 무시하였고,  $Y_{\delta_R} \delta_R$ 은 러더에서 발생하는 측력으로 동체 축에서 발생하는 측력과는 반대 방향으로 힘이 발생하기 때문에 좌변에 정리하였다. 횡방향 기동력은 주로  $v = U_0 \beta$ 의 관계를 가지는 미끄럼각( $\beta$ ) 또는 횡방향 속도( $v$ )에 따라 음의 값을 가지는  $Y_v$ 을 활용한다. 만일 식 (18)에서 정상선회를 위해  $a_y^{cmd}$ 가 0일 경우, 롤 기동으로 발생한 측 방향 중력가속도는  $-Y_v v$ 항에 의해 그 크기가 상쇄되어야 하는데,  $Y_v$ 가 작아 기동력이 약할 때 미끄럼각( $\beta$ ) 또는 횡방향 속도( $v$ )를 키우거나,  $U_0 r$  항의 비행 속도( $U_0$ ) 또는 요 변화율( $r$ )이 커져야 정상선회를 만족할 수 있다. 그러나 제한된 운용범위에서 비행 속도를 변화하는 것은 무리가 있으며, 양의 롤 선회 시 음의 값을 가지는  $Y_v$ 를 활용하

기 위해 양의 미끄럼각을 키우고자 기수를 회전시면, 음의 요 변화율이 발생하여  $U_0 r$  항의 힘의 방향이 반대로 발생되며, 미끄럼각을 계속 키우게 되면 기수가 역 요(adverse yaw) 현상처럼 반대로 돌아가 비행성이 저하된다. 한편, 식 (17)의  $a_y^{cmd}$ 가 skidding 명령( $a_y^c$ )일 경우 우변의 미끄럼각에 따른 횡방향 기동력( $Y_v$ )이 작더라도 skidding 명령에 따라 좌변의 롤 자세에 의한 횡방향 중력가속도 변화가 상쇄되며, 롤 명령은 횡방향 기동 명령( $a_y^c$ )에 비례하므로 기존의 방식에 비해 오차가 쉽게 줄어들 수 있다. 즉, 양의 기동 요구가속도가 발생할 때 양의 롤 명령과 동시에 양의 skidding 명령으로 빠르게 요구가속도를 수렴시키고, 정상선회를 위해 역지로 양의 미끄럼각을 생성하며 음의 요 변화율을 생성하지 않아도 되기 때문에 비행성 및 기동성이 향상된다. 이러한 skidding 명령을 사용하는 방안은 종말 타격 시점에 가까워지는 상황에서 선회 시 미끄럼각을 감소시켰으며, 시뮬레이션 결과를 통해 확인하였다. 이에 본 논문에서 제시하는 방법인 skidding을 포함하는 BTT를 SBTT로 명명하고자 한다. Fig. 3은 기존의 PCL과 제안하는 PCL 방법의 명령을 정리하였다.

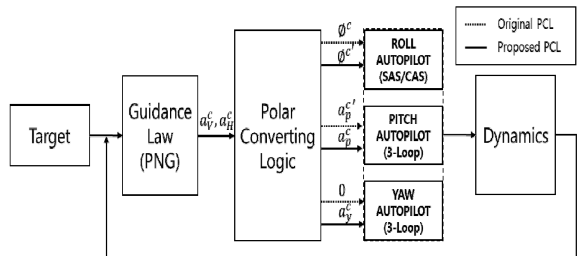


Fig. 3. Commands of original and proposed PCL

Fig. 3의  $a_V^c$ ,  $a_H^c$ 는 식 (1), (2),  $\phi^c$ 는 식 (10) 또는 (11),  $\phi^c$ 은 식 (13),  $a_p^c$ 은 식 (6),  $a_p^c$ ,  $a_y^c$ 는 식 (3), (4)를 각각 나타낸다.

### 3. 시뮬레이션 및 비행시험 결과

본 장에서는 기존의 PCL에서 bias를 적용한 결과와 기존 PCL 방식에서 제안하는 방안 중 하나인 skidding을 포함한 결과 그리고 최종적으로 제안하는 수식

(13)에 skidding을 포함하는 SBTT의 결과를 비교하기 위해 6자유도 시뮬레이션을 수행하였다. Homotopy 방식은 비행궤적에 따라 최적화 매개변수 선정에 어려움이 따르고, 최적제어이론을 통해 직접 롤 및 하중 배수 명령을 산출하는 방식은 잔여 시간 등의 추정성능에 따라 유도성능의 차이가 있으므로 비교검토에서는 제외하였다. 시뮬레이션은 비행체 고도 2 km 속도 140 km/h에서 거리 4.8 km 밖 지상 고정 표적에 대해 기수가 20도 틀어진 상황에서 종말유도를 수행하였으며, 상용 김발 카메라 동역학을 적용한 PNG 유도기법 기반 호밍유도 시스템으로 항법 이득(Navigation Gain)은 에너지 관점에서 최적화<sup>[10]</sup>된 3을 사용하였다. Fig. 3에서 나타난 자동조종장치 롤 채널은 일반적인 Stability/Control Augmentation System(SAS/CAS) 구조<sup>[11]</sup>, 피치/요 채널도 일반적인 3-loop autopilot 구조<sup>[10,11]</sup>를 사용하였으며 각각의 settling time은 롤 축 약 0.5~0.9초, 수직축 약 1.6~2.1초, 가로축 약 1.8~4초이며, 비행체 속도가 빠를수록 반응성이 빠르다. 유도탄의 경우 원하는 방향으로 가속도를 발생시키려면 롤 자세제어를 먼저 수행하여야 하므로, 롤 명령을 수행하기 위한 오토파일럿의 응답 속도는 동체 수직축 가속도 명령을 수행하기 위한 응답 속도 보다 약 5~10배 빠르게 설계하는 것이 일반적이나<sup>[11]</sup>, 이보다 반응성이 느린 소형무인기의 공력데이터를 활용하여 비행 안정성을 위한 마진을 두고 설계한 결과임을 기술한다. 시뮬레이션에서 기존 PCL 방법의 bias는 0.33G 약 3.27로 설정하였고, 직접적인 비교를 위해 제안하는 식 (13)의 종말 시점에서 롤 명령( $\phi_2^*$ ) 생성 시 적용한 상수값은 동일한 3.27로 설정했으며, 비행궤적 성형을 위해 종말 유도 초기 롤 명령( $\phi_1^*$ )에 대한 상수값은 이보다 작은 0.1G 약 0.981을 두었다. 식 (14)의 sigmoid 함수의 파라미터 b는 미터 단위 상대 거리 r을 고려하여 3000으로 두고, 상대 거리가 3000 m 미만으로 줄어들 때 롤 명령이  $\phi_1^*$ 에서  $\phi_2^*$ 로 변하게 하였다. 급격한 롤 명령의 변화를 막기 위해 파라미터 a는 0.002로 설정하였다. 또한 종말유도 시작 시 급격한 기동을 피하고자 유도 및 조종면 명령에는 fader를 적용하였다.

Fig. 4-7은 시뮬레이션에서 생성된 유도명령, 조종면 명령, 받음각과 미끄러짐각 그리고 비행궤적을 각각 나타내며, 시간 축은 종말 구간의 시간을 정규화하여 나타내었다. 조종면 부호는 좌측 에일러론 뒷전이 아래로 갈 때, 엘리베이터 뒷전이 아래로 갈 때 양의

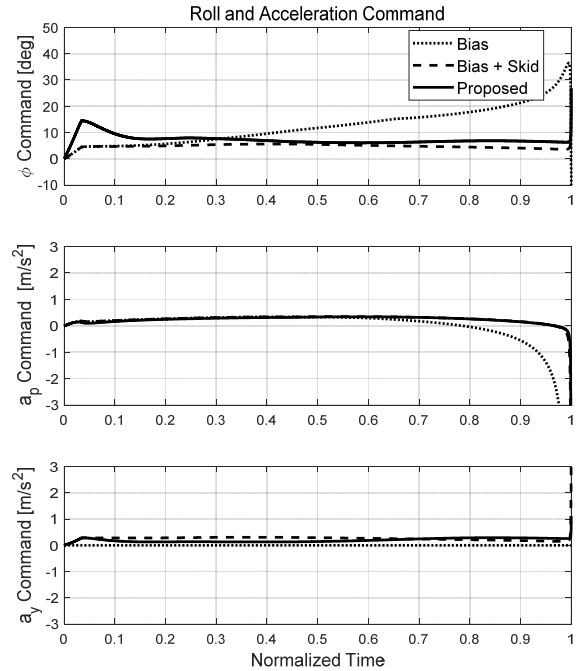


Fig. 4. Simulation results of roll and acceleration commands

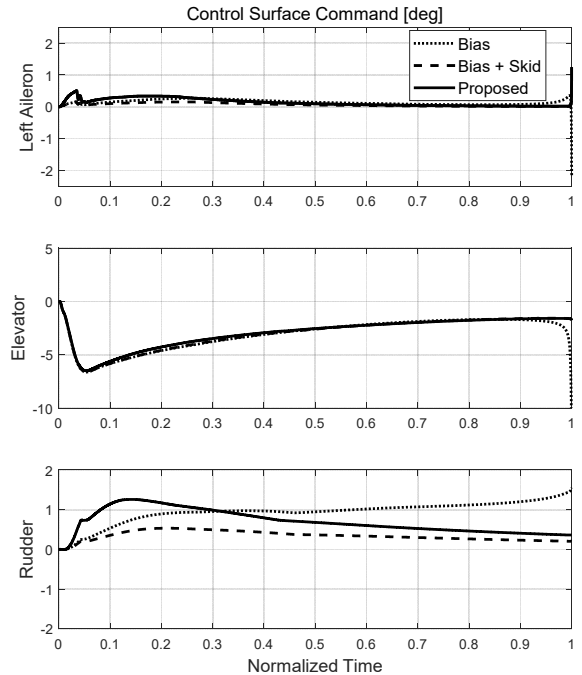


Fig. 5. Simulation results of control surface deflection

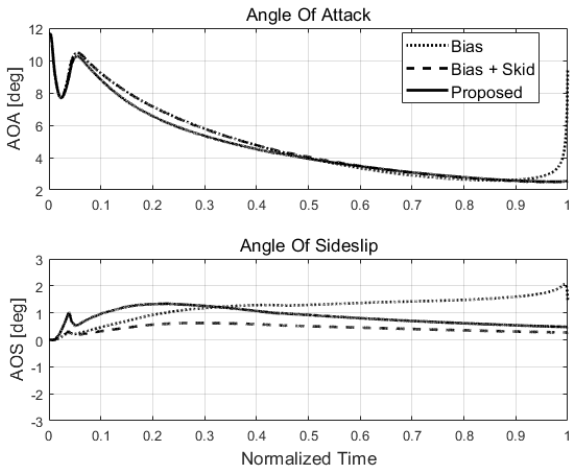


Fig. 6. Simulation results of angle of attack and side-slip

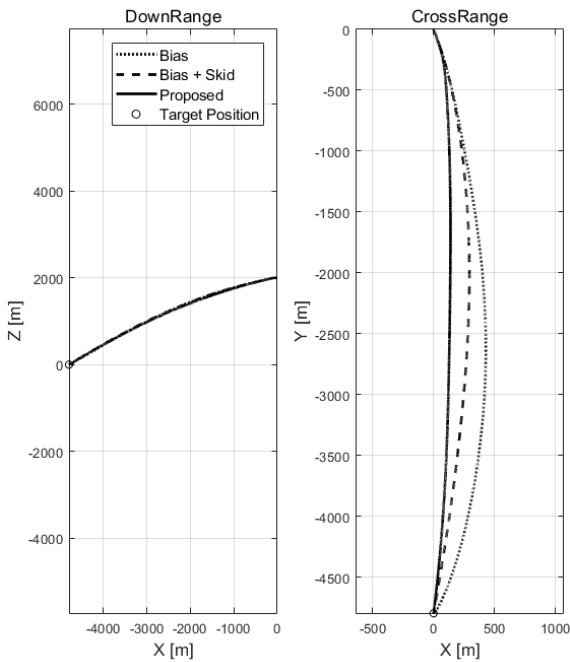


Fig. 7. Simulation results of terminal guidance trajectory

값이며, 러더는 뒷전이 왼쪽으로 갈 때 양의 값으로 정의하였다. Fig. 4의 롤 명령 그래프에서 비행체 선회를 위해서 롤 명령은 종말유도 초기부터 발생한다. 기존의 PCL 방법에서 수직축 명령  $a'_p$ 는 시간 축 약

0.7부터 음의 방향으로 급격하게 발산하기 시작하며, 롤 명령의 크기는 이에 영향을 받아 변화한다. Fig. 5에서 기존의 PCL 방법의 동체 가로축 가속도 명령은 정상선회를 위해 0으로 유지되는데, 유도 초기부터 롤 기동으로 생성된 동체 가로축 가속도를 제거하기 위해 러더가 조타되며 타격 시점으로 가면서 롤 명령과 함께 점점 그 크기가 증가하고 있다. 이는 정상선회 명령에 따라 러더를 조타 하여 미끄럼각을 키워 동체 가로축 기동 가속도를 생성하려 하나, 작은 횡방향 기동력에 의해 이를 만족시키지 못하고, 러더만 점점 더 조타 됨을 나타낸다. 또한, 조타 된 러더에 의해 동체 가로축 모멘트가 커져 역 요(adverse yaw)와 유사하게 기수가 반대로 회전하게 되고, 종말 시점에서는 롤 명령과 함께 증가된 러더 조타량에 의해 비행 안정성이 저해된다. 이는 Fig. 6에서도 확인할 수 있는데, 비행체의 미끄럼각이 점점 증가하면서 종말 시점에서는 큰 값이 확인된다. 기존의 PCL 방식에서 비행체가 선회하면서 생기는 횡방향 가속도를 빠르게 수렴시키지 못하는 문제는 비행체적에도 큰 영향을 미침을 Fig. 7에서 확인할 수 있다. 또 종말유도 시작 시 횡방향 정렬 오차가 20도를 넘는 시뮬레이션 조건에서 기존 PCL 방법의 정상선회 명령을 사용할 때 미끄럼각과 받음각이 급격히 증가하며, 저하된 비행성으로 인해 유도오차가 크게 증가하였다. 이에 반해 기존의 bias 방식에 제안하는 skidding 방법을 적용해 횡방향 유도명령을 인가한 경우, 기존의 0 명령을 사용한 방법보다 궤적이나 안정성 측면에서 훨씬 더 나은 결과를 나타낸다. Fig. 5의 러더 사용량, Fig. 6의 AOS에서 정상선회 명령을 포함하는 Bias에 비해 skidding을 포함하는 Bias + Skid일 때 타격 시점에 가까워지며 러더 사용량이 줄어들고, 미끄럼각이 줄어든 것을 확인할 수 있다. 또한, Fig. 7을 살펴보면 정상선회 명령을 포함하는 Bias에 비해 Bias + Skid일 때 횡방향 비행궤적이 개선됨을 확인할 수 있다. 하지만, 기존의 식 (11)의 롤 명령을 따르는 위 방법들은 수직축 유도 명령( $a'_p$ )이 변함에 따라 롤 명령의 크기가 바뀌는 문제가 여전히 남아있게 된다. 제안하는 SBT를 사용하는 방식은 수직축 유도명령( $a'_p$ )에 독립적으로 횡방향 가속도 명령에 따라 롤 명령을 생성할 수 있어, 종말 시점에서 수직축 유도명령이 발산하는 상황에서도 횡방향 요구가속도만을 변수로 롤 명령을 생성해 유도 오차를 줄일 수 있다. 또한, 식 (13)와 같이 롤 명령을



변형하여 종말유도 초기에 큰 롤 명령을 생성하면 비행궤적을 수정할 수 있음을 Fig. 7을 통해 확인할 수 있다. 제안하는 방식의 결과 중 Fig. 4의 횡방향 유도 명령 크기, Fig. 5의 러더 조타량, Fig. 6의 미끄럼각의 크기가 Bias + Skid 방식에 비해 다소 큰데, 앞서 언급한 제안하는 방식에서 초기의 비행궤적 성형을 위해 식 (13)의 롤 명령( $\phi_f^c$ )에 대한 상수값을 0.1G 약 0.981을 두었기 때문이다. 제안하는 방식에서 Bias + Skid 방식에 적용된 Bias와 동일한 3.27값을 두고 초기 롤 명령( $\phi_f^c$ )을 생성하면, Bias + Skid 결과와 유사한 비행궤적, 유도명령 크기, 러더 조타량, 미끄럼각이 확인된다. 하지만 제안하는 방식에서는 수직축 유도명령( $a_v^c$ )에 의해 롤 명령이 바뀌지 않음으로 Bias + Skid 방식에 비해 나은 유도오차를 나타내며, 수직축 유도명령의 발산이 빠르고 클수록 유도오차에 큰 차이가 나타났다. 시뮬레이션 결과로 Bias를 포함하는 기존의 PCL 방법은 8.2555 m, Bias + Skid 방법은 1.2824 m, 최종적으로 제안하는 PCL 방법은 0.9802 m의 유도오차가 나타났다. 마지막으로 비행체 고도 2 km, 속도 140 km/h, 사거리 5 km 밖 지상 표적에 대해 물리량 오차 최대 20 %, 무게중심 오차 최대 2 %, 공력 DB 오차 최대 30 %, 전 방향에서의 정상풍 최대 8 m/s, 최대  $\pm 35$ 도씩 기수가 틀어진 상황에서 1000 회의 몬테카를로 시뮬레이션을 수행하였다. 오차의 분포 형태는 가우시안 분포가 아닌 균일 분포 형태를 가지는 것으로 가정하여 최대한 다양하고 극단적인 조건까지의 강건성 분석을 수행하였다. 몬테카를로 시뮬레이션 결과 제안하는 SBTT 방식의 원형 공산 오차(CEP)는 0.3520 m이고, 최대 유도오차는 1.0395 m로 나타났다.

비행시험은 시뮬레이션 환경과 같이 비행체 고도 약 2 km, 속도 140 km/h로 비행 중 고정된 표적으로부터 약 4.8 km에서 호밍유도를 수행하였다. Fig. 8~9는 PNG 호밍유도 구간의 명령과 자동조종장치의 조종면 명령을 나타내며, 데이터 y축은 각각 명령의 최댓값으로 나눠 정규화하였고, x축은 종말 구간의 시간을 정규화하여 나타내었다. Fig. 8의 요구가속도 명령을 살펴보면 시스템 지연으로 인하여 종말 시점에 다가갈 때 커지는 현상을 확인할 수 있다. 특히 종말 시점에서 수직축 가속도 명령이 0이 아닌 변화하는 값을 가지고, 시뮬레이션 결과에 비해 빨리 발산하는 것을 확인할 수 있다. 이는 실제 비행에서 Bias + Skid

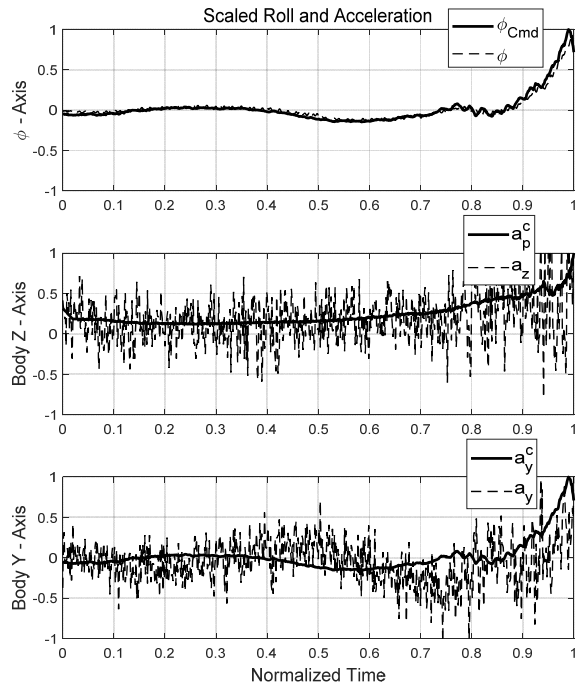


Fig. 8. Flight results of roll and acceleration commands

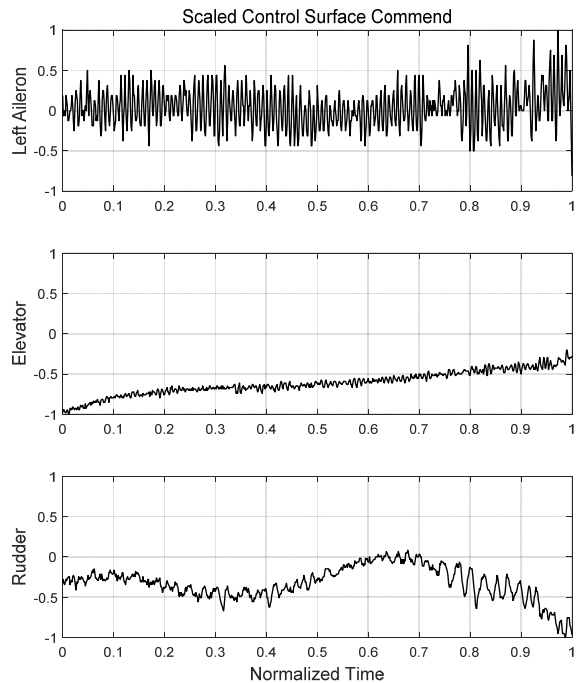


Fig. 9. Flight results of control surface deflection

방식을 사용하면 수직축 가속도 명령 변화로 인해 롤 명령이 크게 변화하는 문제가 예측된다. 제안하는 SBTT 방법에서는 Fig. 8과 같이 수직축 가속도 명령 변화에 독립적으로 횡방향 가속도 명령에 의해서만 비례적으로 롤 명령이 변화됨을 확인할 수 있다. 또한 Fig. 9를 통해 skidding 명령에 맞춰 러더가 조타됨을 확인할 수 있다. 호밍유도 시험 결과로 유도오차는 1m 수준이며, 비행 시 바람 및 센서 잡음 등의 영향에도 시뮬레이션과 유사한 결과를 확인하였다.

#### 4. 결 론

본 논문에서는 기존의 하중 분배 논리를 변형한 SBTT 방법에 대해 제시하였다. 기존의 PCL 방법은 특이해 문제와 역탄젠트 함수의 매개변수 상관에 의해 직관적인 해석 및 롤 명령 생성에 어려움이 발생한다. 또한 급격한 횡방향 기동이 필요한 상황에서 비행 안정성이 줄어드는 문제가 나타났다. 제안하는 SBTT 방식을 위한 PCL에서는 롤 명령 생성에 직관적인 방법을 제안하였고, 횡방향 기동 요구가속도를 빠르게 만족시키기 위해 기존의 롤 선회 시 skidding을 추가하는 방법을 제시하였다. 이는 기존의 특이해 문제에서도 자유로우며, 직관적인 튜닝으로 롤 명령 생성으로 비행 데이터 해석도 편리하게 해준다. 또한, 요구 횡방향 가속도에 맞춰 러더를 조타하여 횡방향 기동력을 높이고, 급격한 횡방향 기동 시 안정성이 향상되어 개선된 유도성능을 시뮬레이션 및 시험을 통해 확인하였다.

#### 후 기

이 논문은 2023년 정부의 재원으로 국방과학연구소의 지원을 받아 수행한 연구임(UI912847101).

#### References

[1] A. Arrow, "Status and Concerns for Bank-to-Turn Control of Tactical Missiles," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 8, No. 2, pp. 267-274, 1985.

[2] Yongin Lee and Eulgon Kim, "A Study on Polar Converting Logic of BTT Missiles," *Journal of the Korea Institute of Military Science and Technology*, Vol. 32, No. 10, pp. 77-82, 2004.

[3] E. P. Cunningham, "Guidance of a Bank-to-Turn Missile with Altitude Control Requirements," *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 11, No. 5, pp. 340-342, 1974.

[4] Janggyu. Lee, Hyungseok Han and Youngjin Kim, "Guidance Performance Analysis of Bank-To-Turn (BTT) Missiles," *Proceedings of the 1999 IEEE International Conference on Control Applications*, pp. 991-996, Aug, 1999.

[5] Yosup Kim, Minjae Tahk, "A Study on the Optimal Guidance Law of Bank-To-Turn Missiles," *Journal of the Korea Institute of Military Science and Technology*, Vol. 22, No. 3, pp. 67-80, 1994.

[6] Kangshic Lee, "A Study of Division of Bank-To-Turn Missile Acceleration Commands in which uses Optimal Control Theory," *Master's Dissertation*, Dept. of Electronics Engineering, Hallym University, Chuncheon, Korea, pp. 1-37, 1998.

[7] Taesoo No, J. E. Cochran, Jr. and Eulgon Kim, "Bank-to-Turn Guidance Law Using Lyapunov Function and Nonzero Effort Miss," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 24, No. 2, pp. 255-260, 2001.

[8] Seongjae Yoo, Jinwoo Hong and Injoong Ha, "A Feedback-Form of Terminal-Phase Optimal Guidance Law for BTT Missiles Considering Autopilot Dynamics," *Journal of the Korea Institute of Military Science and Technology*, Vol. 44, No. 3, pp. 203-211, 2016.

[9] Sungbong Cho and Seunghan Lim, "A Study on Performance of BTT Aerial Vehicle Considering Sudden Maneuver," *KSAS 2017 Fall Conference*, pp. 878-879, 2017.

[10] P. Zarchan, "Tactical and Strategic Missile Guidance," *Progress in Astronautics and Aeronautics*, Vol. 124, Washington, D.C., AIAA Inc., 1990.

[11] J. H. Blakclock, "Automatic Control of Aircraft and Missiles," *John Wiley & Sons Inc.*, 2nd Edition, 1991.