

레이다 시선 측정치를 활용하는 선형 표적 추적필터 기반 함포 사격제원계산장치 성능향상 방법

서 의 석^{*,1)}

¹⁾ 국방과학연구소 해양기술연구원

Performance Improvement Approach to Naval Gun Fire Control System Based on Linear Target Tracking Filter with Radar Line-of-sight Measurements

Uisuk Suh^{*,1)}

¹⁾ Maritime Technology Research Institute, Agency for Defense Development, South Korea

(Received 6 March 2024 / Revised 10 May 2024 / Accepted 14 May 2024)

Abstract

This paper addresses a novel approach to performance enhancement of the naval gun fire control system(FCS) by using the projectile tracking filter without any distortion of radar measurements. Under the assumption that the maneuvering between the projectile and the ship equipped with the radar is not quite large, this method is based on the concept of polar-coordinate target tracking, which separates the range estimation filter and the direction cosine estimation filter. Note that using polar-coordinates allows tracking to be performed in the same coordinate system from which the radar line-of-sight(LOS) measurements are obtained, unlike the conventional tracking process in Cartesian. Also, it is easy to implement in real-time and guarantees consistent estimates due to its linear filter structure. With the help of the above method, therefore, the proposed filter is able to improve the overall performance of FCS which requires stability of projectile estimates within a short engagement time. The effectiveness of the presented scheme is validated through computer simulations.

Key Words : Naval Gun Fire Control System(함포 사격제원계산장치), Projectile Tracking(사출탄 추적),
Polar Coordinate System(극좌표계), Line-of-sight Measurements(시선 측정치)

1. 서론

* Corresponding author, E-mail: uisuksuh@add.re.kr
Copyright © The Korea Institute of Military Science and Technology

최근 들어 위협국의 해상 무력도발 빈번도가 높아
지며 저비용 고효율로 즉각 대응이 가능한 함포기반

교전 프로세스가 주목받고 있다^[1,2]. 함포를 이용한 성공적인 교전을 위해서는 소위 함포 사격통제의 두뇌로 일컫는 사격제원계산장치의 성능이 뒷받침되어야 하며, 구체적으로 위 장치에 탑재되는 사출탄(표적) 추적필터의 높은 정확도가 요구된다^[3,4]. 이는 추적필터에서 제공하는 탄 운동정보가 표적과의 예상조우점 산출은 물론, 명중평가와 같은 상황인식/판단 등 함포 교전절차 전반에 걸쳐 직접적인 영향을 미치기 때문이다^[4,5]. 이러한 관점에서 사출탄 추적필터는 함포기반 교전 성능을 좌우하며, 나아가 탑재 함정의 사격 신뢰도를 결정짓는 핵심 요소임을 알 수 있다.

전술한 사출탄 추적필터가 함포 교전을 위한 성능을 만족하기 위해서는 탄과 함정탐재 레이더 간 시선, 즉 극좌표계(polar coordinate system)에서 정의되는 레이더 측정치와 직교좌표계(Cartesian coordinate system) 상의 탄 운동정보로 기술되는 상태변수 간 비선형성 문제의 효율적 처리를 가능케 하는 필터 구조가 선결되어야 한다. 이를 위해, 극좌표계 레이더 측정치가 탄 상태변수의 비선형 방정식으로 쓰인다는 사실에 기반하여 사출탄 추적 문제를 전형적인 비선형 상태추정 문제로 정의한 다음, 대표적인 비선형 추정기인 확장 칼만필터(EKF: extended Kalman filter)를 적용하는 방안이 제안되었다^[6-8]. 하지만, 필터 이득과 잔차(residual) 간의 상관성으로 편향 오차가 유발되고, 이는 추적필터 출력의 신뢰도 저하를 야기한다^[7]. 더욱이, 비선형 필터가 내포하는 느린 수렴속도와 구현 과정에서의 연산량 이슈는 함포 사격제원계산장치의 운용 안정성 확보를 제한하는 요인들로 작용될 소지가 있다^[9].

한편, 사출탄 추적필터 설계를 위한 다른 해법으로 측정치 변환 칼만필터(CMKF: converted measurement Kalman filter)와 같이 의사 측정치(pseudo measurement)를 활용하는 직교좌표계 기반 필터링 기법을 고려할 수 있다^[10-12]. 의사 측정치라는 표현에서 알 수 있듯, 위 방법은 극좌표계 측정치를 직교좌표계 측정치로 좌표변환하여 탄 운동정보를 갱신한다. 또한, 선형 필터구조를 취하므로 수렴특성 등 비선형 추적필터가 가진 한계점들의 상당 부분을 개선할 수 있다^[10]. 그러나, 변환측정치로 구성되는 측정 모델로 인해 거리 변화율 측정치 활용을 위해서는 별도의 측정 방정식을 활용해야 하는 번거로운 과정을 거쳐야 한다. 더불어, 레이더 측정치 간의 상관성 보상을 위해 사용되는 측정잡음의 통계적 특성에 관한 사전정보가 부정확할 경우 탄 추적성능 저하가 불가피하다^[12]. 특히, 해상에

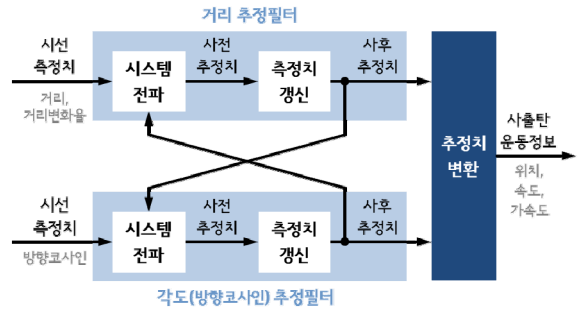


Fig. 1. Tracking process in polar coordinate system

서 다양한 작전을 수행하는 함정탐재 레이더의 특수한 운용 환경으로부터 측정잡음의 통계적 속성이 변화함에 따라 안정적인 추적정보 제공이 저해될 수 있다^[13]. 이에 더하여, 선형 근사과정을 적용하여 의사 측정치를 계산하는 과정에서 측정잡음의 확률분포를 추적필터에 제대로 반영하기 어려운 점도 존재한다. 이러한 문제에 대응하기 위해 변환측정치의 오차공분산을 보상하여 측정치 변환과정에서의 상관성을 완화하거나 고차의 테일러 근사를 통해 의사 선형측정치를 재정의하는 연구 결과가 발표되기도 하였으나, 오차 보상상의 설계가 복잡할뿐더러 계산량 증가에 비해 탄 추적성능 향상이 미미한 것으로 알려져 있다^[14].

전술한 추적기법들의 단점들이 극좌표계 측정치의 비선형성에 기인한다는 점에 착안하여, 본 논문에서는 극좌표계 선형 표적 추적필터링 설계방법론을 도입하여 사출탄 추적성능 제고 방법을 선보인다^[15]. 극좌표계 표적 추적기법은 Fig. 1과 같이 레이더 시선 측정치를 직접 활용하는 거리 추정필터와 각도(방향코사인) 추정필터를 독립적으로 설계하고, 이들 정보로부터 탄 운동정보를 산출하는 프로세스로 구성된다. 각각의 추정필터가 시스템 전파(system propagation)에서 쓰이는 사출탄의 동특성 방정식이 극좌표계 상의 미분방정식으로 기술되므로, 위 운동모델에는 거리-방향코사인 간의 결합동특성(coupling) 성분이 포함된다. 여기서, 사출탄 및 레이더 탐재 함정의 기동 특성에 주목하면 이들 간 상대운동 대역폭이 크지 않음을 짐작할 수 있다. 따라서, 시스템 전파 시 각 필터의 직전 시점 출력인 사후 추정치를 교차 반영함으로써 동특성 방정식에 내포된 결합동특성을 적절히 보상할 수 있다. 위 기법은 선형 순환 필터 구조를 지니므로 실시간 구현이 가능할 뿐만 아니라, 측정치 갱신 과정에서 직교좌표계 추적 필터에서는 사용이 어려웠던

거리변화율 정보의 적극적인 활용이 가능하다. 이로부터, 위 기법은 안정적인 탄 추적성능을 도모할 수 있어 함포 사격제원계산장치의 탄 추적성능 향상에 적합하다. 전형적인 사출탄 궤적 시나리오에 대한 모의 실험을 통해 제시된 기법의 유용성을 확인한다.

2. 좌표계 및 측정치 정의

본 절에서는 함포 사격제원계산장치의 사출탄 추적 필터 설계를 위해 함정에서 운용하는 좌표계와 이에 따른 레이더 측정치를 정의한다. 기술된 정보들은 극좌표계 표적 추적필터링 기법을 구성하는 거리 및 방향코사인 추정필터의 운동모델 및 측정방정식을 유도하는 데 사용한다.

2.1 운용 좌표계

2.1.1 관성좌표계(I-frame)

Fig. 2와 같이 오른손 법칙으로 표현 가능한 직교좌표계이며, ENU(East-North-Up) 좌표계로도 불린다. 함정 및 사출탄의 관성운동을 모사하기 위한 기준 좌표계이다.

2.1.2 동체좌표계(B-frame)

함정에서 레이더/함포 관련 정보들을 공통의 좌표계에 운용하기 위해 도입된 좌표계이다. 원점은 함 내 장착된 MRP(master reference plane) 위치, X^B 축은 선수 방향, Z^B 축은 수직 상 방향, Y^B 축은 오른손 법칙에 의해 결정되는 직교좌표계로 정의된다. 관성좌표계에서 동체좌표계로의 변환을 위한 좌표변환 행렬 C_I^B 는 다음과 같다.

$$C_I^B = R_x(\phi)R_y(\theta)R_z(\psi) \quad (1)$$

위 식에서 ϕ, θ, ψ 는 각각 함정의 롤, 피치, 요 자세각을, $R_\xi(\chi)$ 는 축 ξ 를 중심으로 각도 χ 만큼 회전시키는 회전변환 행렬을 의미한다. 수식 전개 편의를 위해, 본 논문에서는 관성좌표계와 동체좌표계가 평행한 것으로 간주한다.

2.1.3 극좌표계(P-frame)

원점은 함 MRP 위치, X^P 축은 MRP 위치에서 사출

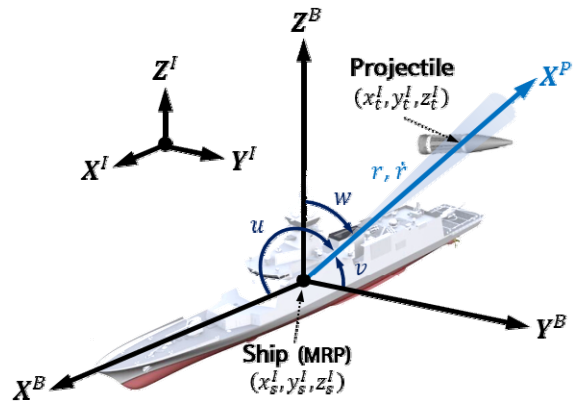


Fig. 2. Definitions of coordinate system

탄 간의 시선 벡터로 정의된다. 이로부터, 함정탐재 레이더의 측정치를 안테나 평면이 아닌 MRP를 기준으로 나타낼 수 있다. 관성좌표계에서 극좌표계로의 좌표변환 행렬 C_I^P 는 아래와 같이 회전변환 행렬 $R_\xi(\chi)$ 와 수평면 시선각 λ_h , 수직면 시선각 λ_v 로 계산된다.

$$C_I^P = R_y(-\lambda_v)R_z(\lambda_h) \quad (2)$$

2.2 가용 레이더 측정치

일반적으로 함정탐재 레이더는 함포 사격제원 산출에 활용하는 사출탄 추적 기능과 더불어 다양한 해상작전을 수행하기 위하여 다기능 위상배열 레이더(multi-function phased array radar)를 채택/운용하고 있다¹⁶⁾. 잘 알려져 있듯, 위상배열 레이더는 그 측정 원리로부터 시선각을 방향코사인의 꼴로 제공한다¹⁷⁾. 따라서, 사출탄 추적필터 설계 시 가용한 레이더 정보는 거리 r , 거리변화율 \dot{r} , 그리고 방향코사인(u, v, w)으로 정리된다. Fig. 2에 도시된 함정탐재 레이더와 사출탄 간의 상대기하를 이용하여, 다음과 같이 레이더에서 획득되는 사출탄 정보들을 쓸 수 있다.

$$r = \sqrt{(x_{ts}^I)^2 + (y_{ts}^I)^2 + (z_{ts}^I)^2} \quad (3)$$

$$\dot{r} = \frac{x_{ts}^I \dot{x}_{ts}^I + y_{ts}^I \dot{y}_{ts}^I + z_{ts}^I \dot{z}_{ts}^I}{r} \quad (4)$$

$$u = \frac{x_{ts}^I}{r}, v = \frac{y_{ts}^I}{r}, w = \sqrt{1 - u^2 - v^2} \quad (5)$$

여기서 $\epsilon'_{ts} \equiv \epsilon'_t - \epsilon'_s$ 는 사출탄과 레이다 사이의 ϵ 측정 상대정보를, 위치자 I 는 해당 변수가 표현되는 좌표계를 나타낸다.

실제 레이다 측정치는 평균 a , 분산 b 로 기술되는 정규분포 $N(a,b)$ 를 따르는 측정잡음 δ 가 포함된다.

$$\tilde{r} = r + \delta r, \delta r \sim N(0, \sigma_r^2) \quad (6)$$

$$\tilde{\dot{r}} = \dot{r} + \delta \dot{r}, \delta \dot{r} \sim N(0, \sigma_{\dot{r}}^2) \quad (7)$$

$$\tilde{\lambda} = \lambda + \delta \lambda, \delta \lambda \sim N(0, \sigma_\lambda^2), \lambda \in \{u, v\} \quad (8)$$

함정탐재 레이다의 운용 특성을 고려할 경우, 식 (6) ~ 식 (8)의 레이다 측정잡음 분산은 다음 조건을 만족한다^[11].

$$\sigma_r \ll r, \sigma_{\dot{r}} \ll \dot{r}, \sigma_\lambda \ll \lambda \quad (9)$$

Remark 2.1 전술한 레이다 측정치에 좌표변환을 거쳐 산출되는 의사 측정치가 영평균 특성을 만족할지라도, 측정오차 공분산 행렬을 계산하는 과정에서 레이다 측정잡음 간의 상관성이 칼만필터 추정치의 편향 오차를 유발할 수 있다. 또한, 식 (6) ~ 식 (8)의 측정잡음은 운용환경에 따라 그 값이 달라지므로 실제 상황에서는 사전에 모델링 된 함정탐재 레이다의 측정잡음 분산이 변화할 수 있다. 이는 측정치의 사전정보가 정확하다는 전제로 설계되는 CMKF 기반 사출탄 추적필터 성능이 제한됨을 암시하는 것이다.

Remark 2.2 CMKF 기반 사출탄 추적필터의 성능저하 문제를 완화하기 위해, 본 논문에서는 거리변화율 측정치를 활용 가능한 극좌표계 표적 추적필터 설계방법론을 도입한다. 이를 통해, 함포 사격제원계산장치에서 안정적인 탄 추적을 위한 해법을 제시한다.

3. 극좌표계 표적 추적필터링 설계 기법

함정탐재 레이다에서 제공하는 측정치들을 고려하여 함포 사격제원계산장치에 적합한 사출탄 추적필터를 설계해 보자. 이를 위해, 본 논문에서는 극좌표계 표적 추적필터로 알려진 칼만필터링 기법의 틀 안에

서 사출탄 추적필터 설계 문제를 정의한다^[15]. 본래 극좌표계 상에서 표적 동특성은 거리 및 방향코사인에 관한 비선형 미분방정식으로 기술되나, 함정 및 사출탄의 기동이 크지 않다면 거리-각도 간의 결합동특성을 무시할 수 있는 수준이 된다. 따라서, Fig. 1과 같이 거리 및 방향코사인 추정을 위한 선형필터를 각각 설계하고, 시스템 전과 과정에서 활용하는 표적 동특성 모델에 이들의 사후 추정치를 교차시킴으로써 거리-방향코사인의 결합동특성에 의한 비선형성이 반영된 선형 추적필터의 설계가 가능해진다.

3.1 거리 추정필터

거리 추정필터의 상태변수는 레이다-표적 간 거리 및 거리변화율, 그리고 표적의 시선방향 가속도로 정의된다.

$$\mathbf{x}^R \equiv [r \ \dot{r} \ a_t^R]^T \quad (10)$$

함정탐재 레이다로부터 거리와 함께 거리변화율 측정치가 제공될 수 있으므로, 아래와 같이 가용 측정치에 따른 측정방정식을 쓸 수 있다.

$$\mathbf{y}_k^R = H^R \mathbf{x}_k^R + \mathbf{v}_k^R \quad (11)$$

$$H^R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{v}_k^R = \begin{bmatrix} [\delta r] \\ [\delta \dot{r}] \\ [\delta \dot{r}] \end{bmatrix}, \text{거리변화율 측정치 비가용} \\ \text{거리변화율 측정치 가용}$$

시선방향 표적 가속도의 동적 특성을 시상관 특성을 갖는 유색 잡음으로 간주하면 Singer 모델로 표적 가속도 동특성을 기술할 수 있다^[18]. 이로부터, 거리 추적필터의 시스템 모델은 다음과 같다.

$$\mathbf{x}_{k+1}^R = F_k^R \mathbf{x}_k^R + \mathbf{f}_k^R + \mathbf{w}_k^R \quad (12)$$

$$F_k^R = \begin{bmatrix} 1 + \frac{\omega_p^2 T_s^2}{2} & T_s & \frac{T_s^2}{2} \\ \omega_p^2 T_s & 1 + \frac{\omega_p^2 T_s^2}{2} & T_s \left(1 - \frac{\beta^R T_s}{2}\right) \\ 0 & 0 & \rho_{a^R} \end{bmatrix}, \mathbf{f}_k^R = \begin{bmatrix} -\frac{T_s^2}{2} a_s^R \\ -T_s a_s^R \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{w}_k^R \sim (0, Q_k^R).$$

여기서 T_s 는 추적필터 샘플링 주기, a_s^R 은 시선 방향의 함정 가속도, ρ_{a^R} 은 사출탄 기동의 시상관 특성을

반영하기 위한 시정수 τ^R 의 함수($\rho_a^R = e^{-\beta^R \tau^R}$, $\beta^R = 1/\tau^R$)이다. ω_p 는 사출탄 시선벡터의 회전 각속도이며, 방향코사인 추정필터의 사후추정치로 산출된다(식 (18) 참고). 현재 시점에서 획득된 거리 측정치와 방향 코사인 추정필터의 사후 추정치 사이에는 상관성이 존재하지 않으므로, ω_p 를 방향코사인 추정필터의 사 후추정치로 대체하더라도 거리 추정필터의 성능저하 가 유발되지 않는다. 시스템 모델링 오차를 반영하기 위해 도입된 공정잡음 w_k^R 은 공분산이 Q_k^R 인 영평균 백색 잡음으로 가정한다. 부록 A에 이산시간 모델인 식 (12)의 유도를 위한 연속시간 운동모델을 추가 기 술하였다.

Remark 3.1 거리 추정필터의 측정 모델인 식 (11)로부 터 알 수 있듯, 극좌표계 표적 추적필터는 직교좌표계 기반 표적 추적기법에서 적극적인 활용이 어려웠던 거리변화율 측정치의 순위순 사용이 가능하다. 거리 추정필터로부터 계산되는 거리변화율 추정치는 방 향코사인 추정필터의 결합동특성 보상에 활용되며, 이로부터 방향코사인 추정필터에서 산출되는 방향코사인과 축 별 탄 상대속도 및 가속도의 안정적인 추정을 도모한다.

3.2 방향코사인 추정필터

식 (5)의 방향코사인 정의로부터, 이의 미분치를 다 음과 같이 유도할 수 있다.

$$\dot{\lambda} = \frac{\dot{\epsilon}_{ts}^I}{r} - \frac{\dot{r}\epsilon_{ts}^I}{r} = \frac{v_{\epsilon,ts}^I}{r} - \lambda \frac{\dot{r}}{r}, \lambda \in \{u, v, w\} \quad (13)$$

여기서 ϵ 은 관성좌표계의 각 축(\mathbf{X}^I , \mathbf{Y}^I , \mathbf{Z}^I)을 뜻하 며, ϵ 축 상의 상대속도 성분 $v_{\epsilon,ts}^I$ 은 아래와 같이 사출 탄 속도성분 $v_{\epsilon,t}^I$ 및 함정 속도성분 $v_{\epsilon,s}^I$ 간의 차로 표 현된다.

$$v_{\epsilon,ts}^I = v_{\epsilon,t}^I - v_{\epsilon,s}^I \quad (14)$$

위 식들을 토대로, 방향코사인 추정을 위한 측정방정 식 및 운동모델을 각각 식 (15)와 식 (16)과 같이 쓸 수 있다. 이때, Singer 표적모델 $\dot{a}_i = -\beta a_i + w_i$ 를 사용하여 표적 가속도 동특성을 반영하였다. 이산화된

모델인 식 (16)의 유도를 위한 연속시간 시스템 모델 을 부록 A에 별도로 정리하였다.

$$y_k^A = H^A \mathbf{x}_k^A + v_k^A \quad (15)$$

$$\mathbf{x}^A = [\lambda v_{\epsilon,ts}^I a_{\epsilon,t}^I]^T, H^A = [1 \ 0 \ 0], v_k^A = \delta \lambda.$$

$$\mathbf{x}_{k+1}^A = F_k^A \mathbf{x}_k^A + \mathbf{f}_k^A + \mathbf{w}_k^A \quad (16)$$

$$F_k^A = \begin{bmatrix} \left(1 - \frac{\dot{r} T_s}{r}\right) \left(1 - \frac{\dot{r} T_s}{2r}\right) \frac{T_s}{r} \left(1 - \frac{\dot{r} T_s}{2r}\right) & \frac{T_s^2}{2r} \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 & T_s \left(1 - \frac{\beta^A T_s}{2}\right) \\ & & & \rho_a \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{f}_k^A = \begin{bmatrix} -\frac{T_s^2}{2r} a_{\epsilon,s}^I \\ -T_s a_{\epsilon,s}^I \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{w}_k^A = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \sqrt{1 - \rho_a^2} \sigma_m^A s_k \end{bmatrix}, s_k \sim N(0, 1^2).$$

여기서 σ_m^A 는 표적 가속도의 표준편차를 뜻한다.

식 (15) 및 식 (16)에서 확인할 수 있듯, 방향코사인 추정 필터의 시스템 모델에는 거리 및 거리변화율 성 분이 포함되어 있으며, 이들 정보는 앞서 설계된 거리 추정필터의 이전 시점 사후 추정치(\hat{r} , $\hat{\dot{r}}$)로 대체된다.

표적 속도추정치 $\hat{v}_{\epsilon,t}^I$ 는 다음과 같이 자함 항법장치 출력력 $v_{\epsilon,s}^I$ 와 방향코사인 추정필터의 상태추정치 $\hat{v}_{\epsilon,ts}^I$ 를 이용하여 산출된다.

$$\hat{v}_{\epsilon,t}^I = \hat{v}_{\epsilon,ts}^I + v_{\epsilon,s}^I \quad (17)$$

참고로, 거리 추정필터의 시스템 행렬 F_k^R 을 구성하는 ω_p^2 은 아래와 같이 방향코사인 추정치를 사용하여 기 술된다.

$$\hat{\omega}_p^2 = \left(\frac{\hat{v}_p}{\hat{r}}\right)^2, \hat{v}_p^2 = (v_{x,s}^I \hat{v} - v_{y,s}^I \hat{u})^2 + v_{z,s}^2 (\hat{w} \ll 1) \quad (18)$$

통상의 함정 임무 시나리오를 감안할 때, \mathbf{Z}^I 축 방 향코사인 성분은 $w \ll 1$ 을 만족한다.

한편, 거리변화율 추정치는 사출탄 속도정보를 간접 적으로 내포하고 있으며 방향코사인 성분은 축 별 좌 표변환 성질을 지닌다. 이러한 사실에 착안하여, 식

(16)의 결합동특성 보상 외에도 이들 성질을 활용함으로써 사출탄 속도 추정성능 개선을 도모할 수 있다. 먼저, 극좌표계에서 표현되는 각 추정필터들의 속도 추정치 간 오차 δv_R 을 다음과 같이 정의해 보자.

$$\delta v_R \equiv \hat{r} - \left(\hat{u} \hat{v}_{x,ts}^I + \hat{v} \hat{v}_{y,ts}^I + \hat{w} \hat{v}_{z,ts}^I \right) \quad (19)$$

시선 벡터에서 기술되는 사출탄 속도추정치 오차의 통계적 속성을 이용하여 각도 추정필터의 상대속도 추정결과를 보상한다. 이를 위한 축 별 상대속도 보상항 Δv_ϵ 는 아래와 같이 유도된다.

$$\Delta v_x = C_X \cdot \delta v^R, \Delta v_y = C_Y \cdot \delta v^R, \Delta v_z = C_Z \cdot \delta v^R \quad (20)$$

$$C_X = \frac{\hat{u} \cdot \sigma_{\hat{v}_x}^2}{C}, C_Y = \frac{\hat{v} \cdot \sigma_{\hat{v}_y}^2}{C}, C_Z = \frac{\hat{w} \cdot \sigma_{\hat{v}_z}^2}{C},$$

$$C = \sigma_r^2 + \left(\hat{u} \cdot \sigma_{\hat{v}_x}^2 + \hat{v} \cdot \sigma_{\hat{v}_y}^2 + \hat{w} \cdot \sigma_{\hat{v}_z}^2 \right).$$

여기서 σ_r^2 , σ_ϵ^2 는 각각 거리 및 방향코사인 추정필터의 거리변화율과 축 별 상대속도 추정오차 분산을 의미한다. 정리하면, 사출탄 상대속도 추정치 $\hat{v}_{\epsilon,\Delta}^I$ 는 아래 식과 같이 방향코사인 추정필터의 상대속도 추정결과에 식 (20)이 합산된 형태로 계산된다.

$$\hat{v}_{\epsilon,\Delta}^I = \hat{v}_{\epsilon,ts}^I + \Delta v_\epsilon, \epsilon \in \{x, y, z\} \quad (21)$$

4. 모의실험

4.1 모의실험 조건

제시된 극좌표계 표적 추적기법을 함포 사격제원계산장치에 적용 시 예상되는 사출탄 추적 기능의 성능향상 정도를 확인하기 위해 컴퓨터 모의실험을 수행하였다. 모의실험에 활용한 탄 궤적으로 Fig. 3와 같은 전형적인 탄도비행 시나리오를 모사하였으며, 수평면 거리(downrange) 및 X^I 축 위치(PosX)로부터 X^I 축이 주된 비행 방향임을 알 수 있다. 모의실험 목적이 사출탄 추적필터의 성능분석이라는 점에 초점을 맞추어, 자함 궤적은 원점에서 정지하고 있는 것으로 가정하고 Table 1의 측정잡음 편차를 토대로 레이더 시선 측정치를 모의하였다.

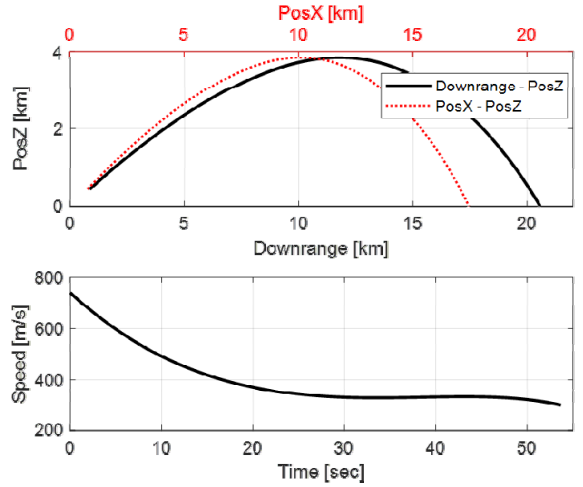


Fig. 3. Projectile trajectory

Table 1. Simulation conditions

구분	파라미터	
측정잡음	$\sigma_r = 50 \text{ m}, \sigma_r = 5 \text{ m/s}, \sigma_\lambda = 5 \text{ mrad}$	
추적필터	주기	$T_s = 0.1 \text{ sec}$
	극좌표계	* 거리 추정필터 $\hat{\mathbf{x}}_{0-1}^R = \mathbf{x}_0^R + \Delta \mathbf{x}_0^R, \Delta \mathbf{x}_0^R \sim N(0, P_{0-1}^R),$ $P_{0-1}^R = \text{diag}([\sigma_r^2, \sigma_r^2, \sigma_{a^R}^2]),$ $\sigma_{a^R}^2 = 25 \text{ m/s}^2, \tau^R = 100 \text{ sec}.$
	방향코사인	* 방향코사인 추정필터 $\hat{\mathbf{x}}_{0-1}^A = \mathbf{x}_0^A + \Delta \mathbf{x}_0^A, \Delta \mathbf{x}_0^A \sim N(0, P_{0-1}^A),$ $P_{0-1}^A = \text{diag}([\sigma_\lambda^2, 8^2, (\sigma_m^A)^2]),$ $\sigma_m^A = 25 \text{ m/s}^2, \tau^A = 100 \text{ sec}.$
EKF, CMKF	$\hat{\mathbf{x}}_{0-1}^I = \mathbf{x}_0^I + \Delta \mathbf{x}_0^I, \Delta \mathbf{x}_0^I \sim N(0, P_{0-1}^I),$ $P_{0-1}^I = \text{diag}([80^2 \cdot \mathbf{1}^{1 \times 3}, 8^2 \cdot \mathbf{1}^{1 \times 3}, \sigma_m^2 \cdot \mathbf{1}^{1 \times 3}]),$ $\sigma_m = 25 \text{ m/s}^2, \tau = 100 \text{ sec}.$	
반복 회수	200	
CPU	Intel i7-11700 2.5 GHz	

추정오차 크기 및 수렴특성 등 정량적인 필터 성능 비교를 위해, 통상적인 레이더 추적필터로 간주되는 EKF 및 CMKF 설계 결과를 추가하였다^{[11],[14]}. EKF는 거리, 방향코사인과 더불어 거리변화율 측정치를 모두 사용하는, CMKF 필터는 레이더 측정잡음의 1, 2차 모멘트로 측정잡음의 상관성 오차를 보상하면서 거리변화율을 고려하지 않는 단순한 구조의 CMKF1 기법을 채택하였다. 필터 초기치와 더불어 표적 가속도 반영을 위해 도입된 Singer 가속도 모델 파라미터를 Table 1에 정리하였다. 비교대상 추적필터의 운동모델 및 추정방정식은 부록 B를 참고하라. 필터 성능확인 및 비교를 위해 11세대 Intel i7 CPU 탑재 PC에서 200회 반복실험한 결과를 RMSE(root mean square error)로 도시하였다.

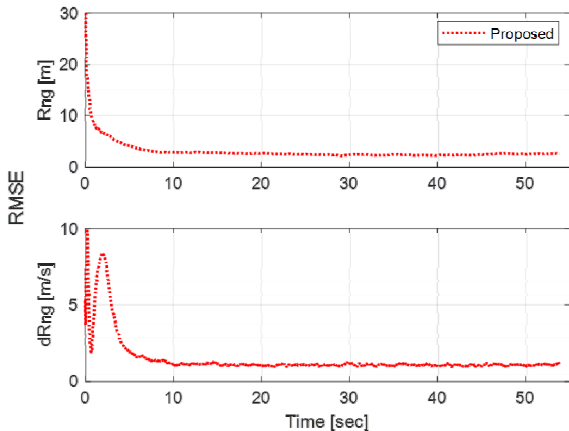


Fig. 4. Range and range rate estimates: RMSE

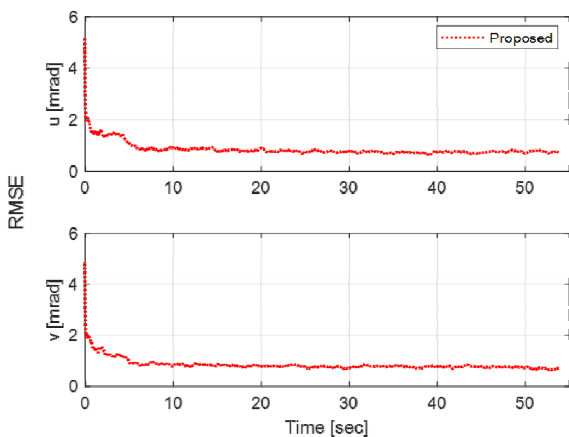


Fig. 5. Direction cosine estimates: RMSE

4.2 모의실험 결과 분석

사출탄의 위치 정보는 거리 및 방향코사인 추정치로 계산됨에 따라 이들의 추정성능을 우선적으로 확인할 필요가 있다. 거리 및 방향코사인 추정필터의 RMSE를 Fig. 4 및 Fig. 5에 도시하였으며, 약 8 sec 이후부터 참값 근방으로 수렴하는 것을 확인할 수 있다. 이러한 특성은 극좌표계 표적 추적필터가 선형 필터구조를 지니면서도 각 추정필터의 추정치를 교차 반영함으로써 거리-방향코사인 결합동특성을 적절히 보상하고 있음에 기인한다.

이제, 기존 기법(EKF, CMKF)과의 사출탄 운동정보 추정성능을 비교해 보자. 위치, 속도 및 가속도 추정성능을 Fig. 6 ~ Fig. 8에 각각 도시하였으며, Fig. 6에서 극좌표계 기법의 3차원 표적 위치정보는 전술한 거리/방향코사인 추정필터의 출력을 이용하여 산출하였다. 모의실험에 활용한 시나리오의 특성 상, X' 축 성분 관련 추정오차 분석에 초점을 둔다. 먼저, EKF는 비선형 추정방정식의 사용으로 초기 수렴시점이 선형 칼만필터 대비 2~3 sec 가량 느릴 뿐더러, Table 2에 정리된 연산량을 보아도 한 주기 당 평균 연산시간이 가장 긴 약 18.3 μ s를 지닌다. 선형 필터모델인 CMKF 및 극좌표계 표적 추적기법은 유사한 수렴 시점을 보유하나, CMKF는 변환측정치의 오차공분산을 보상하기 위한 별도 계산을 요구하기 때문에 극좌표계 기법보다 약 18 % 높은 2.5 μ s 정도의 시간을 더 소모한다. 이로부터, 수렴특성 및 연산시간 관점에서 제안된 극좌표계 표적 추적필터링 기법이 우위에 있음을 알 수 있다.

다음으로, 각 필터들이 충분히 수렴한 것으로 판단되는 15 sec를 기준으로 기존 및 극좌표계 기법 간의 위치와 속도 RMSE를 비교하였다. EKF는 측정치 갱신 과정에서 거리변화율 정보를 사용하고 있음에도 불구하고 위치 및 속도가 제안 기법보다 약 1.5배, 4 배에 달하는 차이를 보인다. 이는 비선형 추정모델 활용 시 흔히 관찰되는 잔차와 필터 이득 간의 상관성으로부터 유발된 추정오차가 포함된 결과로 분석할 수 있다. CMKF의 경우 위치 측면에서 극좌표계 필터

Table 2. Computation time

구분	EKF	CMKF	Proposed
평균 연산시간	18.28 μ s	16.14 μ s	13.66 μ s

와 큰 차이가 존재하지 않으나, 속도와 밀접한 관계에 놓인 거리변화를 측정치를 활용할 수 없는 변환측정치 모델 구조로 인해 속도 추정치에서 극좌표계 필터 출력보다 약 5 m/s 높은 편향오차를 유지하고 있다. Fig. 8의 표적 가속도는 모든 기법이 동일한 Singer 모델을 적용하였음에도 전술한 기존 방법들의 한계로 극좌표계 추정 결과보다는 다소 큰 편향오차가 관측된다. 반면, 본 논문에서 제시하는 극좌표계 표적 추적필터링 기법은 기존 대비 훨씬 우수한 성능을 보유하고 있어 안정적인 탄 운동정보(위치, 속도, 가속도) 추정을 가능케 한다. 이는 선형 필터구조 채택과 더불어 시선에서 정의되는 거리변화를 측정치를 손쉽게 활용할 수 있기 때문이다.

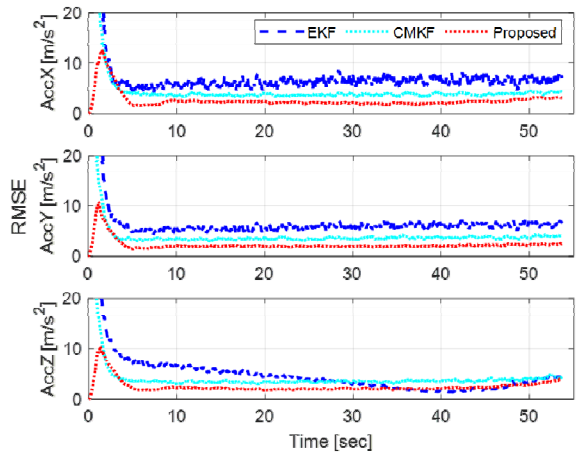


Fig. 8. Acceleration estimates: RMSE

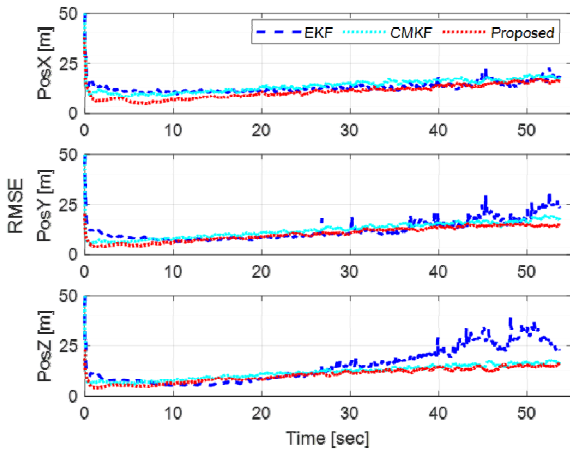


Fig. 6. Position estimates: RMSE

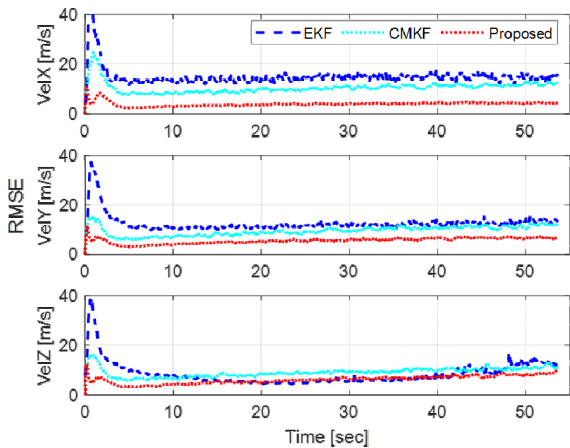


Fig. 7. Velocity estimates: RMSE

마지막으로, 사전에 모델링되는 레이더 측정잡음 편차의 부정확성이 CMKF 및 제안 기법의 사출탄 위치 추정치에 미치는 영향을 분석하였다. 함정탐제 레이더의 운용 특성으로부터 저고도 환경에서 레이더 시선 측정치의 불확실성이 증가한다는 사실에 착안하여, Fig. 3의 동일한 사출탄 비행 시나리오에서 낙하 중인 사출탄이 고도 2 km를 통과하는 약 43 sec부터 레이더 측정잡음의 편차 크기를 서서히 증가시켰다(거리/거리 변화율/방향코사인 최대 편차 각 2.5배, 1.5배, 4배). 각 추정기법의 위치 RMSE는 Fig. 9에 도시한 바와 같으며, Fig. 6의 위치 추정결과와 달리 시간에 따라 RMSE가 증가하고 있음을 알 수 있다. 다만, 극좌표계 기법에 비해 CMKF 추정오차 크기가 약 1.4배 큰 85 m에 위치하는데, 이는 사전정보가 정확하다는 전제로 설계되는 CMKF 필터의 실제 가정이 벗어나 유발되는 오차로 분석할 수 있다. 즉, 부정확한 사전정보는 CMKF 설계변수인 측정오차 공분산 행렬의 불완전성을 초래하며, 궁극적으로 CMKF 추정성능 저하를 야기하는 것이다. 제안 기법인 극좌표계 표적 추적필터 역시 위치추정치 RMSE가 점차 증가하는 추세에 있지만, 별도의 변환과정 없이 극좌표계 측정치를 필터 갱신에 활용할 수 있어 측정잡음 편차가 가장 큰 마지막 시점에서 약 60 m인 상대적으로 작은 위치 오차를 갖는다. 따라서, 함정탐제 레이더의 운용 특성과 함께 사출탄 추정성능 및 연산시간을 종합적으로 고려하였을 때 극좌표계 표적 추적필터링 프로세스가 함포 사격제원계산장치의 성능향상을 이끄는 실용적인 해법이 될 것으로 판단된다.

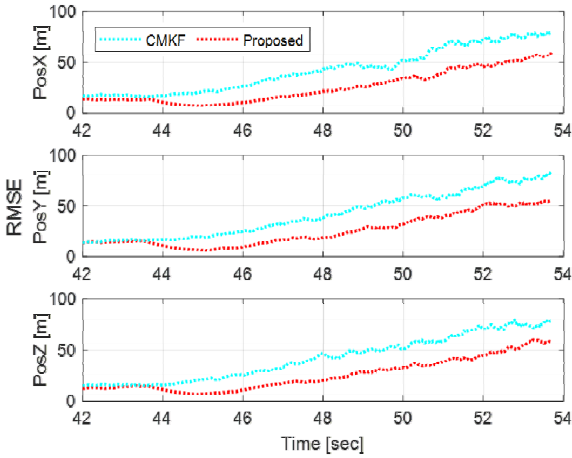


Fig. 9. Position estimates with a incorrect a priori information: RMSE

5. 결 론

본 논문에서는 함정탐재 레이더의 시선 측정치를 별도 변환과정 없이 사출탄 추적에 직접 활용 가능한 구조를 갖는 극좌표계 표적 추적필터링 기법을 적용하여 함포 사격제원계산장치를 구성하는 탄 추적 기능의 성능 제고 방법을 다루었다. 사출탄 추적을 위해 기존에 고려하여 왔던 비선형 추적 혹은 변환측정치 필터링 기법과 달리, 극좌표계 표적 추적필터 방법을 이용할 경우 레이더 시선 측정치를 온전히 활용하면서 선형 필터구조를 채택할 수 있어 일관된 탄 운동정보 추정 성능을 담보할 수 있다. 이상의 결과로부터, 위 기법은 함포 사격통제체계 개발 과정에서 신속하면서도 정확한 탄 추적성능을 위한 사격제원계산장치의 사출탄 추적기능 성능개선 및 향상에 적절히 활용될 수 있을 것으로 기대된다.

부록 A. 거리/방향코사인 추정필터 설계를 위한 이산시간 시스템 모델 유도

Singer 모델로 표적 시선방향 가속도 a_i^R 을 표현할 수 있다면($\dot{a}_i^R = -\beta^R a_i^R + w_i^R$), 거리 추정필터 설계에 활용되는 시선방향 표적 동특성 모델을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\dot{\mathbf{x}}^R = F^R \mathbf{x}^R + \mathbf{f}^R + \mathbf{w}^R \quad (A1)$$

$$F^R = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \omega_p^2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\beta^R \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f}^R = \begin{bmatrix} 0 \\ -a_s^R \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{w}^R = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ w_i^R \end{bmatrix}$$

여기서 a_s^R 은 자함 항법장치 정보(가속도, 자세)와 식 (2)의 회전변환 관계를 이용하여 산출된다. 시선방향 표적 동특성의 자세한 유도과정은 관련 참고문헌을 통해 확인할 수 있다^[15]. 마찬가지로, 식 (13), 식 (14) 및 Singer 표적가속도 모델로부터 식 (A2)와 같이 방향코사인 추정필터 설계를 위한 연속시간 운동 모델을 나타낼 수 있다.

$$\dot{\mathbf{x}}^A = F^A \mathbf{x}^A + \mathbf{f}^A + \mathbf{w}^A \quad (A2)$$

$$F^A = \begin{bmatrix} -\dot{r} & 1 & 0 \\ r & r & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\beta^A \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f}^A = \begin{bmatrix} 0 \\ -a_{\epsilon,s}^I \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{w}^A = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ w_{\epsilon,t}^I \end{bmatrix}.$$

식 (A1), 식 (A2)를 추적필터 샘플링 주기 T_s 로 이산화하면 각각 식 (12) 및 식 (16)과 같은 마코프 프로세스로 기술할 수 있다. 이때, 아래와 같이 2차 테일러 근사항까지 반영하여 시스템 행렬 F_k^R, F_k^A 및 자함 가속도벡터 $\mathbf{f}_k^R, \mathbf{f}_k^A$ 를 도출하였다.

$$F_k \cong I + FT_s + \frac{F^2 T_s^2}{2}, \quad \mathbf{f}_k \cong \left[IT_s + \frac{FT_s^2}{2} \right] \mathbf{f} \quad (A3)$$

참고로, Singer 표적가속도의 이산시간 마코프 모델은 식 (A4)와 같다.

$$a_{k+1} = \rho a_k + \sqrt{1 - \rho^2} \sigma s_k, \quad \rho = e^{-\beta T_s}, \quad s_k \sim N(0, 1^2) \quad (A4)$$

부록 B. 비교대상 필터 모델^[11,14]

본 논문에서 비교대상으로 선정한 EKF 및 CMKF 설계를 위해 사용한 운동모델은 식 (B1)과 같이 Singer 표적 가속도 동특성을 반영한 형태이다.

$$\dot{\mathbf{x}}_{k+1}^I = F_k^I \mathbf{x}_k^I + \mathbf{f}_k^I + \mathbf{w}_k^I \quad (B1)$$

$$\mathbf{x} = [x_t \ y_t \ z_t \ v_{x,t} \ v_{y,t} \ v_{z,t} \ a_{x,t} \ a_{y,t} \ a_{z,t}]^T,$$

$$\mathbf{F}_k^I = \begin{bmatrix} I^{3 \times 3} & T_s \cdot I^{3 \times 3} & \frac{T_s^2}{2} \cdot I^{3 \times 3} \\ 0^{3 \times 3} & I^{3 \times 3} & T_s \left(1 - \frac{\beta T_s}{2}\right) \cdot I^{3 \times 3} \\ 0^{3 \times 3} & 0^{3 \times 3} & \rho \cdot I^{3 \times 3} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{f}_k^I = \begin{bmatrix} -\frac{T_s^2}{2} a_{\epsilon,s}^I \cdot I^{3 \times 3} \\ -T_s a_{\epsilon,s}^I \cdot I^{3 \times 3} \\ 0^{3 \times 3} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{w}_k^I = \begin{bmatrix} 0^{3 \times 3} \\ 0^{3 \times 3} \\ \sqrt{1 - \rho^2} \sigma_m s_k \cdot I^{3 \times 3} \end{bmatrix},$$

$$\rho = e^{-\beta T_s}, \quad s_k \sim N(0, 1^2).$$

거리변화율 측정치를 포함하는 EKF 측정방정식 및 자코비안 행렬은 다음과 같다.

$$\mathbf{y}_k^E = \mathbf{h}^E(\mathbf{x}_k^I) + \mathbf{v}_k^E \quad (\text{B2})$$

$$\mathbf{h}^E(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{x_{ts}^2 + y_{ts}^2 + z_{ts}^2}}{x_{ts} x_{ts} + y_{ts} y_{ts} + z_{ts} z_{ts}} \\ \frac{\sqrt{x_{ts}^2 + y_{ts}^2 + z_{ts}^2}}{x_{ts}} \\ \frac{\sqrt{x_{ts}^2 + y_{ts}^2 + z_{ts}^2}}{y_{ts}} \\ \frac{\sqrt{x_{ts}^2 + y_{ts}^2 + z_{ts}^2}}{y_{ts}} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_k^E = \begin{bmatrix} \delta r_k \\ \delta \dot{r}_k \\ \delta u_k \\ \delta v_k \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{R}_k^E = \text{diag}[\sigma_r^2, \sigma_r^2, \sigma_u^2, \sigma_v^2],$$

$$\frac{\partial \mathbf{h}^E}{\partial \mathbf{x}^I} = \begin{bmatrix} u & v & w & 0^{1 \times 3} & 0^{1 \times 3} \\ \left(\frac{\dot{x}_{ts}}{r} - u \frac{\dot{r}}{r}\right) & \left(\frac{\dot{y}_{ts}}{r} - v \frac{\dot{r}}{r}\right) & \left(\frac{\dot{z}_{ts}}{r} - w \frac{\dot{r}}{r}\right) & \frac{u}{r} & \frac{v}{r} & \frac{w}{r} \\ \left(\frac{1}{r} - \frac{u^2}{r}\right) & -\frac{uv}{r} & -\frac{uw}{r} & 0^{1 \times 3} & 0^{1 \times 3} \\ -\frac{uw}{r} & \left(\frac{1}{r} - \frac{v^2}{r}\right) & -\frac{uv}{r} & 0^{1 \times 3} & 0^{1 \times 3} \end{bmatrix}$$

더불어, 본 논문에서 사용한 CMKF1 방식의 변환측정치 및 측정잡음 공분산 모델은 아래 식과 같다.

$$\mathbf{y}_k^C = \begin{bmatrix} \tilde{r}_k \tilde{u}_k \\ \tilde{r}_k \tilde{v}_k \\ \tilde{r}_k \tilde{w}_k \end{bmatrix} = \mathbf{H}^C \mathbf{x}_k^I + \mathbf{v}_k^C \quad (\text{B3})$$

$$\mathbf{H}^C = [I^{3 \times 3} \ 0^{3 \times 3} \ 0^{3 \times 3}], \quad \mathbf{v}_k^C \sim N(0^{3 \times 1}, \mathbf{R}_k^C),$$

$$\mathbf{R}_k^C = \begin{bmatrix} R_{xx} & R_{xy} & R_{xz} \\ R_{xy} & R_{yy} & R_{yz} \\ R_{xz} & R_{yz} & R_{zz} \end{bmatrix},$$

$$R_{xx} = (\tilde{u}_k \sigma_r)^2 + (\tilde{r}_k \sigma_u)^2, \quad R_{yy} = (\tilde{v}_k \sigma_r)^2 + (\tilde{r}_k \sigma_v)^2,$$

$$R_{zz} = |1 - \tilde{u}_k^2 - \tilde{v}_k^2| \sigma_r^2 + \frac{(\tilde{r}_k \tilde{u}_k)^2}{|1 - \tilde{u}_k^2 - \tilde{v}_k^2|} \sigma_u^2 + \frac{(\tilde{r}_k \tilde{v}_k)^2}{|1 - \tilde{u}_k^2 - \tilde{v}_k^2|} \sigma_v^2,$$

$$R_{xy} = \tilde{u}_k \tilde{v}_k \sigma_r^2,$$

$$R_{xz} = \tilde{u}_k \sqrt{1 - \tilde{u}_k^2 - \tilde{v}_k^2} \sigma_r^2 - \frac{\tilde{r}_k \tilde{u}_k}{\sqrt{1 - \tilde{u}_k^2 - \tilde{v}_k^2}} \sigma_u^2,$$

$$R_{yz} = \tilde{v}_k \sqrt{1 - \tilde{u}_k^2 - \tilde{v}_k^2} \sigma_r^2 - \frac{\tilde{r}_k \tilde{v}_k}{\sqrt{1 - \tilde{u}_k^2 - \tilde{v}_k^2}} \sigma_v^2.$$

후 기

본 논문은 2024년 정부의 재원으로 수행된 연구 결과임.

References

- [1] D. L. Rogers, "Keeping Naval Guns Ready," Defence AT&L, pp. 21-24, 2016.
- [2] B. Flynn, "The Coming High-tech Sino-American War at Sea? Naval Guns, Technology hybridity and the "Shock of the Old," Defence Studies, Vol. 21, No. 3, pp. 312-333, 2021.
- [3] K. Kim, H. Jo and D. Kim, "Design and Implementation of Adaptive Naval Gun Fire Simulator on a Naval Combat System," Journal of the Korea Institute of Military Science and Technology, Vol. 21, No. 5, pp. 630-639, 2018.
- [4] T. I. Suh and E. J. Kim, "Development of Gun Fire Control System for the FFX-I Program," Journal of the Korea Institute of Military Science and Technology, Vol. 16, No. 6, pp. 752-761, 2013.
- [5] S. W. Kim, "The Study on Target Tracking Filter Using Interacting Multiple Model for Tracking Maneuvering Target," Journal of Institute of Korean Electrical and Electronics Engineers, Vol. 11, No. 4, pp. 137-144, 2007.

- [6] R. Mehra, "A Comparison of Several Nonlinear Filters for Reentry Vehicle Tracking," IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 16, No. 4, pp. 307-319, 1971.
- [7] K. S. Miller and D. M. Leskiw, "Nonlinear Estimation with Radar Observations," IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. AES-18, No. 2, pp. 192-200, 1982.
- [8] N. Cui, L. Hong and J. R. Layne, "A Comparison of Nonlinear Filtering Approaches with an Application to Ground Target Tracking," Signal Processing, Vol. 85, No. 8, pp. 1469-1492, 2005.
- [9] S. K. Han, W. S. Ra, I. H. Whang and J. B. Park, "Linear Recursive Automotive Target Tracking Filter for Advanced Collision Warning Systems," Applied Mathematics & Information Sciences, Vol. 8, No. 3, pp. 1145-1151, 2014.
- [10] F. Daum and R. Fitzgerald, "Decoupled Kalman Filters for Phased Array Radar Tracking," IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 28, No. 3, pp. 269-283, 1983.
- [11] S. -T. Park and J. G. Lee, "Improved Kalman Filter Design for Three-dimensional Radar Tracking," IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol 37, No. 2, pp. 727-739, 2001.
- [12] D. Lerro and Y. Bar-Shalom, "Tracking with Debiased Consistent Converted Measurements versus EKF," IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 29, No. 3, pp. 1015-1022, 1993.
- [13] J. N. Briggs, Target Detection by Marine Radar, Vol. 16, IET, 2004.
- [14] X. Tian and Y. Bar-Shalom, "Coordinate Conversion and Tracking for Very Long Range Radars," IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 45, No. 3, pp. 1073-1088, 2009.
- [15] S. S. Blackman, Multiple-Target Tracking with Radar Applications, Dedham, MA, Artech House, Inc., 1986.
- [16] S. -Y. Son and J. -M. Kim, "Development Status and Future Directions of Radar Systems for Military Ships," Summer Annual Conference of the Institute of Electronics and Information Engineers, pp. 2588-2592, June, 2023.
- [17] M. -H. Cho, Y. -M Choi and M. -J. Tahk, "De-correlated Converted Measurement Tracking Filter for Phased Array Radar," The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences 2020 Spring Conference, pp. 240-242, July, 2020.
- [18] R. A. Singer, "Estimating Optimal Tracking Filter Performance for Manned Maneuvering Targets," IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. AES-6, No. 4, pp. 473-483, 1970.