

경험적 동상 예측 모델 간의 상관관계 분석

Correlation Analysis of Empirical Frost Heave Prediction Models

이 장 근[†] · 진 현 우¹⁾ · 공 정²⁾

Janguen Lee · Hyunwoo Jin · Zheng Gong

Received: June 11th 2024; Revised: June 12th, 2024; Accepted: June 24th, 2024

ABSTRACT : Frost heave is one of the significant engineering characteristics of frozen ground and causes severe damages on geo-structures. Although thermo-hydro coupled analyses have been developed to predict frost heave behavior, these analyses involve excessive input parameters and have primarily been validated for frost heave in clayey soils. Frost heave mainly occurs in silty soils, which have relatively higher permeability compared to clayey soils, necessitating careful attention. This study introduces empirical models and verifies their reliability for silty soils. By using the validated model, the correlation of key input parameters is derived, which is expected to enhance the applicability of thermal-mechanical analysis for geo-structures on frozen ground in the future.

Keywords : Frozen ground, Frost heave, Model, Reliability, Correlation

요 지 : 동토지반의 중요한 공학적 특성 중 하나인 동상으로 인해 다양한 피해가 발생한다. 동상 거동을 예측하고자 열-수리 연계 해석이 개발되었으나, 입력변수가 과도하고 주로 점토성 토양의 동상에 대한 신뢰성 평가만 수행되었다. 동상은 점토성 토양과 비교하여 상대적으로 투수계수가 높은 실트질 토양에서 주로 발생하고 있어 주의가 필요하다. 본 연구에서는 비교적 간단하게 동상 거동 예측이 가능한 경험적 모델을 소개하고 실트질 토양을 대상으로 모델의 신뢰성을 검증하였다. 검증이 완료된 모델을 이용하여 핵심 입력변수의 상관관계를 제시하였다. 본 연구에서 도출된 경험적 모델의 상관관계는 향후 동토지반을 대상으로 지반구조물의 열-역학 해석에 활용성이 높을 것으로 예상된다.

주요어 : 동토지반, 동상, 모델, 신뢰성, 상관관계

1. 서 론

지반이 동결되면서 발생하는 동상(frost heave)으로 인한 피해를 최소화하고자 세계 100여 개국에서는 토양의 동상 민감성을 평가하는 방법을 연구해 왔다(Chamberlain, 1981). 미국과 일본에서는 동상 민감성을 판별하고자 표준화된 실험법을 제시하고 있으나, 실내실험은 토양의 동상 민감도를 정성적으로 평가하는데 국한되어 있어 실제 현장의 동상 거동을 예측하는데 한계가 있다. 이러한 한계점을 극복하고자 동상 거동 분석 및 정량적 예측을 위해 열-수리-역학 연계 해석에 대한 다양한 연구가 진행되었다. 그러나 열-수리 연계 해석은 입력 변수가 과도하고, 주로 투수 계수가 $10^{-9} \sim 10^{-10}$ m/s인 점토성 토양에 대한 실험 결과를 바탕으로 동상 거동을 예측하고 검증하였다(Konrad, 1994; Thomas et al., 2009; Bronfenbrener & Bronfenbrener, 2010; Zhou & Li, 2012; Zhang, 2014). 그러나 동상은 점토성 토양과 비교하여 주로 실트 함량이 높은 투수가 상대적으로 원활한 토양

에서 많이 발생하기 때문에 열-수리-역학 연계 해석 모델을 현장에 적용하기에는 한계가 있다.

동상은 토양의 열-수리 특성(thermal hydraulic characteristics), 온도 구배, 상재 하중 등 여러 요인에 의해 영향을 받기 때문에 정량적으로 예측하는 데에는 한계가 있다(O'Neill, 1983). 열-수리-역학 연계 해석 모델의 한계점을 개선하기 위해 열 역학(thermodynamics) 관점의 경험적 접근 방법을 이용한 연구도 시도되었다(Michalowski & Zhu, 2006; Lee et al., 2023). 대표적인 경험적 모델은 동상으로 인한 얼음 성장을 수리 해석적 관점이 아닌 Porous Rate Function(PRF)을 이용하여 경험적으로 예측하는 방법이다. PRF 모델은 구성 방정식(constitutive function)과 동상 해석 결과를 비교적 간단하게 연계하여 역학적 해석도 가능하다(Zhang, 2014). 다만, PRF 모델에 사용되는 경험적 입력변수에 대한 연구가 미흡하여 활용성에 한계가 있다. 이러한 문제를 해결하고자 PRF 모델의 열 해석 방법은 유지하고, 국제적으로 통용되는 Segregation Potential(SP)을 이용한 동상 해석 모델이 제안되었다(Lee et

† Research Fellow, Department of Future & Smart Construction Engineering, Korea Institute of Civil Engineering and Building Technology (KICT), University of Science & Technology (Corresponding Author : jlee@kict.re.kr)

1) Senior Researcher, Department of Future & Smart Construction Research, Korea Institute of Civil Engineering and Building Technology (KICT)

2) Ph.D. Candidate, Korea Institute of Civil Engineering and Building Technology (KICT), University of Science & Technology

al., 2023). 그러나 열-수리-역학 연계 해석 모델과 마찬가지로 경험적 모델도 동상에 민감한 실트질 토양에 대한 검증이 부족한 실정이다.

본 연구에서는 실트질 토양을 대상으로 경험적 동상 예측 모델의 신뢰성을 검증하고 핵심 입력변수를 분석하였다. 검증이 완료된 모델은 이용하여 핵심 입력변수 상호 간의 연계성을 검토하였다. 본 연구에서 제시된 핵심 입력변수의 상관관계는 향후 동토지반을 대상으로 지반구조물의 열-역학 해석에 활용성이 높을 것으로 예상된다.

2. 경험적 동상 예측 모델

2.1 Energy Conservation

경험적 모델은 동상을 해석하기 위해 열전달 해석이 반드시 필요하다. 지반의 열전달은 열전도만 고려한 열평형 방정식으로 Eq. (1)과 같이 표현된다.

$$C \frac{\partial T}{\partial t} - \nabla(\lambda_m \nabla T) - L \rho_i \frac{\partial \theta_i}{\partial t} = 0 \quad (1)$$

여기서, $C(\text{J/m}^3 \cdot ^\circ\text{C})$ 는 흙의 단위체적당 비열용량, $\lambda_m(\text{W/m} \cdot ^\circ\text{C})$ 은 흙의 열전도계수, $L(\text{J/kg})$ 은 잠열, $\rho_i(\text{kg/m}^3)$ 는 얼음의 밀도를 나타낸다. 동상 해석은 흙 입자, 얼음, 그리고 간극수의 영향을 동시에 고려하기에 비열용량과 열전도계수는 Eq. (2)와 같이 표현된다(Michalowski & Zhu, 2006).

$$C = \rho_s c_s \theta_s + \rho_w c_w \theta_w + \rho_i c_i \theta_i, \quad \lambda_m = \lambda_s^{\theta_s} \lambda_w^{\theta_w} \lambda_i^{\theta_i} \quad (2)$$

여기서, c 와 λ 는 흙 입자(s), 간극수(w), 얼음(i)의 단위질량당 비열 및 열전도계수를 의미한다. 흙 입자, 간극수, 얼음의 체적분율(θ)은 Eq. (3)과 같이 표현된다.

$$\theta_s = \frac{V_s}{V} = 1 - n, \quad \theta_w = \frac{V_w}{V} = \frac{\rho_s}{\rho_w} w (1 - n), \quad \theta_i = \frac{V_i}{V} = 1 - \theta_s - \theta_w \quad (3)$$

여기서, w 는 함수비를 의미한다. 간극수와 얼음의 체적분율을 구하기 위해서는 온도에 따른 비동결된 간극수의 함수비가 필요하다. Michalowski(1993)의 연구에 따르면, 온도에 따른 함수비를 Eq. (4)와 같이 표현하고 있다.

$$w = w^* + (\bar{w} - w^*) \exp[\alpha(T - T_o)] \quad (4)$$

여기서, w^* 는 동결이 완료된 시점에서 최종 부동수분 함수비, \bar{w} 는 초기 함수비, α 는 온도 강하에 따른 부동수분의 감소율로 정의된다.

2.2 Porous Rate Function(PRF) 모델

PRF는 얼음성장을 공극의 변화율로 간접적으로 평가하고 있다. 지반 내부의 온도가 0°C 이하로 동결이 진행되면, 최대 공극 변화율(maximum porosity rate, \dot{n}_m)이 발생하는 온도(T_m) 범위에서 공극 변화율(\dot{n})은 다음과 같다.

$$\dot{n} = \dot{n}_m \left(\frac{T - T_o}{T_m} \right)^2 \exp \left[1 - \left(\frac{T - T_o}{T_m} \right)^2 \right] \quad (5)$$

여기서, T 는 지반의 온도이며, T_o 는 간극수의 동결이 발생하는 온도(0°C)로 정의된다. PRF는 동상이 발현되는 조건을 만족하는 경우($T < T_o$, $\partial T / \partial t < 0$)에만 사용된다. Zhu (2006)에 따르면 동상에 민감한 토양일수록 \dot{n}_m 이 빠르고 T_m 이 0°C 에 가까워지는 경향을 보여주고 있다(Fig. 1).

Eq. (5)와 Fig. 1에서 보는 바와 같이, 동결이 진행됨에 따라 공극의 변화율은 최대 공극변화율이 발생하는 T_m 을 기점으로 온도에 지배적이다. 얼음의 성장은 온도구배와 함께 상재하중의 영향도 고려해야 하며, 얼음층이 형성되어 일정 온도 이하로 충분히 낮아질 경우 공극의 변화율은 0에 수렴한다는 사실을 기반으로 다음과 같이 수정된 PRF를 제안하고 있다(Zhang, 2014).

$$\dot{n} = \dot{n}_m \left(\frac{T - T_o}{T_m} \right)^2 \exp \left[1 - \left(\frac{T - T_o}{T_m} \right)^2 \right] \left| \frac{\partial T}{\partial t} \right| \exp \left(- \frac{|\sigma_{kk}|}{\zeta} \right) \exp \left(- \frac{\theta_i}{\theta_w} \right) \quad (6)$$

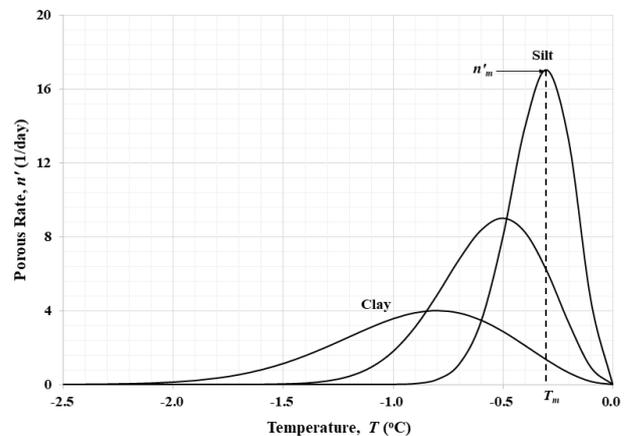


Fig. 1. Examples of porous rate function (Zhu, 2006)

여기서, $\partial T/\partial l$ 은 열전달 최단거리에서의 온도구배, g_T 는 \dot{n}_m 이 발생하는 온도구배, σ_{kk} 는 전응력 1차 불변량(the first invariant of the total stress), ζ 는 재료 물성치이다. 즉, 상재 하중이 증가할수록 공극 변화율은 감소하고 간극수가 동결되며, 부동수분이 사라지면 공극 변화율은 0에 수렴하게 된다. 동상 발생은 열이 전달되는 방향성에 의존하게 되므로 공극 변화율을 텐서(tensor)로 정리하면 다음과 같다.

$$\dot{n}_{ij} = \dot{n} \begin{vmatrix} \xi & 0 & 0 \\ 0 & (1-\xi)/2 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\xi)/2 \end{vmatrix} \quad (7)$$

여기서, ξ 은 무차원 상수로 얼음성장이 등방성의 경우에는 0.33, 1방향으로 얼음이 성장할 경우에는 1.0로 정의된다. 본 연구에서는 동상 실험 결과를 이용하여 PRF 모델의 신뢰성을 검증하는데 목적이 있다. 따라서, 동상 실험은 1방향 동결로 수행되기에 ξ 은 1.0으로 간주한다. 공극 변화율을 이용하여 얼음성장을 구현하기 위해서는 시간 경과에 따른 공극률을 계산해야 하며, 시간에 따른 공극률은 다음과 같이 간단히 계산된다.

$$dn = \dot{n} dt, \quad n_{t+dt} = n_t + dn \quad (8)$$

동상으로 인한 시료의 체적변화를 계산하기 위해서는 주의가 필요하다. Fig. 2에서 보는 바와 같이, 얼음성장으로 인한 전체 체적이 변화되고 공극률은 이러한 전체 체적 대비 부동수분과 얼음의 체적으로 구해야 한다. 따라서 체적변형률은 다음과 같이 표현된다.

$$d\epsilon_{t+dt}^v = \frac{\Delta V}{V_t}, \quad n_{t+dt} = \frac{V_t^v/V_t + \Delta V/V_t}{1 + \Delta V/V_t} = \frac{n_t + d\epsilon_{t+dt}^v}{1 + d\epsilon_{t+dt}^v} \quad (9)$$

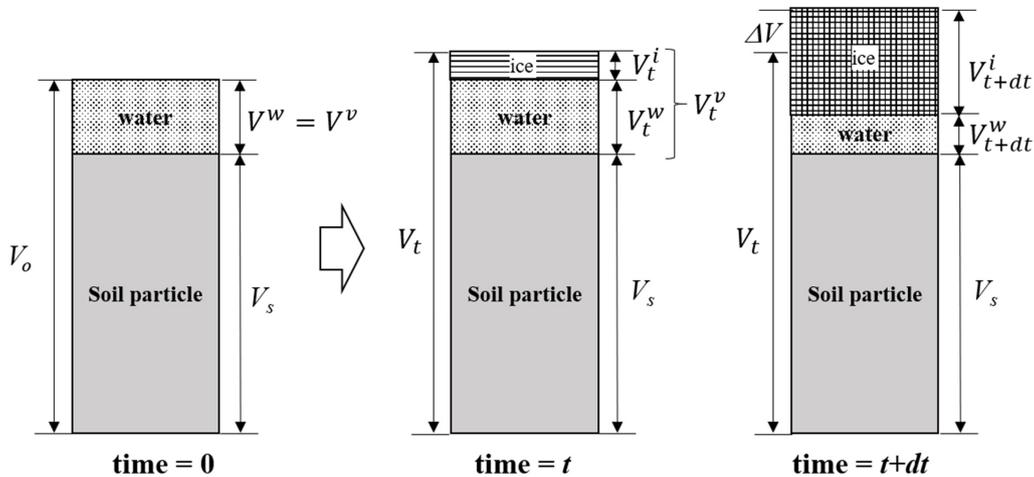


Fig. 2. Growth of ice lens and volume increment (Zhang, 2014)

$$d\epsilon_{t+dt}^v = \frac{n_{t+dt} - n_t}{1 - n_{t+dt}} = \frac{dn}{1 - n_{t+dt}} \quad (10)$$

2.3 Segregation Potential(SP) 모델

SP는 동상이 발생하는 토양 내부의 0°C 인근에 존재하는 frozen fringe의 온도구배로 인해 간극수가 이동하며, 얼음이 성장하는 속도로 정의되고 Eq. (11)과 같이 표현된다.

$$v(t) = SP \times grad(T) \quad (11)$$

여기서, v 는 동상이 발생하는 얼음의 성장 속도(또는 물의 유입 속도)이며, $grad(T)$ 는 frozen fringe의 온도 구배로 정의된다. SP는 동상이 발생하는 토양 고유의 대푯값으로 얼음의 성장속도는 frozen fringe의 온도 구배만 예측이 가능하다면 간단히 동상 거동 평가가 가능하다. Frozen fringe 내부 온도는 -1.5~0°C 범위에서 분포하고 있으며, 실제 평균 온도가 -0.8°C로 관측되었다(Akagawa, 1988; Azmatch et al., 2011). Eq. (11)을 이용하여 시간에 따른 동상이 발생하는 부피 팽창을 증가분($d\epsilon_{t+dt}^v$)은 다음과 같이 계산이 가능하다.

$$\Delta V = v \times dt \times A, \quad d\epsilon_{t+dt}^v = \frac{\Delta V}{V_t} \quad (12)$$

시간에 따른 공극률은 Eq. (9)를 이용하여 계산이 가능하다. SP 모델을 간략히 정리하자면, 온도경계 조건에 따른 토양 내부의 온도변화는 SP를 이용한 부피 팽창을 증가분(Eq. (11))과 부동수분(Eq. (4))의 변화를 유발시킨다. 시간에 따른 부피 팽창을 증가분은 Eq. (9)와 같이 공극률 계산에 활용되어 Eq. (1)~(3)은 변화된 입력변수를 이용하여 지속적으로 동상을 평가하게 된다(Lee et al., 2023).

3. 모델 검증

기존 연구(Lee et al., 2023)에서 발표된 동상 실험결과를 활용하여 경험적 동상 예측 모델의 검증을 수행하였다. 모래와 실트를 물리적으로 혼합하여 준비한 시료를 대상으로 하부에서 상부로 동결하는 일정온도 강하 경계 조건 실험법 (Ramped-freezing method)으로 수행하였다(Table 1).

경험적 동상 예측 모델은 유한요소해석 상용 프로그램인 COMSOL을 이용하여 구현하였다. 모델에 필요한 입력변수는 기존 연구결과(Williams & Smith, 1989; Zhang, 2014)를 토대로 Table 2에 정리되어 있다. 상대적으로 미미한 상재 하중으로 인해 PRF에 미치는 영향은 미미할 것으로 예상된다. 흙 입자의 열전도계수는 주문진 표준사의 석영 함량(x , 76.4%)과 Eq. (13)를 이용하여 산출하였다(Chen, 2008; Park et al., 2021). 본 연구에 사용된 시료는 모래-실트 혼합토로 흙 입자의 열전도계수는 모래의 중량비를 적용하여 추정하였다.

$$\lambda_s = 7.7^x \times 2.0^{(1-x)} \quad (13)$$

온도에 따른 부동수분 곡선(Eq. (4))은 알래스카 실트 실험결과(Tice et al., 1989)를 활용하여 w^* 이 0.08, α 는 1.8°C^{-1} 을 적용하였다. \bar{w} 는 Table 1에 정리된 초기 함수비를 각각 적용하였다(Fig. 3).

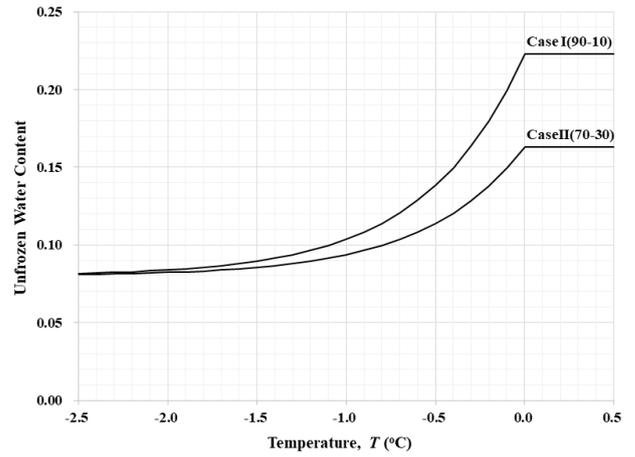


Fig. 3. Characteristic curves of unfrozen water content for Case I & II

PRF 모델은 Eq. (6)의 \dot{n}_m , g_T , T_m 에 의존적이며, 3개의 변수는 토양에 지배된다고 기존 연구에서는 제시하고 있다. 3개의 실험들이 서로 유사한 온도구배로 실험이 진행(Table 1)되어 모든 실험에서 g_T 는 유사하다고 판단된다. 따라서 2개의 변수를 상호 독립적으로 검토하기 보다는 \dot{n}_m/g_T 를 하나의 변수로 설정하였다. 또한, T_m 은 정의된 바와 같이 흙 내부에서 동상속도가 최대가 되는 온도로 얼음층이 발생하는 frozen fringe 내부의 온도로 예상된다. 따라서 SP 모델과 동일하게 frozen fringe 내부 온도는 $-1.5 \sim 0^\circ\text{C}$ 범위로 실제 평균 온도인 -0.8°C 를 T_m 으로 간주하였다. SP 모델은 SP

Table 1. Laboratory testing for frost heave (Lee et al., 2023)

	Weight fraction (%)		Initial height (mm)	Initial porosity	Initial water content (%)	Dry Unit Weight (kN/m^3)	Temperature ($^\circ\text{C}$)	
	sand	silt					initial & Top	Bottom ($^\circ\text{C/h}$)
CASE I	90	10	48.85	0.380	22.31	16.71	0.79	-0.230
CASE II	70	30	45.13	0.310	16.30	18.62	0.79	-0.243

Table 2. Input parameters for the verification of empirical frost heave models

Porous Rate Function (PRF)		σ_{kk} (kPa)	1.67
		ζ (kPa)	730
		ξ	1.0
Thermal transfer	particle	ρ_s (kg/m^3)	2750
		c_s ($\text{J/kg}\cdot^\circ\text{C}$)	900
		λ_s ($\text{W/m}\cdot^\circ\text{C}$)	5.04 (CASE I, Sand 90%), 3.92 (CASE II, Sand 70%)
	water	ρ_w (kg/m^3)	1000
		c_w ($\text{J/kg}\cdot^\circ\text{C}$)	4180
		λ_w ($\text{W/m}\cdot^\circ\text{C}$)	0.56
	ice	ρ_i (kg/m^3)	917
		c_i ($\text{J/kg}\cdot^\circ\text{C}$)	2000
		λ_i ($\text{W/m}\cdot^\circ\text{C}$)	2.24
	latent heat	L (J/kg)	333000

와 frozen fringe의 온도범위에 지배적이다. Frozen fringe의 온도범위는 동일하게 $-1.5\sim 0^{\circ}\text{C}$ 범위로 설정하고 SP만을 실험결과를 토대로 도출하였다.

Fig. 4에서 보는 바와 같이 실트 함량이 증가할수록 동상 속도와 동상량 모두 증가하고 있다. Casagrande(1931)는 물 공급이 충분한 조건에서 0.02mm 보다 작은 입자가 10% 이상 함유된 경우 동상에 민감하다고 간주하였다. 동상실험을 통해 실트 함량 10%의 혼합토는 약 7%의 부피 팽창이 발생하였으며, 실트 함량 30%의 혼합토는 19.2%의 부피 팽창이 발생하여 동상에 상당히 민감하다. 따라서 기존 연구와 유사하게 실트 중량비 10% 이상의 토양에 대해서도 동상 민감성에 대한 평가가 필요하다고 판단된다. 실험결과를 토대로 경험적 모델의 핵심 입력변수를 산출하였다. PRF 모델의 경우, \dot{n}_m/g_T 만으로도 충분히 실험결과와 유사한 해석이 가능하고 실트 함량이 증가할수록 \dot{n}_m/g_T 는 증가하는 경향을 보여주고 있다(Table 3). SP 모델도 실험결과와 유사한 해석이 가능하고 실트 함량이 30%인 혼합토는 SP가 $10\text{mm}^2/\text{C/h}$ 이상으로 동상에 상당히 민감한 토양으로 분류된다(Jin et al., 2021). 따라서, PRF와 SP를 이용한 경험적 모델은 동상에 상당히 민감한 토양에 대해서도 동상 거동 예측이 가능하다.

Fig. 4는 동상에 민감한 가상의 토양을 대상으로 PRF 모델과 SP 모델의 동상 거동 예측 결과를 추가로 보여주고 있다. 동상에 민감한 토양일수록 PRF 모델과 SP 모델의 예측 결과에는 차이가 발생하고 있다. 실내실험 조건에서는 동상 발생을 가속시킨 관계로 이러한 차이가 발생하고 있으나, 실제 현장에서는 동상이 상대적으로 서서히 발생하기에 두

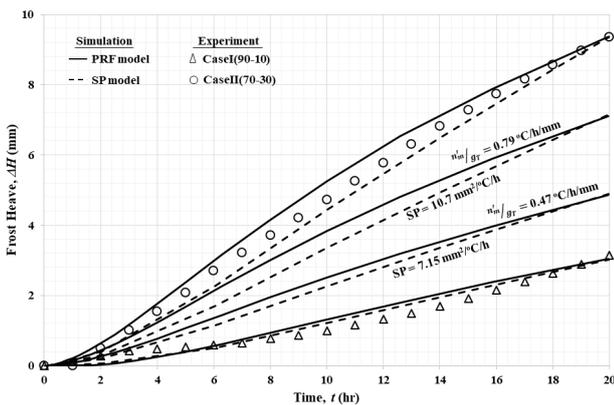


Fig. 4. Experimental and numerical results for frost heave with sand-silt mixture

Table 3. PRF parameters based on curve fitting

	CASE I	CASE II
\dot{n}_m/g_T ($^{\circ}\text{C}/\text{h}/\text{mm}$)	0.32	1.22
S.P. ($\text{mm}^2/^{\circ}\text{C}/\text{h}$)	4.8	14.3

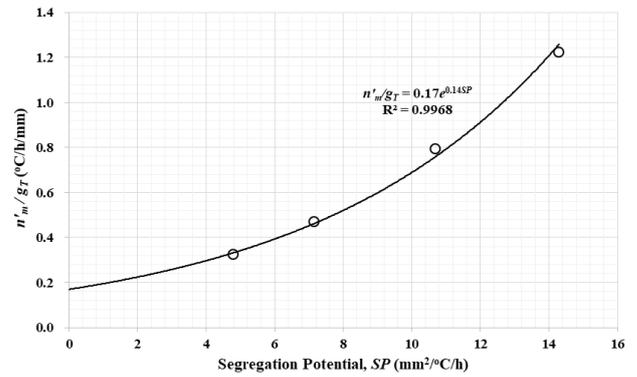


Fig. 5. Correlation between key parameters of PRF and SP model

모델 간의 차이는 미미할 것으로 예상된다. Fig. 4에서 도출된 두 모델의 핵심입력 변수들의 상관관계를 도출한 결과, Fig. 5에서 보는 바와 같이 지수함수의 관계로 표현이 가능하다.

$$\dot{n}'_m/g_T (^{\circ}\text{C}/\text{h}/\text{mm}) = 0.17e^{0.14SP(\text{mm}^2/^{\circ}\text{C}/\text{h})} \quad (14)$$

핵심 입력변수의 상관관계를 살펴보면, SP 모델에서는 동상이 발생하지 않는 토양($SP=0$)에서도 PRF 모델은 경미한 동상이 발생하는 것($\dot{n}'_m/g_T = 0.17^{\circ}\text{C}/\text{h}/\text{mm}$)으로 예측한다. 동상에 민감한 토양($SP > 5\text{mm}^2/\text{C/h}$)은 PRF와 SP 모델의 핵심 입력변수가 급격히 상승하고 있어 동상 거동 예측에는 무리가 없을 것으로 예상된다.

4. 결론

본 논문에서는 동상 거동 예측에 사용되는 경험적 모델을 소개하고 동상에 민감한 실트질 토양을 대상으로 모델의 신뢰성을 검증하였다. 또한, 핵심 입력변수 간의 상관관계를 분석하였다. 본 연구를 통해 도출된 결과는 다음과 같다.

- (1) 본 연구에서는 7% 이상 동상이 발생하는 모래-실트 혼합토를 대상으로 경험적 모델의 동상 거동 예측을 검토하였다. 그 결과, 최대 19.2%의 부피 팽창이 발생하는 동상에 민감한 토양에 대해서도 경험적 모델은 동상 거동 예측이 가능하다. 다만, 동상에 민감한 토양일수록 두 모델 간의 시간에 따른 동상 거동 예측에 차이가 발생한다. 실내실험 조건에서는 동상 발생을 가속시킨 관계로 이러한 차이가 발생하고 있으나, 실제 현장에서는 동상이 상대적으로 서서히 발생하기에 두 모델 간의 차이는 미미할 것으로 예상된다. 동토지반을 대상으로 현장

에서 경험적 모델의 신뢰성을 평가하는 추가적인 연구가 필요하다.

- (2) 경험적 모델의 핵심 입력변수인 \dot{n}_m/g_T 와 SP는 지수함수의 관계를 보여주고 있다. 본 연구에서 도출된 상관관계를 살펴보면, SP 모델에서 동상이 발생하지 않는 토양에서도 PRF 모델은 동상이 발생하는 것으로 예측하고 있으나, PRF 모델에서 예측하고 있는 동상의 영향은 미미할 것으로 예상된다. 동상에 민감한 토양(SP > 5mm²/°C/h)은 PRF와 SP 모델의 핵심 입력변수가 급격히 상승하고 있어 동상 거동 예측에는 무리가 없을 것으로 예상된다.

감사의 글

본 연구는 과학기술정보통신부 한국건설기술연구원 연구운영비지원(주요사업)사업으로 수행되었습니다(과제번호 20241084-001, 극한건설 환경 구현 인프라 및 TRL6 이상급 극한건설 핵심기술 개발).

References

1. Akagawa, S. (1988), Experimental study of frozen fringe characteristics, *Cold Regions Science and Technology*, Vol. 15, pp. 209~223.
2. Azmatch, T. F., Segoo, D. C., Arenson, L. U. and Biggar, K. W. (2011), Tensile strength and stress-strain behaviour of Devon silt under frozen fringe conditions, *Cold Regions Science and Technology*, Vol. 68, pp. 85~90.
3. Bronfenbrener, L. and Bronfenbrener, R. (2010), Modeling frost heave in freezing soil, *Cold Regions Science and Technology*, Vol. 61, No. 1, pp. 43~64.
4. Casagrande, A. (1931), Discussion of frost heaving, *Highway Research Board, Proceedings*, Vol. 11, pp. 163~172.
5. Chamberlain, E. J. (1981), Frost susceptibility of soil, review of index tests, *Cold Regions Research and Engineering Lab Hanover NH, Hanover*
6. Chen, S. X. (2008), Thermal conductivity of sands, *Heat Mass Transfer*, Vol. 44, pp. 1241~1246.
7. Jin, H., Ryu, B.H., Kang, J. and Lee, J. (2021), Engineering approach to determination of the segregation potential by the upward-step-freezing testing method, *Cold Regions Science and Technology*, 191, 103361-1-15.
8. Konrad, J.M. (1994), Sixteenth canadian geotechnical colloquium: Frost heave in soils: Concepts and engineering, *Canadian Geotechnical Journal*, 31, 223~245.
9. Michalowski, R. L. (1993), A constitutive model of saturated soils for frost heave simulations, *Cold Regions Science and Technology*, Vol. 22, No. 1., pp. 47~63.
10. Michalowski, R. L. and Zhu, M. (2006), Frost heave modelling using porosity rate function, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 30, pp. 703~722.
11. Lee, J., Gong, Z., Jin, H. and Ryu, B. H. (2023), Numerical model with segregation potential on frost heave and reliability assessment for silty soils, *Journal of the Korean Geo-Environmental Society*, Vol. 24, No. 9, pp. 41~46.
12. O'Nelli, K. (1983), The physics of mathematical frost heave models: a review, *Cold Regions Science and Technology*, Vol. 6, No. 3, pp. 275~291.
13. Park, D. -S., Shin, M. -B. and Seo, Y. -K (2021), Development of numerical analysis model for the calculation of thermal conductivity of thermo-syphon, *Journal of the Korean Geotechnical Society*, Vol. 37, No. 1, pp. 5~15 (In Korean).
14. Thomas, H. R., Cleall P., Li, Y.-C., Harris, C. and Kern-luetschg, M. (2009), Modelling of cryogenic processes in permafrost and seasonally frozen soils, *Geotechnique*, Vol. 59, No. 3, pp. 173~184.
15. Tice, A. R., Black, P. B. and Berg, R. L. (1989), Unfrozen water contents of undisturbed and remolded alaskan silt, *Cold Regions Science and Technology*, Vol. 17, No. 2, pp. 103~111.
16. Williams, P. J. and Smith, M. W. (1989), *The frozen earth: fundamentals of geocryology*, Cambridge University Press, Cambridge, pp. 1~306.
17. Zhang, Y. (2014), *Thermal-hydro-mechanical model for freezing and thawing of soils*, the University of Michigan, Michigan, pp. 1~217.
18. Zhou, J. and Li, D. (2012), Numerical analysis of coupled water, heat and stress in saturated freezing soil, *Cold Regions Science and Technology*, Vol. 72, pp. 43~49.
19. Zhu, M. (2006), *Modeling and simulation of frost heave in frost-susceptible soils*, the University of Michigan, Michigan, pp. 1~232.