Research Paper

# 방사성폐기물 처분 사일로의 손상연동 수리-역학 복합거동 해석모델 개발

김지원<sup>1</sup> · 홍창호<sup>1</sup> · 김진섭<sup>2</sup> · 강신항<sup>3\*</sup>

<sup>1</sup>정회원, 한국원자력연구원 저장처분실증연구부 선임연구원 <sup>2</sup>정회원, 한국원자력연구원 저장처분실증연구부 책임연구원 <sup>3</sup>비회원, 한남대학교 토목환경공학전공 조교수

## Development of hydro-mechanical-damage coupled model for low to intermediate radioactive waste disposal concrete silos

#### Ji-Won Kim<sup>1</sup> · Chang-Ho Hong<sup>1</sup> · Jin-Seop Kim<sup>2</sup> · Sinhang Kang<sup>3\*</sup>

<sup>1</sup>Senior Researcher, Disposal Performance Demonstration R&D Division, Korea Atomic Energy Research Institute

<sup>2</sup>Principal Researcher, Disposal Performance Demonstration R&D Division, Korea Atomic Energy Research Institute

<sup>3</sup>Assistant Professor, Dept. of Civil and Environment Engineering, Hannam University

\*Corresponding Author : Sinhang Kang, sinhang@hnu.kr

## Abstract

In this study, a hydro-mechanical-damage coupled analysis model was developed to evaluate the structural safety of radioactive waste disposal structures. The Mazars damage model, widely used to model the fracture behavior of brittle materials such as rocks or concrete, was coupled with conventional hydro-mechanical analysis and the developed model was verified via theoretical solutions from literature. To derive the numerical input values for damage-coupled analysis, uniaxial compressive strength and Brazilian tensile strength tests were performed on concrete samples made using the mix ratio of the disposal concrete silo cured under dry and saturated conditions. The input factors derived from the laboratory-scale experiments were applied to a twodimensional finite element model of the concrete silos at the Wolseong Nuclear Environmental Management Center in Gyeongju and numerical analysis was conducted to analyze the effects of damage consideration, analysis technique, and waste loading conditions. The hydro-mechanical-damage coupled model developed in this study will be applied to the long-term behavior and stability analysis of deep geological repositories for high-level radioactive waste disposal.

Keywords: Radioactive waste disposal, Concrete silo, Structural damage analysis, Coupled analysis

### OPEN ACCESS

Journal of Korean Tunnelling and Underground Space Association 26(3)191-208(2024) https://doi.org/10.9711/KTAJ.2024.26.3.191

eISSN: 2287-4747 pISSN: 2233-8292

Received March 4, 2024 Revised April 15, 2024 Accepted April 26, 2024



This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution

Non-Commercial License (http://creativecommons.org/ licenses/by-nc/4.0/) which permits unrestricted noncommercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

Copyright © 2024, Korean Tunnelling and Underground Space Association

#### 초 록

본 연구에서는 방사성폐기물 처분구조물의 안전성 및 건전성 평가를 위해 손상연동 수리-역학 복합 거동 해석 모델을 개 발하였다. 콘크리트나 암반과 같은 취성재료의 파괴 모사에 널리 사용되는 Mazars 손상 모델을 선정하여 수리-역학 해 석에 연동하였고, 예제 및 정해를 기반으로 개발된 해석 모델을 검증하였다. 개발된 해석 모델의 손상 입력 인자를 도출 하기 위해 처분구조물 콘크리트 배합비로 제작한 시료를 대상으로 건조/포화 양생 조건에서 일축압축강도 및 간접인장 강도 시험을 수행하였다. 실내 시험을 통해 도출한 입력 인자는 경주 월성 원자력 환경관리센터의 동굴처분 콘크리트 사 일로를 모사한 2차원 유한요소해석에 적용하여 손상 고려 유무, 해석 기법 및 폐기물 하중 재하 조건에 따른 영향을 분석 하였다. 연구를 통해 개발된 수리-역학-손상 모델은 향후 고준위 방사성폐기물 처분을 위한 심층처분장의 장기 거동 및 안정성 해석에 적용할 계획이다.

주요아: 방사성폐기물 처분, 콘크리트 사일로, 구조 손상 해석, 복합거동 해석

### 1. 서 론

방사성폐기물은 원자력 발전의 이용에 따라 필연적으로 발생되는 것으로 열 발생량, 반감기 및 방사능 농도에 따라 규제해제 폐기물, 극저준위 폐기물, 저준위 폐기물, 중준위 폐기물 및 고준위 폐기물로 구분된다(IAEA, 2009; NSSC, 2014). 사용후핵연료와 같은 고준위 방사성폐기물에 비해 열 발생량 및 독성이 적은 중저준위 방사 성폐기물은 전 세계적으로 천층 또는 지하 처분시설에 매립하는 형태로 처분된다. 국내에서 발생하는 중저준위 방사성폐기물은 경주 월성 원자력 환경관리센터의 처분시설에 처분된다. 월성 원자력 환경관리센터는 2015년부 터 6개의 콘크리트 사일로로 이루어진 1단계 동굴처분시설을 운영하고 있고, 현재 2단계 표층 처분시설을 건설 중에 있다(KORAD, 2024).

중저준위 방사성폐기물 처분시설은 건설 및 운영기간 동안 지속적인 지하수 유입이나 지진 등 내 외부에서 발 생 가능한 다양한 처분 환경 시나리오 및 자연재해 요인에 대해 안정성이 확보되어야 한다. 또한, 동굴처분을 하 는 방사성폐기물 처분시설은 폐쇄 후 200년 까지의 관리 기간을 적용하므로 처분시설의 장기적인 안정성이 확보 되어야 한다(NSSC, 2023). 특히 2017년 포항 지진 이후, 인근 지역의 원자력 발전소와 중저준위 방사성폐기물 처분시설의 구조적 안정성에 대한 관심이 증가하였다.

처분 사일로의 손상으로 인한 콘크리트 강도 및 강성 저하는 처분시설의 구조적인 건전성과 안정성을 저하시 키고, 손상으로 인한 균열 발생은 콘크리트 및 암반의 투수계수를 증가시켜 과도한 지하수 유입을 초래할 수 있 다. 따라서 지중 조건에서 처분시설의 장기 운영에 따른 손상의 발생과 이러한 손상이 처분장의 장기거동에 미치 는 영향을 예측하고 파악하는 것이 매우 중요하다. 일반적으로 재료의 손상은 일반적으로 유효한 단면적과 전체 단면적의 비로 표현되며, 이는 유효 탄성계수의 비로도 표현할 수 있다(Kachanov, 1958). 이러한 개념을 기반으 로 콘크리트나 암석과 같은 취성 재료의 손상 진화 특성을 정량화 및 평가할 수 있는 다양한 모델들이 제시되었고, 지하구조물 해석에 적용된 바 있다(Mazars, 1986; Simo and Ju, 1987; Lee and Fenves, 1998; Jirásek, 2004; Park et al., 2004; Lee et al., 2009; Mazars and Grange, 2017; Souissi et al., 2017; Idiart et al., 2019).

본 연구에서는 방사성폐기물 하중 재하시 발생하는 월성 원자력 환경관리센터 콘크리트 사일로의 손상 상태 평가할 수 있는 수치해석 모델을 개발하였다. 지중 응력 및 지하수가 작용하는 복합적인 동굴처분환경을 고려하 기 위해 수리-역학-손상이 연동된 유한요소 해석 모델을 개발하였으며, 예제를 통해 검증하였다. 또한 동굴처분 사일로의 콘크리트 배합비로 만든 시료를 활용하여 손상 모델의 입력 인자를 구하기 위한 실내 시험을 수행하였 다. 실내 시험을 통해 도출한 입력 인자를 2차원 유한요소해석에 적용하여 손상 고려 유무 및 폐기물 하중 재하 조 건에 따른 영향을 분석하였다.

#### 2. 수치해석 모델

#### 2.1 손상 모델 선정

본 연구에서는 콘크리트 재료의 손상 모사에 널리 쓰이는 Mazars 모델(Mazars, 1986)을 선정하여 수리-역학-손상 복합거동 해석 모델에 적용하였다. 먼저 Kachanov (1958)는 Hooke의 법칙(σ = *E*ε)에 손상인자(*D*)를 적 용하여 재료의 파괴를 식 (1)과 같이 설명하였다.

$$\sigma = (1 - D)E\epsilon \tag{1}$$

여기서, σ는 응력, E는 탄성계수, ε는 변형률이다. Mazars 모델에서 역학적 손상(D)은 압축으로 인한 손상(D<sub>c</sub>)과 인장으로 인한 손상(D<sub>t</sub>)의 합으로 아래와 같이 나타낸다.

$$D = \alpha_t D_t + \alpha_c D_c \tag{2}$$

여기서,  $\alpha_t$ 와  $\alpha_c$ 는 인장과 압축의 가중치 계수이다. 인장 및 압축 가중치 계수는 아래와 같이 압축 변형률( $\epsilon_{ci}$ )과 인장 변형률( $\epsilon_{ti}$ )로 나타낼 수 있다.

$$\alpha_t = \sum_i H_i \frac{\epsilon_{ti} \epsilon_i}{\epsilon_{ef}^2} \tag{3}$$

$$\alpha_c = \sum_i H_i \frac{\epsilon_{ci} \epsilon_i}{\epsilon_{ef}^2} \tag{4}$$

여기서,  $i \ge n$ 차원에서 i번째 직교 아이겐벡터(orthogonal eigenvector)의 방향이고  $\epsilon_i$ 는 인장 및 압축 변형률을 합한 총 변형률( $\epsilon_i = \epsilon_{ti} + \epsilon_{ci}$ )이다.  $H_i$ 는 총 변형률이 0이거나 양수이면 1, 음수이면 0이 된다.  $\epsilon_{ef}$ 는 등가변형률 로 아래와 같이 나타낼 수 있다(da Silva et al., 2015).

$$\epsilon_{ef} = \sqrt{\sum_{i} \langle \epsilon_{i} \rangle^{2}} = \begin{cases} \epsilon_{1} & \text{for tension} \\ \sqrt{\epsilon_{2}^{2} + \epsilon_{3}^{2}} = -v \sqrt{2} \epsilon_{1} & \text{for compression} \end{cases}$$
(5)

여기서,  $\epsilon_1$ 는 수직방향 변형률,  $\epsilon_2$ 와  $\epsilon_3$ 은 서로 직교하는 횡방향 변형률, v은 프아송비를 나타낸다. 압축으로 인한 손상( $D_c$ )과 인장으로 인한 손상( $D_t$ )은 등가변형률의 함수로 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$D_t(\epsilon_{ef}) = 1 - \frac{\epsilon_{d0}(1 - A_t)}{\epsilon_{ef}} - A_t e^{-B_t(\epsilon_{ef} - \epsilon_{d0})}$$
(6)

$$D_c(\epsilon_{ef}) = 1 - \frac{\epsilon_{d0}(1 - A_c)}{\epsilon_{ef}} - A_c e^{-B_c(\epsilon_{ef} - \epsilon_{d0})}$$

$$\tag{7}$$

여기서,  $\epsilon_{d0}$ 는 최대 유효 인장 변형률로 손상 임계값(damage threshold)을 의미한다. 물질상수인  $A_t$ ,  $B_t$ ,  $A_c$ ,  $B_c$ 는 일축압축강도 시험과 인장강도 시험에서 측정된 응력-변형률 관계를 이용해 최소자승법을 통해 도출할 수 있는 상수 값이다.

#### 2.2 수리-역학-손상 복합거동 해석 모델 구축

수리-역학-손상 복합거동 해석 모델은 유한요소 해석 프로그램인 COMSOL Multiphysics를 사용해 구현하였 다(COMSOL Multiphysics, 1998). COMSOL Multiphysics에 내장된 Structural mechanics 모듈과 Darcy's law 모듈을 Poroelasticity 다중 물리를 이용해 연동하였다. Structural mechanics 모듈의 지배 방정식은 식 (8)과 같다.

$$0 = \nabla \cdot S + F_v \tag{8}$$

여기서, *S*는 응력 텐서로 탄성 응력 텐서 *S<sub>el</sub>*와 비탄성 응력 텐서 *S<sub>inel</sub>*의 합으로 나타내고 *F<sub>v</sub>*는 물체 하중(body load)이다. 다공성 매질 내 유동 흐름에 의한 매질의 변위를 고려하는 경우, 식 (8)을 아래와 같이 변경한다.

$$0 = \nabla \cdot (S - \alpha_B (P_A - P_{ref})I) + F_v \tag{9}$$

여기서,  $\alpha_B$ 는 Biot 계수,  $P_A$ 는 절대 압력(absolute pressure),  $P_{ref}$ 는 기준 압력(reference pressure), I는 단위행렬 이다. 탄성 변형률 텐서  $\epsilon_{el}$ 는 응력 텐서와 탄성계수를 이용해 Hooke의 법칙으로 계산되고, Mazars 손상 모델의 등가변형률  $\epsilon_{ef}$ 은 식 (10)과 같이 탄성 변형률 센서의 이중 내적(double dot product)으로 정의된다.

$$\epsilon_{ef} = \left\langle \epsilon_{el} \right\rangle : \left\langle \epsilon_{el} \right\rangle \tag{10}$$

이 때, <>괄호는 Macaulay bracket이다. Darcy's law 모듈을 통해 모사한 다공성 매질 내 유동 현상 지배방정식 은 식 (11) 및 식 (12)와 같다.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\epsilon_p \rho) + \nabla \cdot (\rho u) = Q_m \tag{11}$$

$$u = -\frac{\kappa}{\mu} \nabla p \tag{12}$$

여기서, ρ는 밀도, ε<sub>p</sub>는 공극률, Q<sub>m</sub>은 질량 소스(mass source), u는 유속 벡터, κ는 다공성 매질의 투수성, μ는 유 체의 동적 점성도, p는 유체의 압력이다. 구조해석과 연동 시, 다공성 매질의 변위 발생에 따른 매질 내 질량 소스 Q<sub>m</sub> 및 저류 계수(Storage coefficient) S는 식 (13) 및 식 (14)와 같이 표현이 가능하다.

$$Q_m = -\rho_f \alpha_B \frac{\partial \epsilon_{vol}}{\partial t} \tag{13}$$

$$S = \epsilon \chi_f + \frac{(1 - \alpha_B)(\alpha_B - \epsilon)}{K_d} \tag{14}$$

이 때,  $\rho_f$ 는 유체의 밀도,  $\alpha_B$ 는 Biot 계수,  $\epsilon_{vol}$ 은 체적변형률(volumetric strain),  $\epsilon$ 은 공극률,  $\chi_f$ 는 유체의 압축성 (compressibility),  $K_d$ 는 매질의 체적계수(bulk modulus)이다.

Mazars 손상 모델은 Structural mechanics 모듈과 연동하여 변형률 변화에 따른 구조적 손상이 발생하고, 발생 한 손상에 따라 재료의 탄성계수와 투수계수가 바뀌도록 설정하였다. 손상에 따른 탄성계수 변화는 식 (1)과 같이 구성하였고, 손상에 따른 투수계수 *k*<sub>D</sub>의 변화는 Zhu et al. (2013)이 제안한 식 (15)를 사용하여 구성하였다.

$$k_D = k_0 e^{(\alpha_k D)} \tag{15}$$

여기서, α<sub>k</sub>는 손상에 따른 투수계수 변화를 나타내는 상수로 5.0의 값을 가지고 k<sub>0</sub>는 손상이 0일 때의 초기 투수 계수이다. D는 역학적 손상 값으로 Mazars 모델 사용 시 식 (2)를 통해 도출할 수 있다.

#### 2.3 수리-역학 복합거동 해석 모델 검증

해석 수행에 앞서, COMSOL Multiphysics를 이용해 구현한 수리-역학 해석 연동 모델의 신뢰성 및 유효성을 확인하기 위해 1차원 압밀 예제(Terzaghi, 1923)를 활용한 모델 검증을 수행하였다(Fig. 1). 구조적 손상을 포함 한 수리-역학·손상 해석 관련 예제는 없는 관계로 본 연구에서는 수리-역학 해석 검증만을 수행하였다. 해당 예제는 1차원 압밀을 받고 있는 다공성 지반 매질의 변위 및 간극수압이 변하는 물리 현상에 대해 검증하는 예제로, 해 석을 위해 높이 100 m, 폭 1 m의 2차원 평면 변형률 해석 도메인을 구성하였다. 본 해석을 수행하기 전, 예비 해석 을 통해 메쉬 요소 크기 및 해석 시간 간격(time step)에 따른 모델의 수렴성을 확인하였다. 해석 시간을 고려하여 해석 도메인은 최대 요소 크기 0.5 m의 비정렬 격자를 사용하여 약 1,200개의 요소로 구성하였고, 해석 시간 간격 은 0.001초부터 10<sup>5</sup> 초까지 단계적으로 증가하게 설정하여 총 10<sup>8</sup> 초까지 해석을 수행하였다. 해석 모델의 초기 지 중응력 조건은 1 MPa, 초기 간극수압은 42.8 kPa로 설정하였고 상부 경계에는 배수 조건 및 1 MPa의 하중 조건을 부여하였다. 측면 경계에는 비배수 조건 및 경계면 법선방향 변위 고정 조건을 설정하였고, 하부 경계에는 비배수 조건 및 고정단 조건을 설정하였다. 상부 경계면에서 하중을 재하 한 뒤, 시간에 따라 발생하는 하부 경계의 간극수압 변화 및 상부 경계의 수직 방향 변위 변화를 Terzaghi (1923)가 제안한 이론식과 비교하였다.



Fig. 1. 1D consolidation example for numerical model verification

검증 모델에 입력할 저류 계수의 경우, 1차원 압밀 상황에서 다공성 매질에 가해지는 수직 응력과 간극수압 간 관계식을 통해 도출하였다. Terzaghi 이론식에서 간극수압과 수직 응력 및 저류 계수 사이의 관계식은 다음과 같다.

$$P(z,t) = \frac{\alpha M \sigma_m}{\lambda + 2G + \alpha^2 M} \cdot \sum_{n=1,3,\dots}^{1} \left( \frac{4}{n\pi} \sin\left(\frac{n\pi z}{2h}\right) e^{-\left(\frac{n^2 \pi^2 k t}{4\mu S h^2}\right)} \right)$$
(16)

$$w(0,t) = \frac{-\sigma_m h}{\lambda + 2G} \left[ 1 - \frac{\alpha^2 M}{\lambda + 2G + \alpha^2 M} \cdot \sum_{n=1,3,\dots}^{1} \left( \frac{8}{n^2 \pi^2} e^{-\left(\frac{n^2 \pi^2 k t}{4\mu S h^2}\right)} \right) \right]$$
(17)

여기서, *P*는 간극수압, *w*는 변위, *z*는 수직 방향 위치, *α*는 Biot coefficient, *M*은 Biot modulus, *λ*는 Lame 상수, *G*는 전단 탄성 계수, *h*는 모델 높이, *k*는 투수율, *t*는 시간, *μ*는 유체의 점성계수, *S*는 저류계수이다. 해석에 사용 한 입력 물성 값은 Lee et al. (2019)을 참고해 Table 1과 같다.

Material properties	Value
Rock density $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	2,500
Biot coefficient $\alpha$ (-)	1
Permeability $k$ (m <sup>2</sup> )	$1 imes 10^{-14}$
Porosity <i>n</i> (-)	0.1
Bulk modulus K (GPa)	0.667
Biot modulus <i>M</i> (GPa)	0.0533
Shear modulus G (GPa)	0.4
Storage coefficient S (1/Pa)	$1.95 \times 10^{-8}$

Table 1. Input parameters for uniaxial consolidation model (Lee et al., 2019)

식(16) 및 식(17)을 통해 초기 간극수압 42.8 kPa를 만족하는 저류 계수 값인 *S* = 1.95 × 10<sup>-8</sup> 1/Pa 을 도출하였 고, 이를 COMSOL Multiphysics 내 Darcy's law 모듈의 물성 값으로 적용하였다. Fig. 2(a)는 상부 경계에서 계 산된 시간에 따른 수직 변위의 변화를 나타내며, Fig. 2(b)는 하부 경계에서 계산된 시간에 따른 간극수압 변화를 나타낸다. 두 변수 모두 수치해석 결과와 이론식으로 계산된 값이 잘 일치하는 것을 확인할 수 있다. 수치해석 결 과와 이론식 값과의 차이를 이론식 값으로 나누어 구한 오차를 분석한 결과, 변위와 간극수압의 최대 오차는 각각 3.3%, 0.6%로 매우 작은 값을 보였다. 따라서 COMSOL Multiphysics의 수리-역학적 해석 성능에 대한 검증이 잘 되었다고 볼 수 있고, 이를 기반으로 수리-역학-손상 모델을 구현하였다.



Fig. 2. Time dependent numerical analysis results

## 3. 실내 시험

본 절에서는 경주 월성 원자력 환경관리센터 콘크리트 사일로의 재료 물성 및 Mazars 손상모델 인자를 얻기 위한 실내 시험을 수행하였다. 콘크리트 배합비는 Table 2의 콘크리트 생산시방서 CP-C2 배합비를 참고하였다 (Kwon et al., 2016). 해당 배합비를 이용해 직경 100 mm, 높이 200 mm의 콘크리트 시료 12개를 제작하였다. 제작된 시료 중 6개는 약 32일간 수중 양생, 다른 6개는 32일간 건조 양생을 수행하여 콘크리트의 밀도, 함수비, P파 속도를 측정하여 콘크리트의 노출 환경에 따른 물성 변화를 관찰하였다. 양생 완료 후, 콘크리트 시료들을 대상으로 Fig. 3과 같이 일축압축강도(uniaxial compressive strength, UCS)와 간접인장강도(tensile strength) 시 험을 수행하였다. 일축압축강도 시험은 KS F 2405 콘크리트 압축강도 시험법(KATS, 2022) 및 ASTM D 7012 (ASTM, 2014)을 근거로 수행하였고 응력에 따른 축 방향 및 횡 방향 변형률을 측정하였다. 간접인장강도 시험은 KS F 2423 (KATS, 2021)을 근거로 수행하였고 응력에 따른 압축 방향 및 인장 방향 변형률을 측정하였다. 간접 인장강도 시험을 통해 계산한 쪼갬 강성 *E*,는 Jianhong et al. (2009)이 제안한 식 (18)을 이용해 인장 강성 *E*,로 환 산하였다.

$$E_t = E_s \left[ \left( 1 - \frac{2R}{L} \tan^{-1} \left( \frac{L}{R} \right) \right) (1 - \nu) + \frac{2R^2 (1 + \nu)}{L^2 + R^2} \right]$$
(18)

여기서, R은 시료의 반지름, L은 변형률계 길이의 절반, v는 포아송비이다.

Water (kg/m <sup>3</sup> )	Cement Fly (kg/m <sup>3</sup> ) (kg	ement Fly ash (kg/m <sup>3</sup> )	Coarse	Coarse	Fine	Water reducing	Air-entraining	High-performance
			aggregate	sand	sand	agent	agent	water reducing agent
			(kg/m³)	(kg/m³)	(kg/m³)	(kg/m <sup>3</sup> )	(kg/m <sup>3</sup> )	(kg/m <sup>3</sup> )
185	375	94	961	418	278	0.7059	0.0844	2.551

Table 2. Concrete mix ratio (Kwon et al., 2016)



(a) Experimental rig(b) UCS setup(c) Tensile setupFig. 3. Experimental setup for determining Mazars damage model parameters

건조 조건에서 양생한 시료의 평균 밀도는 2.153 g/cm<sup>3</sup>, 평균 일축압축강도는 약 28.60 MPa로 측정되었으며, 평균 탄성계수는 약 27.03 GPa, 평균 포아송비는 약 0.224로 분석되었다. 건조 조건 양생 시료의 평균 인장강도는 약 3.39 MPa로 측정되었으며, 평균 쪼갬 탄성계수는 약 16.65 GPa, 평균 인장 탄성계수는 약 27.46 GPa로 분석 되었다. 포화 조건에서 양생한 시료의 평균 밀도는 2.190 g/cm<sup>3</sup>, 평균 일축압축강도는 약 22.61 MPa로 측정되었 으며, 평균 탄성계수는 약 29.39 GPa, 평균 포아송비는 약 0.217로 분석되었다. 포화 조건 양생 시료의 평균 인장 강도는 약 2.94 MPa로 측정되었으며, 평균 쪼갬 탄성계수는 약 18.99 GPa, 평균 인장 탄성계수는 약 30.92 GPa 로 분석되었다. 전반적으로 건조 조건 양생 시료의 일축압축강도와 인장강도가 포화 조건 양생 시료보다 약 10~54% 정도 더 컸으며, 탄성계수나 인장 탄성계수, 포아송비는 양생 조건에 영향을 받지 않고 유사한 값을 나타 냈다.

Mazars 손상 모델 인자들은 일축압축강도시험과 인장강도시험에서 도출한 응력-변형률 관계를 활용하여 Fig. 4와 같이 최소자승법을 활용하여 결정하였다. Mazars 손상 모델 인자를 결정하기 위해서는 한 쌍의 일축압축시 험결과와 인장시험결과가 필요하다. 본 연구에서는 일축압축강도시험에서 결정된 시료의 탄성계수와 간접인장 강도시험에서 결정된 시료의 인장 탄성계수를 비교하여, 건조 양생 조건과 포화 양생 조건 시료들 중 서로 유사한 값을 갖는 시료들을 선정하여 분석에 사용하였다.



Fig. 4. Mazars damage model fitted with stress-strain relationships from experimental results

건조 양생 조건 시료의 *ϵ*<sub>d0</sub>는 99~129 μ*ϵ* 범위에서 결정되었고, 인장 파라미터인 *A*<sub>t</sub>와 *B*<sub>t</sub>는 각각 0.30~0.67과 3,350~5,450 범위에서, 압축 파라미터인 *A*<sub>c</sub>와 *B*<sub>c</sub>는 각각 1.18~3.18과 1,010~2,940 범위에서 결정되었다. 포화 양생 조건 시료의 *ϵ*<sub>d0</sub>는 73~112 μ*ϵ* 범위에서 결정되었고, 인장 파라미터인 *A*<sub>t</sub>와 *B*<sub>t</sub>는 각각 0.33~0.81과 4,500~6,950 범위에서, 압축 파라미터인 *A*<sub>c</sub>와 *B*<sub>c</sub>는 각각 0.87~1.47과 1,400~2,550 범위에서 결정되었다. 실내 시험을 통해 도출한 경주 월성 원자력 환경관리센터 콘크리트의 물성은 Table 3과 같다. Table 3의 콘크리트 물성 및 손 상 모델 파라미터 값은 일축압축강도 및 간접인장강도 시험을 통해 얻은 각 시험 조건 별 평균값이다.

Curing condition	Uniaxial compressive strength (MPa)	Tensile strength (MPa)	Young's modulus (GPa)	Poisson's ratio (-)	Mazars damage model parameters				
					$\epsilon_{d0} \ (\mu\epsilon)$	Tension		Compression	
						$A_t$	$B_t$	$A_c$	$B_c$
Dry	28.6	3.5	27.03	0.224	119	0.47	4,351	1.80	1,956
Saturated	22.6	2.9	29.39	0.217	92	0.54	5,720	1.15	2,046

Table 3. Mazars damage model parameters for LILW silo concrete

Mazars 손상 모델에서 *A* 인자와 *B* 인자는 Fig. 5와 같이 시료의 변형률에 따른 응력 변화 거동을 나타낸다. *A* 값 이 증가할수록 파괴 후 잔류 응력의 크기가 감소하고, *B* 값이 증가할수록 최대 응력 및 파괴 이후의 거동이 완만한 응력 증가에서 급격한 감소로 변화한다. 포화 조건 콘크리트의 최대 유효 인장 변형률은 건조 조건 콘크리트에 비 해 더욱 작았고 *A*,와 *B*,는 더욱 큰 반면, *A*,는 비교적 작고 *B*,는 유사하였다. 포화로 인한 *B*,의 증가는 인장 파괴 이 후 잔류 응력이 증가하며 잔류 응력까지 급격하게 도달함을 의미한다.



Fig. 5. Sensitivity of Mazars damage model parameters

## 4. 수치해석 결과

#### 4.1 해석 모델

본 장에서는 경주 월성 원자력 환경관리센터 콘크리트 사일로를 대상으로 손상을 고려한 연동 모델의 적용 유 무 및 폐기물 하중 재하시 손상 진화 특성 변화에 미치는 영향을 파악하기 위한 2차원 평면변형률 수치해석을 수



Fig. 6. 2D numerical model of LILW waste disposal concrete silo

행하였다. 콘크리트 사일로의 2차원 단면은 경주 월성 원자력 환경관리센터 동굴처분 사일로의 설계(Park et al., 2009)에 따라 Fig. 6과 같이 높이 750 m, 길이 500 m의 해석 도메인에 총 높이 약 51.4 m, 직경 약 25 m, 콘크리트 두께 0.6 m의 모델을 구성하였고, 사일로 상부에 하역(unloading) 터널과 하부에 건설(construction) 터널을 포함 하였다. 사일로 바닥부 기준으로 약 130 m 지하에 위치하도록 모델을 구현하였고 하역 터널과 건설 터널은 콘크 리트로 뒤채워진 상황을 가정하였다. 터널 뒤채움재는 사일로 콘크리트와 동일한 재료 물성을 부여하였다. 좌우 경계에는 수평방향 변위 구속 조건을 부여하였고 하부 경계 변위는 고정하였다. 지하 100 m 조건을 고려하여 주 변 암반에는 1 MPa의 간극수압을 부여하였고, 사일로 내부 경계에는 배수 조건을 부여하여 사일로 내부로 지하 수가 침투하도록 구현하였다. 콘크리트의 손상 모델 입력 인자는 3장에서 얻은 콘크리트 시료의 Mazars 손상 모델 상수 값을 사용하였고, 사일로 주변 암반의 손상 모델 입력 인자는 국내 화강암 조건을 고려해 선행연구(Kim et al., 2020)를 참고하였다. 본 해석에 사용한 재료 물성은 Table 4와 같다.

Material parameters	Rock	Concrete			
Density $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	2,650	2,400			
Young's modulus E (GPa)	50.4	27.03			
Poisson's ratio v (-)	0.22	0.2	0.224		
Porosity <i>n</i> (-)	0.0116	0.25			
Permeability (m <sup>2</sup> )	$1.94 \times 10^{-19}$	1 × 10 <sup>-18</sup>			
Mazars model parameters	Rock (Kim et al., 2020)	Concrete (dry)	Concrete (saturated)		
$\epsilon_{d0}$ (×10 <sup>-6</sup> )	117	119	92		
$A_t$	0.25	0.47	0.54		
$B_t$	3,755	4,351	5,620		
$A_c$	12.87	1.80	1.15		
B <sub>c</sub>	1.927	2,098	2,046		

Table 4. Material properties used in numerical analysis

중저준위 방사성폐기물은 일반적으로 Table 5와 같이 200 L 또는 320 L 규격 드럼 용기로 포장된 후, 경주 월 성 원자력 환경관리센터 처분장에서 최종 처분을 위해 다시 한 번 콘크리트 처분용기에 16-pack 또는 9-pack으로 재포장된 후 처분장 내에 적재된다(Park et al., 2009). 폐기물 처분용기 적재로 인한 콘크리트 사일로 내 응력 변 화 및 손상 진화 특성을 확인하기 위해 폐기물 하중이 물리적으로 가장 큰 시나리오를 고려하여 산정하였다. 200 L 드럼과 16-pack 콘크리트 처분용기를 대상으로, 폐기물이 채워진 200 L 드럼의 최대 하중을 400 kg로 가정하 였고, 16-pack 처분용기의 무게(5.4 ton)를 고려해 합산 무게를 11.8 ton으로 설정하였다. 사일로와 처분용기의 제원을 고려하여 한 층에 들어갈 수 있는 처분용기의 수를 40개로 계산하였고, 사일로 높이를 고려해 최대 30층 을 적재한 시나리오를 고려하였다. 이 때, 중저준위 방사성폐기물 처분용기의 층 당 하중은 4.63 MN, 30층으로 적재된 총 하중은 138.91 MN으로 계산된다. 콘크리트 사일로 바닥면의 모서리 부분에 응력이 집중되는 현상을 방지하기 위해 사일로 벽면으로부터 약 0.9 m 떨어진 바닥면 중앙부에 하중을 단계적으로 재하하였다.

손상 고려 유무에 따른 차이를 보기 위해 최대 하중 재하 조건(30층, 138.91 MN)에서 구조 역학적 변화만 고려 한 M (mechanical) 해석, 구조 손상까지 고려한 MD (mechanical-damage) 해석, 수리-역학적 변화를 추가적으로 고려한 HMD (hydro-mechanical-damage) 해석을 수행하였다. M 해석 및 MD 해석에는 건조 양생 조건의 콘크 리트 물성을 사용하였고 HMD 해석에서는 포화 양생 조건의 콘크리트 물성을 사용하였다. 이후, 폐기물 하중 재 하에 따른 변화를 보기 위해 최대 하중의 5배까지 사일로 하부에 재하하여 손상 진화 특성 및 발생하는 최대 층수 변화를 분석하였다.

Table 5. Disposal container specifications (Park et al., 2009)

Drum	Drum dimensions	Drum weight	Container	Dimensions	Container weight
type	$(\Phi (m) \times D(m))$	(kg)	type	$(L(m) \times W(m) \times H(m))$	(ton)
200 L	0.617  imes 0.884	105~400	16-pack (4 × 4) for 200 L drum	Exterior: 2.73 × 2.73 × 1.14 Interior: 2.53 × 2.53 × 0.89	5.4
320 L	0.713 × 0.955	250	9-pack (3 × 3) for 320 L drum	Exterior: 2.40 × 2.40 × 1.21 Interior: 2.20 × 2.20 × 0.96	4.6

#### 4.2 해석 결과

하중 재하에 따른 콘크리트 사일로 바닥 부분의 손상 발생 형상은 Fig. 7과 같다. 구조 손상은 콘크리트 사일로 의 하부 모서리 부근에서 발생하였고, 암반-사일로 콘크리트 계면(interface)과 사일로 콘크리트-건설 터널 계면 에서 집중되는 현상을 보였다. 하중 재하에 따라 콘크리트 모서리 부근이 먼저 손상되고, 하중이 커짐에 따라 손 상이 주변 암반으로 전달되는 현상을 확인하였다. MD 해석과 HMD해석에서 최대 하중 조건인 30층까지는 구조



Fig. 7. Damage evolution with loading for HMD analysis with dry curing condition

적 손상이 발생하지 않았고, 최대 하중 조건의 약 2~3배 이상에서 손상이 급격하게 발생하는 경향을 보였다. 해석 은 최대 하중 조건의 약 4배에서 더 이상 수렴하지 않았다. 본 해석에서 고려한 사일로 내부 중저준위 폐기물의 최 대 하중은 물리적으로 가능한 최대 하중으로, 처분장 운영 중 및 폐쇄 후에도 구조 손상이 발생하지 않을 것으로 판단된다. 또한, 실제 경주 월성 원자력 환경관리센터 콘크리트 사일로는 철근 콘크리트 구조물로(Seo et al., 2015), 철근의 영향을 고려한 해석을 수행할 시 구조 손상도가 더욱 낮을 것으로 예상한다.

손상 고려 유무에 따른 M 해석과 MD 해석 결과 차이는 Fig. 8과 같다. 사일로 바닥부 좌측 모서리의 사일로 콘 크리트-건설 터널 계면 및 우측 모서리의 우측 암반-사일로 콘크리트 계면에서의 응력 및 체적변형률을 비교해본 결과, 최대 하중 이하의 탄성영역에서는 해석 기법과 상관없이 유사한 결과값을 보였다. 탄성영역 이후, 좌측 및 우측 모서리에서는 MD 해석이 M 해석보다 더욱 크고 급격한 응력 진화 특성을 보였다. 좌측 및 우측 모서리에서 의 비대칭 응력 집중 현상은 사일로 좌측 하역터널 및 건설터널의 존재나, 상대적으로 작은 우측 사일로 라이닝 두께와 같은 해석 모델의 좌우 비대칭이 주 원인인 것으로 파악된다. 향후 하역터널 및 건설터널의 뒤채움 유무 및 사일로만 존재하는 2차원 대칭 구조에 대한 해석을 수행할 필요가 있다. 체적변형률은 재하 하중 증가에 따라 MD 해석이 M 해석에 비해 더욱 급격한 변화를 보였고, 최대 하중의 4배를 재하 했을 시 M 해석 대비 약 2.18 ~ 2.85배의 체적변형률을 보였다. 이처럼 단순 구조 역학적 해석만 고려할 시, 처분구조물의 안정성을 과대평가할 수 있으므로 구조물을 구성하는 재료의 비탄성 손상 특성을 고려한 해석이 필요할 것으로 예상된다.



Fig. 8. Comparison between mechanical and mechanical-damaged coupled analysis

MD와 HMD 해석 조건에 따른 손상 진화 특성 차이는 Fig. 9와 같다. 손상 값은 손상이 집중되는 사일로 우측 바닥면 암반-콘크리트 사일로 경계면의 최대 값을 비교하였다. 두 해석 방법에서 암반-사일로 콘크리트 계면에서 의 손상이 사일로 콘크리트-건설 터널 연결부에서의 손상보다 크게 발생하는 현상을 보였다. HMD 해석에서 1% 이상의 유의미한 손상이 발생한 시점이 34층인 반면, MD 해석에서는 49층 이상에서 유의미한 손상이 발생하였 다. 이는 실내 시험에서 도출한 포화 콘크리트의 손상 임계 값이 건조 콘크리트의 손상 임계 값보다 낮으므로, 포 화 콘크리트의 손상 모델 인자를 사용한 HMD 해석에서 손상이 더 빨리 발생하는 것으로 판단된다. 따라서 정확 한 처분구조물의 안전성 및 건전성 평가를 위해 처분환경 조건에서 얻은 재료의 물성 값을 해석 인자로 사용해야 할 것으로 판단된다.



Fig. 9. Damage evolution with loading at silo-rock interfaces

콘크리트 물성을 동일하게 두고 MD 해석과 HMD 해석 결과를 비교해보면 전반적인 손상 발생 시점 및 손상 진화 특성은 유사하나, 파괴 시점에서의 거동 차이를 보였다. 수리 거동을 고려한 HMD 해석이 주변 암반의 간극 수압으로 인해 MD 해석에 비해 더욱 낮은 최대 재하 하중을 보였다. 이와 같이 정확한 처분구조물의 안정성 및 장기건전성을 평가하기 위해서는 지하 처분환경의 수리학적 영향을 고려해야 할 것으로 판단된다. 또한, 지하 처 분환경에서의 콘크리트 물성 및 손상 모델 입력인자를 사용해 다양한 처분 시나리오를 고려한 해석을 수행할 필 요가 있다고 판단된다.

## 5. 결 론

본 연구에서는 중저준위 방사성폐기물 처분 콘크리트 사일로의 손상을 평가하기 위한 손상연동 수리-역학 복 합거동 해석 모델을 개발하였다. 유한요소 해석 코드를 이용해 수리-역학-손상이 연동된 해석 모델을 개발하였고 예제를 통한 검증을 수행하였다. 사일로 콘크리트 배합비로 제작한 시료를 건조 및 포화 조건에서 양생한 후 일축 압축강도와 간접인장강도 시험을 수행해 손상 모델에 필요한 입력 인자를 도출하였다. 손상 고려 유무, 해석 방법 및 폐기물 하중 재하에 따른 콘크리트 사일로의 구조 변화 및 손상 진화 특성을 파악하기 위한 해석을 수행하였다. 본 연구의 결과는 다음과 같다.

- 건조 양생 시료의 일축압축강도와 인장강도가 포화 양생 시료보다 10~54% 정도 더 컸으며, 탄성계수나 인장 탄성계수 및 포아송비는 서로 유사한 값을 보였다. 손상 모델 인자의 경우, 포화 양생 콘크리트의 손상 임계값 이 건조 콘크리트의 임계값보다 낮았고 인장 파괴 이후 잔류응력까지 빠르게 도달할 것으로 예상된다.
- 2. M 해석과 MD 해석은 탄성영역에서는 동일한 역학적 거동을 보이나, 최대 하중 2배 이상에서는 MD 해석에서 더욱 급격한 체적변형률 및 응력 집중 현상을 보였다. M 해석과 같은 단순 구조해석에서는 처분구조물의 안정성을 과대평가할 수 있으므로 콘크리트의 비선형 파괴 및 손상 특성을 고려한 해석이 필요하다.
- 3. MD 및 HMD 해석에서 모두 물리적으로 가능한 최대 하중 조건까지 구조적 손상이 발생하지 않아 처분 사일 로가 구조적으로 안전한 것으로 판단된다. 최대 하중 조건의 약 2~3배 이상에서 손상이 급격하게 발생하는 경 향을 보였다. 손상은 콘크리트 사일로 바닥면과 주변 암반 및 건설터널과의 계면에서 집중적으로 발생하였다.
- 콘크리트 재료 물성에 따라 콘크리트 사일로의 손상 진화 특성이 크게 달라지므로 정확한 처분구조물의 안전 성 및 건전성 평가를 위해 처분환경 조건에서 얻은 재료의 물성 값을 해석 인자로 사용해야할 것으로 판단된다.
- 동일한 재료 물성 조건에서 해석의 수리학적 거동 고려 여부에 따라 콘크리트 사일로의 파괴 시점이 변화하므 로 정확한 처분구조물의 장기건전성을 평가하기 위해서는 지하 처분환경의 수리학적 영향을 고려해야 할 것 으로 판단된다.

본 연구에서 개발한 손상연동 수리-역학 복합거동 해석 모델은 다음과 같은 한계점을 가진다. 본 해석모델의 수리 역학 거동은 Darcy's law에 기반하므로 향후 지반의 불포화 특성을 고려하기 위해서는 van Genuchten 모델 (van Genuchten, 1980)이나 Richards' equation (Richards, 1931) 등을 고려한 추가적인 모델 보완이 필요하다. 또한 본 해석모델은 열(heat)을 고려하지 않으므로 사용후핵연료로부터 붕괴열이 발생하는 고준위 방사성폐기물 심층처분장 해석에 적용 시, 열역학을 모델에 연동하고 열-수리, 열-역학 또는 열-수리-역학 거동을 고려한 이론 식 예제를 통해 검증할 필요가 있다.

실제 처분구조물의 장기건전성을 평가하기 위해서는 지하 처분환경에서의 콘크리트 물성 및 손상 모델 입력인 자를 사용해 다양한 처분 시나리오를 고려한 해석을 수행할 필요가 있다. 따라서 경주 지역 암반 시료를 대상으로 일축압축강도 및 간접인장강도 시험을 수행하여 현장 부지 조건에 맞는 물성을 사용해야 하고, 사일로 콘크리트 내 철근을 영향을 고려한 물성 또는 기타 손상모델을 적용해 현장 조건에 부합하는 보다 정확한 해석을 수행해야 할 것으로 판단된다. 본 연구에서 개발된 수리-역학-손상 모델은 향후 고준위 방사성폐기물 처분을 위한 심층처 분장의 장기 거동 및 안정성 해석에도 적용 가능할 것으로 예상한다.

## 감사의 글

본 연구는 사용후핵연료관리핵심기술개발사업단 및 한국연구재단의 지원(NRF-2021M2E1A1085193, NRF-2022M2E3A3015608)으로 수행되었습니다. 이에 감사드립니다.

## 저자 기여도

김진섭은 연구 개념 및 설계, 원고 검토를 하였고, 김지원은 데이터 해석 및 원고 작성을 하였고, 홍창호는 데이 터 수집 및 데이터 분석을 하였고, 강신항은 원고 작성 및 원고 검토를 하였다.

## References

- 1. ASTM (2014), Standard test methods for compressive strength and elastic moduli of intact rock core specimens under varying states of stress and temperatures, ASTM D7012-14.
- 2. COMSOL Multiphysics (1998), Introduction to COMSOL multiphysics®, COMSOL Multiphysics, Burlington, MA.
- da Silva, M.P., Mota, M.T., Gadéa, A.D.S.M., Leite, M.B., de Jesus Nagahama, K. (2015), "The behavior of recycled concrete through the application of an isotropic damage model", Open Journal of Civil Engineering, Vol. 5, No. 3, pp. 339.
- 4. IAEA (2009), Classification of radioactive waste, General Safety Guide No. GSG-1, Vienna.
- 5. Idiart, A., Lavina, M., Coene, E. (2019), Modelling of concrete degradation Hydro-chemo-mechanical processes, SKB Report R-19-12, pp. 41.
- Jianhong, Y., Wu, F.Q., Sun, J.Z. (2009), "Estimation of the tensile elastic modulus using Brazilian disc by applying diametrically opposed concentrated loads", International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, Vol. 46, No. 3, pp. 568-576.
- Jirásek, M. (2004), "Non-local damage mechanics with application to concrete", Revue Française de Génie Civil, Vol. 8, No. 5-6, pp. 683-707.
- Kachanov, L.M. (1958), "Time of rupture process under creep conditions", Izvestiya Akademii Nauk SSSR Otdelenie Tekniches, No. 8, pp. 26-31.
- 9. KATS (2021), Standard test method for tensile splitting strength of concrete, KS F 2423, KSSN.
- 10. KATS (2022), Standard test method for compressive strength of concrete, KS F 2405, KSSN.
- Kim, J.S., Hong, C.H., Kim, G.Y. (2020), "Evaluation of Mazars damage model of KURT granite under simulated coupled environment of geological disposal", Journal of Korean Tunnelling and Underground Space Association, Vol. 22, No. 4, pp. 419-434.
- 12. KORAD Home page, https://www.korad.or.kr/korad/html.do?menu\_idx=157 (Feburary 23, 2024).
- 13. Kwon, K.J., Jung, H., Park, J.W. (2016), "A study on corrosion properties of reinforced concrete structures in subsurface environment", The Journal of Engineering Geology, Vol. 26, No. 1, pp. 79-85.

- Lee, J., Fenves, G.L. (1998), "Plastic-damage model for cyclic loading of concrete structures", Journal of Engineering Mechanics, Vol. 124, No. 8, pp. 892-900.
- Lee, J., Kim, K.I., Min, K.B., Rutqvist, J. (2019), "TOUGH-UDEC: A simulator for coupled multiphase fluid flows, heat transfers and discontinuous deformations in fractured porous media", Computers & Geosciences, Vol. 126, pp. 120-130.
- Lee, K.H., Bang, J.H., Kim, J.H., Kim, S.H., Lee, I.M. (2009), "Brittle rock property and damage index assessment for predicting brittle failure in underground opening", Journal of Korean Tunnelling and Underground Space Association, Vol. 11, No. 4, pp. 327-351.
- 17. Mazars, J. (1986), "A description of micro- and macroscale damage of concrete structures", Engineering Fracture Mechanics, Vol. 25, No. 5-6, pp. 729-737.
- Mazars, J., Grange, S. (2017), "Simplified strategies based on damage mechanics for concrete under dynamic loading", Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, Vol. 375, No. 2085, pp. 20160170.
- 19. NSSC (2014), Guidelines for radioactive waste classification and self disposal standards, No. 2014-03.
- 20. NSSC (2023), Enforcement decree of the nuclear safety act, Article 99 Criteria for Permits, Presidential Decree No. 33658, August 1, 2023.
- 21. Park, B.K., Cho, K.H., Lee, I.M. (2004), "Numerical analysis of blast-induced anisotropic rock damage", Journal of Korean Tunnelling and Underground Space Association, Vol. 6, No. 4, pp. 291-302.
- Park, J.B., Jung, H.R., Lee, E.Y., Kim, C.L., Kim, G.Y., Kim, K.S., Koh, Y.K., Park, K.W., Cheong, J.H., Jeong, C.W., Choi, J.S., Kim, K.D. (2009), "Wolsong low-and intermediate-level radioactive waste disposal center: progress and challenges", Nuclear Engineering and Technology, Vol. 41, No. 4, pp. 477-492.
- 23. Richards, L.A. (1931), "Capillary conduction of liquids through porous mediums", Physics, Vol. 1, No. 5, pp. 318-333.
- 24. Seo, K.W., Kim, Y.J., Jung, S.H., Choi, K.Y. (2015), "Reinforced concrete silo construction project for low level radioactive waste disposal", Magazine of the Korea Concrete Institute, Vol. 27, No. 4, pp. 45-49.
- 25. Simo, J.C., Ju, J.W. (1987), "Strain-and stress-based continuum damage models—I. Formulation", International Journal of Solids and Structures, Vol. 23, No. 7, pp. 821-840.
- Souissi, S., Miled, K, Hamdi, E., Sellami, H. (2017), "Numerical modeling of rock damage during indentation process with reference to hard rock drilling", International Journal of Geomechanics, Vol. 17, No. 7, 04017002.
- Terzaghi, V. (1923), "Die berechnug der durchlässigkeitsziffer des tones aus dem verlauf der hydrodynamischen spannungserscheinungen", Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften in Wien: Mathematisch-Naturwissenschaftliche Klasse, Abteilung IIa, Vol. 132, No. 3/4, pp. 125-138.
- 28. van Genuchten, M.T. (1980), "A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils", Soil Science Society of America Journal, Vol. 44, No. 5, pp. 892-898.
- Zhu, W.C., Wei, C.H., Li, S., Wei, J., Zhang, M.S. (2013), "Numerical modeling on destress blasting in coal seam for enhancing gas drainage", International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, Vol. 59, pp. 179-190.