

## 각기둥과 각뿔의 정의 및 시각적 표현에 대한 분석

강윤지(서울홍연초등학교)

본 연구는 초등 수학 교과서와 관련하여 입체도형의 지도와 관련된 교수학적 시사점을 제시하고자 하였다. 국정 1종 및 검정 10종의 교과서를 분석하였으며 각기둥과 각뿔 단위 내 수학적 개념의 정의와 시각적으로 표현된 예시를 분석하였다. 분석 결과, 동일한 교육과정인 반영되었음에도 불구하고 수학적 개념의 정의 방법 및 내용이 다르게 나타났다. 또한, 각기둥과 각뿔을 학습하는 과정에서 다양한 형태로 표현된 시각적 예시가 제공되었다. 본 연구의 결과를 바탕으로 수학적 개념의 정의를 이해하고 학생에게 적절한 방식으로 지도할 필요가 있으며 시각적 예시를 제시하는 과정에서 각 차시의 목표 및 활동의 목표를 고려하여야 한다는 시사점을 도출하였다.

### I. 서론

기하학은 수학에서 점, 선, 평면도형, 평면도형, 공간도형, 평면도형 등의 기하학적 대상을 평면과 3차원 공간 모두에서 인식하고 이들 대상 사이의 관계를 찾는 것과 관련된 수학의 한 부분이다. 기하학적 개념과 성질은 실세계의 문제에서 일어나므로, 학교 수학과 교육과정에서 기하학은 중요한 위치를 차지한다(Marchis, 2012).

일상생활에서 중요한 위치를 차지하고 있는 기하학을 배우는 데 있어 개념이 처음 도입되는 초등교육의 초기 단계에서 이루어지는 수업은 매우 중요한 의미를 갖는다(Delice et al., 2009). 초등학교 교육과정은 기하학 지식의 기초를 마련하고, 학생들은 자신의 환경을 탐구함으로써 기하학 개념과 성질을 배운다(Marchis, 2012). 초등학생은 구체적 조작기에 해당하며 수학적 개념을 구체적인 활동과 시각적으로 표현된 여러 가지 예시를 통해 학습해야 한다는 점에서 기하학의 중요성

과 체계적인 수업의 필요성이 더욱 강조된다.

기하학에서 기본적인 기하학 도형과 2차원, 3차원 도형을 다른 관점에서 보고 구상적인 패턴을 생성하고 발견하는 능력은 학습자가 특정한 기술을 익히고 교사들이 이러한 기술을 익히도록 도울 것을 요구한다(Delice et al., 2009). 입체도형은 수학을 일상생활과 연관 시켜주고 공간감각의 면을 개발시키며 발견학습을 통한 문제해결 기량을 연습할 기회를 제공한다(최창우, 1997).

현행 초등 수학 교육과정에서 제시하는 입체도형은, 직육면체, 정육면체, 각기둥, 원기둥, 각뿔, 원뿔, 구로 제시된다. 1학년에서 구체물을 대상으로 상자 모양, 둥근 기둥 모양, 공 모양 등으로 구분한 뒤 5학년에서 직육면체, 정육면체, 6학년에서 각기둥, 각뿔, 원기둥, 원뿔, 구를 학습한다. 이때 주요 내용은 각각의 입체도형의 정의와 구성요소, 성질 등을 살펴보는 것이다. 그중 각기둥과 각뿔은 원기둥과 원뿔과 달리 밑면을 구성하는 다각형의 형태에 따라 다양한 모형이 제시될 수 있으며 해당 개념이 전시학습인 직육면체, 후속 학습인 원기둥과 원뿔과 밀접한 관련이 있다.

교실에서 사용되는 여러 가지 예시는 교사와 학생 간 상호작용을 돕고 추상적인 성질을 내포하고 있는 수학적 개념의 직관적인 이해를 도울 수 있는 역할을 한다. 교사가 어떤 예시를 제시하고 활용하느냐에 따라서 학생들이 해당 수학적 개념에 대하여 이해하고 자신만의 개념을 구성하는 과정이 달라질 수 있다. 이때, 제시한 예시가 얼마나 유용한 것인지는 주관적이기 때문에 교사가 학습자의 상황과 특징에 따라 적절한 예시를 선택하여야 한다(이지혜 외, 2013).

우리나라 수학 교실에서 교과서는 매우 중요한 역할을 수행하며 그 자체로 다양한 종류의 예시를 담고 있다. 수업 중 교사는 수학적 개념을 지도할 때 교과서에 나와 있는 예시를 중심으로 제시하고 학생들은 그러한 예시를 바탕으로 학습한다. 예시는 교실에서

\* 접수일(2024년 2월 13일), 심사(수정)일(2024년 2월 26일), 게재확정일(2024년 3월 12일)  
\* MSC2000분류 : 97U20  
\* 주제어 : 각기둥, 각뿔, 입체도형, 정의, 시각적 표현

교사와 학생 사이의 상호작용의 도구이며, 교수를 위하여 반드시 필요한 매우 유용한 도구이기도 하다(이지혜 외, 2013). 하지만 교과서에는 지면의 부족 등 여러 가지 이유로 충분한 예시가 반영되지 않고 있으며 그렇기 때문에 학생들은 교과서에 제시된 제한된 예시를 통하여 수학적 개념을 이해하게 된다(박만구, 2010). 이처럼 교실 내 교과서의 역할이 중요한 상황에서 교과서에 제시되는 수학적 개념과 그에 따른 정의 및 시각적으로 표현된 예시가 어떻게 구성되어 있는지 살펴볼 필요가 있다. 처음 형성된 개념 이미지는 쉽게 변하지 않기 때문에, 해당 개념을 처음 소개하거나 마무리할 때, 다양하고 적절한 예시를 사용하여 올바른 개념 이미지를 형성하는 것이 중요하다(이지혜 외, 2013).

도형 영역에서 효과적인 학습을 위하여 다양한 예시를 시각적으로 표현하는 것은 매우 중요하다. 초등학교 교과서에서 적절한 예시들이 충분히 제시되어 있지 않을 경우 학생들이 경험할 수 있는 경우가 한정적이며 이는 곧 도형 개념의 학습이 제한적일 것이라는 것을 의미한다. 더욱이 입체도형이 중요한 역할을 수행하고 있으나 교과서에서 시각적으로 표현되는 경우 3차원인 입체도형이 2차원인 지면에 나타내어지는 과정에서 필연적으로 왜곡이 나타날 수밖에 없다는 것을 고려하면 이러한 예시의 중요성이 더욱 강조된다. 수학과 교수-학습에서 학생들로 하여금 수학적인 개념을 이해할 수 있도록 하기 위해서는 어떤 형태로든 예시를 제시하면서 설명할 수밖에 없다(박만구, 2010). 입체도형의 정의와 그러한 입체도형이 어떻게 시각적으로 표현되는지는 학생들에게 해당 입체도형에 대한 개념 학습에 중요한 역할을 하기 때문이다.

도형의 정의 및 예시와 관련된 선행연구를 살펴보면 교과서 내 입체도형의 지도방법이나 도형의 정의 방법에 한정하여 다루었거나(권석일, 박교식, 2011; 조영미, 2022) 그러한 정의에 대한 학생들의 사고를 분석하고 있다(조영미, 박하나, 2011). 심지어 최근에 진행된 연구가 부족하며 이지혜 외(2013)의 연구는 중학교 교과서를 분석하고 있는 등 현행 국정 및 검정교과서의 내용을 대상으로 하는 연구가 부족하다. 외국의 선행연구 결과, 예비교사들조차 기본적인 기하학적 형태나 고체를 인식하지 못하였으며 기하학적 형태를 정확하게 정의하지 못하거나 입체도형을 올바르게 그리지 못하는 경우가 나타났다(Marchis, 2012). 다른 연구

에서도 예비교사들은 각뿔과 각기둥을 그리고 이러한 입체도형들의 이름을 짓는 데 낮은 성과를 보였다(Delice et al., 2009). 이는 곧 입체도형의 개념 학습에 대한 중요성과 어려움을 보여준다. 현재 2015 개정 교육과정부터 국정 1종이 아니라 검정 10종 교과서가 출판되어 나름의 기준으로 교과서에 입체도형의 정의와 시각적 표현을 제시하고 있기 때문에 이러한 방향에 대한 고민이 더욱 필요하다.

본 연구는 이러한 필요성과 중요성에 따라 교과서마다 다양하게 나타내어지는 입체도형의 정의와 시각적으로 표현된 예시를 분석하여 효과적인 도형 학습을 위한 교수학적 시사점을 모색하고자 하였다.

## II. 이론적 배경

### 1. 각기둥과 각뿔의 지도 계열

현재 사용되고 있는 초등 수학 교과서에서 각기둥과 각뿔은 초등학교 6학년 1학기 '각기둥과 각뿔' 단원에서 등장한다. 해당 단원의 목표는 각기둥과 각뿔의 구성요소와 전개도를 이해하는 것이다. 교과서별 차이가 있으나 대개 입체도형을 분류하는 활동을 통해 각기둥과 각뿔을 약속하고 각기둥과 각뿔의 구성요소를 알아보며 각기둥의 전개도를 이해하고 그려보는 활동이 이루어진다.

교수요목기부터 2015 개정 교육과정까지 초등 수학 교과서에서 각기둥과 각뿔이 제시된 시기는 [표 1]과 같다. 각기둥, 각뿔의 내용이 원기둥, 원뿔과 밀접하게 관련되어 있어 원기둥, 원뿔까지 함께 제시하였다.

5차 교육과정 이후 각기둥, 각뿔, 원기둥, 원뿔은 지속하여 6학년 교과서에서 다루고 있다. 7차 교육과정 이후 현재까지 각기둥과 각뿔은 6학년 1학기에서 원기둥과 원뿔은 6학년 2학기에서 다루고 있다. 현재 사용되고 있는 2015 개정 교육과정이 반영된 수학 교과서에서는 국정 1종과 검정 10종 모두 6학년 1학기에서 각기둥과 각뿔, 2학기에서 원기둥과 원뿔을 학습한다.

2022 개정 교육과정은 5~6학년군에서 각기둥, 각뿔, 원기둥, 원뿔을 제시한다. 5~6학년의 내용요소로 각기둥과 각뿔, 원기둥, 원뿔, 구를 지식 이해 범주에서 다루고 있으며 성취기준에도 해당 내용을 명시한다(교육부, 2022). 이때 각기둥의 전개도는 간단한 형태만 다

[표 1] 초등 수학 교과서에서 각기등과 각뿔의 제시 시기

	5학년 1학기	5학년 2학기	6학년 1학기	6학년 2학기
교수요목기		각기등, 원기등	각뿔, 원뿔	
1차		각기등, 원기등		
2차	삼각기등, 사각기등, 원기등		각기등, 각뿔, 원기등, 원뿔	
3차			각기등, 각뿔, 원기등, 원뿔	
4차		각기등, 원기등	각뿔, 원뿔	
5차			각기등, 원기등	각뿔, 원뿔
6차			각기등, 원기등	각뿔, 원뿔
7차			각기등, 각뿔	원기등, 원뿔
2007개정			각기등, 각뿔	원기등, 원뿔
2009개정			각기등, 각뿔	원기등, 원뿔
2015개정(국정)			각기등, 각뿔	원기등, 원뿔
2015개정(검정)			각기등, 각뿔	원기등, 원뿔

루며 각뿔과 원뿔의 전개도는 다루지 않는다.

[6수03-05] 각기등과 각뿔을 이해하고, 구성 요소와 성질을 탐구하고 설명할 수 있다.

[6수03-06] 각기등의 전개도를 그릴 수 있다.

## 2. 각기등과 각뿔의 정의

특정 용어는 특정 개념을 담고 있다. 용어가 가리키는 개념을 한정하여 나타낸 것이 정의이다(조영미, 2022). 이처럼 용어는 개념을 담고 있고 용어의 정의에 따라 해당 개념에서 강조되는 내용이 달라진다.

용어가 가리키는 개념을 한정해 드러낸 것이 정의이며 이때 어떠한 측면에서 접근하는가에 따라 정의 방법이 달라진다. 내포적 방법은 개념이 포함하고 있는 속성을 사용한 방법이다. 외연은 어떤 개념에 속하는 대상들의 모임을 가리키며, 외연적 방법을 예시적 방법이라고도 한다. 동의적 방법은 비슷한 용어를 사용하여 정의하는 것이다. 예시를 들어, 삼각형을 정의할 때 세 변으로 둘러싸인 도형으로 정의할 수 있고(내포적 방법) 삼각형 그림을 이용하여 정의할 수도 있고(외연적 방법) ‘세모’라는 단어를 사용하여 정의할 수도 있다(동의적 방법). 용어의 정의 방법에 따라 강조되는 개념이 다르기 때문에, 교육적으로 의미 있는 선택을 위하여 여러 가지 정의 방법을 살펴보아야 한

다. 그래서 교과서의 저자와 수업을 진행하는 교사는 이러한 용어를 어떻게 정의하고 가르칠지를 심사숙고해야 하며, 교수학적인 의도를 신중히 고려하여 정의를 제시하고 지도해야 한다(조영미, 2022).

입체도형의 정의와 관련하여 국내에서 진행된 연구는 다음과 같다.

박교식, 권석일(2011)의 연구는 교과서에서의 입체도형 관련 지도 내용을 비판적으로 분석하였다. 연구 결과, 교과서의 지도 내용과 교육과정에서 규정하는 지도 내용을 일치시켜야 하며, 초등교사에게 지도 내용의 범위를 상세히 안내하여야 하고 교과서의 학년별 지도 내용 재검토 및 교과서의 상시 수정의 필요를 주장하였다.

조영미, 박하나(2011)의 연구에서는 각기등의 정의 만들기 활동지를 개발하여 초등학교 5학년 학생에게 실행하고 그 결과를 분석하였다. 활동지의 주요 내용은 기존의 정의를 수정하여 새로운 정의를 만드는 것이었다. 연구 결과, 학생들의 각기등에 대한 인식을 파악하고 활동 중 나타나는 수학적 정의에 대한 인식의 변화를 확인할 수 있었다.

조영미(2022)의 연구는 교수요목기부터 2015 개정 교육과정기까지 각기등의 정의가 변화한 내용을 분석하였다. 정의 방법을 외연적, 내포적, 동의적 방법으로 구분하고 각각의 방법이 매 교육과정에서 어떻게 사용되었는지를 분석하였다. 9종류의 각기등 정의를 추출

하였으며, 교수학적 시사점을 도출하였다.

이러한 선행연구는 공통으로 수학적 개념의 형성에 정의 방법이 중요한 영향을 미친다는 것에 공감하고 있으며 정의와 관련된 연구의 필요성에 대하여 주목하고 있다. 본 연구 또한 이러한 측면에 공감하여 입체도형의 정의 내용 및 방법에 주목하고자 한다.

### 3. 시각적으로 표현된 입체도형의 예시

수학 학습의 어려움을 가중시키는 요인 중 하나는 수학교과를 이루는 개념이 추상적이라는 것이다(김수미, 정은숙, 2005). 이러한 개념 중 도형은 여러 가지 예시를 통하여 시각적으로 표현될 수 있다. 수학 교사와 교육자 공동체에서는 기하학의 특성과 성질을 모형화하는 도구를 통해 구체화한 개념, 성질, 관계 등을 제시한다면 기하학을 배우는 것이 훨씬 더 효과적일 것이라는 광범위한 공감대가 형성되어 있다(Dorier, Gutiérrez, & Strässer, 2004). 더욱이 일반적으로 학습자가 새로운 개념을 받아들일 때, 형식적인 정의보다는 이미 알고 있거나 친숙한 예를 제시하여 받아들이도록 하는 것이 훨씬 더 효과적이다(이지혜 외, 2013). 수학적 개념을 지도할 때, 어떤 예시를 어떻게 제시하는가에 따라 학생들이 구성해야 할 수학적 개념이 달라질 수 있다.

Dienes는 수학적 개념의 학습이 추상화와 일반화를 수반하는 과정이기 때문에 어렵다고 생각한다. 그는 개념 발달의 중요한 측면인 추상화와 일반화의 상호보완적인 과정을 촉진하기 위한 것이라며 두 가변성 원리를 함께 사용할 것을 제안하였다. 그러한 원리 중 하나인 수학적 다양성의 원리(perceptual variability principle, Dienes, 1971)는 수학적 개념의 특징이 잘 드러날 수 있도록 비본질적인 특성을 변화하여 다양하게 변화하게 제시해야 한다는 것이다. 이 원리는 아동이 다양한 물리적 맥락 또는 구현을 통해 개념에 노출될 때 개념 학습이 극대화됨을 시사한다. 수학의 개념을 학생들이 이해하기 쉽게 하기 위하여 한 개념에 대한 다양한 예시를 제시하여 해당 수학적 개념에 대한 이해를 풍부하게 할 필요가 있다(박만구, 2010). 만약, 교과서에서 삼각형의 한 변이 교과서 밑단과 평행한 것으로 제한하여 제시하면 삼각형에 대한 오개념을 가질 수 있다(박만구, 2010). 삼각형, 사각형과 같은 익숙

한 대상이라도 각도의 크기, 변의 길이, 종이 위의 위치 등 가능한 한 많은 비본질적 속성을 변화시켜 다양하고 적절하게 제시할 필요가 있다.

시각적으로 표현된 입체도형의 예시와 관련하여 이지혜 외(2013)는 중학교 1학년 교과서 13종을 대상으로 다각형에 관한 예시를 분석하였으며 같은 개념이나 절차와 관련된 예시를 제시할 때 어떤 방법으로 제시하고 있는지 분석하였다. 그 결과 교과서에 제시되는 예시는 일반적인 예시에 편중되어 있었고, 개념의 예시와 절차 적용의 예시도 교과서에 따라 제시된 비율의 편차가 크게 나타났다. 또한 여러 교과서에서 다각형의 배치나 모양 등을 다양하게 제시하지 못하였다. 학생들의 예시 공간을 확장하기 위해서 교과서에서는 적절하고 다양한 예시를 제시할 필요가 있다고 하였다.

이러한 관점에서 효과적인 학습을 위하여 교과서에 시각적으로 표현된 여러 가지 입체도형의 예시를 살펴볼 필요가 있다.

## III. 연구 방법

### 1. 연구 대상

본 연구는 6학년 1학기 각기둥과 각뿔 단원의 내용을 분석 대상으로 선정하였다. 2022 개정 교육과정의 반영된 6학년 수학 교과서가 아직 출간 전이기 때문에 2015 개정 교육과정이 반영된 초등 수학 교과서를 대상으로 하였다. 2015 교육과정이 반영된 국정 교과서 1종 및 검정 교과서 10종을 분석하였으며 익명으로 표기하였다.

연구의 신뢰도를 높이기 위하여 단원 평가 및 특화 차시에 관련된 내용을 제외한 본 차시의 내용으로 범위를 한정하였다. 본 차시 활동 및 확인 문제에 등장하는 용어의 정의와 시각적 표현을 대상으로 하였다. 각 교과서의 차시 구성 양식에 따라 활동과 확인을 구분하지 않는 경우가 있어 모두 대상에 포함하였으며 교과서의 정의가 학문적 정의와 의미가 다를지라도 특정 내용을 설명하고자 별도의 공간을 할애하여 설명한 경우 교수학적 변환에 따른 정의로 간주하여 내용에 포함하였다.

이때 교과서에 제시된 시각적 표현을 분석하는 과정에서 구체물을 제외하고 추상화 과정을 거친 입체도

형 모형으로 한정하였다. 이는 구체물의 종류가 다양하며 구체물이 대개 해당 개념의 도입 차시를 위한 단계 중 하나로 제시되며 경우에 따라 겨냥도의 형태가 아니라 한정된 지면만을 제한적으로 보여주기 때문이다. 따라서 다양한 형태로 제시되는 모형 또는 겨냥도로 시각적 표현의 범위를 한정하였다. [그림 1]과 같이 각기둥과 각뿔 모양의 구체물을 제시하는 경우는 분석 대상에서 제외하였다. [그림 2]의 경우 스티로폼 공과 빨대로 만들었다고 구체적인 재료를 제시하고 있어 구체물로 분류하였기 때문에 분석 대상에서 제외하였다.



[그림 1] 초등 수학 검정 교과서 활동 2번(신항균 외, 2023, p.26)



[그림 2] 초등 수학 검정 교과서 활동 2번(박성선 외, 2023, p.37)

## 2. 분석 방법

본 연구는 6학년 1학기 각기둥과 각뿔 단원의 본차시 내용을 분석 대상으로 선정하였으며 연구의 목적에 따라 다음과 같은 방법을 활용하였다.

첫째, 수학 용어의 정의와 관련하여 정의의 방법을 기준으로 분석하였다. 이는 선행연구(조영미, 2022)에서 사용한 기준을 따른 것으로 내포적 정의, 외연적

정의, 동의적 정의로 구분하는 방식을 의미한다.

둘째, 시각적 표현과 관련하여 도형의 종류를 기준으로 구분하였다. 각기둥과 각뿔은 밑면에 따라 도형의 이름이 결정되며 교과서 내에 제시된 각기둥과 각뿔을 밑면을 기준으로 분석하였다. 이때 분석하는 과정에서 밑면이 어떤 다각형인지 뿐만 아니라 정다각형인지 여부까지 확인하였다. 각기둥과 각뿔의 밑면을 기준으로 하여 해당하는 도형이 정다각형인지 아닌지를 판단하였으며 밑면의 모양이 정다각형이 아닌 경우 어떤 다각형의 형태인지를 확인하였다.

이외에도 전형적이지 않은 모양으로 그려진 각기둥과 각뿔 모형을 분류하였다. 첫째, 입체도형이 직각기둥 또는 직각뿔인지 여부를 기준으로 구분하였다. 입체도형이 지면에 구현되는 과정에서 입체도형의 직각기둥 및 직각뿔 여부를 파악하기 위하여 입체도형의 밑면이나 옆면의 모서리 또는 높이가 교과서 지면과 수직 또는 수평을 이루는지 기준으로 하였다. 둘째, 입체도형이 수직 또는 수평으로 놓여 있는지를 기준으로 구분하였다. 입체도형을 지면에 구현하는 과정에서 입체도형의 모형이 가상의 공간 속 가로 및 세로와 평행 및 수직이 일치하게 놓인 경우도 있었으나 옆면이 아래로 높이거나 뒤집어져 제시되는 경우 등이 나타났다. 사각기둥의 경우 기준에 따라 밑면과 옆면이 달라질 수 있기 때문에 대각선으로 놓인 경우를 제외하면 밑면이 아래로 가게 놓였다고 간주하였다.

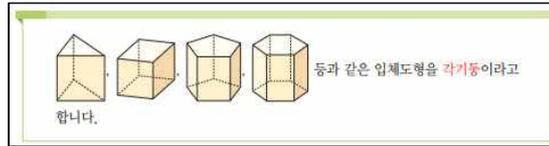
이때 밑면의 모양이 정다각형이거나 직각기둥 또는 직각뿔인지 여부, 입체도형이 수직인지 수평으로 놓여 있는지를 판단할 때 교과서에 모눈종이를 덧대어 나타내거나 직각 표시를 명시적으로 진행하지 않아 판단이 모호한 경우가 나타났다. 구체물에서는 어느 한 면의 마주 보는 두 모서리가 서로 평행하겠지만, 사진에서는 원근이 반영되기 때문에 그 두 모서리가 평행하지 않은 경우가 나타난 것이다(권석일, 박교식, 2011). 이러한 경우 교과서 지면에서의 왜곡이 나타났을 가능성을 고려하여 수학교육 전문가 3인의 교차 검토를 통하여 판단하였다. 교차 검토 결과 밑면이 정다각형의 모양이 아니거나 직각기둥 또는 직각뿔로 보이지 않는 경우, 모서리가 교과서 지면과 수직 및 수평으로 보이지 않는 경우 등을 범주화하였다.

### IV. 연구 결과

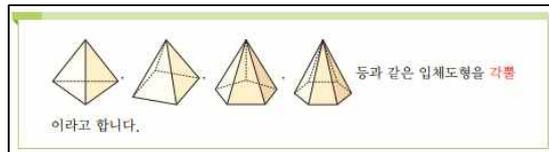
#### 1. 각기둥과 각뿔의 정의

수학 용어에 대한 정의는 해당 용어를 바라보는 관점이나 강조하려는 성질에 따라 다양하게 나타날 수 있다. [표 2]는 국정 교과서 1종 및 검정 교과서 10종을 대상으로 각기둥과 각뿔에 대한 정의 방법을 분석한 결과이다.

분석 결과, 각기둥과 각뿔을 정의하기 위하여 외연적인 정의 방법을 사용한 경우는 국정 교과서 1종 및 검정 교과서 10종 모두로 나타났다. 각 교과서는 각기둥의 방법을 정의한 것과 유사한 방법으로 각뿔을 정의하였다. 이때 국정 교과서에서는 [그림 3], [그림 4]와 같이 외연적 정의 방법을 사용하여 각 도형의 모양이 가지는 특징을 직관적으로 파악하도록 하였다. 이는 해당 용어의 개념을 대표할 수 있는 사례를 통하여 정의하는 방법이다. 국정 교과서에서 제시한 것처럼 검정 교과서에서도 외연적 정의를 활용하여 각기둥과 각뿔을 정의하였으며 대부분 삼각기둥, 사각기둥, 오각기둥, 육각기둥 또는 삼각뿔, 사각뿔, 오각뿔, 육각뿔을 순서대로 제시하였다. 이는 해당 용어를 대표할 수 있는 예시를 선정하는 과정에서 집필진의 의견이 일치한 것으로 보인다.



[그림 3] 초등 수학 국정 교과서 내 각기둥의 정의(교육부, 2020, p.29)



[그림 4] 초등 수학 국정 교과서 내 각뿔의 정의(교육부, 2020, p.38)

도형의 정의에 활용된 도형의 예시를 분석하여 나타내면 [표 3]과 같다. 국정 교과서에서는 앞서 언급하였듯 각기둥을 정의하기 위하여 삼각기둥, 사각기둥, 오각기둥, 육각기둥을 제시하고 있으며 각뿔을 정의하기 위하여 삼각뿔, 사각뿔, 오각뿔, 육각뿔을 제시하고 있다. 검정 교과서에서는 각기둥을 정의하기 위하여 7개 교과서에서 동일하게 4종류의 도형 예시를 제시하고 있으며 3개 교과서에서는 삼각기둥, 사각기둥, 오각기둥의 예시를 제시하고 있다. 또한, 각뿔을 정의하기 위하여 6개 교과서가 4종류의 도형 예시를 제시하고

[표 2] 각기둥과 각뿔에 대한 정의 분석 결과

		국정	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
각기둥의 정의	내포적 방법		○	○			○	○		○	○	
	외연적 방법	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
각뿔의 정의	내포적 방법		○	○			○	○		○	○	
	외연적 방법	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

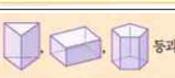
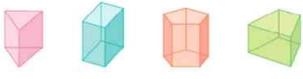
[표 3] 교과서에서 각기둥 및 각뿔의 정의와 함께 제시한 도형의 예시 분석 결과

도형의 예시	국정	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
삼각기둥	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
사각기둥	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
오각기둥	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
육각기둥	○	○	○	○	○	○	-	-	-	○	○
삼각뿔	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
사각뿔	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
오각뿔	○	-	○	○	○	○	○	○	○	○	○
육각뿔	○	○	○	○	○	○	-	-	-	○	○

있으나 1개 교과서에서는 삼각뿔, 사각뿔, 육각뿔, 3개 교과서에서는 삼각뿔, 사각뿔, 오각뿔을 제시하고 있다. 제시하는 도형의 개수나 종류 등의 차이가 있으나 공통적으로 3종류 이상의 도형 예시를 제시하여 학습자의 이해를 돕고 있다.

이외에도 검정 교과서에서는 집필진에 따라 외연적 방법과 내포적 방법을 함께 사용하는 경우가 나타났다. 총 10개의 검정 교과서 중 6개 교과서에서 외연적 정의 외에 내포적 정의를 함께 사용하였다는 것은 외연적 정의만으로는 해당 용어를 충분히 정의하기 어렵다는 의견이 반영된 것으로 보인다. 각기둥의 정의에서 내포적 방법을 병행하는 경우에는 각뿔의 정의에서도 동일한 방법을 사용하였다. 초등 수학 교과서에서 각기둥을 내포적 방법으로 정의한 교과서 본문 내용을 정리하면 [표 4]와 같다.

[표 4] 각기둥에 대한 내포적 정의

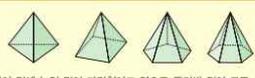
A	 등과 같이 서로 평행하고 합동인 두 면이 있는 입체도형을 각기둥이라고 합니다.
B	 등과 같이 두 면이 서로 평행하고 합동인 입체도형을 각기둥이라고 합니다.
E	 위의 그림과 같이 두 면이 서로 평행하고 합동인 다각형으로 이루어진 입체도형을 각기둥이라고 합니다.
F	 등과 같이 두 면이 서로 합동이고 평행한 다각형인 입체도형을 각기둥이라고 합니다.
H	<b>유의 사항</b> 각기둥을 알아봅시다. 아래와 같이 두 면이 서로 평행하고 합동인 다각형으로 이루어진 기둥 모양의 입체도형을 각기둥이라고 합니다. 
I	<b>학습하기</b>  등과 같이 모든 면이 다각형이고, 서로 평행한 두 면이 합동인 입체도형을 각기둥이라고 합니다.

내포적 방법을 사용하여 각기둥을 정의하는 경우 집필진의 의도에 따라 정의를 구성하는 문장의 내용이

각각 다르게 구성되었다. 예를 들어, A 교과서에서는 시각적 표현의 예시를 제시하면서 ‘서로 평행하고 합동인 두 면이 있는 입체도형’이라고 설명한다. E 교과서에서는 ‘두 면이 서로 평행하고 합동인 다각형으로 이루어진 기둥 모양의 입체도형’이라고 설명하였다. F 교과서의 경우 각기둥과 각뿔을 한 차시에서 함께 정의하였다.

초등 수학 교과서에서 각뿔을 내포적 방법으로 정의한 교과서 본문 내용을 정리하면 [표 5]와 같다.

[표 5] 각뿔에 대한 내포적 정의

A	 등과 같이 옆으로 둘러싸인 면이 모두 삼각형인 입체도형을 각뿔이라고 합니다.
B	 등과 같이 바닥에 놓인 면이 다각형이고, 나머지 모든 면이 삼각형이면서 한 점에서 만나는 입체도형을 각뿔이라고 합니다.
E	 위의 그림과 같이 밑에 놓인 면이 다각형이고 옆으로 둘러싸인 면이 모두 삼각형인 입체도형을 각뿔이라고 합니다.
F	 등과 같이 한 면이 다각형이고 다른 면은 모두 삼각형인 입체도형을 각뿔이라고 합니다.
H	<b>유의 사항</b> 각뿔을 알아봅시다. 아래와 같이 한 면이 다각형이고, 다른 면이 모두 삼각형인 뿔 모양의 입체도형을 각뿔이라고 합니다. 
I	<b>학습하기</b>  등과 같이 모든 면이 다각형이고, 뿔 모양의 입체도형을 각뿔이라고 합니다.

각뿔의 경우에도 외연적 정의 외에 내포적 정의를 함께 활용하는 경우 동일한 수학 용어를 설명하지만, 교과서 집필진의 의도에 따라 언어적 표현이 다르게 제시하는 경우가 나타났다. 예를 들어, B 교과서에서는 ‘밑에 놓인 면이 다각형이고 옆으로 둘러싸인 면이 모두 삼각형인 입체도형’이라고 각뿔을 설명한다. 반면, I 교과서에서는 ‘모든 면이 다각형이고, 뿔 모양의 입체도형’이라고 설명한다.

이처럼 정의에 활용된 언어적 표현의 차이는 교과서 집필진이 각기둥과 각뿔이라는 수학 용어를 설명하기 위하여 무엇을 강조하고 있는지 보여주는 척도이기도 하다. 동일한 개념을 설명하는 과정에서 강조하고자 하는 성질을 언어적으로 표현하고 있기 때문이다. 예를 들어, 내포적 방법으로 정의하였더라도 교과서에 따라 정의 내 ‘기둥 모양의’, ‘뿔 모양의’라는 표현이 등장하는 경우가 나타났으며 이는 학습자의 직관적인 이해를 돕기 위한 것으로 보인다. 동일한 개념을 정의하는 내용 및 방법이 각각 다르게 나타남을 인지하고 이해하여 수업을 설계하여야 한다.

**2. 각기둥과 각뿔 단원 내 시각적으로 표현된 예시 분석**

각기둥과 각뿔 단원에서는 도형과 관련된 수학 용어의 개념 이해를 돕기 위하여 다양한 형태의 시각적 표현을 제시하고 있다. 교과서 내 각기둥과 관련된 시각적 표현을 종류별로 분석한 결과는 [표 6]과 같다.

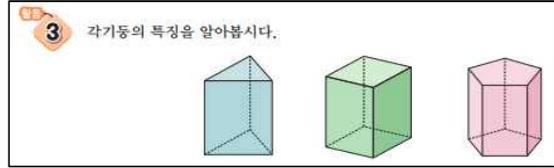
[표 6] 각기둥의 종류 분석 결과

각기둥의 종류	국정	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
삼각기둥	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
사각기둥	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
오각기둥	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
육각기둥	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
그 외	-	-	-	-	-	-	-	○	-	-	-

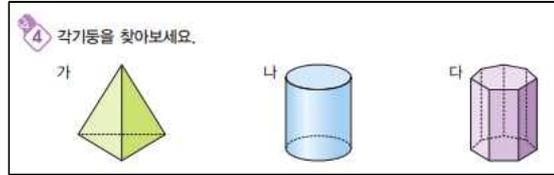
분석 결과, 국정 1종 및 검정 10종 교과서에서는 해당 용어에 대한 학습을 위하여 삼각기둥, 사각기둥, 오각기둥, 육각기둥 등을 제시하였다. 교과서에 따라 제시되는 개수나 모양, 형태 등에 차이가 있었으나 공통적으로 삼각기둥, 사각기둥, 오각기둥, 육각기둥의 모양을 제시하였다.

예를 들어, [그림 5]에 제시된 것과 같이 교과서 내에 제시되는 각기둥은 대부분 왼쪽부터 삼각기둥, 사각기둥, 오각기둥 등 점차 각기둥의 밑면에 위치한 다각형의 각의 수가 커지는 방향으로 제시된다. 이는 간단한 것부터 복잡한 것의 순서로 제시하려는 의도가 반영된 것처럼 보인다. 그중 [그림 6]과 같이 각기둥을 찾는 활동 중 칠각기둥을 제시한 경우도 나타났다. G 교과서에서는 각기둥을 찾는 활동의 예시로 삼각뿔,

원기둥, 칠각기둥을 제시하였다. 이는 의도적으로 학생들에게 수학적 다양성의 원리를 반영하여 다양한 예시를 제공함으로써 수학적 개념을 공고히 하려는 의도가 반영된 것으로 보인다.



[그림 5] 초등 수학 검정 교과서 활동 3번 (안병곤 외, 2023, p.38)



[그림 6] 초등 수학 검정 교과서 활동 4번 (신항균 외, 2023, p.27)

교과서에서 각기둥과 각뿔을 정의하는 과정에서 정의 방법이 내포적 또는 외연적 방법인 것과 별개로 입체도형의 밑면이 정다각형이어야 한다는 조건은 나타나지 않는다. 그러나 밑면이 정다각형이라고 한정하지 않았음에도 불구하고 여러 교과서에서 밑면이 정다각형인 각기둥과 각뿔을 제시하고 있다. 앞서 언급한 [그림 5]에서는 삼각기둥, 사각기둥, 오각기둥을 제시하고 있다. 이때 제시된 시각적 예시에는 특별한 정보가 제시되어 있지 않다. 사각기둥은 언뜻 보기에 정사각기둥처럼 보이지만 이 역시 확신하기 어렵다. 사각기둥의 밑면이 마름모나 평행사변형으로 이루어졌을 경우에도 겨냥도가 [그림 5]의 사각기둥처럼 나타내어질 수 있기 때문이다. 학생들은 5학년 교과서를 통하여 직육면체와 정육면체를 학습하였기 때문에 선형지식을 바탕으로 해당 그림이 평면에 나타내어진 겨냥도일지라도 밑면과 옆면이 수직일 것이라고 예상할 수 있으나 이 또한 확신할 수는 없다. 마찬가지로 삼각기둥과 오각기둥 밑면이 정다각형이라 확신할 수 없다.

이외에도 다음과 같은 경우가 나타날 수 있다. [그

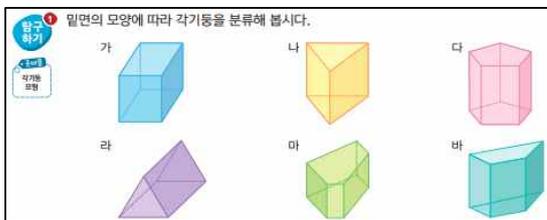
림 7]에 제시된 사각기둥은 관점에 따라 다양한 해석이 가능하다. 이는 입체도형이 평면에 구현되는 과정에서 원근의 왜곡이 발생하였기 때문이다. 밑면은 각각 사다리꼴, 직사각형, 정사각형으로 해석될 수 있다.



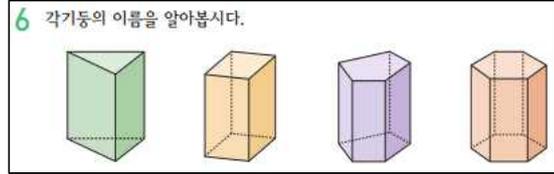
[그림 7] 초등 수학 검정 교과서 활동 6번 (강완 외, 2023, p.35)

이처럼 교과서에 제시되는 모형에서 모서리의 길이나 각의 직각 여부가 표시되지 않기 때문에 학생들은 해당 도형을 직관적으로 이해할 것을 요구받게 되며 각기둥의 개념 확립 중 오개념이 발생할 우려가 있다. 이러한 경우 발문이나 말풍선 등을 통하여 밑면의 모양을 언급하는 등의 도움을 추가하여 해당 도형에 대한 이해를 도울 수 있다.

동일한 오각기둥이라 하더라도 [그림 8]에서는 다오각기둥을 전형적인 형태로 제시한 것과 달리 마오각기둥에서는 밑면의 모양이 정오각형이 아닌 형태로 제시하고 있다. 이는 의도적으로 밑면의 모양이 다양한 다각기둥을 제시함으로써 더 다양한 모형을 제시하려 한 것으로 보인다. [그림 9]에서도 정오각형이 아닌 시각적 예시가 제시된다. 이러한 경우 다양한 형태의 오각기둥을 경험할 수 있으나 시각적 예시에 충분한 정보가 주어지지 않아 해당 개념이 온전히 자리 잡지 않은 학생에게 인지적 혼란을 초래할 수 있어 수업 중 교사의 추가적인 설명이나 안내가 필요할 수 있다.



[그림 8] 초등 수학 검정 교과서 활동 1번 (류희찬 외, 2023, p.36)



[그림 9] 초등 수학 검정 교과서 활동 6번(박교식 외, 2023, p.31)

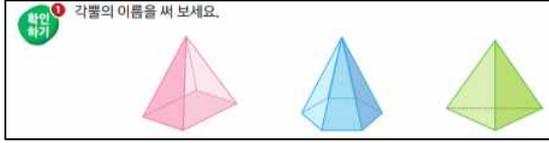
교과서 내 각뿔과 관련된 시각적 표현을 종류별로 분석한 결과는 [표 7]과 같다.

[표 7] 각뿔의 종류 분석 결과

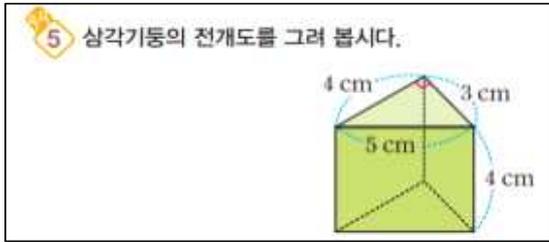
각뿔의 종류	국정	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
삼각뿔	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
사각뿔	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
오각뿔	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
육각뿔	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

각뿔의 경우 각기둥과 유사하게 삼각뿔, 사각뿔, 오각뿔, 육각뿔이 모든 교과서에서 제시되었으나 각기둥에서 칠각기둥을 제시한 것과 달리 칠각뿔, 팔각뿔 등의 도형이 등장하지 않았다. 또한, 각뿔의 경우, 밑면의 모양이 정다각형이 아닌 경우는 주로 삼각뿔과 사각뿔에 집중되어 있다. 각기둥과 관련된 차시에서 오각기둥의 밑면을 정오각형이 아닌 오각형으로도 제시한 것과 달리 각뿔과 관련된 차시에서는 오각뿔, 육각뿔의 경우 밑면의 모양을 정다각형과 유사한 형태가 등장하도록 구성하여 제시하였다.

[그림 10]에서는 배운 내용을 확인하기 위하여 각뿔의 이름을 쓰는 과정에서 사각뿔, 육각뿔, 삼각뿔을 제시한다. 이때 사각뿔의 밑면은 정사각형이 아닌 형태를 하고 있으며 삼각뿔 또한 밑면의 모양이 정삼각형이 아닌 형태로 보인다. 사각뿔의 밑면의 가로와 세로가 뚜렷하게 차이가 있어 정사각형이 아닌 형태임을 확신할 수 있으나, 그 외 각뿔 모형의 경우에는 밑면이 다각형이라는 것을 짐작할 수 있을 뿐이다. [그림 11]처럼 변의 길이를 제시하고 각에 직각 표시를 하는 경우도 있으나 이는 전개도를 그리기 위하여 구체적인 조건을 부여한 경우이다. 대부분의 시각적 예시가 직각 표시 없이 그려지며 이 경우 입체도형의 밑면 또는 옆면의 모양을 확신하기 어렵다.



[그림 10] 초등 수학 검정 교과서 확인하기 1번 (류희찬 외, 2023, p.48)



[그림 11] 초등 수학 검정 교과서 활동 5번(신항균 외, 2023, p.34)

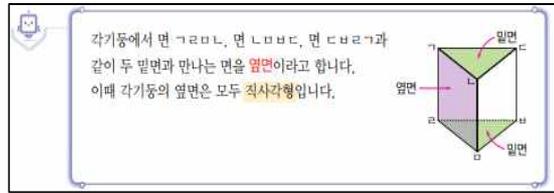
이처럼 밑면의 모양이 삼각형 또는 사각형인 경우가 다양하게 나타나는 것과 달리 다른 도형에서는 그 외의 경우가 다양하게 제시되지 않는 것에는 교과서에서 삼각형과 사각형의 경우 정다각형이 아닌 여러 가지 수학 용어를 학습하는 것이 영향을 미쳤을 거라 예상된다. 삼각형과 사각형의 경우 이등변삼각형, 정삼각형, 직각삼각형, 예각삼각형, 둔각삼각형, 직사각형, 정사각형, 사다리꼴, 평행사변형, 마름모를 사용하며 평면도형을 학습하는 과정에서 해당 개념에 알맞은 모형을 접하고 있으나 그 외 도형의 경우에는 이처럼 세분된 형태를 학습하지 않기 때문이다.

3. 그 외의 경우

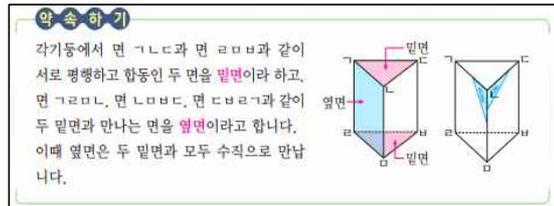
가. 직각기둥과 직각뿔의 경우

각기둥의 경우 교과서에 등장하는 모든 경우가 직각기둥인 것으로 나타났다. 이는 교과서에 등장하는 모형의 경우 옆면의 모서리가 평행하고 옆면의 모양이 직사각형인 것과 관련이 있다. 각기둥을 정의하기 위하여 내포적 정의 방법을 활용한 몇몇 교과서에서 [그림 12]와 같이 정의에서 옆면이 직사각형이라고 명시적으로 제시하는 경우와 [그림 13]과 같이 옆면이 두 밑면과 수직으로 만난다고 설명하는 경우도 나타났다.

이러한 경우를 통하여 초등수학 교과서에서는 외연을 의도적으로 한정하여 각기둥의 다양한 종류 중 직각기둥에 한정하여 제시하고 있음을 확인할 수 있다. 이는 학생들의 인지 수준 및 발달단계를 고려하여 제시되는 각기둥의 종류를 제한한 것으로 보인다. 이러한 경우 축소된 외연의 개념을 사용함으로써 학생들의 이해를 돕고 학습 과정을 단순화할 수 있다.

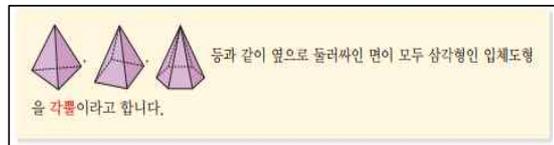


[그림 12] 초등 수학 검정 교과서 내 각기둥의 옆면의 정의 (강완 외, 2023, p.35)

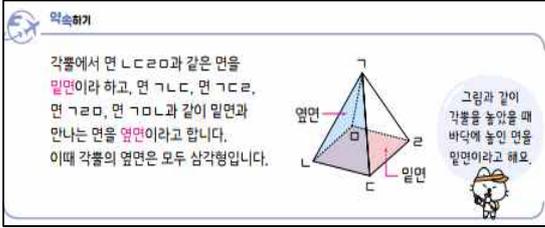


[그림 13] 초등 수학 검정 교과서 내 각기둥의 밑면과 옆면의 정의(류희찬 외, 2023, p.34)

몇몇 교과서에서는 각기둥의 정의에서 옆면이 직사각형이라고 제시했던 것과 달리 각뿔의 정의에서 [그림 14], [그림 15]와 같이 옆면이 삼각형이라고 언급한다. 이는 이등변삼각형이 아니라 삼각형이라고 언급함으로써 각뿔이 직각뿔이 아닌 형태로 그려지더라도 각뿔임을 의미하며 실제로 교과서 내 제시된 각뿔의 경우 직각뿔 여부를 확신할 수 없는 경우가 나타났다.

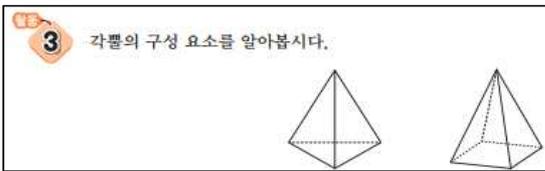


[그림 14] 초등 수학 검정 교과서 내 각뿔의 정의 (안병곤 외, 2023, p.44)

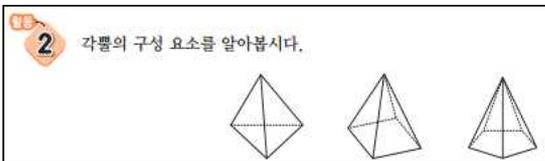


[그림 15] 초등 수학 검정 교과서 내 각뿔의 밑면과 옆면의 정의(한대희 외, 2023, p.41)

각뿔의 겨냥도를 살펴보았을 때 [그림 16]에 그려진 삼각뿔의 예시와 [그림 17]에 그려진 삼각뿔의 예시에는 확인 가능한 차이가 나타난다. [그림 16]에 제시된 삼각뿔과 사각뿔은 각각의 도형이 교과서의 지면과 수직 및 수평이 일치하며 각뿔의 꼭짓점이 어느 한쪽으로 치우치지 않아 육안으로 보았을 때 도형의 높이가 밑면과 수직일 것이라 판단할 수 있다. 반면, [그림 17]에 제시된 삼각뿔은 각뿔의 꼭짓점이 한쪽으로 치우쳐 있으며 사각뿔의 경우에도 해당 도형의 밑면이 정사각형인지 직사각형인지 마름모인지 확인하기 어렵다. 그러나 이러한 경우에도 교과서에서 제시하고 있는 각뿔의 정의에 부합한다. 이러한 예시를 통하여 교과서에서 직각기둥의 형태로 제한하고 있는 각기둥과 달리 각뿔의 경우 더 다양한 형태로 예시를 제시할 수 있는 가능성이 열려있음을 알 수 있다.



[그림 16] 초등 수학 검정 교과서 활동 3번 (안병곤 외, 2023, p.45)

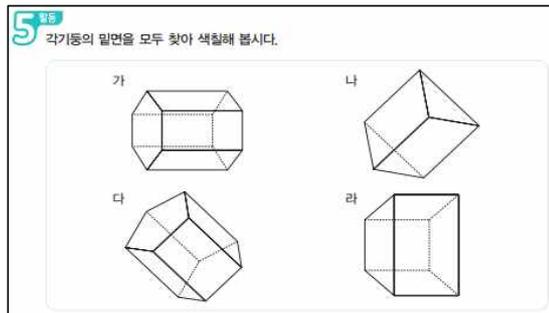


[그림 17] 초등 수학 검정 교과서 활동 2번 (안병곤 외, 2020, p.47)

나. 가상의 공간에 수직 및 수평으로 놓이지 않은 경우

교과서 지면은 2차원적 공간으로 입체도형의 경우 교과서에 겨냥도의 형태로 제시된다. 이러한 경우 교과서 내 모형은 가상의 공간에 놓여있게 된다. 가상의 공간이기에 실제보다 다양하게 그려질 수 있으나 일상 생활에서 경험하는 각기둥 또는 각뿔과 다른 방향으로 구현될 수 있다.

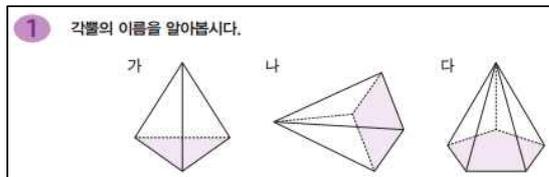
현실에서 학생들은 각기둥 또는 각뿔을 접하게 되지만 교과서에 현실에서의 것과 다르게 표현되는 경우가 나타났다. 이러한 경우는 개념의 도입 및 성질 탐구 차시 등에서 관찰되었다. [그림 18]에서는 삼각기둥, 사각기둥, 오각기둥, 육각기둥을 제시하고 있다. 이때 육각기둥은 면이 아닌 모서리가 아래로 가게 누워 있으며 삼각기둥과 오각기둥, 사각기둥의 경우 밑면의 모서리로 서 있는 것처럼 그려진다. 이때 이러한 도형은 가상의 지면에 밑면의 모서리 하나만이 닿아있으며 가상의 공간에 떠 있는 것처럼 표현되었음을 알 수 있다. 이는 수업 중 사용하는 입체도형 모형 등의 교구나 주변에서 접할 수 있는 물건에 질량이 있어 지면에 밑면 또는 옆면이 닿는 것과 차이가 있다.



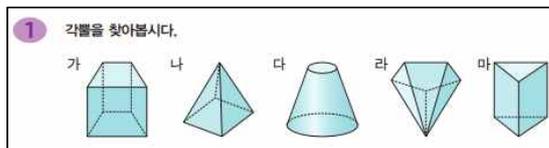
[그림 18] 초등 수학 검정 교과서 활동 5번 (김성여 외, 2023, p.34)

[그림 19]는 삼각뿔, 사각뿔, 오각뿔을 제시하고 있다. 이때 사각뿔을 제시하는 과정에서 해당 각뿔이 뒤집어져 꼭짓점으로 서있는 것처럼 표현하고 있다. 이는 같은 활동 내 제시된 삼각뿔과 오각뿔의 밑면이 지면에 닿아있는 것으로 그려지는 것과 대조된다. 현실 세계에서 각뿔 모형이 넘어져 있을 수는 있으나 이러한 경우에도 면이 바닥과 맞닿아있으며 [그림 19]와

같이 꼭짓점만 지면에 닿아있는 형태로 놓여있는 경우는 일반적이지 않다. [그림 20]에 제시된 도형 역시 일상적이지 않은 상황으로 표현되어 있다. 기호 라에 해당하는 오각뿔은 각뿔의 꼭짓점이 아래로 가고 밑면이 위로 오게 그려져 있다. 이는 주변에서 만나보기 어려운 상황이다.

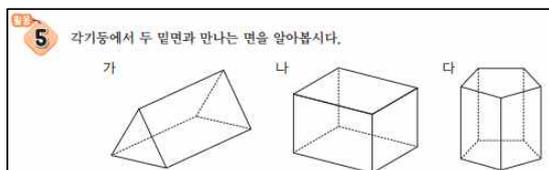


[그림 19] 초등 수학 검정 교과서 활동 1번 (박성선 외, 2023, p.45)



[그림 20] 초등 수학 검정 교과서 활동 1번 (박성선 외, 2023, p.43)

반면, [그림 21]에 제시된 각기둥의 예시와 같이 각기둥을 옆으로 눕혀 두어도 모서리가 아닌 면이 가상의 지면에 닿게 된다면 학생들이 일상생활에서 접할 수 있는 익숙한 장면으로 표현될 수 있다. 다양한 형태의 예시를 제시하는 것은 수학적 다양성의 원리(Dienes, 1971)에 부합하며 학생들의 이해를 도울 수 있으나 제시하는 상황을 고려하여 학생들에게 보다 익숙한 상황으로 제시한다면 학습자의 경험과 관련지어 개념 학습을 쉽게 도울 수 있을 것이다.



[그림 21] 초등 수학 검정 교과서 활동 5번 (안병곤 외, 2023, p.34)

## V. 결론

본 연구는 초등 수학 교과서에 제시된 각기둥과 각뿔 단원 내 수학적 개념의 정의와 시각적으로 표현된 예시를 분석하여 입체도형의 지도와 관련된 교수학적 시사점을 제시하고자 하였다. 분석 결과를 바탕으로 한 결론 및 시사점은 다음과 같다.

첫째, 각 교과서 집필진의 의도에 따라 다양한 방법으로 각기둥과 각뿔이 정의되었음을 인지하고 각 정의 방법의 특성을 고려하여 수업을 설계할 필요가 있다. 국정 교과서에서 외연적 방법으로 네 가지 시각적 예시를 통하여 각기둥과 각뿔을 정의한 것과 달리 검정 교과서에서는 10종 중 6종의 교과서에서 외연적 방법과 내포적 방법을 병행하여 각기둥과 각뿔을 정의하고 있다. 이는 모든 교과서에서 3종류 이상의 예시를 제시하고 있음에도 불구하고 예시만으로는 해당 용어의 성질을 적절하게 설명하기 어려울 것이라는 의도가 반영된 것으로 보인다. 이때 동일한 대상인 각기둥과 각뿔을 정의하는 과정에서 내포적 정의가 다르게 표현되었음에 주목할 필요가 있다. 수학 교과서에 등장하는 수학 용어의 정의가 다양하게 제시되는 것은 교과서 저자나 교사들이 해당 개념의 정의로 선택할 수 있는 폭이 넓다는 것을 의미하며 곧 선택된 정의 사이에 인지적 수준 차이가 나타날 수 있다는 것을 보여준다(조영미, 2022). 따라서 교과서의 정의 방법의 내용과 특성을 이해하여 학생들에게 수학적 개념을 더욱 명료하게 전달할 필요가 있다. 개별 학습자의 특성과 필요를 고려하여 교과서 지면의 한계를 보완할 수 있는 추가적인 예시를 제시하거나 교과서의 언어적 표현을 더 자세하게 재서술하는 등 해당 용어의 정의를 효과적으로 설명하여야 한다.

둘째, 각기둥과 각뿔의 학습 과정에서 입체도형의 학습 계열성을 고려하여 정의 및 시각적 표현의 예시를 일관성 있게 구성하여야 한다. 각기둥과 각뿔 단원은 직육면체를 학습한 뒤 이어지는 단원이며 원기둥과 원뿔, 구 단원과 밀접하게 관련되어 있다. 학생들은 직육면체와 관련된 선행지식을 가지고 있으며 이는 곧 각기둥의 학습으로 이어진다. 심지어 교과서에 제시된 사각기둥 모형 중 몇몇은 직육면체와 유사하게 구성되어 있다. 후속 단원인 원기둥과 원뿔 또한 선행 단원

인 각기둥과 각뿔과 밀접하게 관련되어 있다. 교과서 집필시 연계되는 단원 간 입체도형의 정의 방법을 일관성 있게 구성하고 정의의 학습을 위하여 제시되는 입체도형의 종류와 형태 또한 신중하게 구성하여 선행 지식과 새로 학습하는 내용이 자연스럽게 연결되도록 의도할 수 있다.

셋째, 교과서에 입체도형의 예시를 제시할 때 차시 순서 및 구성을 고려하여 접근하여야 한다. 현행 교과서에서는 출판사별 차시 구성에 따라 입체도형의 예시를 다양한 형태로 제시하고 있다. 이때 각각의 입체도형 예시는 크기나 개수, 색깔 등의 외형적인 부분을 제외하더라도 밑면이 어떤 다각형으로 구성되어 있는지 지면과 수평인지 등에 따라 각각 다른 의도를 가지고 표현된다. 밑면이 정다각형인 직각기둥 및 직각뿔처럼 모든 교과서에 보편적으로 제시되고 있는 예시도 있었으나 익숙하지 않은 형태로 표현된 예시도 나타났다. 교과서에서 예시를 제시하는 방법은 교사의 교수 내용이나 방법뿐만 아니라 궁극적으로 학생들의 개념 이해에 영향을 미친다(박만구, 2010). 따라서 차시 목표 및 구성에 따라 크기, 높이 등 예시의 다양성을 확보하되 용어의 도입 차시에서 전형적인 형태의 예시를 제시하거나 말풍선 등을 통하여 해당 예시에 대한 설명을 보완하는 등 개념 이해를 도울 수 있도록 구성할 필요가 있다. 즉, 개념 학습이 시작되는 차시에서 친절하게 접근하여 직관적인 수학적 개념의 이해를 의도한 뒤 점차 다양하고 복잡한 형태의 예시를 제시하는 방향으로 접근하여야 한다. 이후 수학 교과서의 특화 차시나 단원평가, 자학자습용 교재인 수학 익힘, 또는 교사가 수업 중 추가로 제시하는 예시 등을 통하여 더 다양한 예시를 제공함으로써 학습한 개념을 더 깊게 이해하고 적용할 수 있도록 심화, 발전할 수 있을 것이다.

넷째, 입체도형의 예시를 제공할 때 일상생활에서 경험할 수 있는 형태로 제시할 필요가 있다. 학생들이 궁극적으로 학습해야 하는 수학적 개념은 추상적일 수밖에 없으므로 학생들의 경험에서 더욱 익숙하고 구체적인 사례들을 사용해야 한다(박만구, 2010). 분석 결과, 교과서 내 제시된 입체도형의 예시 중에는 입체도형이 모서리나 꼭짓점으로 서 있는 등 쉽게 경험하기 어려운 형태로 표현된 예시가 나타났다. 입체도형은 일상생활과 밀접하게 관련되어 있는 개념이다. 다양

하게 표현된 예시를 제시함으로써 학생들의 개념을 심화할 수 있겠으나 학생들의 발달단계 및 인지 수준을 고려하여 도형의 예시가 제시되는 방식까지 고려할 필요가 있다. 입체도형을 세워두지 않고 눕히거나 위와 아래가 뒤집어진 모습으로 표현하더라도 무중력상태에서 있는 것이 아니라 일상생활에서 가능한 모양으로 가상의 바닥에 면이 맞게 나타내어 학생들이 일상생활에서 획득한 개념과 새롭게 학습한 개념이 자연스럽게 연결될 수 있도록 유도하여야 한다. 만약 도형을 일상과 다른 각도에서 살펴보고자 한다면 가상의 공간에서 상하좌우를 살펴볼 수 있는 공학 도구 등을 활용하여 이러한 측면을 보완할 수 있을 것이다.

다섯째, 교과서 지면에 겨냥도의 형태로 구현된 입체도형 예시의 한계를 인정하고 다양한 활동을 통하여 보완할 필요가 있다. 입체도형을 교과서 지면에 구현하는 과정에서 겨냥도에 원근이 반영되기 때문에 입체도형의 왜곡이 발생할 수 있다는 한계가 있다. 학습자가 학습에서 예시를 통해 수학적 개념을 확실히 알고 이를 바르게 적용하기 위해서는 교사의 역할이 중요하다(이지혜 외, 2013). 교과서에서 이런 문제점을 개선하는 것은 현실적으로 쉽지 않지만 이러한 문제점이 있다는 것을 초등교사들이 미리 알고 있을 필요가 있다(권석일, 박교식, 2011). 학생들의 인지 수준 및 발달 단계를 고려하여 교과서 지면에 표현된 입체도형이 실제로 어떠한 입체도형을 가리키는지 파악하고 특징을 이해할 수 있도록 교과서 외 다양한 교구나 실물 모형 등을 활용하여 수업을 지도할 필요가 있다. 교과서의 시각적 표현을 관찰하는 것에서 더 나아가 입체도형 교구나 구체물을 활용하여 학생들이 입체도형을 직접 만져보고 다양한 각도에서 활용하거나 찰흙이나 종이 등을 활용하여 만들어 볼 수 있다. 현실적 제약이 있다면 알지오메스 등 수학탐구용 소프트웨어를 활용하여 입체도형을 다양하게 경험하도록 안내할 수 있다. 초등 교육과정에서 도형의 내심, 외심, 무게 중심 등을 다루지 않기 때문에 해당 교육과정 내에서 학생들의 수학적 개념을 공고하게 하기 위하여 보다 체계적인 수업의 설계가 요구된다.

## 참 고 문 헌

- 강완, 백석운, 전인호, 이경화, 김연, 이미연, 윤동선, 백중숙, 강태석, 송정환, 이정, 도주원, 이주영, 김태완, 김봉준, 정희선, 김경미, 권혜현, 조형미, 임다원, 이정은, 이윤경(2023). 수학 6-1. 대교출판. 교육부(2022). 수학과 교육과정. 교육부 고시 제 2022-33호 [별책 8]
- 교육부(2020). 수학 6-1. 비상교육.
- 권석일, 박교식(2011). 우리나라 초등학교 수학 교과서에서의 입체도형 관련 지도 내용에 대한 분석과 비판. 수학교육학연구, 21(3), 221-237.
- 김성여, 강언진, 강요한, 고창수, 김보현, 김아롱, 노시현, 박소연, 박용준, 박희정, 송정아, 안효은, 이대현, 정선혜, 정유화, 황윤정(2023). 수학 6-1. 아이스크림.
- 김수미, 정은숙(2005). 범례 제시를 통한 도형 개념 지도 방안. 수학교육학연구, 15(4), 401-417.
- 류희찬, 유현주, 이종영, 조영미, 탁병주, 최인숙, 정미진, 이환규, 전종호, 김광식, 이경선, 박순덕, 김경희, 원선희, 선종희, 김백균, 이영배, 김종욱, 김해동, 장연지, 나미연, 김은미, 박순희, 서우림, 윤현철, 김유리(2023). 수학 6-1. 금성출판사.
- 박교식, 정영옥, 고정화, 권석일, 남진영, 박진형, 송상현, 임재훈, 김양권, 최종현, 고준석, 권창진, 노현호, 박재현, 이승은, 이유나, 이유지, 이윤아, 이정은, 임수정, 정유경, 조남경, 조수경, 최경아, 최혜윤, 한은혜, 황지남, 김국남, 김소영, 이효경, 최혜경(2023). 수학 6-1. 두산동아.
- 박만구(2010). 초등 수학교과서의 삼각형의 개념에 대한 예 공간의 분석. 한국학교수학회논문집, 13(1), 143-161.
- 박성선, 류성립, 김상미, 권성룡, 김남균, 강호진, 김경탁, 김보경, 김영진, 김용성, 김응관, 성창근, 오혜진, 이명희, 정인수, 최병훈, 최주영(2023). 수학 6-1. YBM.
- 신향균, 김태환, 김리나, 정나영, 최혜령, 황혜진, 서형주, 김숙현, 김현미, 남미선, 박재환, 조웅래, 최하철, 김승희, 문행운, 홍혜원, 임연주(2023). 수학 6-1. 비상교육.
- 안병곤, 나귀수, 김민경, 이광호, 류현아, 최지선, 조진우, 김남준, 정연숙, 박은정, 허지연, 황창훈, 문은혜, 손태권, 추성엽, 장송이, 정소영, 김주창, 윤재원, 정은희, 차은경(2023). 수학 6-1. 두산동아.
- 이지혜, 손희림, 김성경(2013). 중학교 1학년 교과서에서 다각형에 관한 예 분석. 학교수학, 15(4), 743-758.
- 조영미, 박하나(2011). 각기둥의 정의 만들기에 관한 지도 사례 연구-초등학교 5학년을 대상으로. 한국초등수학교육학회지, 15(2), 317-332.
- 조영미(2022). 초등학교 수학 교과서 변천에 따른 각기둥의 정의에 관한 고찰. 초등수학교육, 25(1), 1-17.
- 최창우(1997). van Hiele 모델에 의한 기하학적 사고력 개발에 관한 연구 (0 수준과 1 수준의 조작활동 중심으로). 초등수학교육, 1(0), 59-71.
- 한대희, 고은성, 조형미, 한상희, 이희석, 신희영, 이자미, 문석현, 서현진, 김나라, 김가영, 김태범, 임훈택, 박이서로, 황은지, 오민영(2023). 수학 6-1. 천재교육.
- Delice, A., Ertekin, E., Yazici, E., & Aydin, E. (2009). Preservice primary teachers' three dimensional thinking skills. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 1(1), 2666-2672.
- Dienes, Z. P. (1960). *Building up mathematics*. Hutchinson.
- Dorier, J.-L., Gutiérrez, Á. & Strässer, R. (2004). Geometrical thinking. In M. A. Mariotti (Ed.), *Proceedings of the third conference of the European Society for Research in Mathematics Education*. Bellaria, Italia: Università di Pisa.
- Marchis, I. (2012). Preservice primary school teachers' elementary geometry knowledge. *Acta Didactica Napocensia*, 5(2), 33-40.

## **Analysis of the definition and visual representation of the prisms and pyramids**

**Kang, Yunji**

Seoul Hongyeon Elementary School

E-mail : angie0718@sen.go.kr

This analysis was intended to present pedagogical implications related to the guidance of solid figures in elementary mathematics textbooks. The definitions of mathematical concepts and visually represented examples presented in the prism and pyramid units were analyzed. As a result of the analysis, differences were observed in both the method and content of defining mathematical concepts, even though the same curriculum was reflected. Additionally, various forms of visual examples were provided during the learning process of prisms and pyramids. Based on the results of this analysis, it is necessary to understand the definition of mathematical concepts and to teach students in an appropriate manner, considering the goals of each session and the objectives of the activities involved in presenting visual examples.

---

\* 2000 Mathematics Subject Classification : 97U20

\* Key Words : prism, pyramid, solid figures, definition, visual representation