Research Paper

Journal of Aerospace System Engineering
Vol.18, No.2, pp.1-11 (2024)

EISSN 2508-7150
http://dx.doi.org/10.20910/JASE.2024.18.2.1

협업 유도탄 간 상대 충돌 각 제어 임무에서 통신 구조에 따른 유도기법의 영향 분석

고효상[1] · 이단일[2] · 이명화[1] · 최한림[1,†]

[1]한국과학기술원
[2]국방과학연구소

Analysis of Guidance Laws for Impact Angle Control Mission of Cooperative Missiles Based on Communication Structure

Hyosang Ko[1], Danil Lee[2], Myunghwa Lee[1] and Hanlim Choi[1,†]

[1]Korea Advanced Institute of Science and Technology
[2]Agency for Defense Development

Abstract

This paper applies a relative impact angle control guidance law to a communication-based multi-missile network system with uncertainties and disturbances. The multi-missile network system is represented as a transitive reduction directed acyclic graph. Furthermore, this paper introduces both centralized and decentralized guidance laws based on the graph's structure. The relationship between these guidance laws is analyzed by comparing them based on the communication structure and the presence of system noise. To analyze the effects of decentralized optimal cooperative guidance law, this paper assumes uncertainty in missile dynamics and predicted impact point information for the relative impact angle control mission. Monte Carlo simulations are conducted for various mission environments to analyze the impact of communication and its structure on the system.

초 록

정보공유 기반의 네트워크 협업 유도탄에 대한 상대 충돌 각 유도기법을 불확실성과 외란이 존재하는 시스템에 적용했다. 협업 유도탄 시스템은 전이 축소 방향성 비순환 그래프로 표현되며, 그 구조에 따라 유도된 중앙집권형 및 분산형 유도기법을 소개했다. 또한, 소개된 유도기법을 유도탄의 통신 구조와 시스템 잡음 유무에 따라 비교하여 그 관계를 분석했다. 상대 충돌 각 제어 임무에서 분산형 정보공유 유도기법의 효과를 분석하기 위해 시스템 동역학에 잡음이 포함된 다수의 유도탄이 불확실성이 포함된 예상 요격 위치에 유도되는 상황을 가정하였다. 다양한 임무 환경에 대해 몬테카를로 시뮬레이션을 수행하였으며, 이를 통해 정보공유의 유무와 구조가 시스템에 미치는 영향을 분석했다.

Key Words : Midcourse Guidance(중기유도), Cooperative Guidance(협업 유도), Networked Team System Model(네트워크 협업 시스템 모델), Decentralized Optimal Cooperative Guidance(분산형 최적 협업 유도)

1. 서 론

최근 미사일 발사체계의 발전으로 고고도까지 전장 환경이 확대되고 이를 이용한 고속 이동표적이 실질적인 위협이 되고 있다. 고고도의 고속 이동표적을 요격하는 대공 교전 상황에서, 원거리 표적을 추적하는 지상 레이더의 성능은 급격히 저하되고, 이에 따라 예상 요격 위치 예측 오차 및 표적 정보에 대한 추정 오차는 크게 발생하게 되는데, 이는 고속 이동표적에 대한 명중률 저하를 불가피하게 유발한다. 위와 같은 한계성을 극복하기 위한 레이더 체계의 발달과 유도탄 탐색기, 센서 등의 요격체계 발달에도 불구하고 종말유

Received: Oct. 11, 2023 Revised: Feb. 13, 2024 Accepted: Feb. 14, 2024
† Corresponding Author
Tel: +82-42-350-3767, E-mail: hanlimc@kaist.ac.kr
Ⓒ The Society for Aerospace System Engineering

도 단계에서 상대적으로 제한적인 작은 기동력과 시·공간적 짧은 종심을 가지는 탐색기 기반 단일 요격체만의 운용으로는 위와 같은 극한상황을 극복하고 정밀 요격을 하는 목적을 달성하기는 매우 어려운 문제이다.

따라서 이러한 문제를 해결하고 고고도로 이동하는 고속 표적을 타격하는 효과적인 상층방어 임무를 수행하기 위해 다수의 요격체가 활용되고 있는데, 미 미사일 방어국 MDA(Missile Defense Agency)의 MORV(Multi-Object Kill Vehicle)나 이스라엘 항공우주산업의 AWS(Arrow Weapen System)가 대표적이다. 두 체계 모두 다수 유도탄 팀의 협업을 활용하여 탄도탄 방어시스템을 구성하고, 화력과 요격 성능 개선을 위한 무기 체계로 발전하고 있다. 위와 같은 시스템을 구성하기 위해 극초음속 미사일 방어체계에 관한 연구나[1] 중앙집권형 및 분산형 통신 토폴로지를 결합하여 단일 목표를 공격하는 형태[2], 다수 미사일의 충돌 시간 합의 문제를 통해 해결하는 방식으로 유도하는 방법[3], 정보공유를 통한 충돌 방지 협력 유도 법칙[4] 등 유도탄의 정보 기반 유도기법에 관한 많은 연구가 진행되고 있다. 특히 유도탄 간 최적의 상대 충돌 각을 유지하는 것은 요격 성공률에 큰 영향을 주기 때문에[5], 이러한 협업 유도 법칙에 관한 연구의 필요성이 더욱 커지고있다.

이를 위해 본 논문에서는 협업 유도탄의 상대 충돌 각 제어 임무에서 통신 구조에 따른 유도기법의 영향을 분석하며 이후 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 협업 유도탄을 표현하기 위한 기본적인 그래프 이론을 소개하고 그를 이용하여 네트워크 협업 시스템을 모델링한다. 3장에서는 이를 이용하여 유도된 중앙집권형 및 분산형 유도기법을 소개하며 이를 가상의 임무에 적용하여 시뮬레이션한 결과를 4장에서 제시한다. 이를 바탕으로 통신 구조에 따라 적용되는 유도기법이 임무에 미치는 영향을 5장에서 도출한다.

2. 이론적 배경

2.1 전이 축소 방향성 비순환 그래프

본 연구에서는 협업 유도기법이 정보공유의 개념을 포함하게 하도록 각각의 아군 유도탄을 하나의 노드로, 유도탄 간의 정보공유를 노드 간의 엣지로 표현하여 노드의 집합 V와 엣지의 집합 E를 하나의 그래프 $G=(V,E)$로 표현하는 기법을 적용했다.

이때 엣지의 방향성 유무, 노드 간의 연결 형태에 따라 시스템의 특성이 달라진다. 엣지의 방향성이 없어 연결된 노드 간 양방향의 정보공유가 가능하면 해당 노드는 같은 정보를 가지게 되며 모든 노드가 방향성이 없는 엣지로 연결되면 이는 각각의 유도탄이 전체 시스템에 대한 동일한 정보를 가지고 있는 것을 의미한다.

본 논문에서는 다양한 형태의 그래프 중 전이 축소(transitive reduction) 방향성 비순환 그래프 (DAG : directed acyclic graph) 형태를 적용했다. 방향성 그래프에서 전이 축소란 임의의 그래프 $G=(V,E)$에 대해 기존의 엣지 E에 속하는 $E_{tr} \subseteq E$이 존재하여 노드 간의 도달 관계를 유지하면서 최소한의 엣지만 유지하도록 하는 변환 과정이다. 이를 통해 노드 간의 관계는 엣지의 누적된 관계로 정의되도록 했으며, Fig. 1과 같이 노드 1과 4, 노드 2와 3은 직접적으로 연결되어 있지 않지만, 노드 4는 노드 2 또는 3을 통해 노드 1과 간접적으로 연결되어 정보를 공유받을 수 있음을 의미한다.

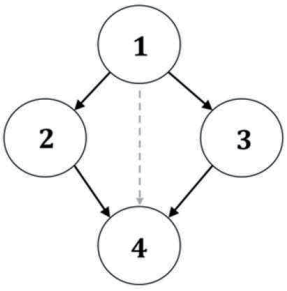

Fig. 1 Example of transitive reduction DAG

이때 노드 간의 관계를 부모(ancestor)와 자식(descendant)으로 표현할 수 있으며, 위의 그래프에서 노드 2의 자식 노드는 $\mathbf{2}^{\downarrow}=\{2,4\}$, $\mathbf{2}^{\downarrow\downarrow}=\{4\}$, 부모 노드는 $\mathbf{2}^{\uparrow}=\{1,2\}$, $\mathbf{2}^{\uparrow\uparrow}=\{1\}$와 같이 나타내진다. 또한 직간접적으로 연결된 노드들을 하나의 팀으로 생각할 수 있으며 위의 예제에는 두 개의 팀 $\{1,2,4\}$, $\{1,3,4\}$이 존재한다.

이렇게 정의된 그래프는 아래와 같이 노드 j에서 노드 i로의 연결 관계가 존재할 때 특정 값을 가지도록 하여 노드들의 연결 관계를 나타내는 인접행렬이 존재한다.

$$\boldsymbol{S}_{ij}=\begin{cases}\boldsymbol{S}_{ij}\,\text{if}\,j\rightarrow i\\ \boldsymbol{0}\quad otherwise\end{cases} \tag{1}$$

Figure 1의 그래프에 대한 구조행렬은 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}_{11} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{A}_{21} & \boldsymbol{A}_{22} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{A}_{31} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{A}_{33} & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{A}_{41} & \boldsymbol{A}_{42} & \boldsymbol{A}_{43} & \boldsymbol{A}_{44}\end{bmatrix} \tag{2}$$

이때 대각성분을 제외하고 모두 $\boldsymbol{0}$의 값을 가지는 구조행렬은 $\boldsymbol{S^I}$로 표현한다. 또한, 같은 크기의 임의의 구조행렬 $\boldsymbol{S}$와 $\boldsymbol{S'}$이 존재할 때, $i\neq j$이고 $\boldsymbol{S'_{ij}}=\boldsymbol{0}$, $\boldsymbol{S}_{ij}\neq\boldsymbol{0}$인 임의의 i와 j가 존재하면 $\boldsymbol{S'}\sqsubset\boldsymbol{S}$로 표현할 수 있어 임의의 구조행렬 $\boldsymbol{S}$는 $\boldsymbol{S^I}\sqsubseteq\boldsymbol{S}$를 만족한다. 또한 $\boldsymbol{S}$와 같은 크기를 가지는 임의의 행렬 $\boldsymbol{A}$가 $\boldsymbol{S}_{ij}=\boldsymbol{0}$일 때 $\boldsymbol{A}_{ij}=\boldsymbol{0}$이면 $\boldsymbol{A}\in\boldsymbol{S}$로 표현한다.

2.2 네트워크 협업 시스템 모델링

Equation 3과 같이 상태변수 $\boldsymbol{x}_i$와 입력 $\boldsymbol{u}_i$, 관측값 $\boldsymbol{y}_i$를 가지는 단일 선형 시스템 i가 있다고 둘 수 있다.

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{x}}_i&=\boldsymbol{A}_i\boldsymbol{x}_i+\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{u}_i\\ \boldsymbol{y}_i&=\boldsymbol{C}_i\boldsymbol{x}_i\end{aligned} \tag{3}$$

이때 $\boldsymbol{A}_i,\boldsymbol{B}_i,\boldsymbol{C}_i$는 i의 시스템을 표현하는 행렬로 위 식은 단일 시스템에 대한 경우로 볼 수 있다. 만약 n개의 시스템이 각각 구조행렬로 $\boldsymbol{S}$를 가지는 transitive reduction DAG의 한 노드로 구성된 형태라면 각각의 시스템은 그와 연결된 노드에 해당하는 시스템과 정보공유를 포함한 영향을 주고받게 된다. 각각의 영향이 위와 같은 선형 시스템으로 표현된다고 가정하면 전체 시스템은 Eq. 4처럼 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned}&\dot{\boldsymbol{X}}=\boldsymbol{A}\boldsymbol{X}+\boldsymbol{B}\boldsymbol{U},\qquad \boldsymbol{Y}=\boldsymbol{C}\boldsymbol{X}\\ &\boldsymbol{X}=[\boldsymbol{x}_1^T,\boldsymbol{x}_2^T,\ldots\boldsymbol{x}_n^T]^T,\ \boldsymbol{U}=[\boldsymbol{u}_1^T,\boldsymbol{u}_2^T,\ldots\boldsymbol{u}_n^T]^T\\ &\boldsymbol{Y}=[\boldsymbol{y}_1^T,\boldsymbol{y}_2^T,\ldots\boldsymbol{y}_n^T]^T\end{aligned} \tag{4}$$

이때 특정 노드 i에 대한 시스템 모델은 Eq. 5와 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{x}}_i(t)&=\sum_{j=i^{\uparrow}}\boldsymbol{A}_{ij}\boldsymbol{x}_j(t)+\sum_{j=i^{\uparrow}}\boldsymbol{B}_{ij}\boldsymbol{u}_j(t)\\ \boldsymbol{y}_i(t)&=\sum_{j=i^{\uparrow}}\boldsymbol{C}_{ij}\boldsymbol{x}_j\end{aligned} \tag{5}$$

여기서 $\boldsymbol{A}_{ij},\boldsymbol{B}_{ij}$는 시스템 동역학과 제어입력에 의한 영향을, $\boldsymbol{C}_{ij}$는 정보공유 그래프를 따라 전달되는 측정값을 의미하여 각 노드 i에서 사용할 수 있는 정보는 Eq. 6과 같이 정의한다.

$$\boldsymbol{i}_i=\begin{bmatrix}\boldsymbol{y}_{\boldsymbol{i}^{\uparrow\uparrow}}\\ \boldsymbol{y}_i\end{bmatrix} \tag{6}$$

3. 정보공유 기반 협업 유도기법

3.1 협업 유도탄 임무 정의

본 논문에서 고려한 유도탄과 표적의 상대 기하는 Fig. 2와 같다[6].

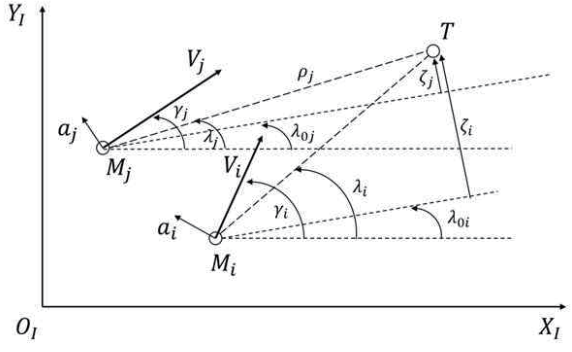

Fig. 2 Planar Engagement Geometry of Missiles and Target.

협업 유도탄은 하나의 표적을 효과적으로 요격하기 위해 각 유도탄 간 상대 충돌 각을 제어하는 것을 목표로 하며, 상대 충돌 각은 각각 V_i의 속력을 가진 유

도탄 M_i이 종말 시간 t_f에 예상 요격 위치(PIP : Predicted Intercept Point)인 표적 T에 도달할 때의 비행경로각 γ의 차이이다. 이때 λ는 시선각, ρ는 유도탄과 표적 간 상대 거리, a는 각 유도탄의 가속도 명령, λ_0는 초기 유도탄 선형화 좌표, 그리고 ζ는 선형화 좌표에서의 유도탄과 표적 간의 수직거리를 의미한다.

위와 같이 선형화된 기준 좌표계에서 상대 충돌 각을 제어하기 위해 각 유도탄에 대해 유도입력이 없을 때 종말 시간에서의 표적과의 상대 거리(ZEM : zero effort miss)와 유도입력이 없을 때 종말 시간에서의 표적과의 상대 각도(ZEA : zero effort angle)의 개념을 도입할 수 있으며 그에 대한 정의는 아래 식과 같다.

$$\frac{d}{dt}ZEM_i(t) = -k_i u_i (t_{f_i} - t) \tag{7}$$

$$\frac{d}{dt}ZEA_i(t) = u_i / V_i \tag{8}$$

여기서 $k_i = \cos(\gamma_i - \lambda_0)$로 선형화 기준 좌표로 회전 변환을 의미한다. 이를 바탕으로 선형화 기준 좌표계에서 3 자유도로 모델링 된 유도탄의 상태변수는 Eq. 9와 같다.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{x}_i &= [\zeta_i \dot{\zeta}_i \gamma_i]^T \\ \dot{\zeta}_i &= -k_i u_i \\ \dot{\gamma}_i &= u_i / V_i \end{aligned} \tag{9}$$

이때 시스템 외란을 제외한 각 유도탄의 상태방정식은 Eq. 10과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{x}}_i &= \boldsymbol{A}_i x_i + \boldsymbol{B}_i u_i \\ \boldsymbol{A}_i &= \begin{bmatrix} 0\,1\,0 \\ 0\,0\,0 \\ 0\,0\,0 \end{bmatrix},\ \boldsymbol{B}_i = \begin{bmatrix} 0 \\ -k_i \\ 1/V_i \end{bmatrix},\ u_i = a_i \end{aligned} \tag{10}$$

3.2 중앙집권 정보공유 유도기법

앞 절의 시스템 상태방정식을 앞장의 네트워크 협업 시스템 모델링 기법에 적용하면 유도탄 간 네트워크 협업 시스템을 모델링할 수 있다. 우선 1부터 n까지의 각 협업 유도탄에 대해 ZEM과 ZEM이 정의되어 Eq. 11과 같이 하나의 벡터로 표현되면 n개 유도탄이 상대 각도를 유지하며 표적을 요격하는 임무에 대한 목적함수는 Eq. 12와 같이 표현할 수 있다.

$$\boldsymbol{Z} = [ZEM_1, ..., ZEM_n, ZEA_1, ..., ZEA_n]^T \tag{11}$$

$$\begin{aligned} J = &\sum_{i=1}^{n} a_i Z_i^2(t_{f_i}) \\ &+ \sum_{i=1}^{n-1} b_i (Z_{n+i}(t_{f_i}) - Z_{n+i+1}(t_{f_{i+1}}) - \Delta_i)^2 \\ &+ \sum_{i=1}^{n} \int_{t_0}^{t_{f_i}} u_i^2 dt \end{aligned} \tag{12}$$

목적함수의 첫 번째 항은 각 유도탄의 ZEM을 최소화하기 위함이며, 두 번째 항은 유도탄 간의 상대 충돌 각을 Δ_i로 제어함을 의미한다. 마지막으로 전체 유도탄의 에너지 효율을 고려하여 세 번째 항이 추가되어있다. 이때 Eq. 10과 같이 각 유도탄의 동역학 시스템이 지연 없이 이상적으로 동작하고 각자 자신의 상태를 정확하게 관측한다고 가정하며, 전체 팀 간의 정보가 공유되는 중앙집권형 형태를 가질 때, 본 문제에 대한 최적해는 아래와 같이 존재함이 알려져 있다[7].

$$\begin{aligned} u_i(t) = &\sum_{j=1}^{n} \frac{N_{Z_j}^i}{tgo_i} Z_j(t) \\ &+ \sum_{j=1}^{n-1} N_{\Delta Z_{n+j}}^i \frac{V_i}{tgo_i} \Delta Z_{n+j}(t) \end{aligned} \tag{13}$$

여기서 t_{go}는 현재 위치부터 목표물에 도달할 때까지의 예상 시간으로 목표까지 남은 직선거리를 유도탄의 속력으로 나누어 계산한다. 계산된 t_{go}는 유도탄의 전반적인 궤적에서 제어입력에 영향을 주며, 표적과 유도탄의 현재 상태에 따라 동적인 제어입력을 가능하게 한다. 또한, $N_{Z_j}^i$와 $N_{\Delta Z_{n+j}}^i$는 각각 ZEM와 ZEA에 대한 피드백 게인 값으로 n개의 유도탄에 대하여 다음의 값으로 정리된다.

$$\begin{aligned} N_{Z_j}^i &= \frac{3}{k_i}\left[1 + \frac{n-1}{n}\right],\ N_{Z_k}^i = \frac{-3}{nk_k} \\ N_{\Delta Z_{n+k}}^i &= -\frac{2k}{n} \ \text{for}\, k < i, \\ N_{\Delta Z_{n+k}}^i &= \frac{2(n-k)}{n} \ \text{for}\, k \geqq i \end{aligned} \tag{14}$$

3.3 분산형 정보공유 유도기법

앞 절의 결과는 정보공유가 모든 유도탄 간 이루어질 때 운용될 수 있는 것으로 특정한 transitive reduction DAG를 구성하는 협업 유도탄 팀의 경우는 각 유도탄 간의 정보 불균형을 고려하여 유도기법을 계산해야 한다. 이를 위해 [6]에서는 Eq. 6을 이용하여 각 시스템에서 추정한 소속팀의 상태벡터를 아래와 같이 정의했다.

$$\hat{\boldsymbol{x}}^i = E\{\boldsymbol{x}\,|\boldsymbol{i}_i\} = \begin{cases} \hat{\boldsymbol{x}}^i_j = E\{\boldsymbol{x}_j|\boldsymbol{i}_i\} & \text{if } j \in \boldsymbol{i}^{\updownarrow} \\ \boldsymbol{0} & \text{if } j \notin \boldsymbol{i}^{\updownarrow} \end{cases} \tag{15}$$

$\hat{\boldsymbol{x}^i}$는 노드 i가 사용할 수 있는 정보인 $\boldsymbol{i}_i$를 활용하여 소속팀 $j \in \boldsymbol{i}^{\updownarrow}$의 상태를 추정한 값으로 소속팀이 아닌 노드에 대한 정보는 얻을 수 없으므로 0의 값을 가진다. 이를 이용하여 각 노드에서의 시스템 추정오차는 다음과 같이 정의된다.

$$\boldsymbol{e}^i = \boldsymbol{x} - \hat{\boldsymbol{x}}^i \tag{16}$$

하나의 팀에 n개의 노드가 있을 때 다음과 같이 소속팀의 상태벡터 $\boldsymbol{x}$를 n개의 추정값과 n개의 추정오차의 조합으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{x} &= \hat{\boldsymbol{x}}^1 + \underbrace{(\hat{\boldsymbol{x}}^2 - \hat{\boldsymbol{x}}^1) + (\hat{\boldsymbol{x}}^3 - \hat{\boldsymbol{x}}^2) + \cdots + (\boldsymbol{x} - \hat{\boldsymbol{x}}^n)}_{\boldsymbol{e}^1} \\ &= \underbrace{\hat{\boldsymbol{x}}^1 + (\hat{\boldsymbol{x}}^2 - \hat{\boldsymbol{x}}^1)}_{\boldsymbol{x}^2} + \underbrace{(\hat{\boldsymbol{x}}^3 - \hat{\boldsymbol{x}}^2) + \cdots + (\boldsymbol{x} - \hat{\boldsymbol{x}}^n)}_{\boldsymbol{e}^2} \\ &\vdots \\ &= \underbrace{\hat{\boldsymbol{x}}^1 + (\hat{\boldsymbol{x}}^2 - \hat{\boldsymbol{x}}^1) + (\hat{\boldsymbol{x}}^3 - \hat{\boldsymbol{x}}^2) + \cdots}_{\boldsymbol{x}^n} + \underbrace{(\boldsymbol{x} - \hat{\boldsymbol{x}}^n)}_{\boldsymbol{e}^n} \end{aligned} \tag{17}$$

위 Eq. 17의 n+1개의 항을 상대 추정 오차(relative estimation error)로 표현하면 아래와 같이 간단히 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} &\Delta\hat{\boldsymbol{x}}^i = \hat{\boldsymbol{x}}^i \qquad \text{if } \boldsymbol{i}^{\uparrow\uparrow} = \{\varnothing\} \\ &\Delta\hat{\boldsymbol{x}}^i = \hat{\boldsymbol{x}}^i - \sum_{j \in \boldsymbol{i}^{\uparrow\uparrow}} \Delta\hat{\boldsymbol{x}}^j \\ &\boldsymbol{x} = \sum_{j=1}^{n} \Delta\hat{\boldsymbol{x}}^j + \boldsymbol{e}^n \end{aligned} \tag{18}$$

이에 대해 [6]은 불변 부분 공간 분해기법을 이용하여 정의된 네트워크 협업 시스템의 경우 각 항이 그람-슈미트(Gram-Schmidt) 직교화 과정을 따라 독립된 확률 벡터로 취급할 수 있으며 그 해는 최적제어 이론의 분리 원리(separation principle)를 적용하여 각자에게 공유된 정보를 활용한 n개의 독립된 문제로 분리할 수 있음을 보였다. 또한, 그 결과를 두 대와 세 대의 유도탄 팀에 적용했을 때 분산화된 최적해의 형태를 제시했으며 그 과정은 Fig. 3과 같다.

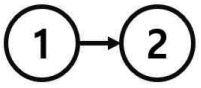

Fig. 3 Communication Topology.

협업 유도탄이 위와 같은 네트워크를 가지고 정보공유를 하면 1번 유도탄이 사용할 수 있는 정보는 자신의 상태와 2번 유도탄에 대한 추정값이다. 이를 고려하여 1번 유도탄의 목적함수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} J_1 = E[&Z_1^2(t_f) + \hat{Z}_2^{1^2}(t_f) \\ &+ (Z_3(t_f) - \hat{Z}_4^{1^2}(t_f) - \Delta_1)^2 \\ &+ \int_{t_0}^{t_f} (u_1)^2 + (\hat{u_2^1})^2 dt] \end{aligned} \tag{19}$$

Equation 19의 형태는 Eq. 12의 중앙집권형 문제와 같으며 1번 유도탄이 사용할 수 있는 정보만으로 이루어져 있으므로 1번 유도탄이 독립적으로 Eq. 20과 같은 유도입력을 산출할 수 있다.

$$\begin{aligned} u_1 &= \frac{9}{2k_1 t_{go1}^2} Z_1 - \frac{3}{2k_2 t go_1} \hat{Z}_2^1 \\ &\quad + \frac{V_1}{t go_1}(Z_3 - \hat{Z}_4^1 + \Delta_1) \\ \hat{u_2^1} &= -\frac{3}{2k_1 t_{go2}^2} Z_1 + \frac{9}{2k_2 t go_2} \hat{Z}_2^1 \\ &\quad - \frac{V_2}{t go_2}(Z_3 - \hat{Z}_4^1 + \Delta_1) \end{aligned} \tag{20}$$

이어서 2번 유도탄이 사용할 수 있는 정보는 1번 유도탄으로부터 공유받은 상태정보와 측정한 자신의 상태정보이다. 이에 대한 2번 유도탄의 목적함수는 Eq. 21과 같다.

$$J_2 = E[(Z_2(t_f) - \hat{Z}_2^1(t_f))^2 + (Z_4(t_f) - \hat{Z}_4^{1^2}(t_f))^2 + \int_{t_0}^{t_f} (u_2 - \hat{u}_2^1)^2 dt] \quad (21)$$

이는 2번 유도탄이 1번 유도탄의 추정값에 대해 랑데부(rendezvous)하는 문제이며, 그 해는 Eq. 22와 같다고 알려져 있다.

$$u_2 = \hat{u}_2^1 + \frac{6}{k_2 t_{go_2}^2}(Z_2 - \hat{Z}_2^1) + \frac{2V_2}{k_2 t_{go_2}}(Z_4 - \hat{Z}_4^1) \quad (22)$$

이 과정을 반복하면 Fig. 4와 같은 네트워크를 가진 협업 유도탄에 대한 최적해도 산출해낼 수 있다.

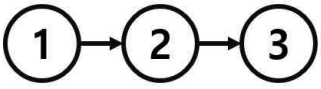

Fig. 4 Communication Topology.

$$\begin{aligned}
u_1 &= \frac{5}{k_1 t_{go1}^2} Z_1 - \frac{1}{k_2 t_{go_1}^2}\hat{Z}_2^1 - \frac{1}{k_3 t_{go_1}^2}\hat{Z}_3^1 \\
&\quad + \frac{4V_1}{3t_{go_1}}(Z_4 - \hat{Z}_5^1 + \Delta_1) + \frac{2V_1}{3t_{go_1}}(\hat{Z}_5^1 - \hat{Z}_6^1 + \Delta_2) \\
\hat{u}_2^1 &= -\frac{1}{k_1 t_{go2}^2} Z_1 + \frac{5}{k_2 t_{go_2}^2}\hat{Z}_2^1 - \frac{1}{k_3 t_{go_2}^2}\hat{Z}_3^1 \\
&\quad - \frac{2V_2}{3t_{go_2}}(Z_4 - \hat{Z}_5^1 + \Delta_1) + \frac{2V_2}{3t_{go_2}}(\hat{Z}_5^1 - \hat{Z}_6^1 + \Delta_2) \\
\hat{u}_3^1 &= -\frac{1}{k_1 t_{go3}^2} Z_1 - \frac{1}{k_2 t_{go_3}^2}\hat{Z}_2^1 + \frac{5}{k_3 t_{go_3}^2}\hat{Z}_3^1 \\
&\quad - \frac{2V_3}{3t_{go_3}}(Z_4 - \hat{Z}_5^1 + \Delta_1) - \frac{4V_3}{3t_{go_3}}(\hat{Z}_5^1 - \hat{Z}_6^1 + \Delta_2)
\end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned}
u_2 &= \hat{u}_2^1 + \frac{9}{2k_2 t_{go_2}^2}(Z_2 - \hat{Z}_2^1) \\
&\quad - \frac{3}{2k_3 t_{go_2}^2}(\hat{Z}_3^1 - \hat{Z}_3^2) + \frac{V_2}{t_{go_2}}(Z_5 - \hat{Z}_5^1) \\
\hat{u}_3^2 - \hat{u}_3^1 &= -\frac{3}{2k_2 t_{go3}^2}(Z_2 - \hat{Z}_2^1) \\
&\quad + \frac{9}{2k_3 t_{go_2}^2}(\hat{Z}_3^1 - \hat{Z}_3^2) - \frac{V_3}{t_{go_2}}(Z_5 - \hat{Z}_5^1)
\end{aligned} \quad (24)$$

$$u_3 = \hat{u}_3^2 + \frac{6}{k_3 t_{go_3}^2}(Z_3 - \hat{Z}_3^2) + \frac{2V_3}{k_3 t_{go_3}}(Z_6 - \hat{Z}_6^2) \quad (25)$$

Equation 23을 통해 선행 유도탄은 뒤의 2, 3번 유도탄의 정보를 추정하여 그에 해당하는 최적해로 유도를 진행함을 알 수 있다. 중간의 2번 유도탄은 1번의 추정 오차를 보정, 3번의 상태를 추정하여 Eq. 24와 같은 최적해를 산출하며 후행 유도탄 3번은 Eq. 25와 같이 선행 유도탄들의 추정 오차를 보정하여 유도 법칙을 산출한다.

두 경우 모두 마찬가지로 유도탄 간 통신 구조에 따라 각각의 최적제어 문제가 유도탄 간 독립된 문제로 쪼개졌으며 각 문제의 해는 Eq. 14의 결과를 기반으로 하고 있음을 알 수 있다. 또한, 각 조건에서 시스템 외란이 없어 추정 오차가 0일 경우 문제의 해는 중앙집권형 유도기법과 같음을 알 수 있다.

4. 결 과

4.1 임무 설정

앞장의 유도기법을 협업 유도탄의 표적에 대한 상대 충돌 각 제어 임무에 적용하기 위해 Fig. 5와 같은 중기유도 임무를 가정했다.

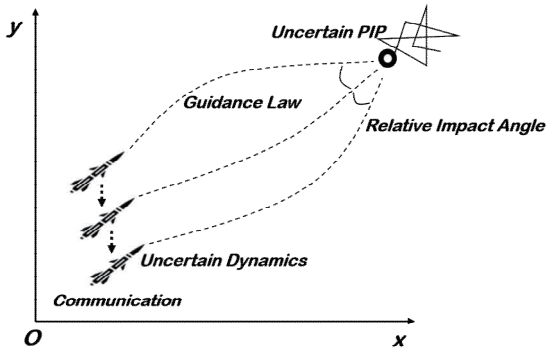

Fig. 5 Diagram of Mission Environment.

300 km 거리의 PIP에 대해 세대의 유도탄을 유도하는 것으로 설정했으며 요격확률의 극대화를 위해 각각의 유도탄이 PIP에 도달할 때 지정한 상대 각도를 가지도록 유도했다. 이때 협업 알고리즘의 효과를 분

석하기 위해, 유도탄의 동역학과 표적으로 설정된 PIP 위치에 불확실성이 존재한다고 가정했다. 이때 각 유도탄 i의 동역학은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{x}}_i(t) &= \boldsymbol{A}_i\boldsymbol{x}_i(t)+\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{u}_i(t)+\boldsymbol{w}_i \\ \boldsymbol{y}_i(t) &= \boldsymbol{x}_i+\sum_{j\in \boldsymbol{i}\uparrow\uparrow}\boldsymbol{y}_j\end{aligned} \quad (26)$$

이외 임무 파라미터에 대한 값은 Table 1과 같다.

Table 1 Mission Parameters.

파라미터	값 [단위]	파라미터	값 [단위]
R_{T_0}	300 [km]	θ_{T_0}	45 [deg]
R_{M_0}	120 [km]	θ_{M_0}	(50,45,40) [deg]
γ_0	45 [deg]	V_M	1 [km/s]
f_{PIP}	20 [Hz]		

R_{T_0}는 Fig. 2에서 원점과 PIP의 초기 위치 T_0 사이의 거리이며 θ_{T_0}는 X축과 T_0가 이루는 각도이다. R_{M_0}는 원점과 유도탄의 초기 위치 M_0 사이의 거리로 중기유도를 가정하여 모두 같은 값을 가진다고 두었다. X축과 각 유도탄의 초기 각도 θ_{M_0}는 유도탄 간 일정 각도만큼 떨어져 있다고 가정하여 다른 값으로 두었고 초기 비행경로각 γ_0는 모두 같으며 전체 비행구간에서 유도탄의 속도 V_M은 일정하다고 가정했다.

협업 유도탄의 목적은 종말유도에서 요격 효율을 증대시키기 위해 중기유도의 종말 시점에 각 유도탄이 특정한 상대 각도를 가지도록 하는 것이므로, 그 시점을 PIP까지의 t_{go}가 0.5 초 이내일 때로 가정했다. 실제 운용 환경에서는 유도탄이 PIP에 도달하기 각 유도탄에 탑재된 탐색기를 통해 표적을 탐지하여 종말유도로 유도가 진행되지만 본 연구에서는 협업 알고리즘의 영향 분석을 위해 유도탄이 PIP까지 협업 알고리즘을 통해 유도되며 이를 기준으로 한 대 이상의 유도탄이 PIP에 해당 거리 이내로 접근했을 때 각 유도탄의 상대 각도를 결과값으로 사용했다.

중기유도에서 PIP는 지상의 레이더를 통해 f_{PIP}의 주파수로 유도탄에 전달된다고 가정했으며 이를 바탕으로 중기유도 과정에서 갱신되는 PIP의 예시 궤적과 그에 따른 종료 지점을 나타내면 Fig. 6과 같다.

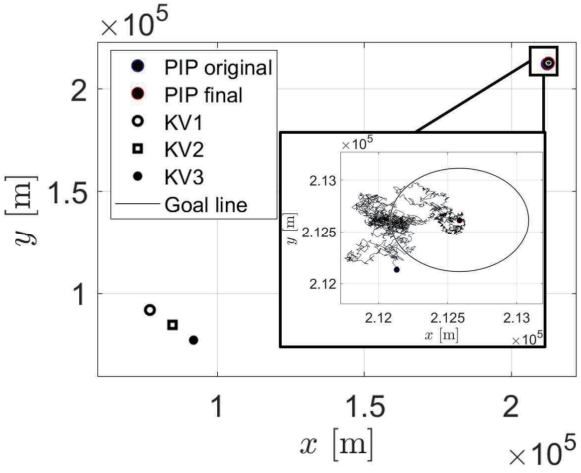

Fig. 6 Example of Uncertain PIP and Expected Detection Line.

PIP는 아래 식과 같이 매 주기에 따라 이전 PIP 위치를 기준으로 각 유도탄의 t_{go}평균 $t_{go_{mean}}$에 비례하여 무작위로 변경된다고 가정했다.

$$\begin{bmatrix}x_{PIP}(k+1)\\ y_{PIP}(k+1)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x_{PIP}(k)\\ y_{PIP}(k)\end{bmatrix}+t_{go_{mean}}\boldsymbol{V}_{PIP}w_{PIP} \quad (27)$$

$x_{PIP}(k)$와 $y_{PIP}(k)$는 각각 k번째로 갱신된 PIP의 좌표 값이며 V_{PIP}는 PIP가 불확실한 정도를 나타내는 2×1 벡터로 이후 시뮬레이션에서 임의의 값으로 가정했다. w_{PIP}는 구간 [-1, 1]의 균등분포에서 임의의 난수를 반환하는 변수이다.

4.2 시뮬레이션 결과

중기유도에서 유도탄 간 상대 충돌 각을 제어하는 임무에서 협업 유도의 효과를 확인하기 위해 앞 절에서 설정한 임무 조건에 앞장의 협업 유도기법을 적용해 보았다. 이때 유도탄의 충돌 각은 표적으로 설정된 PIP에 대해 Fig. 2의 좌표계에서 고정된 값을 기준으로 하는 것이 아닌, 유도탄 간의 상대적인 충돌 각을 기준으로 한다. 그렇기에 PIP에 불확실성이 없어 중기유도 과정에서 위치의 변화가 없는 경우, 좌표계 위의 고정값을 기준으로 유도하는 것과 큰 차이가 없을 것이라 예상할 수 있다. 이를 위해 PIP와 시스템의 불확

실성 유무를 포함하여 각 유도탄이 개별적으로 좌표계 위의 고정된 충돌 각을 기준으로 개별 유도될 때와 앞장의 협업 유도기법을 통해 유도될 때의 결과를 비교해서 협업의 영향을 확인해보았다. 각 유도탄이 개별 유도될 때의 유도기법은 1대1 교전에서 제어력을 최소화하며 충돌 각을 제어하는 최적화 문제의 해석 해를 사용했다[8].

$$u_i = -\frac{V_M^2(6\lambda + 2(\gamma_f - \gamma))}{\rho} \tag{28}$$

PIP의 불확실성과 유도탄의 시스템 외란이 없을 때의 결과를 먼저 비교하면 Fig. 7과 같다.

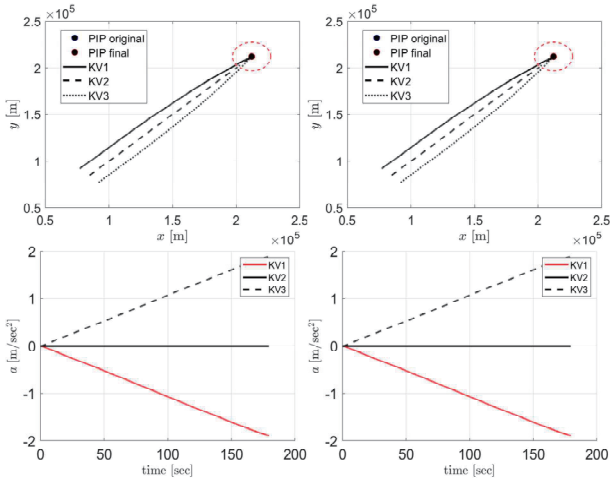

Fig. 7 Trajectory and Control Input Results of Guided Missiles (Left : Individual, Right : Co-operative)

위의 두 그래프는 각 조건에서 유도탄의 궤적을, 아래 그래프는 각 조건에서 유도탄의 제어입력 값인 가속도 명령을 뜻한다. 불확실성 및 시스템 외란이 없을 때는 Fig. 7 좌측의 Eq. 28을 사용한 개별 유도 결과와 우측의 Eq. 13을 사용한 협업 유도 결과가 예상한 바와 같이 차이가 없음을 확인할 수 있다. 불확실성 및 외란이 존재할 때의 비교를 위해 위의 세 가지 유도기법을 Table 2의 조건들에 대한 1,000번의 몬테카를로 시뮬레이션으로 비교했으며 각 유도탄의 궤적은 0.01 초의 시간 간격을 두고 RK4(4th Order Runge Kutta Method)로 계산했다. 각 조건은 Eq. 26의 시스템 외란과 Eq. 27의 PIP 불확실성을 변화시켜가며 임무 목표로 주어진 유도탄 간 상대 각도 Δ_1과 Δ_2를 만족하도록 시뮬레이션 되었으며 각 조건의 최종 상대각 분포는 Fig. 8~15와 같다.

Table 2 Simulation Conditions.

파라미터 [단위]	조건 1	조건 2	조건 3	조건 4
	값	값	값	값
w $[m/s^2]$	1	1	1	1
V_{PIP} $[m/s]$	$[10,10]^T$	$[10,10]^T$	$[50,50]^T$	$[50,50]^T$
(Δ_1, Δ_2) [deg]	10	20	10	20
파라미터 [단위]	조건 5	조건 6	조건 7	조건 8
	값	값	값	값
w $[m/s^2]$	5	5	5	5
V_{PIP} $[m/s]$	$[10,10]^T$	$[10,10]^T$	$[50,50]^T$	$[50,50]^T$
(Δ_1, Δ_2) [deg]	10	20	10	20

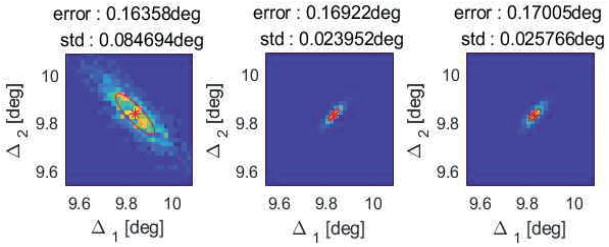

Fig. 8 Condition 1 of Table 2.

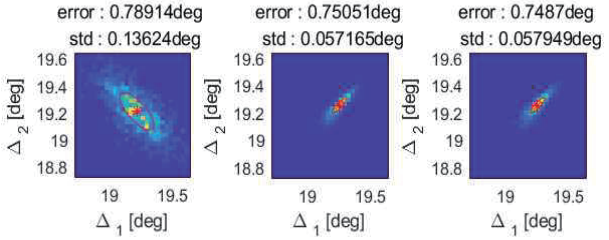

Fig. 9 Condition 2 of Table 2.

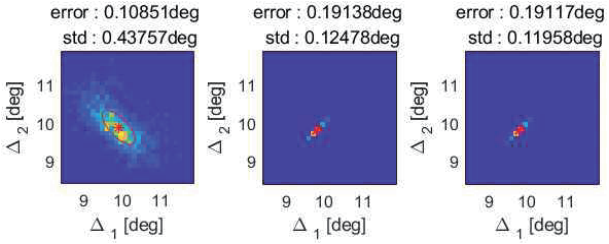

Fig. 10 Condition 3 of Table 2.

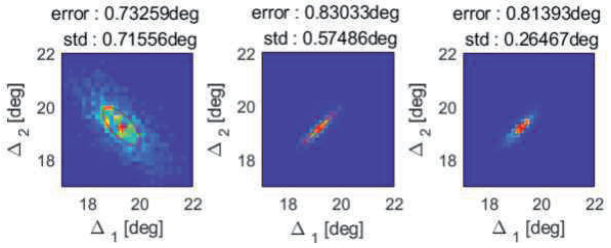

Fig. 11 Condition 4 of Table 2.

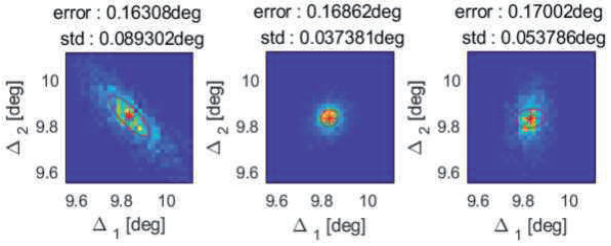

Fig. 12 Condition 5 of Table 2.

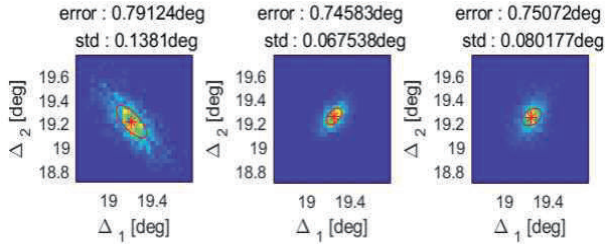

Fig. 13 Condition 6 of Table 2.

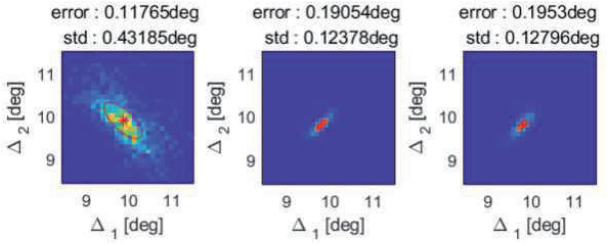

Fig. 14 Condition 7 of Table 2.

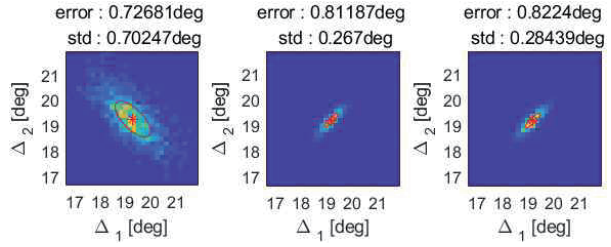

Fig. 15 Condition 8 of Table 2.

각 그래프의 x축 값은 종말 시점의 1번 유도탄과 2번 유도탄 사이 각을, y축 값은 종말 시점의 2번 유도탄과 3번 유도탄 사이 각을 의미하며 1,000 번의 시뮬레이션 결과에 대한 분포를 나타낸다. 각 조건에서 개별 유도되었을 때(좌), Eq. 13의 중앙집권 유도기법으로 유도되었을 때(중), Eq. 23-25의 분산화 유도기법으로 유도되었을 때(우)의 결과를 각 그림에 나타내두었으며 결과 분포의 중심점으로 평균 오차값을, 퍼진 정도로 평균 표준편차를 Table 3과 같이 비교할 수 있다.

Table 3 Simulation Results.

결과	조건 1	조건 2	조건 3
[단위]	개별/중앙/분산	개별/중앙/분산	개별/중앙/분산
평균 오차 [deg]	0.1636 0.1692 0.1701	0.7891 0.7505 0.7487	0.1085 0.1914 0.1912
평균 표준편차 [deg]	0.08469 0.02395 0.02577	0.1362 0.05717 0.05795	0.4376 0.1248 0.1196
결과	조건 4	조건 5	조건 6
[단위]	개별/중앙/분산	개별/중앙/분산	개별/중앙/분산
평균 오차 [deg]	0.7326 0.8303 0.8139	0.1631 0.1686 0.1700	0.7912 0.7458 0.7507
평균 표준편차 [deg]	0.7156 0.5749 0.2647	0.08930 0.03738 0.05379	0.1381 0.06754 0.08018
결과	조건 7	조건 8	
[단위]	개별/중앙/분산	개별/중앙/분산	
평균 오차 [deg]	0.1177 0.1905 0.1953	0.7268 0.8119 0.8224	
평균 표준편차 [deg]	0.4319 0.1238 0.1280	0.7025 0.2670 0.2844	

모든 조건에서의 평균 오차값이 양수이므로 종말 시점에서의 상대 각이 주어진 목표값보다 작은 경향을 보였음을 알 수 있는데, 이는 임의로 설정한 임무 조건과 시뮬레이션 종료 시점에 대한 영향으로 볼 수 있다. 초기 임무 조건이 유도탄 간 평행하고, 이후 포위하도록 유도되기 때문에 표적과 거리가 있는 예상 탐지 시점에서 상대 충돌 각을 측정할 때 포위를 위한

기동이 덜 이루어졌다고 생각할 수 있다.

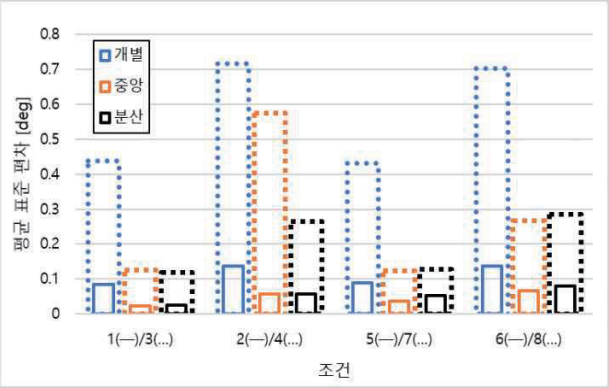

Fig. 16 Average Standard Deviation by Condition.

Figure 16은 Table 3에서 평균 표준편차 결과를 나타낸 것으로 조건별 유도기법에 따른 값을 보면 모든 조건에서 개별적으로 유도될 때 가장 큰 값을 가지므로 불확실성과 외란에 가장 민감함을 알 수 있다. 중앙집권형과 분산형의 경우 조건 3과 4를 제외한 모든 조건에서 중앙집권형 유도기법으로 유도될 때 불확실성과 외란에 더 강인한 특성을 가짐을 보였다. 이를 통해 최적의 종말 교전을 위한 적절한 교전 기하를 확립해야 하는 상황에서, 중앙집권형 유도기법이 가장 불확실성과 외란에 강건한 것으로 나타났다. 또한, 통신이 제한되어 분산형 유도기법이 적용됐을 때는 조건 4를 제외한 모든 조건에서 중앙집권형의 결과에 10 % 내외의 차이를 가졌으며, 때로는 더 낮은 편차를 가졌음을 확인할 수 있다. 위 결과를 통해 통신이 제한되어 시스템 외란으로 인한 추정 오차가 일부 존재하더라도 분산형 유도기법이 중앙집권형 유도기법에 준하는 성능을 가짐을 알 수 있다.

Figure 16 좌측의 조건 1~4($w=1m/s^2$)와 우측의 조건 5~8($w=5m/s^2$)의 평균 표준편차를 1대1로 비교하면 거의 유사한 값을 가져 시스템 외란에 의한 영향이 크지 않았음을 알 수 있는데, 이는 제어입력에 별다른 상한을 두지 않아 시스템 외란이 유도과정에서 보상된 영향으로 보인다.

또한, PIP의 불확실성에 대한 영향을 확인하기 위해 조건 1과 3, 2와 4, 5와 7, 6과 8을 Fig. 16과 같이 각각 비교했을 때, 평균 표준편차가 그 크기에 비례함을 알 수 있다. 이는 PIP의 위치가 경향성을 가지지 않고 무작위로 변경되도록 가정하였기 때문에 그 영향이 단순히 크기에 비례하여 나타난 것으로 이해할 수 있다.

5. 결 론

전이 축소 방향성 비순환 그래프 이론을 기반으로 유도된 협업 네트워크 구조에서의 다대일 협업 유도탄 유도기법을 시스템 외란과 PIP의 불확실성이 포함된 임무 상황에 적용해 보았다.

유도탄 간 정보공유를 통한 협업 체계를 하나의 전이 축소 방향성 비순환 그래프로 표현하여 협업 유도탄의 선/후행 관계에 따라 달라지는 정보량을 나타낼 수 있도록 했으며 그에 대응하는 구조행렬과 이로 표현되는 유도탄 간 네트워크 협업 시스템을 모델링했다.

표현된 시스템 모델에 대한 중앙집권/분산화 유도기법을 기술하였으며 그 효과성을 입증하기 위해 종말 시점의 유도탄 간 상대 각을 기준으로 결과를 비교했으며 유의미한 차이를 확인하기 위해 시스템 모델에 임의의 외란과 PIP 불확실성을 추가했다. 임무 수행 결과에 관하여 유도탄 간 정보공유 여부에 따른 종말 시점의 상대 각 평균 오차와 평균 표준편차, 중앙집권/분산형 정보공유 유도기법의 평균 오차와 표준편차, 불확실성 크기 및 임무 조건 영향에 대해 비교 분석했다.

종합했을 때 평균 오차에 대해서는 유도기법에 따른 유의미한 차가 보이지 않았으며 평균 표준편차는 중앙집권형 유도기법에서 가장 강인한 결과를, 분산형 유도기법에서 그에 준하는 결과를 차례로 보였다. 유도탄 간 상대 충돌 각은 유도탄 간 협업 임무 중 종말 유도에서의 요격확률을 극대화하기 위해 고려되어야 할 조건 중 하나로, 통신이 제한됐을 때 분산형 정보공유 유도기법이 주어진 상대 충돌 각 임무 조건에서 협업 유도탄 간의 상대 충돌 각 형성에 더 이점이 있음을 뜻하며 그에 따라 종말 유도에서 더 높은 요격확률을 가지도록 하는 교전 기하를 형성할 수 있음을 확인했다.

후 기

이 연구는 광역방어 특화연구센터 프로그램의 일환으로 국방과학연구소와 방위사업청의 지원으로 수행되었음.

References

[1] K.H. Lee, “A Study on the Defense System of the Hypersonic Missile Systems.” *Journal of Aerospace System Engineering*, vol. 16 no. 5, pp. 43-48, 2022.

[2] Jianbo, Z.H.A.O., and Y.A.N.G. Shuxing, “Integrated cooperative guidance framework and cooperative guidance law for multi-missile.” *Chinese Journal of Aeronautics*, vol. 31 no. 3, pp. 546-555, 2018.

[3] Zhang, Youan, Xingliang Wang, and Huali Wu, “A distributed cooperative guidance law for salvo attack of multiple anti-ship missiles.” *Chinese Journal of Aeronautics,* vol. 28, no. 5, pp. 1438-1450, 2015.

[4] Balhance, Nadav, Martin Weiss, and Tal Shima, “Cooperative guidance law for intrasalvo tracking.” *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 40, no. 6, pp. 1441-1456, 2017.

[5] H.S. Ko, M.H. Lee and H.L. Choi, “Capture region based optimal terminal engagement geometry analysis considering high speed target information errors.” *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems*, vol. 29, no. 8, pp. 572-583, 2023.

[6] D. Lee, “Decentralized linear optimal control for cooperative networked teams via invariant subspace decomposition”, Doctoral dissertation, Korea Advanced Institute of Science & Technology, 2022.

[7] V. Shaferman and T. Shima, “Cooperative optimal guidance laws for imposing a relative intercept angle,” *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol.38, no.8, pp.1395−1408, 2015.

[8] B.G. Park, T.H. Kim and M.J. Tahk, “Optimal impact angle control guidance law considering the seeker’s field-of-view limits.” *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering,* vol. 227, no. 8 pp. 1347-1364, 2013.