

# 최적 회전 절차 설계를 위한 회전형 관성항법장치의 회전 동작별 항법 오차 분석

차재혁\* · 박찬국\*\* · 조성윤\*\*\* · 조민수\*\*\*\* · 박찬주\*\*\*\*

## Analysis of Navigation Error According to Rotational Motions of Rotational Inertial Navigation for Designing Optimal Rotation Sequence

Jae-Hyuck Cha\* · Chan-Gook Park\*\* · Seong-Yun Cho\*\*\* · Min-Su Jo\*\*\*\* · Chan-Ju Park\*\*\*\*

### 요 약

본 논문에서는 회전형 관성항법장치의 핵심 기술인 최적 회전 절차를 설계하기 위하여 회전 동작별 항법 오차를 분석하는 내용을 다룬다. 회전형 관성항법장치는 관성측정기를 주기적으로 회전시킴으로써 관성센서 오차가 유발하는 항법 오차가 자체적으로 상쇄되도록 고안되었다. 적절히 연이어진 회전 동작은 최대한의 항법 오차를 상쇄시키며, 이를 최적 회전 절차라고 한다. 본 논문에서는 이러한 최적 회전 절차를 설계하기 위하여 회전형 관성항법장치에서 구현 가능한 회전 동작을 구분하고, 각 회전 동작 시 발생하는 항법 오차에 대해 분석한다. 또한 이를 조합하여 회전 절차를 수행할 때 발생하는 항법 오차의 특성을 분석함으로써 최적 회전 절차를 구성하기 위한 조건을 제시한다.

### ABSTRACT

This paper analyzes the navigation error for each rotational motion in order to design an optimal rotation sequence, which is a key technology in the rotational inertial navigation. Rotational inertial navigation system is designed to cancel out navigation errors caused by inertial sensor errors by periodically rotating the inertial measurement unit. A properly sequenced rotational motion cancels out the maximum amount of navigation error and is known as an optimal rotation sequence. To design such an optimal turning procedure, this paper identifies the feasible rotational motions that can be implemented in a rotational inertial navigation system and analyzes the navigation error introduced by each rotational motion. In addition, by analyzing the characteristics of the navigation error generated during a rotation sequence in combination, this paper presents the conditions for designing an optimal rotation sequence.

### 키워드

Rotational Inertial Navigation System, Rotation Sequence, Rotational Motion, Gyro Measurement Error  
회전형 관성항법 장치, 회전 절차, 회전 동작, 자이로 측정 오차

\* 서울대학교 기계항공공학부(chajh432@snu.ac.kr)

\*\*\* 경일대학교 기계자동차공학전공(sycho@kiu.kr)

\*\*\*\* 국방과학연구소 미사일연구원(bistrue@add.re.kr)

\*\*\*\* 국방과학연구소 미사일연구원(nayana@add.re.kr)

\*\* 교신저자 : 서울대학교 항공우주공학과

• 접수일 : 2024. 02. 29

• 수정완료일 : 2024. 03. 21

• 게재확정일 : 2024. 04. 12

• Received : Feb. 29, 2024, Revised : Mar. 21, 2024, Accepted : Feb. 12, 2024

• Corresponding Author : Chan-Gook Park

Dept. Aerospace Engineering/ASRI, Seoul National University.

Email : chanpark@snu.ac.kr

## I. 서 론

관성항법장치(inertial navigation system, INS)[1]는 교통수단이나 군사 무기체계, 미지 영역 탐사 등의 다양한 임무 수행에 활용되는 항법 시스템으로서, 관성측정기(inertial measurement unit, IMU)에서 측정된 가속도와 각속도를 적분하여 위치, 속도, 자세와 같은 항법 정보를 계산한다. 이 과정에서 외부와 정보를 교환하지 않는 자체 일관적 특성(self-consistency)으로 인해 환경에 의한 제약 없이 운용할 수 있어, 해저나 우주와 같이 도전적 환경에서도 주로 채택된다.

하지만 INS는 고질적으로 적분 연산을 수행하는 과정 중에 IMU의 측정 오차가 누적되어 항법 성능이 시간에 따라 저하되는 성질을 가진다. 이를 개선하기 위해 고성능의 관성센서를 개발하여 이용하는 것이 근본적인 하나의 해결 방법으로 제시되지만, 오랜 시간과 큰 비용이 발생한다는 문제점이 있다. 한편 INS의 오차를 보정하기 위하여 위성항법장치(global navigation satellite system, GNSS)나 카메라와 같이 별도의 센서를 결합하는 복합항법시스템[2-6]을 구성하는 것도 또 다른 주요한 해결 방법으로 제시된다. 그러나 이들은 운용 환경에 따라 신뢰도가 저하되거나 가용하지 않은 경우가 발생할 수 있다.

INS의 장기간 항법 성능을 개선하기 위한 새로운 방법으로 제시되는 회전형 관성항법장치(rotational INS, RINS)[7-8]는 기존에 항체에 직접 장착하였던 스트랩다운형 관성항법장치(strapdown INS, SINS)를 다축 김블(gimbal)에 장착된 구조를 가진다. 이는 관성항법 오차의 주요 요인인 IMU의 바이어스(bias), 환산계수(scale factor), 비정렬(misalignment) 등이 서로 다른 특정한 형태로 영향을 미치는 점에 착안하여, IMU를 주기적으로 회전시킴으로써 각 오차가 발생시키는 항법 오차가 자체적으로 상쇄되도록 고안되었다. 이때 김블의 개수에 따라 RINS를 분류하기도 하는데, 3축의 IMU 오차를 모두 상쇄하기 위해서는 최소 2축의 직교하는 회전축이 필요한 것으로 알려져 있다.

RINS의 항법 성능은 김블의 회전 절차에 크게 의존한다. 즉, 특정한 회전 동작은 일부 IMU 오차 요소에 의한 항법 오차를 상쇄시킬 수 있지만, 이와 동시에 다른 IMU 오차 요소에 의한 새로운 항법 오차를 야기할 수 있다. 따라서 여러 가지 회전 동작을 연이

어 수행함으로써 각 회전 동작 시 새로 발생한 항법 오차까지 모두 상쇄하기 위한 회전 절차를 최적 회전 절차라고 부른다[9]. 이에 대해 각 회전축에 대해 180도씩 회전하는 동작들로만 구성된 16회전 절차 기법[9-10]이 제시되는 한편, 연속된 회전 절차 기법[11-12]이 제시되기도 하였다. 그러나 이러한 기존의 연구들은 회전 절차를 제시한 후 오차가 최적 회전 절차 조건을 만족하는 것을 보이는 방식으로 기술되어 있어 최적 회전을 구성하기 위한 조건을 분석하는 데에는 적합하지 않다. 따라서 본 논문에서는 2축 회전형 관성항법장치의 회전 동작을 구분 짓고 각 회전 동작을 수행할 때 발생하는 항법 오차를 분석한 후, 서로를 상쇄할 수 있는 회전 동작을 배치하여 최적 회전 절차를 구성하기 위한 조건을 제시한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. II장에서는 RINS를 운용하기 위한 좌표계와 센서 오차 모델을 정의하고, 이로부터 항법 오차 모델을 정리한다. III장에서는 RINS에서 구현 가능한 회전 동작을 정의하고, 이를 수행할 때 발생하는 항법 오차를 정리한다. IV장에서는 이를 조합하여 최적의 회전 절차를 설계하는 방식을 논하며, 마지막 V장에서 결론을 맺는다.

## II. 관성항법장치 오차 모델

### 2.1 좌표계

좌표계(frame)는 기준 축들의 집합으로서 항체의 운동 상태를 정교하게 기술하는 데 필요하다. 등근 지구에서의 3차원 INS를 위해서는 일반적으로 아래와 같은 좌표계를 사용하며, 이때 각 좌표계의 축들은 오른손 법칙을 따르며 직교하도록 정의된다. 그림 1은 각 좌표계 사이의 관계를 개략적으로 나타낸다.

먼저, 관성 좌표계(inertial frame)는 시간이나 운동 상태에 상관없이 변하지 않는 좌표계로서 관성측정치의 기준이 되며  $\{i\}$ 로 표기한다. 지구 고정 좌표계(earth-fixed frame)는 지구 자전과 함께 회전하는 좌표계로서  $\{e\}$ 로 표기한다. 항법 좌표계(navigation frame)는 등근 지구의 표면에 대한 항체의 병진 운동을 기술하기 위한 좌표계로서  $\{n\}$ 으로 표기한다. 특히, 본 논문에서는 동측-북측-상측(east-north-up, ENU) 좌표계를 채택한다. 동체 좌표계(body frame)

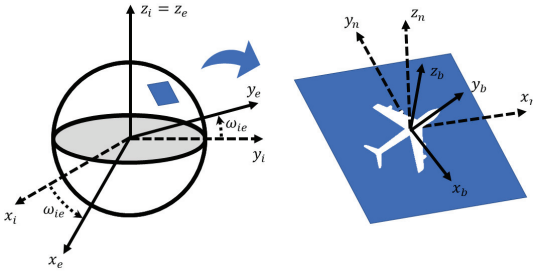


그림 1. 관성항법장치의 좌표계  
Fig. 1 Frames for INS

는 항체의 회전 운동을 포함한 6 자유도 움직임을 기술하기 위한 좌표계로서  $\{b\}$ 로 표기하며, 우방-전방-상방(right-forward-up) 좌표계를 채택한다. 마지막으로 플랫폼 좌표계(platform frame)는 IMU에 고정된 좌표계로서 기존의 SINS와 달리 김블의 회전에 따라 변화하며  $\{p\}$ 로 표기한다.

### 2.2 센서 오차 모델

IMU를 구성하는 가속도계와 자이로에는 다양한 오차가 포함되며, 장기간 항법에 적합한 고성능의 관성센서일수록 더욱 복잡한 오차 모델이 요구되기도 한다. 이 중 측정 오차를 포함한 자이로 측정치는 식 (1)과 같이 표현할 수 있다.

$$\tilde{\omega}_{ip}^p = (\mathbf{I} + \mathbf{S}_g + \mathbf{M}_g)\omega_{ip}^p + \mathbf{b}_g + \mathbf{n}_g \quad \dots (1)$$

여기서  $\omega_{ip}^p$ 와  $\tilde{\omega}_{ip}^p$ 는 자이로의 입력과 출력으로서  $\omega_{\alpha\beta}^\gamma$ 는  $\{\alpha\}$ 에 대한  $\{\beta\}$ 의 회전 각속도를  $\{\gamma\}$ 에서 표현한 것을 의미하며,  $\mathbf{S}_g$ 와  $\mathbf{M}_g$ 는 각각 환산계수와 비정렬 오차로서 식 (2)와 같이 정의되는 행렬이고,  $\mathbf{b}_g$ 와  $\mathbf{n}_g$ 는 각각 바이어스와 잡음 오차를 나타낸다.

$$\mathbf{S}_g = \begin{bmatrix} s_{gx} & 0 & 0 \\ 0 & s_{gy} & 0 \\ 0 & 0 & s_{gz} \end{bmatrix}, \mathbf{M}_g = \begin{bmatrix} 0 & m_{gxy} & m_{gxz} \\ m_{gyx} & 0 & m_{gyz} \\ m_{gzx} & m_{gzy} & 0 \end{bmatrix} \quad \dots (2)$$

따라서 식 (1)을 자이로 오차 성분에 대해 정리하면 식 (3)과 같이 표현할 수 있다.

$$\delta\omega_{ip}^p = \tilde{\omega}_{ip}^p - \omega_{ip}^p = (\mathbf{S}_g + \mathbf{M}_g)\omega_{ip}^p + \mathbf{b}_g + \mathbf{n}_g \quad \dots (3)$$

### 2.3 항법 오차 모델

센서 오차에 의한 항법 오차는 항법 계산식으로부터 유도할 수 있다[1]. 먼저, 식 (4)는 자세 계산식을 나타낸다.

$$\hat{\mathbf{C}}_p^n = \mathbf{C}_p^n [\omega_{np}^p \times] \quad \dots (4)$$

여기서  $\mathbf{C}_\alpha^\beta$ 는 자세 표현법 중 하나인  $\{\alpha\}$ 에서 표현된 벡터를  $\{\beta\}$ 에서 표현된 벡터로 변환하는 방향코사인행렬(direction cosine matrix, DCM)을 나타내고,  $[\mathbf{a}\times]$ 는 3차원 벡터  $\mathbf{a}$ 의 외적 연산에 대응되는 왜대칭행렬(skew-symmetric matrix)이다. 이에 대해 자세 오차  $\boldsymbol{\varphi}$ 는 식 (5)와 같이 정의할 수 있다.

$$\hat{\mathbf{C}}_p^n = (\mathbf{I} - [\boldsymbol{\varphi}\times]) \mathbf{C}_p^n \quad \dots (5)$$

이때  $\hat{\cdot}$  기호는 물리량의 추정치를 나타낸다. 식 (4)에 식 (5)를 대입하여 자세 오차에 대한 시간 전파식을 구하면 식 (6)과 같이 정리할 수 있다.

$$\dot{\boldsymbol{\varphi}} = -\boldsymbol{\omega}_{in}^n \times \boldsymbol{\varphi} + \delta\boldsymbol{\omega}_{in}^n - \mathbf{C}_p^n \delta\boldsymbol{\omega}_{ip}^p \quad \dots (6)$$

식 (3)을 식 (6)에 대입한 후, 항체가 정지해 있다고 가정( $\boldsymbol{\omega}_{in}^n = \mathbf{0}$ ,  $\mathbf{C}_p^n = \mathbf{I}$ )하고 지구 자전 각속도와 잡음을 무시( $\boldsymbol{\omega}_{ie} \approx \mathbf{0}$ ,  $\mathbf{n}_g \approx \mathbf{0}$ )함으로써 식 (6)을 단순화하면 식 (7)을 얻을 수 있다.

$$\dot{\boldsymbol{\varphi}} \approx -\mathbf{C}_p^b \{(\mathbf{S}_g + \mathbf{M}_g)\omega_{ip}^p + \mathbf{b}_g\} \quad \dots (7)$$

이와 유사한 과정을 통해 속도 및 위치 오차 모델을 유도할 수 있다. 먼저 속도 계산식은 식 (8)과 같이 정리된다.

$$\dot{\mathbf{v}}^n = \mathbf{C}_p^n \mathbf{f}^b - (2\boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \boldsymbol{\omega}_{en}^n) \times \mathbf{v}^n + \mathbf{g}^n \quad \dots (8)$$

여기서  $\mathbf{f}^b$ 는 가속도계에서 측정하는 비력(specific force),  $\mathbf{g}^n$ 은 중력 가속도를 나타낸다. 이로부터 속도

오차  $\delta\mathbf{v} = \hat{\mathbf{v}} - \mathbf{v}$  에 대한 시간 전파 식을 계산하면 식 (9)를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \delta\dot{\mathbf{v}}^n = & \mathbf{f}^n \times \boldsymbol{\varphi} + \mathbf{C}_p^n \delta\mathbf{f}^b - (2\boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \boldsymbol{\omega}_{en}^n) \times \delta\mathbf{v}^n \quad \dots (9) \\ & - (2\delta\boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \delta\boldsymbol{\omega}_{en}^n) \times \mathbf{v}^n + \delta\mathbf{g}^n \end{aligned}$$

마찬가지로 항체가 정지해 있다고 가정( $\mathbf{f}^n = -\mathbf{g}^n$ ) 하고, 크기가 작은 중력 오차 모델을 무시( $\delta\mathbf{g}^n \approx \mathbf{0}$ )한 후, 자이로 오차에 의한 영향에 초점을 두기 위해 가속도계 오차를 제거( $\delta\mathbf{f}^b \approx \mathbf{0}$ )하면 식 (10)과 같이 정리된다.

$$\delta\dot{\mathbf{v}}^n \approx -\mathbf{g}^n \times \boldsymbol{\varphi} \quad \dots (10)$$

마지막으로 위치 계산 식과 위치 오차 시간 전파 모델은 각각 식 (11)과 (12)로 정리된다.

$$\dot{\mathbf{p}}^n = \dot{\mathbf{v}}^n \quad \dots (11)$$

$$\delta\dot{\mathbf{p}}^n = \delta\dot{\mathbf{v}}^n \quad \dots (12)$$

식 (7)과 (10), (12)를 통해 단순화된 항법 오차식은 자이로 측정 오차를 적분하는 형태로 나타나므로, 이를 분석하여 회전 절차를 설계하는 데 기반으로 이용할 수 있다.

### III. 회전형 관성항법장치의 회전 동작

#### 3.1 회전 동작

2축 RINS는 회전축이 가리키는 방향에 따라 서로 다른 성능을 보인다[13]. 본 연구에서는 그림 3와 같이 외부 김블의 회전축이  $y_b$ 와 일치하고, 내부 김블의 회전축은  $z_p$ 와 일치하도록 설정한다. 초기 자세로서 내부 김블과 외부 김블이 회전하지 않은 상태의 자세를 A 자세라고 정의하면,  $\{b\}$ 와  $\{p\}$ 가 일치하는 상태, 즉  $(\mathbf{C}_p^b)_A = \mathbf{I}$ 로 표현할 수 있다.

A 자세로부터 내/외부 김블을 180도 단위로 회전함으로써 구현할 수 있는 자세는 그림 2과 같이 4가지로 구분할 수 있다. 또한 구현할 수 있는 회전 동작은 각각의 자세로부터 내부 김블과 외부 김블, 즉  $y$ 축과  $z$ 축 회전을 양의 방향과 음의 방향으로 수행할

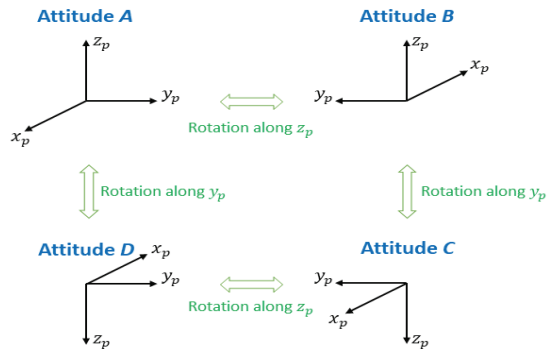


그림 2. 2축 RINS의 구현 가능한 자세  
Fig. 2 Feasible attitudes of dual-axis RINS

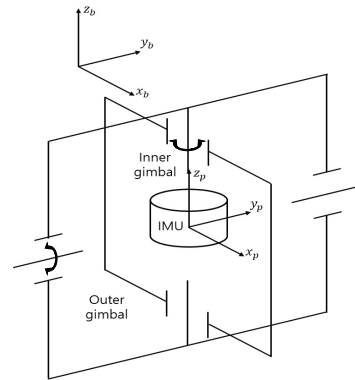


그림 3. 2축 회전형 관성항법장치 구조  
Fig. 3 Configuration of dual-axis RINS

수 있으므로 총 16가지의 회전 동작이 존재한다. 표 1은 각 회전 동작 시 자이로에 입력되는 각속도 값과 DCM을 보여준다. 여기서 회전축과 방향은 외부에서 관찰할 때를 기준으로  $\{b\}$ 에 대해 표현하며,  $\omega$ 는 김블의 회전 속도를 나타내고,  $c\omega$ 와  $s\omega$ 는 각각  $\cos\omega t$ 와  $\sin\omega t$ 를 의미한다.

#### 3.2 회전 동작별 항법 오차 분석

표 1과 같은 16가지 회전 동작에 대해 식 (7)을 적분하여 각 회전 동작을 수행할 때 발생하는 자세 오차를 계산할 수 있다. 즉, 180도 회전을 수행하는 데 소요되는 시간은  $T = \pi/\omega$ 이므로 각 회전 동작 수행 시 자이로 오차에 의해 발생하는 자세 오차는 식 (13)과 같이 계산할 수 있다.

표 1. 2축 RINS에서 구현 가능한 회전 동작 시의 각속도 및 방향코사인행렬  
Table 1. Angular rate and DCM for feasible rotational motions in dual-axis RINS

	Rotation axis	$+\omega_y(y+)$	$-\omega_y(y-)$	$+\omega_z(z+)$	$-\omega_z(z-)$
		$\omega_{bp}^b$	$[0 \ \omega \ 0]^T$	$[0 \ -\omega \ 0]^T$	$[0 \ 0 \ \omega]^T$
Attitude A	$\omega_{bp}^p$	$[0 \ \omega \ 0]^T$	$[0 \ -\omega \ 0]^T$	$[0 \ 0 \ \omega]^T$	$[0 \ 0 \ -\omega]^T$
	$C_p^b$	$\begin{bmatrix} c\omega & 0 & s\omega \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\omega & 0 & c\omega \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} c\omega & 0 & -s\omega \\ 0 & 1 & 0 \\ s\omega & 0 & c\omega \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} c\omega & -s\omega & 0 \\ s\omega & c\omega & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} c\omega & s\omega & 0 \\ -s\omega & c\omega & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
Attitude B	$\omega_{bp}^p$	$[0 \ -\omega \ 0]^T$	$[0 \ \omega \ 0]^T$	$[0 \ 0 \ \omega]^T$	$[0 \ 0 \ -\omega]^T$
	$C_p^b$	$\begin{bmatrix} -c\omega & 0 & s\omega \\ 0 & -1 & 0 \\ s\omega & 0 & c\omega \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -c\omega & 0 & -s\omega \\ 0 & -1 & 0 \\ -s\omega & 0 & c\omega \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -c\omega & s\omega & 0 \\ -s\omega & -c\omega & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -c\omega & -s\omega & 0 \\ s\omega & -c\omega & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
Attitude C	$\omega_{bp}^p$	$[0 \ -\omega \ 0]^T$	$[0 \ \omega \ 0]^T$	$[0 \ 0 \ -\omega]^T$	$[0 \ 0 \ \omega]^T$
	$C_p^b$	$\begin{bmatrix} c\omega & 0 & -s\omega \\ 0 & -1 & 0 \\ -s\omega & 0 & -c\omega \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} c\omega & 0 & s\omega \\ 0 & -1 & 0 \\ s\omega & 0 & -c\omega \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} c\omega & s\omega & 0 \\ s\omega & -c\omega & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} c\omega & -s\omega & 0 \\ -s\omega & -c\omega & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$
Attitude D	$\omega_{bp}^p$	$[0 \ \omega \ 0]^T$	$[0 \ -\omega \ 0]^T$	$[0 \ 0 \ -\omega]^T$	$[0 \ 0 \ \omega]^T$
	$C_p^b$	$\begin{bmatrix} -c\omega & 0 & -s\omega \\ 0 & 1 & 0 \\ s\omega & 0 & -c\omega \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -c\omega & 0 & s\omega \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\omega & 0 & -c\omega \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -c\omega & -s\omega & 0 \\ -s\omega & c\omega & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -c\omega & s\omega & 0 \\ s\omega & c\omega & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$

$$\varphi = - \int_0^{\pi} \omega C_p^m \{ (\mathbf{S}_g + \mathbf{M}_g) \omega_{ip}^p + \mathbf{b}_g \} dt \quad \dots (13)$$

여기서 지구 자전 각속도를 무시하고 항체가 정지하였다고 가정( $\omega_{ip}^p \approx \omega_{bp}^p$ ,  $C_p^m = C_p^b$ )한다. 오차 요소별로 자이로 바이어스, 환산계수, 비정렬 각각에 따른 자세 오차를 정리하면 표 2로 나타낼 수 있으며, 이때 각 오차 요소는 시간에 따라 변하지 않는 임의의 상수(random constant)로 가정한다.

#### IV. 최적 회전 절차 설계 조건 분석

최적 회전 절차란 정지 도중 발생하는 항법 오차뿐 아니라, 이를 상쇄하기 위하여 수행하는 연이은 회전 동작 중에 새로 발생하는 항법 오차를 모두 포함하여 상쇄하는 경우를 가리킨다. 기존에 제안된 회전 절차 중 180도 회전 동작으로 구성된 회전 절차들[9-10,

13]은 앞서 분석한 회전 동작을 조합하여 나타낼 수 있다. 본 절에서는 최적 회전 절차를 설계하기 위한 회전 동작 조합 조건에 대해 분석한다.

먼저, 식 (7)로부터 유도된 식 (14)는 연이은 회전 동작 시 발생하는 자세 오차가 각 회전 동작 시 발생하는 자세 오차의 합으로 표현됨을 보여주며, 이를 통해 최종 자세 오차는 표 2의 결과를 합산하여 간단히 근사하여 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \varphi &= - \int_0^{nT} C_p^n \{ (\mathbf{S}_g + \mathbf{M}_g) \omega_{ip}^p + \mathbf{b}_g \} dt \quad \dots (14) \\ &= - \sum_{k=1}^n \int_{(k-1)T}^{kT} C_p^n \{ (\mathbf{S}_g + \mathbf{M}_g) \omega_{ip}^p + \mathbf{b}_g \} dt \\ &= - \sum_{k=1}^n \int_0^T (C_p^n)_k \{ (\mathbf{S}_g + \mathbf{M}_g) (\omega_{ip}^p)_k + \mathbf{b}_g \} dt \\ &= \sum_{k=1}^n \varphi_k \end{aligned}$$

표 2. 자이로 오차에 의해 발생하는 회전 동작별 자세 오차  
 Table 2. Attitude error per rotational motion caused by gyro error

Error source	Attitude error during rotational motions		
	Attitude before rotational motion	Rotation axis and direction	
		$\pm \omega_y^b$	$\pm \omega_z^b$
$\varphi_{bias}$	Attitude A	$[\mp 2b_{gz}/\omega - \pi b_{gy}/\omega \pm 2b_{gx}/\omega]^T$	$[\pm 2b_{gy}/\omega \mp 2b_{gx}/\omega - \pi b_{gz}/\omega]^T$
	Attitude B	$[\mp 2b_{gz}/\omega \pi b_{gy}/\omega \mp 2b_{gx}/\omega]^T$	$[\mp 2b_{gy}/\omega \pm 2b_{gx}/\omega - \pi b_{gz}/\omega]^T$
	Attitude C	$[\pm 2b_{gz}/\omega \pi b_{gy}/\omega \pm 2b_{gx}/\omega]^T$	$[\mp 2b_{gy}/\omega \mp 2b_{gx}/\omega \pi b_{gz}/\omega]^T$
	Attitude D	$[\pm 2b_{gz}/\omega - \pi b_{gy}/\omega \mp 2b_{gx}/\omega]^T$	$[\pm 2b_{gy}/\omega \pm 2b_{gx}/\omega \pi b_{gz}/\omega]^T$
$\varphi_{SF}$	Attitude A	$[0 \mp \pi s_{gy} 0]^T$	$[0 0 \mp \pi s_{gz}]^T$
	Attitude B	$[0 \mp \pi s_{gy} 0]^T$	$[0 0 \mp \pi s_{gz}]^T$
	Attitude C	$[0 \mp \pi s_{gy} 0]^T$	$[0 0 \mp \pi s_{gz}]^T$
	Attitude D	$[0 \mp \pi s_{gy} 0]^T$	$[0 0 \mp \pi s_{gz}]^T$
$\varphi_{MA}$	Attitude A	$[-2m_{gzy} 0 2m_{gxy}]^T$	$[2m_{gyz} -2m_{gxz} 0]^T$
	Attitude B	$[2m_{gzy} 0 2m_{gxy}]^T$	$[-2m_{gyz} 2m_{gxz} 0]^T$
	Attitude C	$[-2m_{gzy} 0 -2m_{gxy}]^T$	$[2m_{gyz} 2m_{gxz} 0]^T$
	Attitude D	$[2m_{gzy} 0 -2m_{gxy}]^T$	$[-2m_{gyz} -2m_{gxz} 0]^T$

특히 회전 동작의 순서에 상관없이 그 종류에만 의존함을 알 수 있다.

표 2로부터 16가지 회전 동작은 서로 다른 항법 오차를 발생시키며, 한 가지 회전 동작의 모든 오차를 다른 하나의 회전 동작만으로는 상쇄할 수 없는 것을 확인할 수 있다. 즉, 2개의 회전 동작만으로는 모든 오차를 상쇄할 수 없는 것을 확인할 수 있다. 계산을 단순히 하기 위하여 처음 회전 동작이 A 자세에서 양의  $y$ 축( $+\omega_y^b$ )으로 수행하는 것으로 가정하고 이를  $A_{y+}$  동작으로 표기하면, 이때 발생된  $\varphi_{MA}$ 를 상쇄하기 위해서는 반드시 D 자세에서  $y$ 축으로 회전을 수행함을 볼 수 있다. 이때  $\varphi_{SF}$ 를 상쇄하기 위하여 음의 방향으로의 회전, 즉  $D_{y-}$  동작을 수행하더라도  $\varphi_{bias}$ 는 상쇄되지 않고 오히려 증폭된다. 반대로 양의  $y$ 축으로 회전인  $D_{y+}$ 을 수행하면  $\varphi_{SF}$ 가 증폭되는 대신  $\varphi_{bias} = [0 \ 2\pi b_{gy}/\omega \ 0]$ 만 남게 되며, 이는  $B_{y-}$ 와  $C_{y-}$  회전 동작을 추가로 수행하여 남아있는  $\varphi_{SF}$ 와  $\varphi_{bias}$ 를 모두 상쇄할 수 있게 된다.

그러나 그림 2에 나타난 바와 같이  $A_{y+}$ 를 수행한

후에는 D 자세가 되므로 필요한 회전 동작 중  $D_{y+}$ 만이 수행 가능하며, 이는 다시 IMU가 A 자세로 돌아오게 만든다. 즉,  $A_{y+}$ ,  $D_{y+}$ ,  $B_{y-}$ ,  $C_{y-}$ 의 4가지 회전 동작만을 조합한 회전 절차는 물리적으로 구현할 수 없으며, 이는 첫 번째 회전 동작을  $A_{y+}$ 가 아닌 다른 회전 동작으로 채택하더라도 동일한 결과를 얻는다. 정리하자면, 4개의 회전 동작만으로 구성된 최적 회전 절차는 존재하지 않는다는 것을 의미한다.

한편  $B_{y-}$ 와  $C_{y-}$ 를 수행하려면 B 자세 또는 C 자세로 변환하기 위해  $A_{z+}$ ,  $A_{z-}$ 와 같이  $z$ 축에 대한 회전 동작이 필요하다. 이때 새로운 항법 오차가 발생하므로 앞선 분석과 유사한 과정을 통해 또 다른 3개의 회전 동작을 수행하여 이를 상쇄할 수 있음을 확인할 수 있다. 이처럼 물리적으로 구현 가능하고 최소 회전 동작으로 구성되며 자세 오차를 모두 상쇄할 수 있는 최적 회전 절차는 8회전 절차임을 알 수 있다.

8가지 회전 동작은 그림 2의 제약을 따르면서도 서로 다른 방법으로 구성될 수 있다. 기존에 제안된 8회전 절차[9]인  $A_{z+}B_{y+}C_{z-}D_{y-}A_{y-}D_{z-}C_{y+}B_{z+}$  뿐 아니



라  $A_z+B_y+C_y+B_z+A_y-D_z-C_z-D_y$ -도 자세 오차를 모두 상쇄하는 8회전 절차에 해당한다. 또한 서로 다른 2개의 8회전 절차를 연이어 수행함으로써 최적의 16회전 절차를 구성할 수도 있다. 특히 표 2에서 볼 수 있듯이 16개의 회전 동작을 한 번씩 수행하면 항상 모든 자세 오차가 상쇄되며, 기존에 제안된 16회전 절차[9-10]가 이에 해당한다.

나아가 속도 오차와 위치 오차 또한 최적 회전 절차의 조건으로 활용된다. 식 (10)과 (12)로부터 속도 오차는 자세 오차의 누적 합(cumulative sum), 그리고 위치 오차는 다시 속도 오차의 누적 합으로 근사할 수 있다. 이는 자세 오차와 달리 속도 및 위치 오차는 회전 동작의 종류뿐 아니라 순서에 따라서도 영향을 받는 것을 의미한다. 따라서 이들을 고려한 최적 회전 절차 설계를 위한 조건에 대해 추가적인 분석이 추후 연구로서 요구된다.

## V. 결론

본 논문에서는 RINS의 최적 회전 절차 설계를 위한 회전 동작별 항법 오차 분석을 수행하였다. 2축 RINS에서 180도 회전만으로 구현할 수 있는 4개의 자세와 각 자세에서 수행할 수 있는 회전 방향으로부터 16개의 회전 동작을 정의하였고, 관성항법의 오차 방정식으로부터 각 회전 동작을 수행할 때 발생하는 자세 오차를 계산하였다. 이를 바탕으로 회전 절차 도중에 발생한 모든 항법 오차를 최소화하는 최적 회전 절차를 설계하기 위한 조건을 분석하였다. 그 결과, 자세 오차를 모두 상쇄하기 위해서는 최소 8개의 회전 동작이 필요하고 다양한 8회전 절차를 구성할 수 있음을 보였다. 또한 이들을 조합해 16회전 절차로 확장할 수 있으며, 16개 회전 동작을 한 번씩 수행하는 경우에는 항상 자세 오차를 상쇄할 수 있음을 보였다. 추후 연구로는 속도 및 위치 오차에 대한 최적 설계 조건 연구가 필요하다.

### 감사의 글

이 논문은 2022년 정부(방위사업청)의 재원으로 국방과학연구소의 지원을 받아 수행된 연구임(U1220048SD).

## References

- [1] D. H. Titterton and J. L. Weston, *Strapdown inertial navigation technology*, Stevenage, United Kingdom: Institution of Electrical Engineers, 2004.
- [2] P. D. Groves, *Principles of GNSS, Inertial, and Multisensor Integrated Navigation Systems*, 2 ed. Boston, U.S.A.: Artech House, 2013.
- [3] M. Shin, D. Kang, K. Kim, J. Kim, C. Lee, and Y. Ko, "A Study on the Multipurpose Golf Putting Range Finder using IR Razer Sensor and Inertial Sensor," *J. of the Korea Institute of Electronic Communication Sciences*, vol. 18, no. 4, 2023, pp. 669-696.
- [4] J. Hwang, J. Cha, and C. Park, "A Novel Federated Structure of Invariant EKF Using Left-/Right-Invariant Observations," *IEEE Sensors J.*, vol. 22, no. 21, 2022, pp. 20645-20654.
- [5] M. Chae, S. Cho, and K. Shin, "Development of a Real Trajectory-based Simulator to Verify the Reliability of the Integrated Navigation System for Trains," *J. of the Korea Institute of Electronic Communication Sciences*, vol. 16, no. 1, 2021, pp. 135-144.
- [6] S. Jeon, T. Jo, and S. Hwang, "Utilization Trend of Global Satellite Navigation Systems for Next Generation Mobile Communications and Smart Mobility," *J. of the Korea Institute of Electronic Communication Sciences*, vol. 18, no. 6, 2023, pp. 1057-1066.
- [7] W. H. Fincke, "Strapdown Inertial Sensing Unit Rotation/SISUR/-A new approach to inertial navigation," *IEEE Position Location and Navigation Symp.*, San Diego, U.S.A., 1978, pp. 132-145.
- [8] C. Kim, H. Yu, I. Lee, J. Oh, and S. Lee, "A Study on Error Analysis of Dual-Axis Rotational Inertial Navigation System Based on Ring Laser Gyroscope," *J. of the Korean Society for Aeronautical & Space Sciences*, vol. 46, no. 11, 2018, pp. 921-933.
- [9] B. Yuan, D. Liao, and S. Han, "Error compensation of an optical gyro INS by multi-axis rotation," *Measurement Science and Technology*, vol. 23, no. 2, 2012..
- [10] F. Zha, L. Chang, and H. He,

“Comprehensive error compensation for dual-axis rotational inertial navigation system,” *IEEE Sensors J.*, vol. 20, no. 7, 2020, pp. 3788-3802.

- [11] Q. Wei, F. Zha, and L. Chang, “Novel rotation scheme for dual-axis rotational inertial navigation system based on body diagonal rotation of inertial measurement unit,” *Measurement Science and Technology*, vol. 33, no. 9, 2022.
- [12] Z. Liu, L. Wang, K. Li, and J. Sui, “An improved rotation scheme for dual-axis rotational inertial navigation system,” *IEEE Sensors J.*, vol. 17, no. 13, 2017, pp. 4189-4196.
- [13] Q. Wei, F. Zha, and L. Chang, “Novel rotation scheme for dual-axis rotational inertial navigation system based on body diagonal rotation of inertial measurement unit,” *Measurement Science and Technology*, vol. 33, no. 9, 2022.

1998년 UCLA 기계항공공학과 Research Fellow  
 2003년 ~ 현재 서울대학교 항공우주공학과 교수  
 2009년 Georgia Tec. 방문교수  
 ※ 관심분야 : 고급 필터링, 고정밀 INS, 영상/관성 항법시스템, INS/GNSS/TRN 결합 알고리즘, MEMS 기반 PDR



**조성윤(Seong-Yun Cho)**

1998년 광운대학교 제어계측공학과 졸업(공학사)  
 2000년 광운대학교 대학원 제어계측공학과 졸업(공학석사)

2004년 광운대학교 대학원 제어계측공학과 졸업(공학박사)  
 2003년 서울대학교 ASRI 보조연구원  
 2004년 서울대학교 BK21 박사후연구원  
 2004년 ~ 2013년 한국전자통신연구원 선임연구원  
 2008년 ~ 2013년 UST 겸임교수  
 2013년 ~ 현재 경일대학교 스마트공학부 교수  
 2022년 ~ 현재 (주)나브인랩스 대표  
 ※ 관심분야 : 복합항법시스템, 선형/비선형 필터링 이론, 센서기반 모션 검출, 보행자 항법시스템, 자율주행자동차 및 위치기반 서비스

저자 소개



**차재혁(Jae-Hyuck Cha)**

2016년 연세대학교 기계공학과 졸업(공학사)  
 2018년 서울대학교 대학원 기계항공공학부 졸업(공학석사)

2018년 ~ 현재 서울대학교 대학원 기계항공공학부 박사과정  
 ※ 관심분야 : 관성항법시스템, 관성센서 기반 복합항법시스템, 선형/비선형 필터링



**조민수(Min-Su Jo)**

2014년 경상대학교 전기전자공학부 졸업(공학사)  
 2017년 대구경북과학기술원 대학원 정보통신융합공학전공 졸업(공학석사)

2017년 ~ 현재 국방과학연구소 선임연구원  
 ※ 관심분야 : 관성항법장치, 비선형 필터링, 고장 검출



**박찬국(Chan-Gook Park)**

1985년 서울대학교 제어계측공학과 졸업(공학사)  
 1987년 서울대학교 대학원 제어계측공학과 졸업(공학석사)

1993년 서울대학교 대학원 제어계측공학과 졸업(공학박사)  
 1993년 서울대학교 제어계측기술연구센터 박사후연구원  
 1994년 ~ 2002년 광운대학교 정보제어공학과 교수



**박찬주(Chan-Ju Park)**

1994년 부산대학교 정밀기계공학과 졸업(공학사)  
 1996년 부산대학교 대학원 정밀기계공학과 졸업(공학석사)

2009년 충남대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학박사)  
 1996년 ~ 현재 국방과학연구소 책임연구원  
 ※ 관심분야 : 관성항법장치, 선형/비선형 필터링