〈일반논문〉

Journal of the Korean Society of Visualization, Vol. 22, No. 1 (61~67), 2024 (Manuscript received : 2024.02.21./Revised : 2024.03.16./Accepted : 2024.03.16.) DOI:http://dx.doi.org/10.5407/jksv.2024.22.1.061

ISSN 1598-8430 Print ISSN 2093-808X Online

상용 Gentoo 폴리머가 경화된 고체주입표면에서 물방울 거동

김형원^{*} · 김정현[†]

Water droplet behavior on a solid-infused surface cured with commercial Gentoo polymer

Hyeongwon Kim^{*} and Jeong-Hyun Kim⁺

Abstract In this study, the behavior of water droplets on a solid-infused surface was evaluated by quantifying a water droplet's contact angle, sliding angle, and terminal velocity. The contact angle hysteresis and sliding angle of water on the solid-infused surface were measured to be lower than those of the hydrophobic PTFE surface. It led to the enhancement of the initiation of the water droplet's movement. When the capillary number was lower than Ca < 0.004, the terminal velocity of the water droplet on the solid-infused surface was higher than the PTFE surface due to the low contact line resistance. However, the transition of the droplet morphology from a hemispherical shape to a streamlined teardrop shape beyond Ca > 0.004 lost the effect of reducing frictional resistance on the solid-infused surface.

Key Words : Droplet's sliding angle (액적 이동 경사각), High-speed imaging (초고속 이미징), Static contact angle (정적 접촉각), Terminal velocity (종단 속도)

1. 서 론

고체 표면에서의 유체 마찰 저항 저감은 유체 역학분야에서 오랫동안 각광받아온 연구 주제 중 하나이다. 초발수 표면은 표면 에너지가 낮 은 발수 표면에 마이크로미터 혹은 나노미터 크 기의 미세 구조가 형성된 표면으로 유체와 고체

[†] Department of Mechanical System Design Engineering, Seoul National University of Science and Technology, Seoul 01811, Korea, Assistant Professor

E-mail: kimjh@seoultech.ac.kr

^{*} Department of Mechanical Information Engineering, Seoul National University of Science and Technology, Seoul 01811, Korea, Graduate Student 표면 간 접촉 면적을 줄이고 유체의 미끄러짐 (slip)을 유발하여 마찰 저항을 줄이는 것으로 보고되었다.^[1] 하지만, 초발수 표면이 유체 속에 잠겨서 운동할 경우, 표면 미세 구조 사이에 형 성되었던 공기층이 높은 정수압과 전단응력으 로 인해 붕괴되며 마찰 항력 저감의 효과를 잃 게 된다. 초발수 표면의 단점을 개선하기 위하 여 표면 구조 사이에 공기층을 갇히게 하는 대 신 표면장력이 낮은 오일을 미세구조로 주입한 오일주입표면(Lubricant-infused surface)이 대안 으로 제시되었다.^[2] 오일주입표면은 정적인 혹 은 전단응력이 매우 낮은 조건에서 방오 성능 및 유체 마찰 저감 등의 공학적 효용성을 보였 다. 하지만, 미세 구조 속에 갇힌 오일은 일정 수준의 전단응력 조건하에서 유실될 수 있으며 그 성능을 유지하지 못한다는 것이 밝혀졌다.[3] 미세 구조를 일정한 간격으로 배열하지 않고 랜 덤하게 배치할 경우 구조 속에 갇힌 오일의 유 실은 지연시킬 수 있으나 막을 수는 없다.[4] 최 근, 미세 구조 사이에 물과의 친화력이 낮은 액 체를 주입 혹은 코팅한 뒤 경화한 이른바 고체 주입표면(Solid-infused surface)이 제안되었다.^[5] 기존 표면과는 달리 미세 구조 사이 발수성을 갖는 물질이 경화되어 고체 상태로 유지되기 때 문에 높은 정수압과 전단응력에서도 유실되지 않고 뛰어난 방오 성능을 보였다.^[5] 하지만, 현 재 고체주입표면에서의 마찰 저항 저감에 관한 공학적 분석은 미비한 상황이다. 마찰 저항 저 감 성능은 유체에 의해 발생하는 정수압과 전단 응력이 비교적 작은 방울 실험[6-8]으로부터 표면 이 액체 속에 잠겨서 운동하는 수동실험까지 그 범위가 매우 다양하다. 본 연구에서는 상용 젠 투 폴리머를 경화한 고체주입표면에서 물방울 의 이동 경사각 및 종단 속도를 평가하여 마찰 저항 저감에 관해 정량적으로 분석을 진행하고, 향후 유체역학 분야에서의 활용도를 확인하고 자 한다.

2. 실험

2.1 실험 표면

스테레오리소그래피 기반 3D 프린터(Formlabs, Form 3)로 길이 100mm, 폭 20mm, 두께 8mm의 고체 표면을 출력한 뒤 상온에서 자연 경화하였 다. 3D 프린팅 된 baseline표면에 PTFE sheet (McMaster-Carr)를 부착하여 발수 표면 (Hydrophobic surface, HS)을 준비하였다. 또한, baseline 표면 에 상용 초발수 코팅액(Rust-oleum, Neverwet)을 스프레이 코팅하여 초발수 표면(Superhydrophobic surface, SHS)을 준비하였다. 고체주입표면 (Solid-infused surface, SIS)은 상용 젠투 폴리머 (UltraTech 4700 Gentoo coating)를 사용하여 제 작하였다. 젠투 폴리머는 2개 파트로 구성되며, 각 파트를 1:1 비율로 상온에서 약 2시간 정도 Table 1. Static advancing contact angle $\theta_{S,A}$, static receding contact angle $\theta_{S,R}$, and contact angle hysteresis $\theta_H = \theta_{S,A} - \theta_{S,R}$ of water on test surfaces.

	θ _{S,A} [°]	$\boldsymbol{\theta}_{S,R}$ [°]	θ _Η [°]
Baseline	$91.4~\pm~4.0$	$30.4~\pm~5.4$	$61.0~\pm~6.7$
SIS	$116.6~\pm~1.9$	$92.6~\pm~5.6$	$24.0~\pm~5.9$
HS	$120.3~\pm~2.3$	$69.3~\pm~7.4$	$51.0~\pm~7.7$
SHS	$160.9~\pm~5.1$	$157.5~\pm~4.0$	$3.4~\pm~6.5$

혼합한 뒤 baseline 표면에 혼합액을 부어 도포 하고, 24시간 상온에서 경화하여 표면을 완성하 였다. 제작된 표면들의 젖음성을 정량화하기 위 하여 물방울의 정접촉각을 측정하였으며, 그 결 과를 Table 1에 제시하였다. 표면의 발수성은 정 적 전진 접촉각 $\theta_{S,A}$ 과 정적 접촉각 이력($\theta_H = \theta_{S,A}$ - $\theta_{S,R}$)으로 평가할 수 있는데, Baseline의 표면에 서 물방울의 전진접촉각이 가장 낮고, 접촉각 이력은 약 61°로 가장 높게 관측되어 발수성이 가장 낮았다. 반면, 초발수 표면의 경우 가장 높 은 정적 전진 접촉각과 가장 낮은 접촉각 이력 을 보여 발수성이 가장 우수하였다. 고체주입표 면의 경우 접촉각 이력이 약 24도로 일반 발수 표면보다는 발수성이 높은 것으로 평가되었다.

2.2 실험 구성

Fig. 1은 경사진 표면 위 물방울의 거동을 관 측하기 위한 실험 장치 개략도를 보여준다. 3D 프린터로 출력된 부품과 레이저 가공기로 가공 된 아크릴로 표면 거치대를 제작하여 실험 표면



Fig. 1. A schematic of the experimental setup.

을 올려 놓을 수 있도록 하였다. 표면 거치대의 경사각은 스텝 모터(17HS4401)를 사용하여 0° 에서 70°까지 조정하였다. 표면 위 물방울의 거 동은 초고속 카메라(Phantom VEO-E 310L)를 통 해 촬영되었다.

물방울 거동 특성은 물방울의 이동 경사각 및 종단 속도 실험을 통해 확인하였다. 물방울의 이 동 경사각(Sliding angle)은 실험 표면의 경사각이 점진적으로 증가함에 따라 물방울이 이동하기 시작하는 각도로 정의한다. 이동 경사각 측정을 위해, 우선 시린지 펌프(Harvard Apparatus Pump 11 Elite)로 초순수 물방울을 발생시켜 표면 상단 에 적층시켰다. 물방울의 부피는 약 9 비에서 487 µl사이를 갖도록 조정한 후, 표면의 경사각을 스 텝 모터로 변화시켜 물방울이 이동하기 시작하 는 경사각을 관측하였다. 이 때 물방울의 관성 혹은 모터의 진동 등 외부 요인에 의한 영향을 최소화하기 위하여 0.1°정도의 높은 분해능으로 스텝 모터를 구동하여 경사각을 점진적으로 변 화시켰다. 9 μl의 물방울 부피는 방울을 완벽한 구형으로 가정하였을 때 직경이 약 2.6 mm이며, 487 ul의 부피는 직경 9.8 mm에 해당한다.

물방울 종단 속도 실험은 각 실험 표면의 최 소 경사각(물방울 이동 경사각)으로부터 70°에 이르기까지 5°단위로 표면 경사각을 조정한 뒤, 약 24 μl 물방울을 실험 표면에 낙하시켜 표면 하단으로 이동하는 양상을 초고속 카메라로 촬 영하였다. 표면을 따라 하강하는 물방울은 1280×800 pixels해상도에서 125 μm/ pixel의 공 간분해능으로 영상을 촬영하여 물방울 거동을 분석하였다. 또한, 표면 경사각과 발수성에 따 른 물방울의 하강속도가 다른 점을 감안하여 영 상은 24fps에서 3,200fps의 다양한 시간 분해능 조건에서 촬영되었다.

3. 결과 및 고찰

3.1 물방울 이동 경사각

Fig. 2는 물방울의 초기 부피에 따른 각 실험 표면에서의 물방울 이동 경사각 변화를 보여준다.



Fig. 2. Variation of droplet's sliding angle as a function of droplet's initial volume. The data include the sliding angle for the 3D printed Baseline surface (black square), hydrophobic PTFE surface (blue triangle), solid-infused surface (red diamond), and superhydrophobic surface (green circle.)

Baseline 표면에서 물방울의 부피가 34 µl 미만 일 경우, 물방울은 표면 경사각이 70°에 도달하 여도 적층 된 상태로 유지되었다. 이는 물방울 에 작용하는 중력보다 물방울의 접촉선 마찰력 (Contact line friction)이 우세한 결과이다. 하지 만, 물방울의 부피가 약 34 µl이상일 경우 중력 이 접촉선 마찰력보다 우세해져 물방울은 경사 진 면을 따라 이동하기 시작하였으며, 34 ul 물 방울의 이동 경사각은 약 63°로 관측되었다. Fig. 2에 보이는 것과 같이, 물방울의 초기 부피 가 증가할수록 물방울의 이동 경사각은 점진적 으로 감소하며 약 11°정도로 수렴하는 경향을 보였다. 실험에 사용된 표면 중 발수 표면(HS) 과 고체주입표면(SIS)에서 물방울은 각각 13 μl, 9 µl의 부피에서 이동 경사각이 관측되기 시작 하였다. 이러한 현상은 표면의 발수성 증가에 따라 접촉선 마찰력이 감소된 것에 기인한다. Baseline 표면과는 달리 발수 및 고체주입표면에 서 물방울의 이동 경사각은 방울 부피 증가에 따라 매우 급격하게 감소하여 실험에 사용된 최 대 물방울 부피(487 µl)에서 각각 6°및 4°로 수 렴하였다. 접촉선 마찰력이 상당히 미미한 초발 수 표면에서는 물방울이 부피에 상관없이 약 1° 내외의 이동 경사각을 보였다. 초기 물방울의 부피가 작을수록 물방울 이동 경사각 오차가 크

게 나타난 것은 표면의 국부적 거칠기와 물방울 을 실험 표면에 적층 할 때의 초기 조건에 기인 한 것으로 예측된다.

Furmidge는 물방울의 중력을 ρgVsinα로, 접촉 선 마찰력을 γL(cosθ_{S,R} - cosθ_{S,A})로 정의하였다.^[9] 여기서 ρ는 물의 밀도, g는 중력가속도, V는 물 방울의 부피, α는 표면 경사각, γ는 물과 공기 계면의 표면장력, L은 물방울과 표면의 접촉 길 이, θ_{S,R}은 정후진 접촉각, θ_{S,A}는 정전진 접촉각 을 의미한다. 두 힘을 평형 관계로 두고 α에 대 해서 정리하면 아래와 같다:

$$\alpha = \sin^{-1} \left(\frac{L\gamma(\cos\theta_{S,R} - \cos\theta_{S,A})}{\frac{4}{3}\rho g \pi R^3} \right)$$
(1)

여기서 R은 물방울을 구형으로 가정하였을 때의 반지름을 의미한다. 보통 물방울이 표면과 접촉하는 형태 (혹은 접촉선의 길이)는 표면의 발수성, 거칠기에 영향을 받아서 서로 다르다. 따라서, 보정 계수 k를 도입하여 물방울의 이동 경사각 α_c을 최종적으로 표현할 수 있으며, 상 수 k값은 보통 0.5에서 0.5π사이의 값으로 문헌 에 보고되고 있다.[10]



Fig. 3. Variation of droplet's sliding angle as a function of droplet's initial volume. The data from Equation 2 with an arbitrary fitting parameter k fits the experimental data. The values of k were 0.6, 0.8, and 0.8 for hydrophobic surface (HS), superhydrophobic surface (SHS), and solid-infused surface (SIS), respectively.

$$\alpha_{c} = \sin^{-1} \left(\frac{kL\gamma(\cos\theta_{S,R} - \cos\theta_{S,A})}{\frac{4}{3}\rho g \pi R^{3}} \right) \quad (2)$$

정접촉각 데이터가 유효한 초기 부피 9 µl에서 24 µl까지 물방울의 이동 경사각을 Equation 2의 이론식과 비교한 결과, Fig. 3에 보이는 것과 같 이 실험과 이론 값이 비교적 일치하는 경향을 보였다.

3.2 물방울 종단 속도

실험 표면 위 물방울의 정접촉각과 이동경사 각 측정은 물방울이 운동을 시작하는 시점에 관 한 기초적인 정보를 제공한다. 고체 표면과 물 방울의 운동은 보통 동적인 상황에서 상호작용 이 이루어져 정적인 환경에서 정량화 된 지표인 정접촉각과 이동 경사각으로 방울의 거동을 분 석하는 것에는 한계가 있다. 따라서, 본 연구에 서는 경사진 실험 표면에 일정한 부피(24 µl)의 물방울을 낙하/운동 시킨 후 종단 속도를 측정 하고 방울의 형태학적 특징을 관찰하여 물방울 의 거동을 분석하고자 하였다. Fig. 4는 경사진 고체주입표면에서 운동하는 물방울의 위치 변 화를 표면 경사각에 따라 제시하였다. 실험이



Fig. 4. Variation of droplet's location moving along the inclined solid-infused surface as a function of time. The terminal velocities of water droplets for each slope were reached at 0 mm (SIS 40°), 66 mm (SIS 50°), 69.5 mm (SIS 60°), and 66.3 mm (SIS 70°) downstream points, respectively.



Fig. 5. *Ca* versus $B_0 \cdot \sin \alpha$ for the droplet moving along the inclined surfaces.

실시된 가장 낮은 경사각 40°일 때 물방울은 운 동 초기부터 비교적 일정한 속도를 가지며 표면 하류로 이동하였다. 하지만 표면 경사각이 50° 이상일 경우, 물방울의 중력과 표면 마찰력이 평형에 도달하는 시기가 지연되며 물방울의 속 도가 점진적으로 증가하는 양상을 보였다. 이 후, 물방울은 낙하한 위치로부터 대략 67mm 하 류 지점에서 종단 속도에 도달하였다.

실험에 사용된 모든 표면을 대상으로 표면 경 사각에 따른 물방울 종단 속도를 구하여 Fig. 5에 제시하였다. 각 표면에서의 물방울 중력을 Bond 수와 표면경사각을 곱한 $B_0 \cdot \sin\alpha (= \rho g D^2 \sin\alpha / \gamma)$ 로 표현하고, 물방울의 종단 속도는 Capillary 수 Ca(= μU/γ)로 무차원하여 제시하였다. 여기서 D 는 물방울을 구형으로 가정하였을 때 초기 직 경, μ는 물의 점성계수, U는 물방울의 종단 속도 를 의미한다. Fig. 5에 보이는 것과 같이 물방울 의 종단 속도가 관측되는 범위와 그 크기는 실 험 표면의 발수성 정도에 따라 매우 다르게 관 측되었다. 접촉각 이력이 $\theta_H = 61^{\circ}$ 정도로 매우 큰 Baseline 표면의 경우 실험이 가능한 최고 경 사각인 α = 70°에서만 물방울이 매우 느린 속도 로 운동하였다. 반면, 접촉각 이력이 $\theta_H = 3^{\circ}$ 정 도로 매우 낮은 초발수 표면에서는 물방울의 접 촉선 마찰이 미미하여 낮은 표면 경사각에서도 물방울 종단 속도가 높게 관측되었으며, 속도의 크기는 표면 경사각 증가에 따라 완만하게 증가 하는 경향을 보였다. 발수 표면과 고체주입표면 의 경우 초발수 표면에 비해 종단 속도가 관측



Fig. 6. *Ca* versus $B_0 \cdot \sin \alpha$ for the droplet moving along the hydrophobic (HS) and solid-infused surfaces (SIS). The images on the top and bottom show the droplet moving at $\alpha = 40^\circ$ and $\alpha = 70^\circ$ on both surfaces.

되는 범위가 제한적이었으며, 종단 속도의 크기 도 작았다. 반면, 물방울의 중력 효과가 증가함 에 따라 종단 속도의 크기는 매우 가파르게 증 가하는 경향을 보였다.

발수 표면과 고체주입표면에서 물방울 동적 특성을 더 면밀하게 평가하기 위하여 두 표면의 데이터만 추출하여 Fig. 6에 표현하였다. 고체주 입표면에서 물방울의 종단 속도는 *B*₀·sinα가 0.92 (표면 경사각 α = 55°)을 넘지 않은 조건에 서 발수 표면의 종단 속도보다 크게 관측되었 다. Podgorski의 연구진은 경사진 표면을 따라 운동하는 물방울의 중력은 접촉선 마찰과 점성 력과 평형을 이룬다는 관계를 통해 아래와 같은 scaling 법칙을 제시하였다^[11]:

 $Ca \sim Bo \cdot sina - (\cos\theta_{D,R} - \cos\theta_{D,A})$ (3)

동일한 표면 경사각에서 물방울의 B₀·sinα 값

이 일정한 점을 감안할 때, 고체주입표면에서 물방울의 접촉선 마찰력이 발수 표면 보다 작게 작용하여 종단 속도 (혹은 *Ca* 수)가 높게 측정 된 것으로 볼 수 있다. 동적 접촉각 이력 $\cos\theta_{D,R}$ - $\cos\theta_{D,A}$ 에 비례하는 접촉선 마찰력의 크기는 방울의 형태학적 특성을 통해 가늠할 수 있다. Fig. 6 상단에 삽입된 그림에 보이는 것처럼, 발 수 표면에서 물방울은 경사진 표면 하단으로 무 게 중심이 치우쳐져 동전진 접촉각이 동후진 접 촉각보다 큰 경향을 보였다. 반면, 고체주입 표 면에서는 물방울의 동전진 및 동후진 접촉각의 차이가 미미하여 물방울이 발수 표면에 비해 비 교적 대칭적인 반구 형태를 유지하였다.

B₀·sinα가 0.92 이상으로 증가할 경우, 발수 표면과 고체주입표면에서 물방울의 종단 속도 는 큰 차이를 보이지 않았다. Fig. 6 하단의 그림 에 보이는 것과 같이, 표면에 낙하한 뒤 반구 형 태로 운동하던 물방울은 종단 속도에 이르렀을 때 물방울 앞부분이 뭉툭하고 뒷부분이 뾰족한 눈물 방울 (혹은 유선형 형태)를 갖게 되었다. 고체주입표면에서는 꼬리 부분이 표면 상단 방 향으로 더 길게 늘어져 Fig. 7에 제시된 것과 같 이 물방울과 표면의 접촉 길이가 더 증가하였 다. 이러한 물방울의 형태학적 변화는 *Ca* 수가 약 0.004인 지점부터 관측되기 시작하였으며, 문헌에 제시된 *Ca* 수와 유사하였다.^[11] B₀·sinα



Fig. 7. Contact length between a droplet and a surface. D_{SIS} - D_{HS} (circle symbol) indicates the difference in the contact length of the hydrophobic and solid-infused surfaces.

가 0.92이상인 구간에서는 물방울의 형태가 타 원에서 유선형으로 진화하고, 접촉선의 길이도 증가하며, 동후진 접촉각의 크기가 동전진 접촉 각보다 급격하게 변화한다. 따라서, 마찰 정도 를 단순한 scaling으로 이루어진 Equation 3으로 설명하기 어려울 것으로 판단되며, 문헌에 제시 된 방울의 체계적인 형태학적 특징 관찰에 기반 한 이론식을 활용하여 향후 설명되어야 한다.^[12]

4. 결 론

본 연구에서는 상용 Gentoo 폴리머가 경화된 고체주입표면(Solid-infused surface)에서 물방울 의 거동을 이동 경사각과 종단 속도를 관측하고 평가하였다. 실험에 사용된 물방울의 최소 부피 인 9 µl에서 고체주입표면 위 물방울의 이동 경 사각은 약 49°로 측정되었으며, 방울의 부피 증 가에 따라 이동 경사각은 급격하게 감소하였다. 물방울의 중력과 접촉선 마찰의 힘평형 이론식 은 고체주입표면에서 물방울의 이동 경사각 변 화를 잘 설명하는 것으로 확인되었다. 경사진 고체주입표면을 따라 운동하는 물방울은 B₀. sina가 0.92 혹은 Ca 수가 0.004보다 작을 경우 PTFE 발수 표면보다 접촉선 저항이 적게 작용 하여 높은 종단 속도를 보였다. 유체를 물방울 로 한정할 경우 고체주입표면은 초발수 표면에 비해 향상된 성능을 가진다고 평가하기 어려우 나 일반 발수 표면보다 발수성이 우수한 것으로 판단된다. 향후 수동 혹은 견인 수조 실험을 통 해 고체주입표면의 마찰 저감 성능을 추가로 확 인할 예정이다.

후 기

이 성과는 정부(과학기술정보통신부)의 재원 으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구 임 (No. 2020R1C1C1005588).

REFERENCE

- Rothstein, J.P., 2010, "Slip on Superhydrophobic Surfaces", Annual Review of Fluid Mechanics, Vol. 42, pp. 89~109.
- Won, T.-S., Kang, S.H., Tang, S.K.Y., Smythe, E.J., Hatton, B.D., Grinthal, A., and Aizenber, J., 2011, "Bioinspired Self-repairing slippery surfaces with pressure-stable omniphobicity", Nature, Vol. 477, pp. 443~447
- Wexler, J.S., Jacobi, I., Stone, H.A., 2015, "Shear-Driven Failure of Liquid-Infused Surfaces", Physical Review Letters, Vol. 114, 168301
- Kim, J.-H. and Rothstein, J.P., 2016, "Delayed lubricant depletion on liquid-infused randomly rough surfaces", Experiments in Fluids, Vol. 57, 81
- Hatte, S. and Pitchumani, R., 2022, "Novel nonwetting solid-infused surfaces for superior fouling mitigation", Journal of Colloid and Interface Science, Vol. 627, pp. 308~319
- 6) 김의진, 김정현, 2021, "거친 발수 표면에 충 돌하는 유체 방울의 팽창 및 수축 역학: 미세 유체 방울의 형성", 한국가시화정보학회지, Vol. 19, pp. 15~21
- 7) 송준규, 김형대, 2018, "이동하는 소수성 및 친수성 표면에서 액적의 동접촉각 측정", 한 국가시화정보학회지, Vol. 16, pp. 16~22
- 8) 장문영, 박세현, 유동인, 2018, "친수성 마이 크로 기둥 구조 표면에서의 표면 지형적 특성 에 따른 퍼짐성 현상에 대한 실험적 연구", 한 국가시화정보학회지, Vol. 16, pp. 35~39
- Furmidge, C.G.L., 1962, "Studies at phase interfaces. I. The sliding of liquid drops on solid surfaces and a theory for spray retention", Journal of Colloid Science, Vol. 17, pp. 309~324
- Gao, N., Geyer, F., Pilat DW, Wooh S., Vollmer, D., and Butt HJ, 2018, "How drops start sliding over solid surfaces", Nature Physics, Vol. 14, pp. 191~196
- 11) Podgorski, T., Flesselles, J.-M., and Limat, L.,

2001, "Corners, Cusps, and Pearls in Running Drops", Physical Review Letters, Vol. 87, 036102

12) Puthenveettil, B., Senthilkumar, V.-K., and Hopfinger, E.J., 2013, "Motion of drops on inclined surfaces in the inertial regime", Journal of Fluid Mechanics, Vol. 726, pp. 26~61