

# 주파수 매개변수화에 의한 2차원 전기비저항 역산

장한누리<sup>1</sup> · 신창수<sup>1,2\*</sup> · 이동권<sup>1</sup> · 장한길로<sup>1</sup>

<sup>1</sup>보민글로벌(주)

<sup>2</sup>서울대학교 에너지자원공학과

## 2D Resistivity Inversion Using Spectral Parameterization

Hannuree Jang<sup>1</sup>, Changsoo Shin<sup>1,2\*</sup>, Dongkweon Lee<sup>1</sup>, and Hangilro Jang<sup>1</sup>

<sup>1</sup>BOMIN GLOBAL Co., Ltd.

<sup>2</sup>Department of Energy Resources Engineering, Seoul National University

### 요약

이 연구에서는 복소 푸리에 급수를 활용한 공간 파수 매개변수화를 기반으로 한 새로운 2차원 전기비저항 역산 알고리즘을 개발하였다. 이 기법은 전기 비저항 분포를 공간 파수 구성 요소로 분해할 수 있어 전기장 모델링에서 강성 행렬과 감도 행렬을 효율적으로 계산할 수 있게 한다. 또한, 역산에서 전위 차의 편미분을 계산하기 위한 가상 전류원은 모든 모델의 격자점에서 정의된다. 역산 과정에서는 푸리에 계수를 반복적으로 갱신하기 위해 가우스-뉴턴 방법을 사용하며, 민감도 기반 가중치 기법을 통해 각 자료의 영향을 동적으로 조정한다. 이 방법은 감도가 높은 영역의 해상도를 향상시키는 동시에 감도가 낮은 영역의 수치적 안정성을 보장한다. 합성 자료의 수치 실험을 이용하여 역산 알고리즘의 적용성을 검증하였다. 민감도 기반 가중치 역산은 연속적인 전기비저항 분포를 영상화하여 보다 세밀하고 정확한 모델을 제공할 수 있다. 수치실험을 통해 푸리에 급수 기반 전기비저항 역산이 지하의 이상체 및 지질구조 해석에 효과적으로 활용될 수 있음을 확인하였다.

**주요어:** 전기비저항, 역산, 주파수, 복소 푸리에 급수, 가우스-뉴턴

### ABSTRACT

In this study, we have introduced a novel 2D electrical resistivity inversion method based on spectral parameterization that uses a complex Fourier series to image subsurface resistivity. Decomposing the resistivity into frequency components enables the efficient computation of stiffness and sensitivity matrices, which are crucial for electric field modeling and inversion. We defined a virtual current source at every model grid point to calculate the partial differentiation of the electric potential during inversion. The inversion process uses the Gauss-Newton method to update the Fourier coefficients iteratively, with a sensitivity-based weighting scheme that dynamically adjust the influence of each data point. This ensures greater resolution in high-sensitivity areas while maintaining stability in less sensitive regions. To validate the method, synthetic numerical experiments were conducted to compare it with traditional block parameterization. This simplifies the model by dividing the subsurface into homogeneous blocks. Although block parameterization offers computational efficiency, the spectral method has superior resolution and convergence in complex geological environments.

**KEYWORDS:** Resistivity, Inversion, Spectral, Complex Fourier Series, Gauss-Newton

### 서론

전기비저항 탐사 자료의 역산 해석은 지표에서 측정된 전위차 자료를 바탕으로 지하의 전기비저항 분포를 추정하는 기술이다. 포아송(Poisson)방정식에 기초로 두며 전류의 흐름, 전위 분포, 그리고 지하 매질의 비저항 간의 관계를 설명한다. 그러나 전기비저항 역산 문제는 본질적으로 부정합(ill-posed) 문제이다. 이는 동일한 측정 자료로부터 여러 개의 서로 다른 비저항 모델이 도출될 수 있다. 즉, 측정된 자료의 수가 모델 매개변수의 수보다 적어 자료를 만족하는 해가 여러 개가 만들어지는 이러한 비유일성은 역산 결과의 신뢰성과 해석 가능성에 큰 영향을 미치며, 이를 해결하기 위해 정규화(regularization)와 같은 기법이 개발되었다. 정규화 기법은 역산 과정에서 자료의 잡

#### \*Corresponding author

E-mail: [cssmodel@snu.ac.kr](mailto:cssmodel@snu.ac.kr)

Address: BOMIN GLOBAL Co., Ltd., 142 LS-ro, Dongan-gu, Anyang-si, Gyeonggi-do 14118, Republic of Korea

**Received:** 18 November 2024; **Revised:** 25 November 2024; **Accepted:** 28 November 2024

© 2024 Korean Society of Earth and Exploration Geophysicists

This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

음을 억제하고, 안정성을 향상시키는 역할을 한다.

일반적으로 전기비저항 역산은 전위차의 편미분을 계산하기 위한 전류원을 유한요소 블록의 격자점에 동일한 전기전도도를 가지도록 제약을 두고 수치적으로 정의하여 매개 변수를 줄이는 방법이 전통적인 방법이다. Zohdy (1975)는 Schlumberger 탐사 곡선의 자동 해석에서 수정된 Dar Zarrouk 함수를 활용하여 지하를 여러 균질한 블록으로 나누는 블록 기반 모델링을 제안하며, 전기비저항 역산을 위한 블록 매개변수화(blocky parameterization)를 처음 소개하였다. 이후 Pelton *et al.* (1978)은 이 방법을 2차원 전기비저항 및 유도분극 자료의 역산에 적용하여 효율적이고 안정적인 결과를 도출할 수 있음을 입증하였다. 이후 현재까지 전기비저항 역산은 포아송 방정식을 2차원 또는 3차원 공간에서 풀어 민감도 행렬을 계산한 후 가우스 뉴턴법을 적용한다. 이 과정에서 미지수의 수를 줄이기 위하여 여러 개의 유한 요소가 동일한 전기전도도를 공유하도록 제약을 두는 블록 매개변수화 방식을 적용하고 있다(Tripp *et al.*, 1984; Sasaki, 1989; Sasaki, 1994; Li and Oldenburg, 2000; Yi *et al.*, 2001; Ha *et al.*, 2006; Pidlisecky *et al.*, 2007).

그러나 매개변수의 블록화를 사용하는 역산은 계산의 효율성을 높은 반면, 복잡한 지질 구조를 단순화하여 미세한 변화나 이질적인 구조를 정확히 표현하지 못할 수 있다(Loke and Barker, 1996). 또한, 이 방식은 모델의 경계를 날카롭게 구분하지만, 점진적으로 변화하는 지하 특성을 제대로 반영하지 못하여 경계를 부정확하게 정의하게 한다(Loke *et al.*, 2003). 이러한 한계는 블록화 방식이 효율성은 높지만 복잡한 구조 모델링에는 적합하지 않음을 시사한다(Tarantola, 2005; Oldenburg and Li, 1994).

한편, 푸리에(Fourier) 분석은 측정 자료를 해석하고, 정확한 모델링 및 자료 처리를 위한 도구로 활용되고 있다. Florsch *et al.* (2012)은 유도 분극 탐사에서 주파수 영역에서의 신호 분석을 통해 이완 시간 분포를 도출하여 적분 방정식을 풀기 위한 방법으로 푸리에 변환을 활용하였다. Buvat *et al.* (2013)은 전기비저항 모델링에서 적분방정식을 푸리에 급수 섭동(perturbation)을 통해 근사적으로 계산하였다. 이와 같이 푸리에 분석은 복잡한 방정식을 단순화할 뿐만 아니라 다양한 지구물리 모델에 대한 해석을 용이하게 한다.

이 연구에서는 푸리에 급수를 활용하여 포아송 방정식을 풀고 이를 전기비저항 역산 문제에 적용하는 새로운 역산법을 소개한다. 지하의 전기비저항 모델을 복소 푸리에 급수(complex Fourier series)로 표현하고, 역산의 매개변수는 복소 푸리에 급수의 복소 계수(complex coefficient)이다. 또한, 역산에서 전위차의 편미분을 계산하기 위한 가상 전류원은 모든 모델의 격자점에서 정의된다. 푸리에 급수를 이용한 물리탐사 자료의 역산은 다음과 같은 장점이 있다. 비저항 분포를 약 100개 내외의 저주파수 성분의 합으로 표현할 수 있다. 이러한 장점에도 불구하고 공간 파수를 매개변수로 사용하여 전기비저항 자료를 역산하는 방법은 아직 개발되지 않았다. 역산은 기존의 블록 매개변수 방식에 비해 적은 매개변수를 사용하는 매개변수화 방식을 통해 지하 전기비저항 단면도를 효율적으로 얻을 수 있다. 본 논문은 새로운 푸리에 기반 전기비저항 역산 알고리즘을 합성 자료에 적용하였다.

## 이론

복소 푸리에 급수를 계산하기 위해, 복소 푸리에 계수  $c_n$ 은 적분을 통해 구한다. 주기  $2L$ 을 가지는 함수  $f(x)$ 는 다음과 같은 복소 푸리에 급수로 표현된다(Kreyszig, 2011).

$$f(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{in\pi x/L} \tag{1}$$

여기서, 복소 푸리에 계수  $c_n$ 는 각 주파수 성분에 대한 기여도를 나타내며, 다음 식과 같이 계산된다.

$$c_n = \frac{1}{2L} \int_{-L}^L f(x) e^{-in\pi x/L} dx, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \tag{2}$$

이 공식은 함수  $f(x)$ 의 주파수 성분을 나타내며, 각  $n$ 에 대한 주파수 기여도를 정량화한다. 이를 통해  $f(x)$ 의 복잡한 공간 분포를 주파수 성분의 합으로 분석할 수 있다. 복소 푸리에 급수를 사용하면 전기비저항 분포를 공간 파수 구성 요소로 분해할 수 있으므로 전기장 모델링에서 강성 행렬과 감도 행렬을 매개변수법과 똑같이 효율적으로 계산할 수 있게 된다.

지하의 전기 비저항 분포  $\rho(x, z)$ 는 2차원 푸리에 급수를 이용하여 다음과 같이 표현할 수 있다(Kreyszig, 2011).

$$\rho(x, y) = \sum_{n=-N}^N \sum_{m=-M}^M (a_{nm} + ib_{nm}) e^{i\left(\frac{2\pi n}{a}x + \frac{2\pi m}{b}z\right)} \tag{3}$$

여기서  $n$ 과  $m$ 은 각각 수평 방향  $x$ 와 수직 방향의  $z$ 의 공간 파수이다.  $n$ 은  $-N$ 에서  $N$ 까지의 정수 값을 취할 수 있으며, 여기서  $N$ 은  $x$  방향에서 사용되는 최대 해상도(resolution) 또는 고조파(harmonic) 수를 정의한다. 이와 마찬가지로  $m$ 은  $-M$ 에서  $M$ 까지의 정수 값을 취할 수 있으며, 여기서  $M$ 은  $z$  방향에서 사용되는 최대 해상도 또는 고조파 수이다.  $a$ 는 수평 방향 비저항 분포의 기본 주기 또는 범위로 수평 방향의 파수  $n$ 에 대한 공간적 규모를 결정한다.  $b$ 는 수직 방향 비저항 분포의 기본 주기 또는 범위로 수직 방향의 파수  $m$ 에 대한 공간적 규모를 결정한다.  $a_{nm}$ 과  $b_{nm}$ 는 공간 파수  $n, m$ 에 대한 복소수 푸리에 계수로 각각 실수와 허수 함수의 주파수 성분을 나타내며,  $i$ 는  $\sqrt{-1}$ 이다. 전기 비저항 변화에 따른 실수 및 허수 함수의 민감도는 아래의 편미분 함수로 표현할 수 있다.

$$\frac{\partial \rho(x, z)}{\partial a_{nm}} = e^{i\left(\frac{2\pi n}{a}x + \frac{2\pi m}{b}z\right)}, n = 1, \dots, np, m = 1, \dots, mp \quad (4)$$

$$\frac{\partial \rho(x, z)}{\partial b_{nm}} = ie^{i\left(\frac{2\pi n}{a}x + \frac{2\pi m}{b}z\right)}, n = 1, \dots, np, m = 1, \dots, mp \quad (5)$$

여기서  $np$ 와  $mp$ 는 각각 수평 방향과 수직 방향의 고유 공간 파수이다. 이 공간 파수들은 수평 방향과 수직 방향에서의 역산 모델의 해상도와 복잡도(complexity)를 정의한다. 모델에서 고유 주파수의 개수가 많을수록, 즉  $np$ 와  $mp$  값이 클수록 함수  $\rho(x, z)$ 는 더 많은 정현파 성분을 포함하여 더 세밀하고 복잡한 변화를 표현할 수 있게 된다. 모델링 자료는 다음과 같은 전기장 모델링을 통하여 얻을 수 있다. 이 연구에서는 2차원 유한요소법을 이용하였다.

2차원 Poisson 방정식을 변분법을 적용하면 다음과 같은 행렬식으로 표시된다(Huebner *et al.*, 1995).

$$\mathbf{Su} = \mathbf{f} \quad (6)$$

여기서  $\mathbf{S}$ 는 모델링 연산자 행렬(stiffness matrix)이고,  $\mathbf{f}$ 는 전류 벡터이다.

위의 방정식의 모델링 연산자 행렬은 다음과 같이 표시될 수 있다.

$$S_{kl} = \int_0^a \int_0^b \left[ \left( \frac{\partial N_k}{\partial x} \frac{\partial N_l}{\partial x} + \frac{\partial N_k}{\partial z} \frac{\partial N_l}{\partial z} \right) \right] \rho(x, z) dx dz \quad (7)$$

여기서  $k = 1, \dots, nn, l = 1, \dots, nn$ 이다. 그리고  $N_k$  및  $N_l$ 는 유한요소법에서 기저함수(또는 형상함수)이며,  $nn$ 은 전위차가 계산되는 유한요소 격자수이다.

식 (7)의  $\rho(x, z)$ 를 푸리에 급수를 이용하여 표시하면 식 (7)은 식 (8)과 같이 쓸 수 있다.

$$S_{k,l} = \int_0^a \int_0^b \left( \sum_{n=-N}^N \sum_{m=-M}^M a_{nm} + i \sum_{n=-N}^N \sum_{m=-M}^M b_{nm} \right) e^{i\left(\frac{2\pi n}{a}x + \frac{2\pi m}{b}z\right)} \left( \frac{\partial N_k}{\partial x} \frac{\partial N_l}{\partial x} + \frac{\partial N_k}{\partial z} \frac{\partial N_l}{\partial z} \right) dx dz, \quad k = 1, \dots, nn, l = 1, \dots, nn \quad (8)$$

역산에 필요한 측정 자료와 계산 자료와의 오차를 최소화하기 위한 가우스-뉴턴(Gauss-Newton)법을 적용하기 위해서는 푸리에 계수  $a_{nm}$ 과  $b_{nm}$ 의 편미분치 계산이 필요하다.

$a_{nm}$ 의 편미분치 계산은 아래와 같다. 식 (6)을 푸리에 계수( $a_{nm}$ ) 대하여 미분하면 다음과 같이 표시된다.

$$\frac{\partial \mathbf{Su}}{\partial a_{nm}} = 0 \quad (9)$$

식 (9)를 정리하면 다음과 같이 된다.

$$\frac{\partial \mathbf{S}}{\partial a_{nm}} \mathbf{u} + \mathbf{S} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial a_{nm}} = 0 \tag{10}$$

식 (10)의 두번째 항을 오른쪽으로 옮기면 다음과 같다.

$$\mathbf{S} \left( \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial a_{nm}} \right) = - \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial a_{nm}} \mathbf{u} = \mathbf{f}^* \tag{11}$$

여기서  $\mathbf{f}^*$ 는 가상 전류원 벡터이다.

$$\mathbf{f}^* = - \left[ \int_0^a \int_0^b e^{i \left( \frac{2\pi n}{a} x + \frac{2\pi m}{b} z \right)} \left( \frac{\partial N_k}{\partial x} \frac{\partial N_l}{\partial x} + \frac{\partial N_k}{\partial z} \frac{\partial N_l}{\partial z} \right) dx dz \right] \mathbf{u}, \quad k = 1, \dots, nn, l = 1, \dots, nn \tag{12}$$

$b_{nm}$ 의 편미분치 계산은 다음의 식과 같으며,  $a_{nm}$ 의 편미분치 계산과 같은 방법으로 구해진다. 식 (6)을 푸리에 계수( $b_{nm}$ )를 미분하면 식 (13)과 같다.

$$\frac{\partial \mathbf{S} \mathbf{u}}{\partial b_{nm}} = 0 \tag{13}$$

식 (13)을 정리하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial \mathbf{S}}{\partial b_{nm}} \mathbf{u} + \mathbf{S} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial b_{nm}} = 0 \tag{14}$$

식 (14)의 두번째 항을 오른쪽으로 옮기면 다음과 같다.

$$\mathbf{S} \left( \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial b_{nm}} \right) = - \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial b_{nm}} \mathbf{u} = \mathbf{f}^* \tag{15}$$

$$\mathbf{f}^* = - \left[ \int_0^a \int_0^b i e^{i \left( \frac{2\pi n}{a} x + \frac{2\pi m}{b} z \right)} \left( \frac{\partial N_k}{\partial x} \frac{\partial N_l}{\partial x} + \frac{\partial N_k}{\partial z} \frac{\partial N_l}{\partial z} \right) dx dz \right] \mathbf{u}, \quad k = 1, \dots, nn, l = 1, \dots, nn \tag{16}$$

위의 식은 전기비저항 역산에 적용되는 미분 방정식의 형태로,  $-\frac{\partial \mathbf{S}}{\partial b_{nm}} \mathbf{u}$ 는 모델 연산자 행렬  $\mathbf{S}$ 가 허수 계수  $b_{nm}$ 에 따라 어떻게 변하는지를 나타내며, 이러한 변화가 전위 행렬  $\mathbf{u}$ 에 미치는 영향을 계산한다. 블록 매개 변수화 방법은 관심있는 지역에서만 가상 음원이 존재하지만 공간 파수 매개화 방법은 모델 전구역에 가상 전류원이 존재하게 된다. 전위에 대한 편미분은 가상 전류를 이용하여 이미 LU 분해된 강성행렬 이용하여 순방향 대입(forward substitution)과 역방향 대입(backward substitution)에 의해 모든 매개 변수에 대한 편미분치를 계산할 수 있다. 역산은 가우스-뉴턴 방법을 적용하여 모델 업데이트를 위하여 다음과 같이 정규방정식으로 쓸 수 있다.

$$\mathbf{J}^T \mathbf{J} \Delta \mathbf{m} = \mathbf{J}^T \Delta \mathbf{d} \tag{17}$$

여기서  $\mathbf{J}$ 는 자코비안(Jacobian) 행렬,  $\Delta \mathbf{m}$ 은 모델 변수의 업데이트,  $\Delta \mathbf{d}$ 는 측정 자료와 계산 자료의 잔여오차이다. 이 연구에서는 민감도 기반 가중치를 적용하여 잔여오차의 기여를 민감도에 따라 조정한다. 이를 위해 가중행렬(weight matrix)를 다음과 같이 정의한다.

$$W_{ii} = \frac{1}{\sqrt{\sum_j J_{ij}^2 + \epsilon}} \tag{18}$$

$W_{ii}$ 는 가중치 행렬의 대각 요소로, 잔여오차의 기여를 조정하며,  $\epsilon$ 는 분모가 0이 되는 것을 방지하기 위한 작은 값이다(e.g.,  $10^{-6}$ ). 가중치를 적용한 정규 방정식은 다음과 같이 수정된다.

$$\mathbf{J}^T \mathbf{W}^T \mathbf{W} \mathbf{J} \Delta \mathbf{m} = \mathbf{J}^T \mathbf{W}^T \Delta \mathbf{d} \tag{19}$$

$\mathbf{W}$ 는 각 자료의 민감도에 기반하여 잔여오차와 자코비안을 동적으로 조정한다.

지금까지 공간 파수 계수 매개변수화에 의한 전기비저항 역산 과정을 소개하였다. 이 연구에서는 측정된 전기비저항 자료로부터 지하의 매질의 전기비저항 분포를 영상화하기 위해서 푸리에 계수를 구한다. 2차원 주파수 영역 유한요소법을 이용하여 전기장을 계산하여, 모델링으로 계산된 자료와 관측 자료의 잔여오차를 계산하고, 이를 통해 푸리에 계수를 업데이트한다. 주파수 매개변수화에 의한 전기비저항 역산은 비선형 역문제에서 미지수의 수를 줄이는 데 효과적이다.

## 수치실험

전기비저항 역산에서 블록형 매개변수화는 지하를 여러 개의 균질한 블록으로 나누어 역산 계산의 효율성을 높이는 기법이다. 이 방법은 각 블록의 전기비저항 값을 추정하여 모델의 자유도를 크게 줄임으로써 계산 속도를 향상시키고 수치적 안정성을 확보한다. 특히, 블록 기반으로 모델을 단순화함으로써 역산 과정에서 발생할 수 있는 과적합(overfitting) 문제를 완화할 수 있으며, 잡음이 포함된 자료에서도 신뢰할 수 있는 결과를 도출할 수 있다. 또한, 블록화 기법은 복잡한 자료를 해석하기 쉽게 만들어 결과를 시각화하고 해석하는 데 유리하다. 그러나 기존 블록형 매개변수화 기법에서는 각 블록에 동일한 가중치를 부여하거나, 단순한 규칙에 따라 가중치를 조정하는 방식을 채택하여 데이터의 민감도를 충분히 반영하지 못하는 한계가 있다. 예를 들어, 데이터가 얇은 지층에 대해 더 민감한 특성을 보일 경우, 심부 구조에 대한 해상도가 낮아질 수 있다. 이를 해결하기 위해 기존 방법에서는 주로 다음과 같은 방식으로 가중치를 적용하고 있다. 모든 블록에 동일한 중요도를 부여하여 각 블록이 데이터 적합성에 동일한 기여를 한다고 가정한다. 구현이 간단하고 계산 효율이 높다는 장점이 있지만, 데이터 민감도가 지역에 따라 다를 수 있다는 점을 고려하지 못한다는 단점이 있다. 데이터 적합도와 모델의 매끄러움(smoothness) 간의 균형을 조절하기 위해 정규화 변수를 모든 블록에 동일하게 적용하는 방식이다(Loke *et al.*, 2014). 이 방법은 단순한 블록 크기의 효과를 통해 간접적으로 가중치가 다르게 적용되기도 한다. 예를 들어, 큰 블록은 그 자체로 더 넓은 영역을 평균화하기 때문에 작은 블록에 비해 상대적으로 적은 영향을 미칠 수 있다. 전기비저항 자료가 얇은 지층에 대해 더 민감한 경향이 있다는 점을 보완하기 위해 심부 블록에 더 높은 가중치를 부여한다. 이를 통해 심부 층에 대한 해상도를 개선할 수 있다(Oldenburg and Li, 1999). 이 연구에서는 민감도 기반 가중치를 동적으로 적용하였다. 역산 과정 중 민감도 행렬을 실시간으로 계산하여, 각 블록이 자료에 미치는 영향을 지속적으로 평가하고, 이에 따라 가중치를 동적으로 조정한다. 이러한 동적 가중치 전략은 모델이 데이터에 적합하게 변화하도록 유도하는 동시에 블록별로 가중치를 차별화하여 지역적 특성을 더욱 효과적으로 반영한다. 특히, 자료의 적합성이 높은 영역에서는 가중치를 낮추어 과적합을 방지하고, 자료의 적합성이 낮은 영역에서는 가중치를 높여 해상도를 개선한다.

역산법 검증을 위해서 Fig. 1과 같이 전기비저항이 각각 100 ohm-m와 1000 ohm-m인 층서구조 위에 10 ohm-m의 전도성 이상체가 있는 모형을 설정하였다. 역산에 사용한 계산 격자수는  $600 \times 300$ 이며, 격자 크기는  $\Delta x = \Delta z = 5$  m이다. 역산의 초기모델은 1000 ohm-m 균질한 반무한 공간으로 설정하였다. Fig. 2는 각각 1, 3, 10회의 반복계산으로 얻어진 전기비저항 모델이며, 반복계산이 진행됨에 따라 전도성 이상체의 위치와 구조가 점진적으로 개선되고 있다. 민감도 기반 가중치가 적용되어서 자료의 민감도를 실시간으로 반영함으로써, 전

도성 이상체의 경계를 부드럽고 정확하게 영상화할 수 있다. Fig. 3은 푸리에 급수 기반 민감도 가중치 역산에서의 평균 제곱 오차(mean square error)의 수렴 과정을 보여준다. 초기 반복에서 급격히 오차가 감소하며, 이후 점진적으로 안정화되고 있다. 이는 민감도 기반 가중치가 역산 결과의 안정성과 정확성을 동시에 향상시키고 있음을 확인할 수 있다. Fig. 4는 푸리에 급수 기반 민감도 가중치 역산에서 사용된 가중치 함수의 공간적 분포를 나타낸다. 가중치는 깊이와 거리 축을 따라 변화하며, 자료의 민감도를 반영하여 역산 모델을 반복적으로 계산하면서 수정한다.

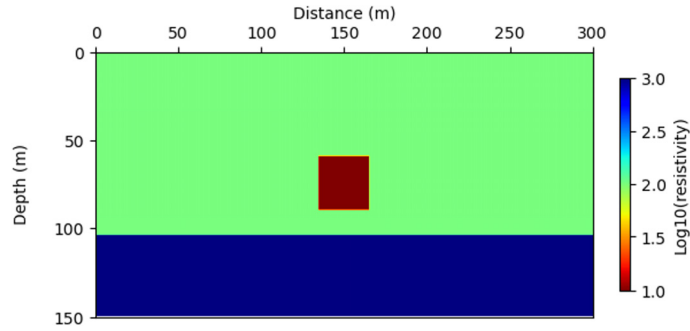


Fig. 1. Plan views of a test model which consists of a conductor of 10 ohm-m embedded within a horizontally stratified medium of 1000 ohm-m and 100 ohm-m.

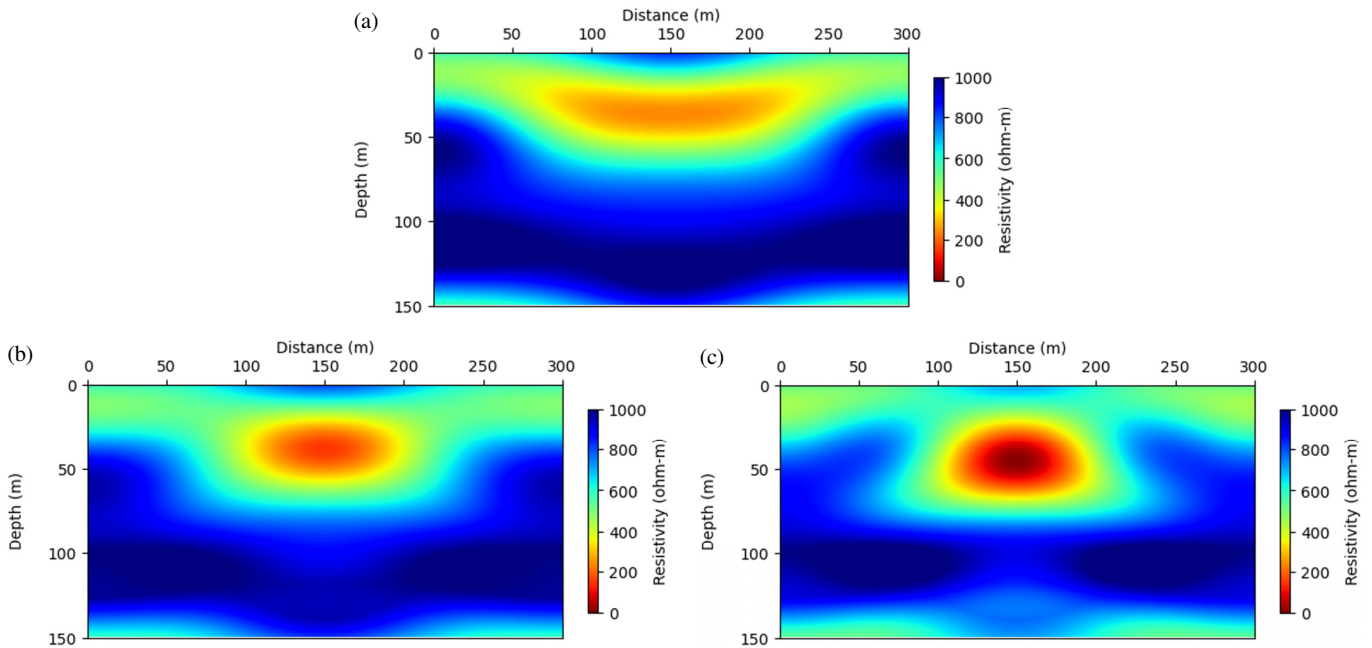


Fig. 2. Electrical resistivity models obtained through Fourier series-based inversion: (a) 1st, (b) 3rd, and (c) 10th iterations.

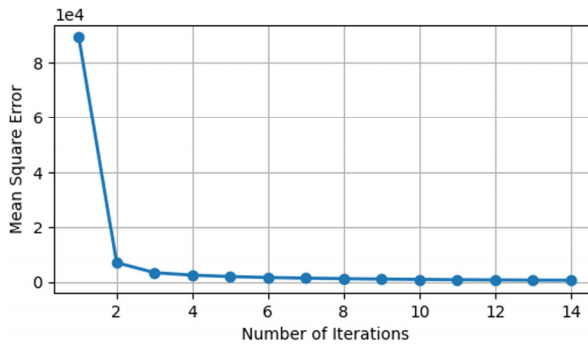


Fig. 3. Convergence of the mean square error over iterations in the Fourier series-based inversion process.

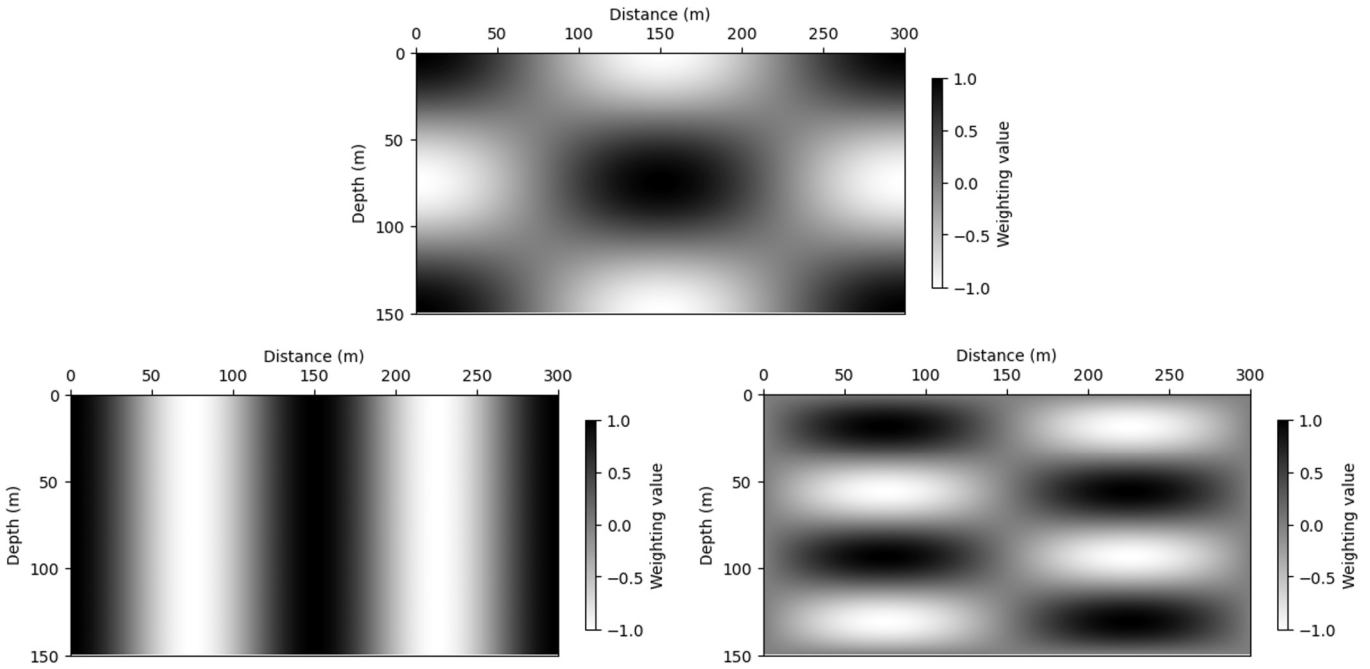


Fig. 4. Distribution of weighting functions in Fourier series-based inversion for different frequency components, illustrating the spatial variability of weight values across depth and distance.

기존의 방법과 비교를 위하여 동일한 모델에 대하여 블록 매개변수화 역산을 수행하였다. 그 결과 블록 매개변수화를 적용한 경우 초기 오차가 적고 해가 빠르게 수렴하였다(Fig. 5). 역산으로 재현된 전기비저항 모델의 경우 층의 경계는 잘 확인이 되었으나 작은 전도성 이상체는 상대적으로 단순하게 영상화 하여 이상체의 크기와 위치를 정확하게 파악하기 어렵다(Fig. 6). 이러한 결과는 새로운 알고리즘이 기존의 역산 방법보다 복잡한 지질 구조를 보다 정밀하게 모델링할 수 있음을 보여준다.

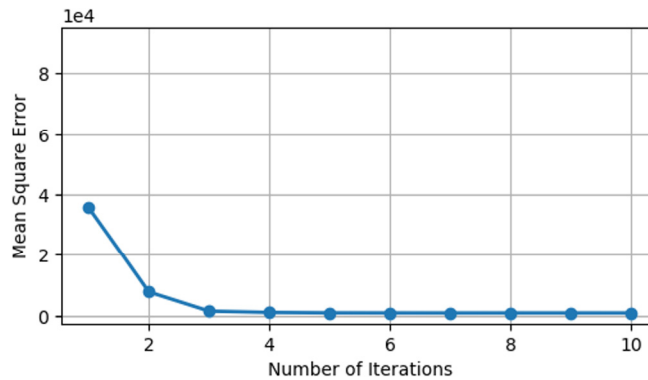


Fig. 5. Convergence of the mean square error over iterations in the block-parameterized Fourier series-based electrical resistivity inversion.

## 결론

이 연구에서는 푸리에 급수를 적용하여 전기장을 계산하는 새로운 전기비저항 역산 알고리즘을 소개하였다. 주파수 매개변수화는 전기비저항 분포를 개별 주파수 성분으로 분해하여 지하 매질에 대한 보다 상세하고 체계적인 분석을 가능하게 한다. 이 방법은 전기비저항 분포를 푸리에 변환을 통해 주요 공간 파수 성분으로 표현함으로써 역산 과정의 수치적 복잡성을 효과적으로 감소시킨다. 각 주파수 성분에 해당하는 푸리에 계수만을 추정하기 때문에, 전기비저항 모델의 모든 세부적인 공간적 변화를 직접 계산하는 대신, 모델 매개변수를 축소할 수 있다. 이로 인하여 계산 부담이 줄어들고, 수렴 속도가 개선되며, 역산 과정에서 발생할 수 있는 과적합 문제나 수치적 불안정성이 완화될 수 있다. 결과적으로, 주요 주파수 성분을 기반으로 한 역산은 지하 전기비저항 분포의 핵심 특징을 효율적이고 안정적

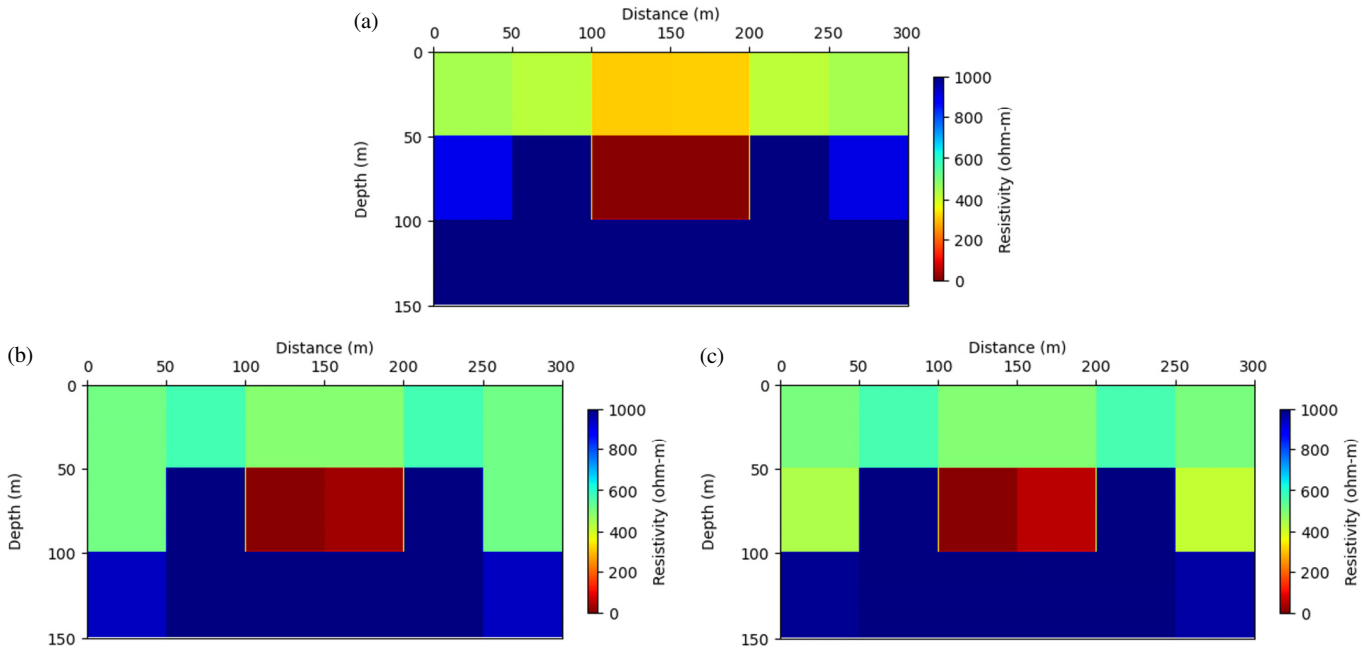


Fig. 6. Electrical resistivity model calculated through block parameterization in Fourier series-based inversion: (a) 1st, (b) 3rd, and (c) 10th iterations.

으로 재구성할 수 있게 한다. 전위차의 편미분을 계산하기 위한 가상 전류원은 여러 개의 유한 요소가 동일한 전기전도도를 공유하도록 제약을 두는 블록 매개변수화 방식이 아니라 모든 모델의 격자점에서 정의하였다. 역산 과정에서는 가우스-뉴턴 방법을 적용하여 잔여 오차를 최소화하기 위해 반복적으로 모델을 갱신하였으며, 민감도 기반 가중치를 도입하여 계산 효율성을 향상시키고, 보다 정확한 계산 결과를 얻을 수 있게 하였다. 개발한 푸리에 기반 역산의 실제 적용 가능성은 합성자료를 이용한 수치실험으로 검증하였다. 수치실험 결과 기존 블록 매개변수화를 적용한 역산은 지하 구조를 단순화하여 나타냈으며, 새롭게 개발한 역산 알고리즘을 적용한 결과 전도성 이 상체의 경계를 부드럽고 정밀하게 표현할 수 있었다. 푸리에 급수 기반 전기비저항 역산은 지하 구조를 정확하고 효율적으로 해석할 수 있는 강력한 도구임을 확인하였다. 개발된 역산법은 복잡한 지질 구조와 대규모 자료를 다룰 때 해석의 효율성과 정확성을 모두 확보할 수 있다. 향후 현장 자료의 해석에 활용하여 주파수 매개변수화에 의한 역산 기법이 정밀한 지하 구조 해석과 효율적인 자원 탐사에 기여할 수 있을 것으로 기대된다.

## 사사

본 연구는 산업통상자원부(MOTIE)와 한국에너지기술평가원(KETEP)의 지원을 받아 수행한 연구 과제입니다(No. RS-2022-KP002763 (20227A10100040)).

## References

- Buvat, S., Schamper, C., and Tabbagh, A., 2013, Approximate three-dimensional resistivity modelling using Fourier analysis of layer resistivity in shallow soil studies, *Geophys. J. Int.*, **194**, 158-169.
- Florsch, N., Camerlynck, C., and Revil, A., 2012, Direct estimation of the distribution of relaxation times from induced-polarization spectra using a Fourier transform analysis, *Near Surf. Geophys.*, **10**, 517-531.
- Ha, T., Pyun, S., and Shin, C., 2006, Efficient electric resistivity inversion using adjoint state of mixed finite-element method for Poisson's equation, *J. Comput. Phys.*, **214**, 171-186.
- Huebner, K. H., Thornton, E.A., and Byrom, T. G., 1995, *The finite element method for engineers*, 3th Ed., Wiley.
- Kreyszig, E., 2011, *Advanced Engineering Mathematics*, 10th Ed., Wiley.
- Li, Y. and Oldenburg, D. W., 2000, 3D inversion of induced polarization data, *Geophysics*, **65**, 1931-1945.



Loke, M. H., and Barker, R. D., 1996, Rapid least-squares inversion of apparent resistivity pseudosections using by a quasi-Newton method, *Geophys. Prospect.*, **44**, 131-152.

Loke, M. H., Acworth, I., and Dahlin, T., 2003, A comparison of smooth and blocky inversion methods in 2D electrical imaging surveys, *Explor. Geophys.*, **34**, 182-187.

Loke, M.H., Dahkn, T., and Rucker, D.E., 2014, Smoothness constrained time-lapse inversion of data from 3D resistivity survey, *Near Surf. Geophys.*, **12**, 5-24.

Oldenburg, D. W. and Li, Y., 1994, Inversion of induced polarization data, *Geophysics*, **59**, 1327-1341.

Oldenburg, D. W. and Li, Y., 1999, Estimating depth of investigation in DC resistivity and IP surveys, *Geophysics*, **64**, 403-416.

Pelton, W. H., Rijo, L., and Swift, C. M., 1978, Inversion of two-dimensional resistivity and induced polarization data, *Geophysics*, **43**, 788-803.

Pidlisecky, A., Haber, E., and Knight, R., 2007, RESINVM3D: A 3D resistivity inversion package, *Geophysics*, **72**, H1-H10.

Sasaki, Y., 1989, Two-dimensional joint inversion of magnetotelluric and dipole-dipole resistivity data, *Geophysics*, **54**, 254-262.

Sasaki, Y., 1994, 3D resistivity inversion using the finite-element method, *Geophysics*, **59**, 1839-1848.

Tarantola, A., 2005, *Inverse Problem Theory and Methods for Model Parameter Estimation*, SIAM.

Tripp, A. C., Hohmann, G. W., and Swift Jr, C. M., 1984, Two-dimensional resistivity inversion, *Geophysics*, **49**, 1708-1717.

Yi, M. J., Kim, J. H., Song, Y., Cho, S. J., Chung, S. H., and Suh, J. H., 2001, Three-dimensional imaging of subsurface structures using resistivity data, *Geophys. Prospect.*, **49**, 483-497.

Zohdy, A. A., 1975, *Automatic interpretation of Schlumberger sounding curves, using modified Dar Zarrouk functions* (No. 1313), US Government Printing Office.



**장한누리**

2006년 부경대학교 환경탐사공학과 공학사  
 2008년 부경대학교 환경탐사공학과 공학석사  
 2012년 부경대학교 에너지자원공학과 공학박사  
 2012년~2014년 부경대학교 에너지자원연구소 전임연구원  
 2014년~2017년 세종대학교 그린에너지연구소 전임연구원  
 2018년~2020년 (주)지오센스 책임연구원  
 현재 보민글로벌(주) 책임연구원

E-mail: hannureejang@gmail.com, hannureejang@bominglobal.com



**신창수**

1979년 한양대학교 자원공학과 공학사  
 1981년 한양대학교 자원공학과 공학석사  
 1988년 University of Tulsa Geophysics 공학박사  
 1996년 한국자원연구소 석유해저자원부 선임연구원  
 1996년~2001년 서울대학교 지구환경시스템공학부 조교수  
 2001년~2006년 서울대학교 지구환경시스템공학부 부교수  
 2006년~2022년 서울대학교 에너지자원공학과 교수  
 현재 서울대학교 명예교수, 보민글로벌(주) 기술고문

E-mail: cssmodel@snu.ac.kr



**이동권**

1995년~1999년 서울대학교 자원공학과 공학사  
 1999년~2001년 서울대학교 지구환경시스템공학부 공학석사  
 2001년~2011년 서울대학교 지구환경시스템공학부 공학박사  
 2011년~2015년 한국해양과학기술연구원 연구원  
 2016년~2018년 (주)지오스캔 이사  
 현재 보민글로벌(주) 부사장

E-mail: dklee@bominglobal.com



**장한길로**

2011년 부경대학교 에너지자원공학과 공학사  
 2013년 부경대학교 에너지자원공학과 공학석사  
 2016년 부경대학교 에너지자원공학과 공학박사  
 2016년~2018년 세종대학교 그린에너지연구소 박사후연구원  
 2018년~2020년 국립문화재연구소 학예연구원  
 현재 보민글로벌(주) 수석연구원

E-mail: hgrjang@bominglobal.com