

# Operational simulation of ADR (Adiabatic Demagnetization Refrigerator) assisted single-shot DR (Dilution Refrigerator) with small Helium-3 inventory

Byeungcheol An, Dohoon Kwon, Minseung Ku, and Sangkwon Jeong\*

Cryogenic Engineering Laboratory, Korea Advanced Institute of Science and Technology, Daejeon, Republic of Korea

(Received 4 December; revised or reviewed 23 December 2024; accepted 24 December 2024)

## Abstract

Most sub-Kelvin refrigerators have been developed to meet the rigorous demands of scientific inquiry. These advanced cooling devices include sorption-based evaporation cooler, Helium3-Helium4 dilution refrigerators, and adiabatic demagnetization refrigerators (ADRs), each of which utilizes fundamental principles such as evaporation cooling, phase separation, and the magnetocaloric effect. Recently, sub-Kelvin cooling has gained significant attention beyond the realm of pure scientific research, driven by the needs of quantum sensing, communication, and computing technologies. This paper describes an innovative single-shot DR (Dilution Refrigerator) system assisted by ADR as a precooler. Primary objective of this development is to minimize the Helium3 inventory without requiring cryogenic heat exchangers, while optimizing thermodynamic efficiency through careful selection of the temperature ranges for ADR and DR operations. Computer simulations, based on the assumption of thermodynamic equilibrium, demonstrate the straightforward operation of the proposed refrigerator with minimal Helium3 usage under various operating conditions. For the prototype DR, initial temperatures for the still and mixing chamber are set at 0.6 K and 0.7 K, with a mixture ratio of 40 % Helium3. The Helium3-Helium4 mixture is obtained through the condensation process facilitated by the continuous adiabatic demagnetization refrigerator (CADR), using GGG (Gadolinium Gallium Garnet) as the magnetic refrigerant. The simulation results could predict the conditions for terminating the DR operation. It is anticipated that the mixing chamber can achieve temperatures below approximately 0.2 K, provided the liquid helium meniscus in the still is maintained and the interface between the concentrated and diluted helium is sustained within the mixing chamber throughout the sorption pumping.

**Keywords:** Sub-Kelvin, Dilution refrigerator, Sorption cooler, Adiabatic Demagnetization refrigerator, Single-shot cycle analysis

## 1. 서 론

양자정보과학기술에 대한 관심이 높아짐에 따라, 이를 실현하기 위한 초저온 냉각 기술에 대한 중요성 또한 커지고 있다. 예를 들어 초전도 양자컴퓨터의 경우, 초전도 큐비트(qubit)의 안정적인 작동을 위하여 10~20 mK 정도의 매우 낮은 온도 환경이 요구된다. 이러한 온도 환경은 보통 희석식 냉동기(Dilution refrigerator, DR)를 통해 제공되어 왔다. DR의 경우, 0.85 K 이하에서 상분리된 Helium-3 (이하  $^3\text{He}$ )과 Helium-4 (이하  $^4\text{He}$ )의 액체 혼합물 내부에서,  $^3\text{He}$ 이 농축상(concentrated phase)에서 희석상(diluted phase)으로 이동할 때 발생하는 흡열 반응을 이용하여 초저온 냉각을 실현한다 [1]. DR의 연속적인 작동을 위해서  $^3\text{He}$ 의 경우 상온-상압 공간에 위치한 터보 진공 펌프를 통해 DR의 내외부를 순환한다. 양자컴퓨터의 대형화 관점에서 순환하는  $^3\text{He}$ 의 유량을 증가시켜, 그에 따라 DR의 냉각 용량 또한 증대하는 전략을 취해야 하지만, 제작된 큐비트의 불량 판별 등의 목적에 있어서는 기존의 DR의 크기가 그 목적에 비해 과도하게 크다는 문제점이 있다.

이처럼 초저온 환경에서 소형의 냉각 방식이 요구되는 상황

에 대응하기 위해 카이스트 기계공학과 저온공학 연구실에서는 단발식(single-shot)의 소형 DR을 제안한 바 있다 [2]. 단발식의 특성 상, 작동 후 혼합실(mixing chamber, MXC)에서  $^3\text{He}$ 이 모두 고갈되면 작동을 멈추게 된다. 또한 냉동기 작동 시작 시점에서부터 최저 온도에 도달한 상황 사이의 과도 상태에서, DR의 각 부분의 온도나 헬륨의 농도가 계속해서 변화하게 되고, 이는 DR 내부의 액체 헬륨 혼합물의 수위를 변화시키게 된다. 제안한 냉동기의 안정적인 작동을 위하여, 1) 목표 온도에 도달할 때까지  $^3\text{He}$ 이 모두 소모되면 안되고, 2) 액체 헬륨 혼합물이 적절한 수위를 유지하여야 한다. 본 연구에서는 소형 DR을 제작하기 전에 성능을 미리 파악하기 위한 수치해석을 진행하였다. 설계 및 작동 조건에 따라 증류기(still) 및 혼합실 내부에서 액체 헬륨의 계면이 적절하게 위치할 수 있는 최적 조건을 계산을 통해 제시하였다.

## 2. ADR assisted single-shot DR 구조

Fig. 1는 제안한 소형 DR의 개략도를 나타내었다. 제안한 냉동기가 작동하기 위해선, 필수적으로 혼합 챔버 내부에 미리 상분리된 헬륨 혼합물이 생성되어 있어야 한다. 이를 위하여 헬륨 혼합물의 액화를 담당하는 자기 냉동의 일종인 ADR

\* Corresponding author: skjeong@kaist.ac.kr

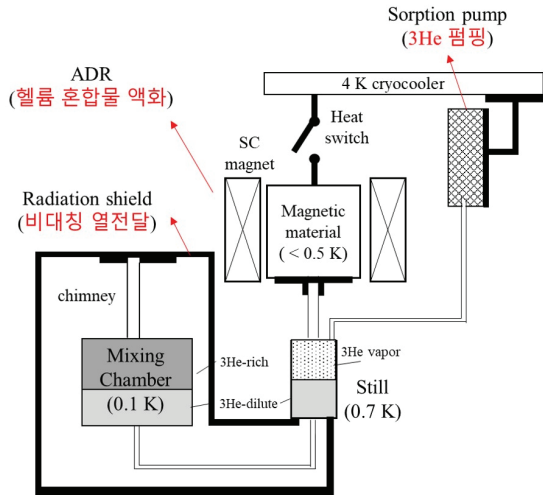


Fig. 1. Schematics of ADR assisted single-shot DR.

(Adiabatic demagnetization refrigerator)이 적용되었다. ADR의 경우 4 K의 상용 냉동기를 히트 싱크로 하며, 초전도 자석이 생성하는 자기장 변화에 따른 자기열량효과로 1 K 이하의 극저온을 생성한다. 카이스트 저온공학 연구실에서는 3 T 자기장 하에서 0.5 K의 온도를 생성하는 ADR을 제작한 바 있으며 [3], 최근 냉동기의 성능을 개선하여 최저 0.3 K의 온도를 달성할 수 있었다. ADR이 시스템 내부의 헬륨 혼합물을 액화시키고, 온도를 충분히 낮추면 혼합실 내부에는 3He과 4He의 상분리 현상이 나타나서, 윗부분에는 3He의 농도가 큰 농축상이 존재하고 아래에는 3He의 농도가 작은 희석상으로 구분된다. 증류기는 혼합실과 배관을 통해 연결되어 있으면서, 증류기 내부 공간에서 3He을 증발시켜 외부로 배출하고, 이에 따라 혼합실 내부에서 3He이 농축상에서 희석상으로 이동하도록 유도한다. 4He과 3He의 증기압 차이로 인해 증류기 내부의 기체 공간에는 대부분 3He이 존재하며, 증발된 3He 기체는 흡착식(adsorption) 펌프로 이동한다. 흡착 현상은 기체 분자 등이 고체 표면에 달라붙는 현상으로, 일반적으로 온도 조절을 통해 흡착 정도를 조절할 수 있다. 흡착식 펌프를 통해 3He을 이동시킴으로써, 기존에 상온-상압 공간에 존재하던 거대한 3He 순환 시스템을 극저온 환경 내부로 가져와 시스템의 소형화를 이끌 수 있다.

Fig. 1에서 확인할 수 있듯이, 혼합실로 침입하는 복사열전달을 저감시키기 위한 복사차폐실드(Radiation shield, 이하 shield)를 증류기 바닥에 설치하였다. 이 shield의 경우 복사차폐 역할뿐만 아니라, 초기 헬륨 액화 과정에서 혼합실 내부에 헬륨을 응축시키기 위한 목적으로도 설계되었다. ADR에 의해 냉각 및 응축된 액체헬륨이 증류기 내부에 쌓이기 시작하면, 증류기의 바닥과 연결된 shield 또한 냉각이 되게 된다. 혼합실은 shield에 열사이펀 구조의 chimney를 통해 연결되어 있다. 혼합실 상부의 열사이펀 역할을 하는 shield에서 액체 헬륨이 응축되면, 중력에 의해 응축된 헬륨은 혼합실 내부에 쌓이게 된다. ADR을 증류기를 통해 직접 냉각하고, 앞선 원리를 통해 결과적으로 혼합실 또한 간접 냉각 및 액체 헬륨을 응축할 수 있게 된다. DR이 동작하기 시작하면 혼합실은 냉각되고, 증류기는 일정한 온도를 유지한다. 증류기의 히터를 통해 가열하여 0.7 K 정도의 온도를 유지할 계획이고, 혼합실의 경우 희석 과정을 통해 온도가 0.1 K까지 냉각된다. 이 과정에선 증류기에서 혼합실로의 열전달이 얇은 벽 두

TABLE 1  
PARAMETERS USED IN THE SIMULATION

	Item	value	unit
고정값	초기 3He	0.089	mol
	초기 4He	0.134	mol
	초기농도	0.4	
	혼합실 내경	25	mm
	증류기 내경	10	mm
변수	혼합실 높이 ( $H_M$ )	6 ~ 12	mm
	혼합실 lift 높이 (dh)	0 ~ 60	mm

께를 가지는 배관을 통해서만 일어나기 때문에, 둘 사이의 열전달이 거의 발생하지 않는다. 다시 말해서, 이러한 shield 구조는 ADR 예냉에 의한 냉열은 공유하지만, DR 동작시에는 열전달을 차단하는 단방향 열전달 특성을 지닌다.

Fig. 2는 DR의 핵심부품을 표현한 개략도이다. 여기서 각 기호는  $h_d$ :희석상 수위,  $h_c$ :농축상 수위,  $h_s$ :증류기의 수위,  $H_M$ :혼합실 높이, dh:혼합실 lift 높이를 의미한다. 시뮬레이션에서는  $H_M$ 과 dh를 변경하며 결과를 확인하였다. 본 연구에서는 단발식 DR에서 보다 큰 냉각 용량을 확보하기 위한 조건을 설계하고, 시뮬레이션을 통해 이러한 조건에서의 성능을 평가하고자 한다. 특히, 증류기에서 액체 헬륨의 수위를 유지하고, 흡착 펌핑 과정 동안 혼합실 내부의 희석상 및 농축상의 경계가 안정적으로 지속될 수 있는 최적 조건을 탐색하는 것을 목표로 한다. 일반적인 DR은 혼합실을 가득 채운 채로 액체가 순환하기 때문에 혼합실과 증류기의 수위차는 큰 의미가 없지만, 단발식 DR은 두 챔버 간 압력차가 발생하고, 압력차로 인해 수위차가 발생하게 된다. 이러한 수위차는 증류기의 고갈을 야기할 수도 있지만, 잘 이용하면 최대한 많은 양의 3He를 농축상에 배치하여 단발식 DR의 최대 냉각용량을 증가시킬 수도 있다. 따라서 최대한 많은 양의 3He를 농축상에 배치하기 위해 증류기의 단면적이 혼합실보다 작게 설계되었다. 또한 압력차 변화로 인해 증류기가 고갈될 위험이 있기 때문에 혼합실을 증류기보다 위에 배치하였고, 혼합실 위에 chimney를 두어 증류기의 고갈 위험을 줄였다. Table 1는 DR 수치해석의 조건을 나타낸다. 여기서 혼합실의 높이와 혼합실의 lift 높이에 따른 결과를 수치해석을 통해 확인하고자 한다.

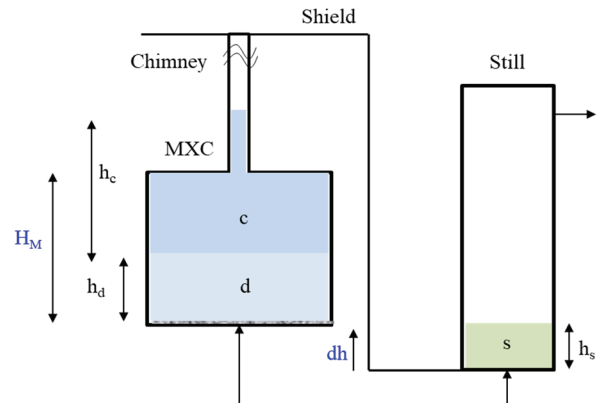


Fig. 2. Schematics of DR components.

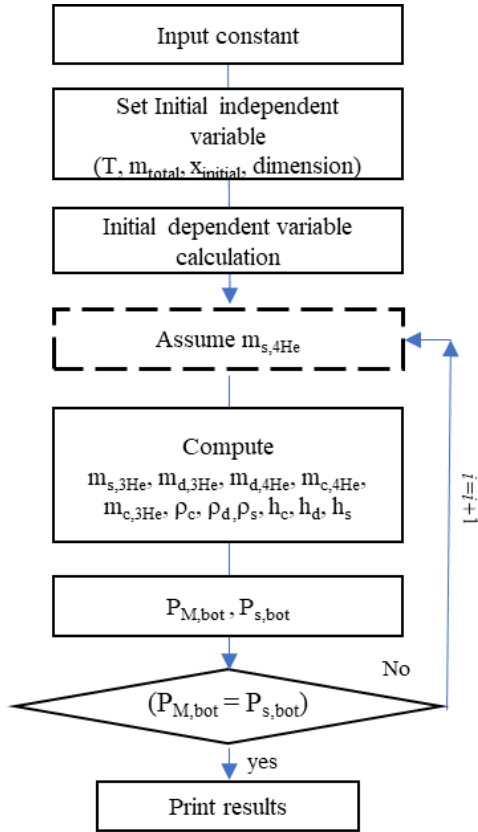


Fig. 3. Algorithm for Initial Value Determination.

### 3. 시뮬레이션 조건

우선, sub-kelvin에서의 3He-4He 혼합물의 열역학적 물성은 다양한 참고 문헌을 통해 확인하였다[4-9]. DR이 동작하기 시작하면, 혼합실은 0.7 K 에서 0.05 K까지 냉각된다. 다만 여기서는 혼합물의 엔탈피와 화학 포텐셜 값이 0.2 K 까지만 확인되기에 시뮬레이션은 혼합실 온도 0.2 K까지 수행하였다. 이후 참고 문헌을 통해 물성치를 확인하는 작업을 색인이라고 표현한다.

상술하였듯이, 몇 가지 제약조건을 만족한다면 단발식 DR의 농축상에 최대한 많은 3He를 배치하는 것이 유리하다. 증류기의 경우 액체 수위가 증류기보다 높아진다면 3He의 증류가 어려워진다. 혼합실의 경우 액체 수위가 혼합실보다 높아져도 chimney가 있어 문제가 발생하지 않는다. 이는 좁은 단면적의 chimney가 적은 양의 액체에도 큰 수위차를 발생시키기 때문에 증류기에서 넘어오는 액체의 양을 줄여주기 때문이다. 다만, 희석상이 chimney까지 유입되면 3He가 충분히 희석될 수 있는 접촉면적을 보장할 수 없기에, 희석상의 수위는 chimney보다 낮아야 한다.

이러한 구조로 인해, 소형 단발식 DR은 구조적으로 3가지 제약조건을 지닌다.

- 제약조건
  - 1) 증류기에는 항상 액체가 존재하여야 한다.
  - 2) 증류기의 수위는 증류기의 높이보다 항상 낮게 유지되어야 한다.
  - 3) 혼합실의 수위는 혼합실의 높이보다 높아도 되지만, 희석상이 chimney로 유입되어서는 안된다.

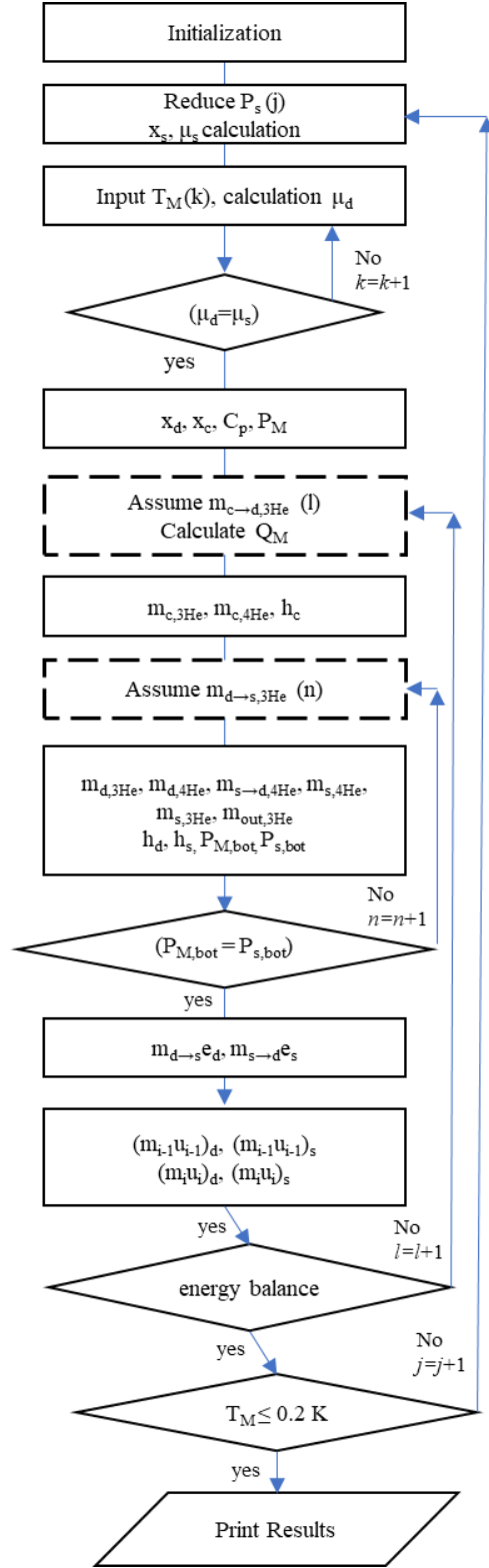


Fig. 4. Algorithm for DR Simulation.

우리는 위 세 가지 조건을 만족하면서 동시에 최대한 많은 3He가 혼합실의 농축상에 존재하도록 하는 조건을 찾고자 한다. 수치해석은 DR의 동작을 위해 증류기의 감압에 따른 혼합실의 온도 변화를 확인하는 것으로, 다음과 같은 조건으로 수행된다.

- 수치해석 가정 및 조건

- 1) DR 동작을 위해 증류기의 증기압을 펌프로 감압시키면서 시뮬레이션을 시작함
- 2) 증류기의 온도는 0.7 K 상수이며, 증류기의 온도와 압력을 통해 증류기 내 혼합물의 농도를 색인
- 3) 증류기의 온도와 농도가 결정되면, 나머지 열역학적 물성은 색인 가능하며, 모두 언제나 평형 상태에 도달한다고 가정하며
- 4) 증기 파트의 몰 수는 무시할 만큼 적음
- 5) 혼합실의 증기압은 농축상의 온도와 농도로 결정
- 6) 혼합실의 온도가 0.2 K에 도달하면 시뮬레이션 종료

시뮬레이션을 위해 2개의 계산 알고리즘이 설계되었다. ADR에 의해 액화된 직후 DR 동작의 초기 조건을 결정하기 위한 알고리즘(Fig. 3)과, DR이 작동하기 시작한 후 증류기의 증기압에 따라 평형 상태에서의 물성치를 찾기 위한 알고리즘(Fig. 4)이다. 본 챕터에서 수식의 번호만 표시하고, 이후 부록에서 계산식을 다룬다.

우선 초기값 알고리즘을 살펴보면 다음과 같다. 초기값은 ADR에 의해 증류기가 0.6 K이하로 예냉되고, 예냉된 증류기가 혼합실을 0.6 K까지 예냉하고, 이후 증류기가 0.7 K으로 고정되었을 때를 가정한다. 증류기가 0.7 K으로 고정되는 이유는  $^3\text{He}$ 와  $^4\text{He}$ 의 증기압 차이로 인해  $^3\text{He}$ 만 선택적으로 증발시킬 수 있는 온도를 유지하기 위함이다. 이 때 열역학적 물성은 항상 평형 상태에 도달하였다고 가정한다.

#### • 초기값 알고리즘

1. 함수로 표현된 물성치에 필요한 상수 값[8] 입력
2. 초기값 중 설계 시 조절 가능한 독립변수들 입력 (ex. 비열 상수, 증류기온도, 혼합실 초기온도, 총 몰 수, 초기 농도, 챔버 사이즈 등)
3. 초기값 중 종속변수들 입력 (ex. 농도, 비열, 증기압)
4. 증류기에서  $^4\text{He}$ 의 몰 수 입력 (1)
5. 온도, 압력을 알기에 각 챔버의 tricritical line에 따른 농도 ( $x_c, x_d$ )를 계산
6. 농도를 통해 위치별  $^3\text{He}$ ,  $^4\text{He}$ 의 몰 수 계산 (2)
7. 농도를 통해 밀도 계산, 밀도를 통해 각 phase별 수위 계산 (3), (4)
8. 증기압과 수위차를 통한 혼합실과 증류기의 바닥(bottom)에서의 압력 계산, 압력차를 통해 증류기의 수위를 다시 계산 (5)
9. DR 내부가 열역학적으로 평형을 이루고 있다면, 식(5)의 두 값은 오차범위 내에서 같아야 함 (6)
10. 만약 두 값이 같지 않다면, 초기값 알고리즘에서 4. 로 돌아가 식(1)의  $i$ 를  $i+1$ 로 변경해야 하며, 이를 반복하여 식(6)을 만족하는 값이 초기값임

다음 증류기의 증기압에 따른 평형 상태에서의 물성을 찾는 알고리즘을 살펴보면 다음과 같다. 우선 DR은 증류기 증기부분의 압력이 감소하면서 작동하기 시작한다. 증류기 증기압이 감소하지만, 온도가 일정하면 화학 포텐셜이 평형을 이루기 때문에 희석상의  $^3\text{He}$ 가 증류기로 이동하게 되면서 농도가 변한다. 마찬가지로 화학 포텐셜의 평형을 위해 농축상의

$^3\text{He}$ 가 희석상으로 희석되면서 냉각효과가 발생하며 혼합실이 냉각된다. 이 때 농축상의 농도와 온도에 의해 혼합실의 압력이 결정되며, 이 압력차로 인해 혼합실과 증류기 간의 수위차가 발생한다. 이를 아래와 같이 정리할 수 있다.

#### • DR 시뮬레이션 알고리즘

11. 초기값 알고리즘으로 얻은 초기값 입력
12. 흡착식 펌프에 의해 증류기의 압력감소를 고려하여 특정 압력  $P_s(j)$ 을 입력
13. 증류기의 농도와 화학 포텐셜 값 색인 :
  - 증류기의 온도는 고정, 압력은 가정했으니 농도를 색인
  - 증류기의 농도와 온도를 알면 화학 포텐셜을 색인
14. 혼합실 온도를 가정, 이 때의 희석상의 화학 포텐셜값 색인 (7)
15. 증류기와 희석상의 화학 포텐셜이 일치하는지 확인, 일치하면 다음으로, 일치하지 않으면 혼합실 온도 변경을 반복하여  $T_M$  결정
16. 혼합실의 온도로 tricritical line을 따라 혼합실의 물성들 색인
17. 냉각을 위해 희석된  $^3\text{He}$ 의 몰 수 가정 및 이에 따른 냉각 용량 계산 (8)
18. 농축상 의 몰 수 계산 및 수위 계산 (9)
19. 희석상에서 증류기로 이동한  $^3\text{He}$ 의 몰 수 가정 (10)
20. 이를 통해 모든 위치에서의 몰 수 및 높이 결정, 높이를 통한 각 챔버 바닥의 압력 계산 (11)
21. 몰 수를 알면 밀도를 알 수 있고, 밀도를 알면 각 상의 높이를 식(4)와 같이 계산
22. DR 내부가 열역학적으로 평형을 이루고 있다면,  $P_{M,bot}$ 과  $P_{S,bot}$  두 값은 오차범위 내에서 같아야 함. 이는 식(6)과 같이 계산
23. 만약 두 값이 다르다면, DR 시뮬레이션 알고리즘에서 19로 돌아가 식(10)의  $n$ 을  $n+1$ 로 변경해야 한다. 이를 반복하여 식(6)을 만족하면 다음 스텝으로 진행
24. 혼합실에서 열역학 제 1법칙인 에너지 밸런스 방정식을 계산하기 위한 값들 계산,
  - 엔탈피는 색인
  - 엔탈피로 내부에너지 계산 (12)
25. 에너지 밸런스를 만족하는지 확인 (13)
26. 식 (13)을 만족하지 못한다면, DR 시뮬레이션 알고리즘에서 17로 돌아가 식(8)의  $l$ 을  $l+1$ 로 변경해야 한다. 이를 반복하여 식(13)을 만족하면 다음 스텝으로 진행
27. 데이터들을 정리하고, 위 작업을  $T_M$ 이 0.2 K 이하가 될 때까지 반복

이러한 시뮬레이션은 초기에 개념적으로 설계를 하였던 신개념 ADR로 예냉되는 단발 DR의 사양설계를 좀 더 체계적으로 분석할 수 있었고, 이를 통해 사용 가능한 DR의 사양을 결정할 수 있었다. 시뮬레이션 결과를 통해 0.2 K 도달 가능한 사양을 도출하였다.

제약조건을 만족하는 사양을 4개 선정하였다. Table 2는 시뮬레이션 결과를 요약하여 나타낸다. 4개의 정상작동 케이스를 확인하였으며 증류기 고갈, 증류기 범람, 희석상 범람의 3가지 실패 조건을 확인하였다. 증류기 고갈은 Fig. 2에서  $h_g$ 가 0이 된

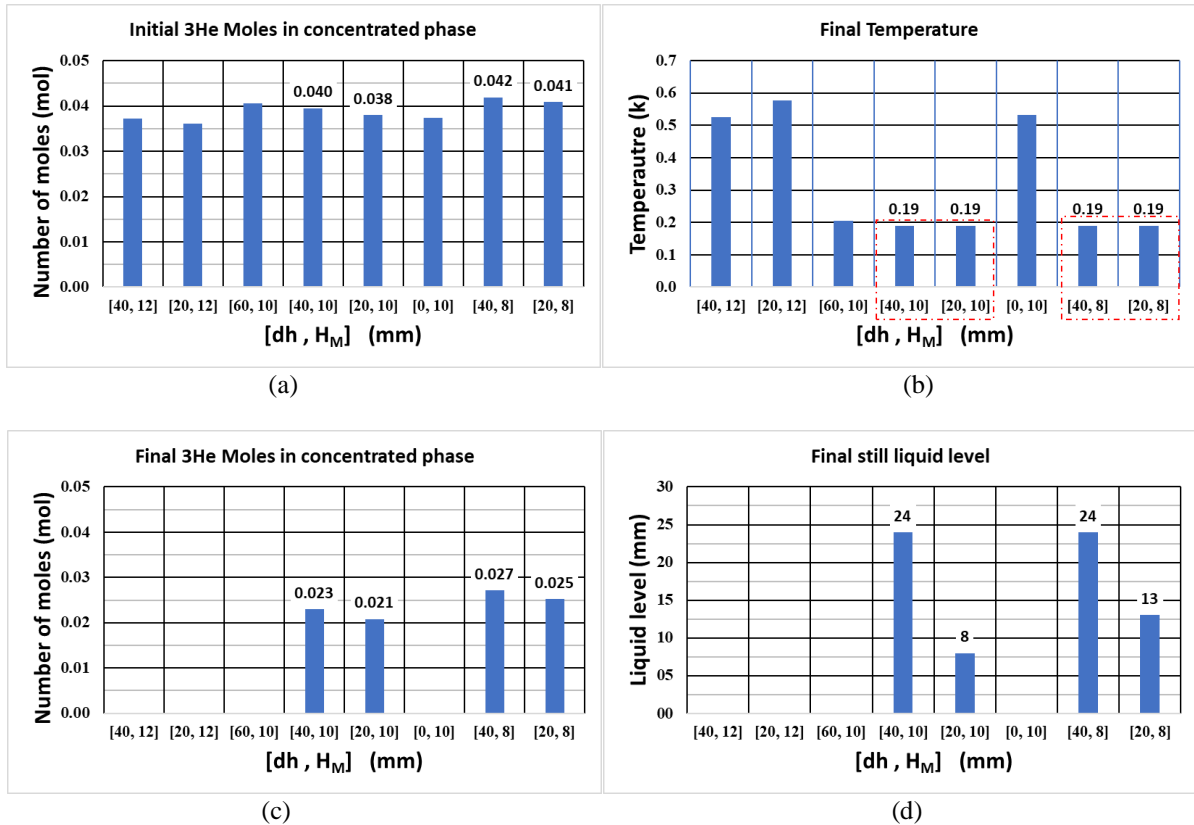


Fig. 5. Graphs of simulation results.

경우, 증류기 범람은  $h_s$ 가 증류기 높이보다 높은 경우, 희석상 범람은  $h_d$ 가 혼합실 높이보다( $H_M$ )보다 높은 경우이다.

Fig. 5 는 시뮬레이션 결과 그래프를 나타낸다. Fig. 5 (a)와 같이 농축상에서의 3He양을 보여주며, 농축상에 위치한 3He 가 많을 수록 잠재적 냉각 용량이 증가한다. Fig. 5 (b)는 혼합실의 최종 도달 온도를 나타낸다. 상술하였듯이, 0.2 K 이하는 계산이 불가능하기에 최저 온도는 0.2 K이며, 이보다 높은 값은 실패 조건에 의해 중단된 경우이다. 아무리 3He가 농축상에 많아도, 제약조건에 의해 DR 냉각 용량이 제한되면 낮은 온도를 달성하기 어렵다. 표시된 4개의 케이스가 0.2 K에 도달할 수 있었다. Fig. 5 (c)는 0.2 K 이하의 온도에 도달했을 때 농축상의 3He양을 보여준다. 시뮬레이션은 0.2 K의 온도에서 멈추었지만, 실제 실험은 보다 낮은 온도를 목표하고 있다. 0.2 K 이하의 온도에서 잠재적 추가 냉각용량은 잔여 3He 양과 비례할 것으로 추측할 수 있다. 하지만, Fig. 5 (d)와 같이 0.2 K 도달 후 증류기의 액체 헬륨 레벨을 확인해야 한다. 증류기 범람은 냉각에 따른 농도 변화로 증기압이 급격히 낮아지면서 발생하는 문제로, 냉각이 진행됨에 따라 증류기 범람의 위험이 커지므로, 값이 낮을수록 잠재적 냉각 용량이 높다. 결과적으로, 선택 가능한 4개의 사례를 제시하였다.

우리는 소량의 3He로 가능한 한 낮은 온도를 달성하기 위해, 최대한 많은 양의 3He를 농축상에 배치하고자 하였다. 이를 통해, 혼합실의 온도가 0.6 K에서 0.2 K까지 냉각된 모든 경우에서 초기 대비 절반 이상의 3He가 잔여하도록 설계할 수 있었으며, 잔여 3He는 충분함에도 다양한 냉각 실패를 야기하는 원인들을 파악할 수 있었다. 따라서, 성공적인 4개의 사례 중 dh가 20 mm, H<sub>M</sub>이 10 mm인 경우에서 3He의 양이 가장 적었음에도,

TABLE 2  
SUMMARY OF SIMULATION RESULTS.

dh (mm)	H <sub>M</sub> (mm)	결과
0	10	증류기 고갈
20	10	정상 작동 (0.2 K도달)
40	10	정상 작동 (0.2 K도달)
60	10	증류기 범람
20	6	희석상 범람
20	8	정상 작동 (0.2 K도달)
40	8	정상 작동 (0.2 K도달)
20	12	증류기 고갈
40	12	증류기 고갈

증류기 범람의 위험이 가장 낮아 0.2 K 이하 온도에서도 높은 잠재적 냉각용량을 가질 것으로 기대된다.

#### 4. 결론

기존의 DR에서 3He 순환을 위한 터보 및 로터리 펌프 장치가 시스템의 대형화를 야기하였기 때문에, 거대한 상온 시스템을 대체하여 냉각 시스템을 통해 소형화를 이룰 수 있다. 우리는 선행연구를 통해 흡착식 및 자기냉동기 방식으로 cold

cycle을 대체하는 ADR assisted 단발식 DR 구조의 개념설계안을 제시했다. 본 논문은 신개념 DR 구조를 정확히 실현하기 위하여 수치해석을 통한 시뮬레이션 모델을 개발하였으며, 이에 근거하여 DR 구조물의 사양을 선정하였다. 이러한 연구 결과는 향후 실험장비 구성 및 실험에 적절하게 사용될 수 있을 것으로 사료된다.

## ACKNOWLEDGMENT

This work was supported by the National Research Foundation of Korea (NRF) grant funded by the Korea government (MSIT). (NRF-2022R1A2C2091842)

## REFERENCES

- [1] A. T. A. M. De Waele, "Basic operation of cryocoolers and related thermal machines," *Journal of Low Temperature Physics*, vol. 164, no. 5, pp. 179-236, 2011.
- [2] D. Kwon, J. Bae, and S. Jeong, "Review on innovative small refrigeration methods for sub-Kelvin cooling," *Progress in superconductivity and cryogenics*, vol. 24, no. 4, pp. 71-77, 2022.
- [3] D. Kwon, J. Bae, and S. Jeong, "Development of the sorption-integrated adiabatic demagnetization refrigerator (ADR) without active heat switches," *Cryogenics*, vol. 137, pp. 103777, 2024.
- [4] Horizon Technologies, "He3pak," *Internal documentation*, Accessed: Dec. 10, 2024, [Online]. Available: <https://htess.com>.
- [5] Horizon Technologies, "He4pak," *Internal documentation*, Accessed: Dec. 10, 2024, [Online]. Available: <https://htess.com>.
- [6] R. Radebaugh, "Thermodynamic properties of He<sup>3</sup>-He<sup>4</sup> solutions with applications to the He<sup>3</sup>-He<sup>4</sup> dilution refrigerator (NBS Technical Note 362)," *National Bureau of Standards*, 1967.
- [7] S. G. Sydoriak, "Vapor pressures of He<sup>3</sup>-He<sup>4</sup> mixtures," *Physical Review*, vol. 118, no. 4, pp. 901-906, 1960.
- [8] G. Chaudhry and J. G. Brisson, "Thermodynamic properties of liquid He-<sup>4</sup>He mixtures between 0.15 K and 1.8 K," *Journal of Low Temperature Physics*, vol. 155, no. 3-4, pp. 235-289, 2009.
- [9] A. T. A. M. De Waele, "Short course on dilution refrigeration. Presented at the 2023 CSA Short Courses," July 9, 2023, Accessed: Dec. 10, 2024, [Online]. Available: <https://cryo.memberclicks.net>

## Appendix

알고리즘 계산에 사용된 값은 아래와 같다.

symbol		subscript	
$T$	온도	$total$	총합
$m$	몰 수	$3He$	헬륨3
$x$	농도	$4He$	헬륨4
$\rho$	밀도	$initial$	초기값
$h$	액체높이	$s$	증류기에서의 값
$H$	챔버높이	$d$	희석상에서의 값
$A$	단면적	$c$	농축상에서의 값
$P$	압력	$M$	혼합실에서의 값
$g$	중력가속도	$bot$	바닥면에서의 값
$\epsilon$	허용오차	$d \rightarrow s$	희석상에서 증류기
$\mu$	화학포텐셜	$s \rightarrow d$	증류기에서 희석상
$C_p$	비열	$c \rightarrow d$	농축상에서 희석상
$Q_M$	냉각용량	$i$	현재단계

		$i - 1$	이전단계
$e$	엔탈피	e.g. $m_{c \rightarrow d, 3He}$	: 농축상에서 희석상으로 이동한 <sup>3</sup> He의 몰 수
$u$	내부에너지		
$i, j, k, l, n$	iteration		

알고리즘에서 설명한 값을 계산하기 위한 수식은 아래와 같다. 여기서  $27.58 + 7.6x + 1.65x^3$ 은 몰 비체적이고, 식 (8)은 참고문헌 [9]에서 나온 경험식이다. 또한 'DR 시뮬레이션 22'의 오차는 0.001 Pa로 설정하였다. 이 이하의 값은 실험에서는 사실상 의미가 없기 때문이다. 이 오차 조건을 만족하기 위한 한 스텝의 몰 수 변화량은 반복 시뮬레이션을 통해  $1e^{-8}$ 로 설정하였다.

$$m_{s,4He} = i * 1e^{-8} \quad (1)$$

$$m_{s,3He} = \frac{m_{s,4He} * x_s}{1 - x_s}$$

$$m_{d,3He} = x_d(m_{c,3He} + m_{d,3He}) - \frac{x_c(m_{total} - m_{s,3He} - m_{s,4He})}{x_d - x_c}$$

$$m_{d,4He} = \frac{(1-x_d) \left( \frac{(m_{c,3He} + m_{d,3He})}{-x_c(m_{c,3He} + m_{d,3He} + m_{c,4He} + m_{d,4He})} \right)}{x_d - x_c}$$

$$m_{c,4He} = m_{total,4He} - m_{s,4He} - m_{d,4He}$$

$$m_{c,3He} = \left( \frac{m_{c,4He}}{1 - x_c} \right) x_c \quad (2)$$

$$\rho_c = \frac{3.016 m_{c,3He} + 4.0026 m_{c,4He}}{(27.58 + 7.6 x_c + 1.65 x_c^3)(m_{c,3He} + m_{c,4He})}$$

$$\rho_d = \frac{3.016 m_{d,3He} + 4.0026 m_{d,4He}}{(27.58 + 7.6 x_d + 1.65 x_d^3)(m_{d,3He} + m_{d,4He})}$$

$$\rho_s = \frac{3.016 m_{s,3He} + 4.0026 m_{s,4He}}{(27.58 + 7.6 x_s + 1.65 x_s^3)(m_{s,3He} + m_{s,4He})} \quad (3)$$

$$h_s = \left( \frac{(27.58 + 7.6 x_s + 1.65 x_s^3)(m_{s,3He} + m_{s,4He})}{A_s} \right)$$

$$h_d = \left( \frac{(27.58 + 7.6 x_d + 1.65 x_d^3)(m_{d,3He} + m_{d,4He})}{A_M} \right)$$

$$h_c = \left( \frac{(27.58 + 7.6 x_c + 1.65 x_c^3)(m_{c,3He} + m_{c,4He})}{A_{cn}} \right) - (h_M - h_d) \frac{A_M}{A_{cn}} + (H_M - h_d) \quad (4)$$

$$P_{s,bot} = P_s + \rho_s g h_s$$

$$P_{M,bot} = P_M + \rho_c g h_c + \rho_d g h_d \quad (5)$$

$$P_{s,bot} - P_{M,bot} \leq \epsilon \quad (6)$$

$$T_M = 0.6 - k * 1e^{-8} \quad (7)$$

$$m_{c \rightarrow d, 3He} = l * 1e^{-8}$$

$$Q_M = m_{c \rightarrow d, 3He} 81.1 (T_M^2) \quad (8)$$

$$m_{c,3He} = m_{c,3He} - m_{c \rightarrow d, 3He}$$

$$m_{c,4He} = \left( \frac{m_{c,3He}}{x_c} \right) (1 - x_c) \quad (9)$$

$$m_{d \rightarrow s, 3He} = n * 1e^{-8} \quad (10)$$

$$m_{c,3He} = m_{c,3He} + m_{c \rightarrow d, 3He} - m_{d \rightarrow s, 3He} \quad (11)$$

$$u = e - \frac{p}{\rho} \quad (12)$$

$$-m_{c \rightarrow d} 81.1 (T_M)^2 - (m_{d \rightarrow s} h_d)_{3He, out} + (m_{s \rightarrow d} h_s)_{4He} + (m_{i-1} u_{i-1})_c + (m_{i-1} u_{i-1})_d - (m_i u_i)_c - (m_i u_i)_d \leq \epsilon \quad (13)$$