韓國數學敎育學會誌 시리즈 C <初等數學敎育>
https://doi.org/10.7468/jksmec.2023.26.4.317
2023. 10. 제 26권, 제 4호, 317-332

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. C:
Education of Primary School Mathematics
October. 2023, Vol. 26, No. 4, 317-332

수학적 모델링 활동에 대한 인지적, 정의적 및 사회적 측면의 분석

강윤지(서울홍연초등학교, 교사)

수학적 모델링 활동은 실생활에서 마주할 수 있는 상황을 수학적 모델로 변환하여 문제를 해결하는 과정으로 다양한 측면의 활용이 기대되고 있다. 수학적 모델링 활동에 대한 학생들의 인지적, 정의적 및 사회적 측면을 분석하기 위하여 초등학교 5학년 학생 10개 모둠을 대상으로 수학적 모델링 활동을 진행하고 과정 및 결과를 분석하였다. 활동 결과, 각 모둠은 실생활과 관련된 과제를 해결하기 위해 수학적인 모델을 만들고 필요한 정보를 수집하는 과정에서 수학적 개념과 원리를 적용하였다. 흥미, 수학적인 성취감 및 수학에 대한 태도에 대한 변화가 관찰되었으며 모둠원 간 협업, 의사소통을 경험하였다. 분석 결과를 바탕으로 효과적인 수학적 모델링 활동을 위한 교수학적 시사점 및 지도시 유의점을 제시하였다.

I. 서론

현대 사회에는 점점 더 복잡하고 다양한 문제가 발생하고 있으며 이러한 문제를 해결하기 위한 역량을 요구하고 있다. 수학적 모델링은 이러한 역량에 관련된 기회를 제공하는 방법의 하나로, 수학적 모델을 개발하는 일련의 과정이자 현실 세계의 문제 상황으로부터 수학적 모델로 이끄는 과정이다(김인경, 2012). 학생들은 수학적 모델링 활동을 통하여 현실 세계의 문제를 수학적 모델로 변환할 수 있다. 변환한 모델을 통해 문제를 단순화하고 예측할 수 있고, 정확한 결정을 내리는 데에 활용할 수 있으며 이러한 과정에서 다양한 해결 방법과 접근법을 시도하면서 응용력과 창의성까지 발전시킬 수 있다. 수학적 모델링 활동은 학생들이 세상을 더 잘 이해할 수 있도록 도와주며 수학 학습을 지원하고 다양한 수학적 능력과 적절한 태도를 개발하는데 기여한다(Blum & Borromeo Ferri, 2009).

미국의 Common Core State Standards for Mathematics(CCSSM)에서는 수학적 모델링이 현실 세계의 상황을 수학적으로 해석하고 창의적으로 해결하는 능력을 키워줄 수 있다며 수학적 모델링의 활용을 강조한다(Common Core State Standards Initiative, 2010). 수학적 모델링 과정에는 문제 제기, 모델 공식화, 분석 및 작업 수행, 결과 해석, 결론 검증 및 설명과 함께 결론의 발표 및 반성이 포함된다. 모델링 과정에 포함된 발표와 반성 과정은 학생들이 또래와 언어적으로 소통하고 상호 작용할 기회를 제공한다. 또한, 우리나라의 2022 수학과 교육과정은 수학적 모델링에 대하여 학생의 삶과 연계된 현상을 다양한 수학적 표현 방식을 이용하여 수학적 모델로 만들고 수학적 모델을 다시 실생활이나 사회 및 자연 현상에 적용하는 교수・학습 방안으로, 수학의 응용에 대한 넓은 안목을 갖게 할 수 있다고 안내한다(교육부, 2022). 수학적 모델링 활동은 어린 학생들의 협력적인 문제해결 노력을 촉진할 뿐만 아니라 그들의 수학적 사고와 학습을 촉진할 수 있다.

수학적 모델링은 현실에서의 과제로서 비판적 사고, 높은 인지적 요구, 의사소통과 같은 수학적 실천과 과정을 포함한다(Asempapa, 2015). 최근에 진행된 여러 연구는 수학적 의사소통, 사회적 협업 기술, 교육과정, 교실 수업, 교사 교육 등 더욱 다양한 측면에서 수학적 모델링 활동 과정을 분석한다(Asempapa, 2015; English, Fox. & Watters, 2005; Zawojewski, Lesh & English, 2003). 학생들은 설명, 정당화 및 수학적 표현을 포함하는 문제를 해결하는 과정(English & Watters, 2005)에서 의사소통, 협업, 성찰 등을 경험하고 함양할 수 있다. 수학적 모델링은 학생들의 수학적 사고와 학습을 촉진할 뿐 아니라 어린 학생들의 협력적 문제해결 노력을 용이하게 이끈다(Asempapa, 2015).

학교 수학에서 수학적 모델링 도입의 중요성이 더욱 커지고 있음에도 불구하고(정혜윤, 이경화, 2021) 학생들은 학교 교실에서 모델링 과정을 연습할 기회가

* 접수일(2023년 9월 20일), 심사(수정)일(2023년 10월 11일), 게재확정일(2023년 10월 26일)
* MSC2000분류 : 97D50
* 주제어 : 수학적 모델링, 초등수학, 인지발달, 협업

부족하다. 선행연구들은 수학적 모델링 활동이 대부분의 학교에서 그 중요성에 비하여 소극적으로 다루어진다는 것을 지적한다(Asempapa, 2015; Blum & Borromeo Ferri, 2009; Doerr & English, 2003; 정혜윤, 이경화, 2021). 이는 수학적 모델링 활동이 현실 세계에 대한 지식을 요구하고 예측이 어려운 방식이기 때문이기도 하다(Blum & Borromeo Ferri, 2009).

초등학교는 학생들이 강력한 수학적 아이디어에 접근하는 시작이라고 기대되는 교육 환경이다(Langrall et al., 2008). 다시 말하면, 초등학교는 모든 아이가 수학적 모델링의 의미 있는 발전을 시작해야 하는 교육 환경이다(Carpenter & Romberg, 2004). 수학적 모델링 작업은 초기 학령기에 양적 추론, 문제해결력, 모델링 역량을 개발하는 강력한 매개체이다(Asempapa, 2015). 수학이 학생들에게 의미 있고 관련성 있게 느껴지도록 하기 위해서는 초기 학년부터 모델링 활동을 체험하는 것이 필수적이다(Blum et al., 2007; English, 2007).

수학적 모델링은 초등학생과 중학생에게 풍부한 학습 경험을 제공하며 어린 학생들의 협력적 문제해결 노력을 촉진할 뿐만 아니라, 그들의 수학적 사고와 학습을 장려한다(Asempapa, 2015). 여러 선행연구에서는 어린 학생들이 수학적 모델링 활동에 참여해야 하며 그러한 과정에서 중요한 수학적, 사회적 발전을 이룰 수 있다는 것을 강조한다(Chan, 2008; Doerr & English, 2003; English & Waters, 2004; Watters, English & Mahoney, 2004; Asempapa, 2015; Borromeo Ferri, 2017). Borromeo Ferri(2017)는 수학적 모델링은 모든 연령층의 학생이 지녀야 하는 중요한 역량이라고 하였으며 Carpenter & Romberg(2004)의 연구는 아이들이 전통적으로 가능하다고 믿었던 것보다 더 이른 나이에 모델을 만들고, 일반화하고, 정당화하는 것을 배울 수 있고 이러한 참여가 과학적이고 수학적인 추론에 대한 조기 접근을 제공한다는 것을 보여주었다. 국내 선행 연구에서도 초등학생 대상의 수학적 모델링이 효과적임이 여러 차례 입증되었지만, (고창수, 오영열, 2015; 장혜원 외, 2018; 장혜원 외, 2019) 이러한 연구는 주로 인지적 측면에 중점을 두고 진행되었다. 이에 실제 초등학생을 대상으로 다양한 측면에서 수학적 모델링 과제를 제시하고 활동 과정 및 결과를 분석하고자 하였다.

본 연구에서는 초등학생을 대상으로 설계된 모델링 과제의 활동을 인지적, 정의적 및 사회적 측면으로 나누어 분석할 것이다. 이를 통하여 초등학교 수학 수업에서 수학적 모델링이 어떻게 활용될 수 있는지 구체적인 시사점과 지도 방안을 모색하고자 한다.

II. 이론적 배경

1. 수학적 모델링의 특성

수학적 모델링과 모델에 관한 문헌 전반에 걸쳐 전문가들은 '모델'이라는 개념을 다양한 의미로 사용한다. 수학교육 전문가들은 모델을 실세계 상황을 해석하기 위해 수학이나 통계학에서 조작하는 도구로 이해하며 모델은 개념 이해와 수학화를 함양하는 의미 있는 개념체를 가리킨다(Lesh & Doerr, 2003). 다시 말하면, 모델은 하나 이상의 표현으로 구성된 실세계 문제에 대한 과정이자 해결책일 수 있다. 그 중 수학적 모델은 하나 이상의 표현으로 구성된 실제 세계 문제에 대한 설명적 해결책을 의미한다(Asempapa, 2015). 이러한 맥락을 고려할 때, 수학적 모델링은 실세계와 수학을 양방향으로 번역하는 과정이다(Blum & Borromeo Ferri, 2009). 모델링 경험은 학생들의 실제 경험과 수학 사이의 간격을 메우기 위해 보여지며, 실제 상황을 묘사하고 이해하기 위한 수단을 제공하고, 그들이 수학을 배우도록 동기를 부여한다(Chan, 2008).

수학적 모델링 과제는 아이들이 그들에게 의미 있는 방법으로 과제를 해결할 수 있도록 상황을 이해할 것을 요구한다. 이러한 과정에서 정보를 해석하고, 관련 수량을 선택하고, 새로운 수량으로 이어질 수 있는 작업을 식별하고, 의미 있는 표현을 만드는 순환 과정이 포함된다(Lesh & Doerr, 2003). 선행연구에서 다양한 순환 과정을 확인할 수 있으며 이러한 과정은 모델링에 대한 관점에 따라 다양하게 나타난다(Borromeo Ferri, 2017). 여러 순환 과정 중 Borromeo Ferri(2007)는 기존의 수학적 모델링 순환 과정에 대한 분석을 바탕으로 인지적 관점의 수학적 모델링 과정을 제시하였으며 이는 과제 이해, 단순화, 수학화, 수학적 활동, 해석, 검증을 포함한다.

다만 수학적 모델링 활동을 효과적으로 수행하기 위하여 몇 가지 유의점이 존재한다. 첫째, 수학적 모델링 활동은 높은 인지적 수준을 요구한다. 수학적 모델

링은 비수학적 역량을 포함한 여러 역량, 수학적 지식, 수학적 지식, 특히 번역의 경우 개념적 아이디어가 필요한 인지적으로 까다로운 활동이다(Blum, 2015). 기초 문제해결을 넘어 수학적 방법으로 해석하고 묘사해야 하는 상황을 제시하며(Asempapa, 2015) 정보의 해석, 정보의 수집, 의사소통, 문제해결 과정 설계, 문제해결 전략 적용 등 복잡한 과정을 수행해야 한다. 수학적 모델링 활동을 통하여 학생들의 수학적 이해를 심화하고 높은 성취를 유도할 수 있으나 학생의 발달 단계 및 인지 수준을 세심하게 고려해야 할 것이라는 우려가 존재한다. 둘째, 협업과 수학적 의사소통 능력이 요구된다. 수학적 모델링 과제는 개별적으로 해결할 수 있지만, 협력 학습을 교수 전략으로 활용하기 적합하며(Borromeo Ferri, 2017) 높은 수준의 인지적 능력과 정보 수집이 필요한 경우, 소집단 협업을 권장하는 경우가 많다(Blum & Borromeo Ferri, 2009; Zawojewski, Lesh & English, 2003). 그러나 협업 및 의사소통에 익숙하지 않은 학생에게는 이러한 수업 방식이 낯설게 느껴질 수 있다. 따라서 아이디어를 공유하고 충분한 논의 시간을 확보하는 등의 고려가 필요하다(Borromeo Ferri, 2017).

본 연구에서는 이러한 수학적 모델링의 특성이 학생들의 활동을 통하여 인지적, 정의적 및 사회적 측면에 어떠한 영향을 미치는지 살펴봄으로써 각 과정에서 나타나는 학생들의 반응과 변화에 주목하고자 하였다.

2. 수학적 모델링 과제

수학적 모델링 활동에서 사용하는 과제는 수업 시간에 만나는 일반적인 문제와 차이가 있다(English & Watters, 2005). 수업을 위한 과제의 선별과 질은 학생들의 수학적 이해 및 수학적 실습과 역량 촉진에 필수적이고, 수업 설계와 여러 교수법 사용의 기초가 될 수 있다(Borromeo Ferri, 2017).

수학적 모델링 과제는 중요한 수학적 실습과 문제해결 과정, 21세기 학습 능력을 초기에 개발하는 강력한 수단이며(Asempapa, 2015) 적절한 과제는 생산적인 모둠 활동을 보장하는 가장 중요한 요소 중 하나이다(Zawojewski, Lesh & English, 2003). 과제의 다면적인 특성은 문제를 해결하는 데 있어 어린 학생들이 다방면으로 학습하도록 발전시키는 이상적인 통로가 될 수 있다(English, Fox & Watters, 2005).

수학적 모델링 과제는 교실에서 제시되는 다른 문제들과 달리 맥락 및 현실과 수학 사이의 변환이 필요하기 때문에 인지적 요구 수준이 높고 수학적 탐구와 일반화를 요구한다. 즉, 목표 상태에 도달하는 방법을 탐색할 뿐만 아니라 가능성 있는 해결 단계와 함께 목표와 주어진 정보를 해석할 것을 요구한다. 과제에 포함된 정보는 각각 불완전하거나 모호하거나 정의되지 않을 수 있으며 정보의 양이 너무 적거나 많을 수 있고 시각적 표현은 해석하기 어려울 수 있다. 이는 문장제에서 의미를 도출하는 기본적인 문제해결에서 더 나아가 수학적인 방법으로 해석과 설명이 필요한 상황으로 이끌 수 있다.

제시된 과제를 해결하기 위하여 학생들은 목표에 도달하는 방법을 생각해 내야 할 뿐만 아니라 과제에서 요구하는 내용과 과제에 주어진 정보를 해석해야 하며 필요에 따라 별도의 정보를 수집하여 활용해야 한다. 학생들은 다른 과목뿐 아니라 다른 수학적 개념에 대해 배울 기회를 얻으므로 문제해결에 있어 더 큰 의미를 갖는 쪽으로 학문의 범위를 넓힌다(Asempapa, 2015). 결과적으로, 인지적 요구 수준이 높은 과제는 수학 수업을 개선하는 데 도움이 되고 결국 학생들의 성취에 더 큰 이득을 가져온다(Stigler & Hiebert, 2004).

수학적 모델링 과제는 개인 또는 모둠 활동으로 해결할 수 있으나, 모둠에서 활용하는 지식과 기술은 각 개인의 지식과 기술을 활용하기 때문에 양적 및 질적으로 유리하다. 예를 들어, 스프레드시트를 사용하는 데 능숙한 학생은 협력 과정에서 본인의 기술을 활용할 수 있으며 이는 전체적인 모둠 활동의 생산력을 끌어올린다. 또한, 과제를 해결하기 위하여 협력하는 것은 학생들이 수학적인 상황들을 분석하고 논리적인 주장을 구성하고, 수학적인 생각과 주장을 표현하기 위해 수학적인 언어를 사용하고, 수학적인 생각 사이 연결을 만들도록 요구한다(Chan, 2008). 학생들은 동료들과 소통하는 과정에서 아이디어를 외부로 표현하고 모델링 과제에 대한 계획을 비교, 대조, 조정하는 과정을 경험할 수 있다. 더욱이, 모델링 과제는 해결책에 대한 단일한 과정과 결과를 요구하는 것이 아니기에 학생들이 해결책 과정에서 다양한 의견을 교환하고 비판적 사고를 연습하며 수학의 실용성과 함께 흥미, 성취감

을 느끼고 수학에 대한 긍정적인 태도를 함양하도록 이끌 수 있다. 이러한 수학적 모델링 경험은 사회적 경험을 통해 의사소통과 팀워크를 증진시키기에 이상적이다(Asempapa, 2015). 생산적인 소집단 활동을 보장하기 위한 중요한 요소 중 하나가 적절한 과제를 선택하는 것이라는 주장(Zawojewski, Lesh & English, 2003) 또한 수학적 모델링 과제의 중요성을 보여준다.

3. 수학적 모델링 활동의 인지적, 정의적, 사회적 측면

수학적 모델링 활동은 비판적 사고력을 수반하는 현실적인 문제해결 경험을 제공한다. 이러한 관점에서 수학적 모델링 활동은 실제 문제를 표현하고 해결하기 위해 수학적 모델을 공식화하고 개선하는 과정이다.

인지적 측면에서 수학적 모델링은 실세계와 수학을 양방향으로 번역하는 과정(Blum & Borromeo Ferri, 2009)이며 일상으로부터 시작된 과제를 이해하여 해결할 수 있는 문제 상황으로 단순화하여 수학화하며 수학적 활동, 해석 및 검증을 거치는 과정을 거친다. 이러한 과정에서 수학적 지식을 활용하여 적절한 해결 방법을 찾고 주어진 문제에 합당한 해를 구하기 위하여 문제해결자의 통찰, 해석, 반성을 요구한다(김인경, 2012). 이때, 물리적 또는 사회적 세계를 이해하는 방법으로 수학과 형식적 구조와 표현의 집합으로 수학을 연결한다(English, Fox & Watters, 2005). 학생들은 수학적 모델링 활동을 통하여 제시된 과제의 정보를 그들에게 익숙한 수량과 기본 연산 과제를 사용하여 나름의 방식으로 해석하여 문제를 이해한다.

정의적 측면에서 학생들은 모델링 과제의 해결 과정 중 학생들은 수학의 가치를 이해하고 수학에 대하여 긍정적인 태도와 흥미를 촉발하여 수학의 학습 동기까지 증가시킬 수 있다(Blum & Borromeo Ferri, 2009). 실생활 소재를 활용한 문제는 기존 문제와 달리 학생들의 배경지식 및 정보 수집을 요구하며 학생들은 이러한 과정에서 수학이 실용적이라는 것을 경험하고 문제해결의 즐거움을 느낄 수 있다.

사회적 측면에서 학생들은 모델링 활동 중 아이디어를 공유하고, 서로의 주장에 의문을 제기하고, 주장을 정당화하고 반박하며 갈등을 해결하면서 건설적인 대화와 토론에 참여할 수 있다(English, Fox & Watters, 2005). 수학적 모델링 과제는 개인뿐 아니라 모둠으로 진행할 수 있으며 학생들은 과제를 해결하는 과정을 같은 모둠이나 학급 학생들에게 설명하고 공유하여 그러한 과정에서 소통하고 평가받을 수 있다. 이러한 과정에서 수많은 질문, 추측, 갈등, 수정 및 해결이 발생한다(Watters, English & Mahoney, 2004). 모델링 과정에 포함된 발표와 반성 과정은 학생들이 자신의 생각을 언어로 표현하며 또래와 소통하고 상호작용할 기회를 제공한다. 수학적 모델링에 내재된 사회적 경험은 어린 학생들이 오늘날의 세계에 점점 더 중요해지는 강력한 협력적 기술을 개발하도록 도울 수 있다(Asempapa, 2015). 동료 상호 작용은 관련된 학생들의 흥미와 동기를 증폭시켜 잠재적인 수학적 힘을 증가시킬 수 있다(Zawojewski, Lesh & English, 2003). 더욱이 사회적 측면을 통하여 학생 개인의 학습과 문제해결 행동을 이해하는 데 도움을 받을 수 있다(Yackel, Cobb & Wood, 1991).

최근 연구들은 어린 연령의 학생들이 수학적 모델링을 통하여 중요한 수학적이고 사회적인 개선을 할 수 있다는 것을 보여준다(Chan, 2008; English & Watters, 2004). 이러한 선행연구를 기반으로 각각 다른 측면에서의 분석을 통하여 수학적 모델링 활동을 입체적이고 효과적으로 살펴볼 수 있으리라는 예상이 가능하다.

Ⅲ. 연구방법 및 절차

1. 연구 대상

수학적 모델링 활동에 참여한 대상은 초등학교 5학년 학생 38명이다. 해당 학생들은 S시 지역교육청 영재 학급에 소속되어 있으며 또래 학생들보다 수학적 성취가 높고 문제해결에 즐거움을 느끼며 수학 과목에 대한 자신감을 보인다. 이는 수학적 모델링 과제의 인지적 요구 수준이 높고 다양한 역량을 요구한 것을 고려한 것이다. 사전 설문 결과, 여러 가지 해답이 가능한 개방형 문제나 스스로 필요한 정보를 수집하여 문제를 해결해 본 경험이 없고 정형화된 방식의 풀이에 익숙하며 낯선 유형의 문제에 대한 거부감이 나타났다. 또한, 평소 모둠 활동보다 개인 활동을 선호하고 또래 친구와 협력하여 문제를 해결한 경험이 적으며 정보를

수집할 수 있는 교육용 스마트기기 활용 능력이 개인별로 큰 차이를 보였다.

소집단 활동을 위한 인원을 조정하기 위하여 2개 학급, 10개 모둠으로 나누어 진행하였다. 학생들은 다른 모둠의 준비 과정이나 결과를 알지 못한 채 각자의 모둠 내에서 수학적 모델링 활동을 진행하였다. 본 연구에서 주목하고자 하는 사회적 측면을 효과적으로 살펴보기 위하여 한 모둠의 구성원을 3명 또는 4명으로 구성하였다. 이러한 인원 구성은 선행연구(Blum & Borromeo Ferri, 2009; Zawojewski, Lesh & English, 2003; Yackel, Cobb & Wood, 1991)에서 소집단 활동 효과를 주장하였던 것을 반영한 것이며 한 모둠의 인원이 지나치게 많을 경우 모둠원의 참여도가 떨어질 것을 고려한 것이다.

2. 연구 방법

가. 과제개발 및 적용

학생들을 대상으로 2개의 수학적 모델링 과제를 제시하였으며 첫번째 과제를 통하여 학생들의 수준을 점검하고 학생들이 수학적 모델링 활동에 익숙해질 수 있도록 의도하였고 두 번째 과제를 통하여 학생들의 수학적 모델링 활동을 탐색하였다.

각 과제당 모둠별로 활동할 수 있는 이해 및 해결 시간을 60분 제시하였고 20분 동안 각 모둠의 발표를 듣고 자신들의 해결 과정을 반성할 수 있는 시간을 제공하였다. 발표 자료는 학습지에 서술한 것을 확대하여 제시하거나 동영상, PPT 등을 활용하여 제작하였다. 과제를 해결하는 동안 자유롭고 허용적인 분위기를 조성하였으며 모둠마다 필요한 정보를 검색할 수 있는 스마트기기를 2대씩 제공하였다.

첫 번째 과제는 <강낭콩 키우기>로 수학적 모델링 선행연구(English & Watters, 2004)에 제시된 ‘Butter Beans’를 수정한 것이다. 학생들은 햇빛과 그늘이라는 두 가지 조건에서 7주, 9주, 11주 후 강낭콩의 무게를 보여주는 표를 이해하고 결과를 도출해야 한다. 과제는 활동에 참여하는 초등학생의 수준을 고려하여 다음과 같이 변형되어 제시되었다.

<강낭콩 키우기>

농부 홍길동 씨는 강낭콩을 재배하고 있습니다. 홍길동 씨의 목표는 더 크고 좋은 강낭콩을 재배하는 것입니다. 어떻게 하면 더 크고 좋은 강낭콩을 재배할 수 있을지 고민하여 홍길동 씨에게 편지를 써 주세요.

다음은 이제까지 홍길동 씨의 밭에서 자란 강낭콩의 무게(kg)입니다. 무게가 무거울수록 더 크고 좋은 강낭콩입니다.

그늘				햇빛			
	7주	9주	11주		7주	9주	11주
1열	5	9	15	1열	9	12	13
2열	5	8	14	2열	8	11	14
3열	6	9	12	3열	9	14	18
4열	6	10	13	4열	10	11	17

(a) 강낭콩을 재배하기에 가장 좋은 조건은 무엇인지 찾아보세요.

(b) 13주가 되었을 때 강낭콩의 무게를 예상해보세요.

(c) 더 좋은 강낭콩을 키울 수 있는 방법을 담은 편지를 써보세요.

첫 번째 과제는 학생들에게 다양한 표현 형식으로 제시된 데이터를 해석하고 필요한 정보를 수집하여 활용하는 경험을 제공하고자 의도한 것이다. 학생들은 과제에 내재된 패턴, 변화, 변화 속도에 대한 수학적 개념을 이해하고 자신의 경험을 통해 연결해야 한다. 학생들은 제시된 표의 데이터를 사용하여 (a)강낭콩을 재배하기 좋은 조건을 찾아보고 (b) 13주차에 생산된 강낭콩의 무게를 예측해야 한다. 그리고 (c) 농부 홍길동 씨에게 편지를 쓰면서 더 좋은 강낭콩을 키울 수 있는 방법과 그렇게 생각한 까닭을 담은 자신들의 해결 과정을 설명해야 한다.

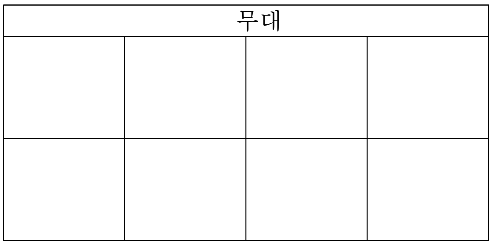
학생들은 첫 번째 과제의 해결 과정에서 어려움을 호소하였다. 학생들은 수학적 모델링 과제를 받기 전 수학적 모델링과 각 단계의 활동에 대한 안내를 받았으나 이러한 내용을 과제 해결에 활용하지 못하였다. 이는 기존에 수학적 모델링과 관련된 수업을 경험한 적이 없어 해결을 위하여 필요한 정보가 무엇이며 어떻게 수집해야 하는지, 수집한 정보를 어떻게 활용해

야 하는지에 대한 방향성이 부족했던 것으로 짐작된다. 제시된 상황을 모델로 만들지 못하거나 활동 결과, 수학적인 사고 과정을 통하여 결과를 도출한 모둠은 2개에 불과하였으며 그 외 8개 모둠의 결과는 과제에 제시된 자료를 해석하는 것이 아니라 강낭콩의 생육 환경에 대한 내용을 검색하여 정리하거나 문제해결과 직접적인 관련이 없는 내용이었다. 예를 들어, 문제를 해결하기 위한 계획을 수립하는 과정에서 ‘편지를 친절하게 쓴다.’, ‘튼실한 강낭콩만 키우고 나머지는 판다.’ 등 문제에서 요구하는 것과 관련이 없거나 수학적인 사고로 연결되지 못한 경우가 나타났다. 수학적 사고 과정이 포함된 결과를 도출한 2개 모둠 또한 깊은 사고를 하지 못하였고 과제에 제시된 정보를 제한적으로 활용하였다. 그뿐만 아니라 모델링 과제 해결 중 낯선 유형의 과제에 대한 거부감이 나타났고 익숙한 유형의 문제와 달리 쉽게 해결할 수 없는 상황에 대한 심리적 부담감이 크게 나타났다. 10개 모둠 중 3개 모둠은 수학적 모델링 과제를 해결할 수 없는 과제라고 판단하였고 2개 모둠은 어떻게 해결해야 할지 모르겠다며 좌절하였다. 수학적 모델링 활동이 원활하게 진행되지 않았으며 모둠원 간 의견 충돌 및 의사소통의 어려움이 발생하였다. 활동지를 끝까지 해결하지 못하고 제출한 모둠도 있었다. 이는 학생들이 높은 인지적 요구 수준의 과제를 해결한 경험이 적으며 모둠 활동이 익숙하지 않고 함께 협력하여 해결한 경험이 적은 것이 영향을 미친 것으로 보인다. 학생들은 결과 발표 후 해석 및 검증 단계를 통하여 해결 과정 및 결과가 다양하게 도출될 수 있음을 확인하였고 자신들의 풀이를 점검하였다.

이에 본 연구에서는 두 번째 수학적 모델링 활동을 중점적으로 살펴보았다. 첫 번째 수학적 모델링 활동의 경험을 바탕으로 두 번째 과제 <록 콘서트>를 제시하였다. 이 과제는 국제 학생 평가 프로그램(PISA)의 경제 협력 개발 기구 평가(OECD, 2003)에서 채택된 ‘Rock Concert’를 변형한 것으로 수학적 모델링 선행연구(Blum, 2015; Asempapa, 2015)에서 활용된 바 있다.

<록 콘서트>

록 콘서트를 위해, 100m×50m 크기의 직사각형 공연장이 준비되었습니다. 록 콘서트는 완전히 매진되었고 모든 팬들이 입장했습니다. 이 공연장은 좌석이 없고 서서 공연을 관람해야 합니다.



(a) 콘서트에 입장한 팬은 모두 몇 명일지 예상해 보세요.

(b) 1회 콘서트로 올릴 수 있는 수입을 예상해 보세요.

두 번째 과제는 학생들에게 단위 변환, 추정, 둘레 및 영역과 같은 다양한 수학적 개념을 사용하거나 연결할 기회를 제공한다. 학생들은 선행지식 및 경험을 바탕으로 하여 부족한 정보를 수집하고 (a) 콘서트에 입장한 팬은 모두 몇 명이고 (b) 1회 콘서트로 올릴 수 있는 수입은 얼마인지 예상해야 한다. 기존 과제는 학생들에게 객관식 보기를 제시하였으나(OECD, 2003) 학생들이 다양하게 사고할 수 있도록 보기를 제시하지 않았다. 또한, 1회 콘서트로 올릴 수 있는 수입을 예상하도록 하여 자신의 실생활 경험과 연계할 수 있도록 하였다.

과제에 대한 이해를 돕기 위하여 각각 다른 콘서트장의 좌석 배치도 사진을 4장 제시하였으며 콘서트로 1천억 원의 수입을 올린 아이돌 가수에 대한 뉴스 영상을 1분가량 시청하였다. 이는 모델링 문제와 관련된 학생들의 선행 지식을 이끌어내기 위한 것으로 일상생활에서 큰 액수를 경험할 일이 적어 콘서트 수입의 액수를 실감하기 어려울 것을 고려한 것이다.

나. 자료 수집 및 분석

수학적 모델링 과제를 제시하기 전 학생들은 수학적 모델링의 개념 및 활동 과정에 대한 간단한 안내를

받았다. 각각의 단계에 대한 설명을 들었으며 모둠별로 1개의 결과물을 제출해야 한다고 인지하였다. 학생들에게 모둠별 활동지와 개인별 활동지를 제시하였으며 학생들은 활동지를 제출해야 하며 활동지가 평가의 근거 자료가 될 수 있음을 인지하였다. 모둠별 활동지는 수학적 모델링 순환 과정(Borromeo Ferri, 2007)에 따라 구성되었으며 개인별 활동지에는 학생들이 직접 서술할 수 있는 자기 평가와 모둠원에 대한 동료평가가 포함되었다. 학생들은 활동지 이외에도 여러 작업물을 공유할 수 있는 애플리케이션인 패들렛(Padlet)을 통하여 수시로 기록하고 내용을 공유하였으며 모둠에 따라 프레젠테이션 파일이나 동영상을 만들어 추가로 제출하였다. 수업 중이나 수업 이후, 필요에 따라 특정 학생과 짧은 면담이 진행되었다. 학생들이 작성한 개인별 활동지와, 모둠별 활동지, 학생들이 패들렛에 업로드한 자료, 연구자의 관찰 및 면담 기록 등이 연구를 위하여 수집되었다.

수학적 모델링 활동을 분석하기 위하여 [표 1]과 같은 인지적, 정의적 및 사회적 측면의 분석 기준을 적용하였다. 인지적 측면의 분석 기준은 Borromeo Ferri(2007)의 연구를 참고하였다. 해석 단계까지 모둠 활동으로 진행되었으며 전체 학생을 대상으로 하는 발표가 진행되었고 검증 단계에서는 소집단 및 전체를 대상으로 하는 논의가 진행되었다. 정의적 및 사회적 측면의 분석 기준은 선행연구(Asempapa, 2015; English, Fox & Watters, 2005; Blum & Ferri, 2009)에서 강조하였던 흥미, 성취감 및 태도, 협업, 의사소통에 주목하였다. 이러한 분석 기준은 수학적 모델링에 대한 전문 지식을 갖춘 두 명의 초등 수학 교육 전문가의 검토를 거쳤다.

활동 진행 후 수집한 자료를 해석하였다. 각 모둠에서의 해결 과정과 결과에 주안점을 두고, [표 1]의 분석 기준을 기반으로 분석을 진행하였다. 예를 들어, 각 모둠의 활동지에서 과제 내용을 올바르게 이해한 경우, 해당 단계를 성공적으로 수행했다고 판단하였다. 다만, 이 연구는 개인과 모둠의 활동 과정 및 결과를 탐색하고자 했으며, 각 단계에서 어떠한 양상이 나타났는지에 주안점을 두고 분석이 이루어졌다.

[표 1] 수학적 모델링 활동의 분석 기준

인지적 측면	
단계	기준
과제 이해	• 구해야 하는 것이 무엇인지 파악하였는가? • 주어진 정보를 파악하였는가?
단순화	• 상황과 과제에 영향을 주는 요인을 이해하였는가? • 요인 간 관계를 파악하였는가?
수학화	• 수학적 개념과 접근 방법을 사용하여 과제를 해결하기 위한 모델을 개발하였는가? • 형성된 모델에서 일상용어와 개념을 수학적 기호와 표현으로 바꾸었는가?
수학적 활동	• 수학적으로 사고하여 과제를 해결하였는가? • 수학적으로 결과와 결론을 도출하였는가?
해석	• 과제를 적절하게 해결했는지 검토하였는가?
검증	• 결과와 모델링 과정에 대해 반성하고 수정할 필요가 있는지 판단하였는가?
정의적 측면	
흥미	• 해결 과정에 흥미를 가지고 참여하였는가?
성취감	• 해결 과정에서 성취감을 느끼는가?
태도	• 수학의 필요성을 인식하고 수학 교과에 대한 긍정적인 태도를 나타내는가?
사회적 측면	
협업	• 모둠원과 협력하여 과제를 해결하고 결과를 설명하였는가?
의사소통	• 해결 과정에서 모둠원과 능동적으로 의견을 교환하였는가? • 자신의 생각을 언어로 정리하여 명확하게 전달하였는가?

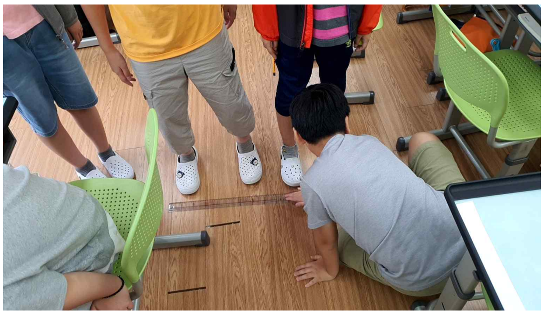
Ⅳ. 연구 결과 및 논의

1. 수학적 모델링 활동의 인지적 측면 분석

인지적 측면의 분석 기준에 따라 10개 모둠의 수학적 모델링 활동을 분석하였다. 수학적 모델링 활동에 참여한 10개 모둠은 수학적 활동 단계까지 수행을 완료하였다. 이는 '강낭콩 키우기' 과제를 통하여 수학적 모델링을 한 차례 경험했던 것이 영향을 미친 것으로 보인다. 2개 모둠이 과제 이해 단계에서 어려움을 겪었으나 교사 및 주변 모둠에 추가 도움을 적극적으로 요청하여 어려움을 해결하였다. 수학적 모델링 과제의 해결 과정에서 모둠별 단순화, 수학화 및 수학적 활동을 수행하였다. 이때 수학적 모델링 활동 시간을 초등학교의 1차시(40분)보다 넉넉하게 80분으로 제시한 것도 수학화 활동에 긍정적으로 작용하였다.

모델 구축 활동은 학생들에게 인지적으로 높은 요구를 가하고 학생들이 전통적인 문장제를 해결하는 데 있어 그들이 평소에 하던 것 이상의 사고를 발휘하도록 요구한다(Chan, 2008). 이러한 과정에서 학생들은 모둠원과의 논의를 통하여 과제에서 요구하는 바와 제시된 정보를 파악하여 나름의 모델을 구축하고 수학적으로 사고하였다.

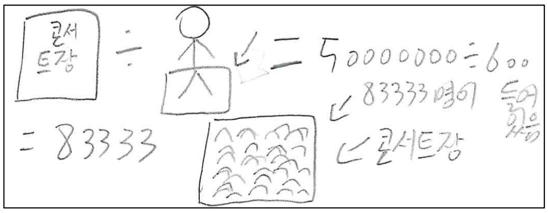
학생들의 과제 해결 과정을 유형별로 살펴보면 콘서트장에 입장하는 인원을 구하기 위하여 1명의 어깨너비를 검색한 결과를 이용하여 계산한 모둠은 4개였다. 그중 H 모둠은 검색을 통하여 어깨너비와 몸통의 두께를 찾아 보통 사람의 면적을 40㎝×15㎝=600㎠로 구하였다. 10개 모둠 6개 모둠은 [그림 1], [그림 2]처럼 어깨너비로 벌린 발 사이 간격이나 어깨 길이 등을 직접 측정하여 길이를 재었다. 학생 및 지도 교사의 발 사이 간격, 어깨너비, 몸통의 두께 등이 측정 대상이 되었다.



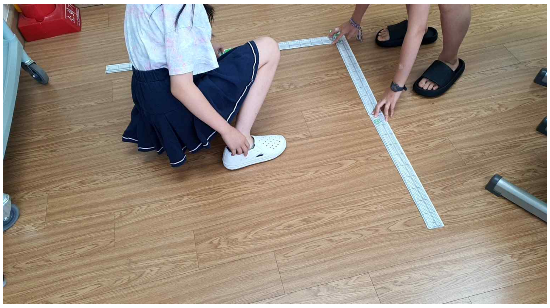
[그림 1] 발 사이 간격을 측정하는 모습

[그림 2] 어깨너비를 측정하는 모습

전체 콘서트장의 수용 인원을 구하기 위한 방법은 크게 두 가지로 나뉘었다. 첫째는 콘서트장의 전체 면적을 구하여 1명의 면적으로 나누는 것이다. 8개 모둠이 [그림 3]과 같이 콘서트장의 면적을 한 사람의 면적으로 나누어 콘서트장에 들어갈 수 있는 인원을 계산하였다. 같은 방법으로 계산하였더라도 다른 모둠과 달리 I 모둠은 콘서트장 전체를 가득 채우는 것이 아니라 여유 공간을 고려하여 계산하는 등 모둠별로 수립한 계획과 한 사람의 면적을 계산한 결과에 따라 수용 가능한 인원의 수가 다르게 나타났다. 나머지 2개 모둠은 1명의 면적을 구하는 대신 특정한 넓이의 공간 안에 사람이 몇 명 들어갈 수 있는지는 가늠하여 구하였다. 모둠에 따라 다르지만, 1m×1m 또는 50㎝×50㎝가 기준 면적이 되었다. [그림 4]는 1m×1m 안에 들어갈 수 있는 인원의 수를 가늠하여 구하는 경우를 보여준다. 이러한 경우 콘서트장의 면적을 본인들이 기준으로 삼은 면적의 넓이만큼 나눈 다음 기준이 되는 공간 안에 들어갈 수 있는 인원의 수를 곱하는 방식으로 계산하였다.



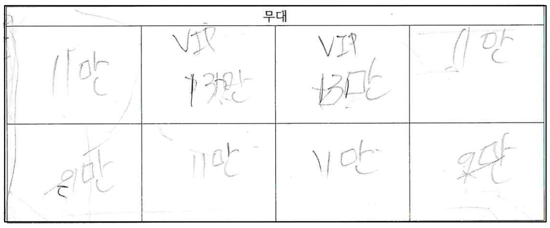
[그림 3] H 모둠의 과제 해결 과정



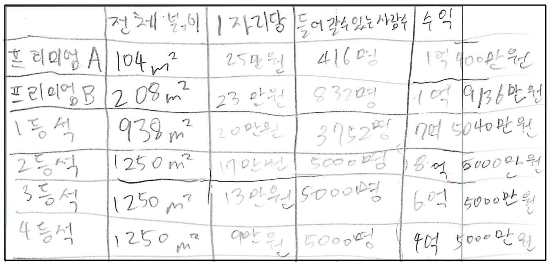
[그림 4] 1㎡ 안에 들어갈 수 있는 사람의 수를 가늠하는 모습

10개 모둠 모두 콘서트의 수입을 계산하기 위하여 콘서트의 입장권 가격을 검색하였다. 과제 해결에 참여한 학생들의 경우 초등학교 5학년으로 과제에서 제시한 콘서트에 대한 관심은 있으나 실제로 본인의 용돈을 이용하여 직접 입장권을 구입해 본 경험이 있는 학생이 없어 콘서트 입장권 가격에 대한 선행 지식이 없었다. 모둠별로 입장권 가격을 결정하기 위하여 록 콘서트 또는 아이돌 콘서트의 정보를 검색하였으며 이러한 결과는 모둠별로 다르게 나타났고 이로 인한 총액의 차이가 발생하였다.

10개 모둠 중 4개 모둠이 좌석의 종류를 다르게 결정하여 입장료에 차등을 두었으며 6개 모둠은 모든 좌석의 입장료를 동일하게 책정하였다. 공연 관람에 대한 학생들의 개인 경험이 과제 해결에 필요한 정보를 찾는 과정에 영향을 미쳤음을 짐작할 수 있다. 학생들은 다양한 정보를 검색하였으나 본인의 경험에 비추어 정보를 선택적으로 활용하였다. 모든 좌석을 동일하게 계산하는 경우와 [그림 5], [그림 6]과 같이 콘서트장의 면적을 여러 개의 등급으로 나누어 각각 다른 입장료와 인원수로 측정한 경우도 나타났다. C 모둠은 과제에 제시된 콘서트장의 구역 8개를 3개 등급으로 나누어 계산하였다. 각 면적 안에 입장 가능한 사람의 수는 동일하지만 무대까지의 거리를 기준으로 하여 각각 13만 원, 11만 원, 9만 원으로 입장료가 다르다. J 모둠은 6개 등급으로 콘서트장을 나누었으며 각 등급의 면적과 해당 면적 안에 들어갈 수 있는 사람의 수도 다르게 책정하여 수입을 계산하였다. 입장료가 비싼 구역에는 다른 구역보다 사람을 적게 배치하는 등 나름의 현실적인 기준이 반영되어 계산되었다.



[그림 5] C 모둠의 과제 해결 과정



	전체 넓이	1자리당	들어갈수있는사람수	수익
프리미엄 A	104m²	25만원	416명	1억 400만원
프리미엄 B	208m²	23만원	832명	1억 9136만원
1등석	938m²	20만원	3752명	7억 5040만원
2등석	1250m²	17만원	5000명	8억 5000만원
3등석	1250m²	13만원	5000명	6억 5000만원
4등석	1250m²	9만원	5000명	4억 5000만원

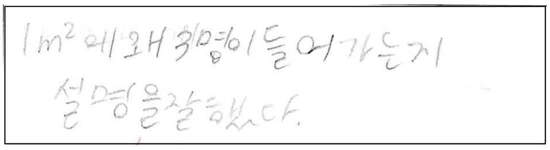
[그림 6] J 모둠의 과제 해결 과정

모델을 구축하는 과정에서 각 모둠별 과제 해결 방향 및 결과가 다르게 나타났다. 입장 가능한 인원수는 최소 1,736명부터 104,167명까지 편차가 나타났으며 예상되는 입장 수익은 18억 7,488만원부터 124억 9,995만원까지 나타났다. 인원이 많은 경우 예상 수입 또한 증가하는 추세였으나 인원이 많다고 반드시 금액이 큰 것은 아니었다. 또한, 입장 수익이 비슷하여도 입장 가능 인원수가 다르게 나타나는 등 10개 모둠 중 과제 해결 과정 및 결과가 겹치는 경우는 없었다.

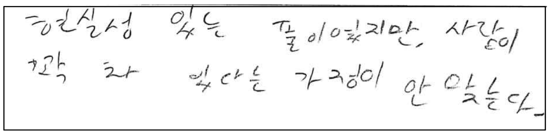
전체 10개 모둠 중 5개 모둠이 해석 및 검증 단계까지 완료하였으며 자신 또는 다른 모둠의 과제 해결 과정 및 결과에 비판적으로 접근하였다. 이러한 과정에서 모델의 타당성, 결과의 현실성 등에 대한 질문 및 답변이 활발하게 진행되었다. 예를 들어, 학생들은

일정 공간에 간격 없이 입장할 경우 생기는 문제에 대하여 의논하였다. 해당 단계에서 학생들은 과제 해결 과정을 검증하고 오류를 발견하여 보완할 수 있었다.

해석 및 검증 단계에 도달한 모둠에서는 다양한 측면에서 비판적 사고가 드러났다. 학생들은 해결 단계에서 실제로 인원수 및 예상 수익을 계산한 뒤 자신의 모둠이 도출한 결과가 현실적인지 여러 차례 확인하였다. 이러한 과정에서 수학적 의사소통이 활발하게 전개되었다. 검증 단계에서 S1은 [그림 7]과 같이 본인이 소속된 모둠과 해결 방법 및 결과가 다르더라도 다른 모둠이 타당한 근거를 들어 설명하였으면 이를 납득하였다. 또한, S2는 [그림 8]과 같이 다른 모둠의 발표를 들으면서 현실성 여부를 평가의 주요 척도로 활용하였으며 다른 모둠의 결과를 나름의 기준으로 판단하였다. 이외에도 "인터넷으로 검색해도 뭐가 맞는 거고 뭐가 틀린 건지 모르겠다(S3)."면서 검색한 결과를 의심하거나 "좌석의 등급을 나누어 구했다면 더 좋았을 것 같다(S4)."는 등 학생들이 수집한 정보에 대하여 비판적으로 사고하고 판단하여 고민하였음이 드러났다.


1m² 에 왜 3명이 들어가는지
설명을 잘했다.

[그림 7] S1의 동료 평가


현실성 있는 풀이였지만, 사람이
간격 차 없다는 가정이 안 맞는다.

[그림 8] S2의 동료 평가

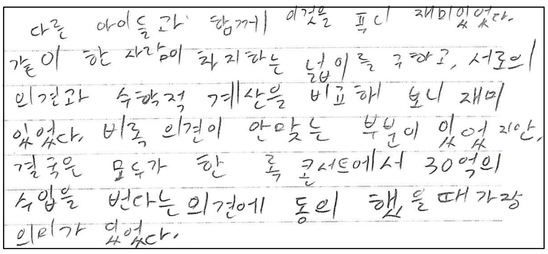
그러나 해석 및 검증 단계가 모든 모둠에 유의미한 것은 아니었으며 10개 모둠 중 5개 모둠에서는 해당 단계가 진행되지 않았다. 이는 4단계인 수학적 활동까지만 수학적 모델링 활동을 수행한 것으로 해당 학생들이 스스로의 결과에 대한 강한 확신이 있거나 해석 및 검증의 필요성을 느끼지 않은 것, 또는 메타인지 또는 비판적 사고가 부족한 것 등이 원인으로 작용하였다.

2. 수학적 모델링 활동의 정의적 측면 분석

정의적 측면의 분석 기준에 따라 10개 모둠의 수학적 모델링 활동을 분석하였다.

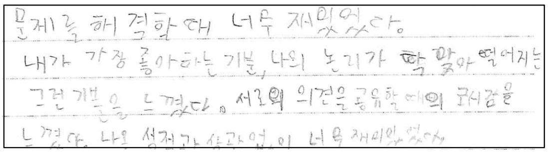
학생들은 수학적 모델링 과제 해결 중 다양한 감정을 경험하였으며 활동에 적극적으로 참여함으로써 수학에 대한 흥미, 성취감 및 긍정적인 태도를 함양하였다. 이는 기존 선행연구(고창수, 오영열, 2015)에서 수학적 모델링 활동을 통한 긍정적 성향이 관찰된 것과도 유사한 방향이다.

C 모둠의 S8은 [그림 9]와 같이 "비록 의견이 안 맞는 부분이 있었지만, 결국은 모두가 한 록 콘서트에서 30억의 수입을 번다는 의견에 동의했을 때 가장 의미가 있었다."라고 자신들의 해결 과정을 평가하였다. 이는 학생들이 수학적 모델링 과정 중 경험한 성취감을 보여주며 S8은 모둠 내 결과가 다른 모둠과 다르게 나타났을지라도 스스로의 결과에 대한 자신감을 나타냈다.


다른 아이들과 함께 이것을 푸니 재미있었다.
같이 한 사람이 차지하는 넓이를 구하고, 서로의
의견과 수학적 계산을 비교해 보니 재미
있었다. 비록 의견이 안맞는 부분이 있었지만,
결국은 모두가 한 록 콘서트에서 30억의
수입을 번다는 의견에 동의 했을 때가 가장
의미가 있었다.

[그림 9] S8의 자기 평가

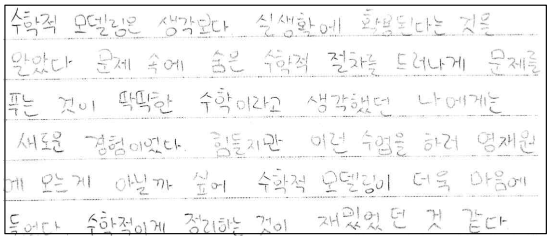
S9는 [그림 10]과 같이 "나의 논리가 딱 맞아 떨어지는 기분"을 느꼈고 "서로의 의견을 공유할 때의 쾌감"을 느꼈다고 하였다. 이외에도 S10이 "우리가 같이 토론하면서 재어보고 같이 계산하는 것들이 너무 즐거웠다."면서 "다음에는 (다른 주제로) 수학적 모델링을 해보고 싶다."고 하는 등 수학적 모델링 활동에 대하여 긍정적으로 답변하였다. 모둠원 내 의사소통이 활발하게 진행된 모둠의 경우 이러한 경향이 더 두드러지게 나타났다. 이는 동료 간 상호 작용이 학생들의 흥미와 동기를 증폭시켜 잠재적인 수학적 능력을 증가시킬 가능성이 있다는 것(Zawojewski, Lesh & English, 2003)을 보여준다.



문제를 해결할 때 너무 재밌었다.
내가 가장 좋아하는 기분, 나의 논리가 딱 맞아 떨어지는
그런 기분을 느꼈다. 서로의 의견을 공유할 때의 공감을
느꼈다. 나의 성적과 상관없이 너무 재미있었다.

[그림 10] S9의 자기 평가

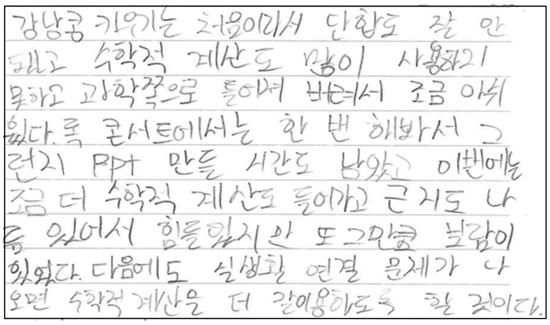
또한, [그림 11]에 드러난 것처럼 S10은 수학적 모델링을 통하여 수학의 실용성과 유용성을 인지하였으며 그러한 특성을 긍정적으로 평가하였다. 이러한 경우는 기존에 접했던 익숙한 유형의 문제와 다른 방향으로 해결하는 과정에서 흥미, 즐거움과 성취감을 느낀 것으로 보인다. 이처럼 학생들에게 능동적으로 사고하는 경험의 제공이 수학 과목의 학습에 대한 흥미와 자신감, 성취감을 가질 수 있는 원동력이 될 것이라는 예상이 가능하다.



수학적 모델링은 생각보다 실생활에 활용된다는 것을
알았다 문제 속에 숨은 수학적 절차를 드러나게 문제를
푸는 것이 딱딱한 수학이라고 생각했던 나에게는
새로운 경험이었다. 힘들지만 이런 수업을 하러 영재원
에 오는게 아닐까 싶어 수학적 모델링이 더욱 마음에
들었다 수학적이게 정리하는 것이 재밌었던 것 같다

[그림 11] S10의 자기 평가

S11은 [그림 12]와 같이 첫 번째 과제와 두 번째 과제의 해결 과정을 비교하였다. S11은 첫번째 과제를 해결하면서 많은 어려움을 겪었던 학생 중 한 명으로 당시 모둠원과 마찰이 있었으며 과제 해결 방향 설정에서 갈피를 잡지 못하였다. 두 번째 수학적 모델링 이후 S11은 수학적 계산보다 과학 쪽으로 방향을 설정하였던 것을 반성하면서 두 번째 문제의 해결 과정을 긍정적으로 평가하였다. 또한 이러한 과정에서 보람을 느꼈다고 응답하였다. 이외에도 S11은 "다섯 모둠의 답이 완전 천차만별이라서 너무 신기했다."면서 "친구들의 설정이 다 다르고 자세하게 설정한 것이 재미 있었다."고 답변하였다. 이는 지속적인 수학적 모델링 과정을 통하여 학생들이 인지적으로 성장할 뿐 아니라 그러한 과정에서 흥미와 성취감, 긍정적인 태도를 갖출 수 있을 것이라는 점을 보여준다.



강낭콩 키우기는 처음이라서 단합도 잘 안
되고 수학적 계산도 많이 사용하지
못하고 과학쪽으로 틀어져 버려서 조금 아쉬
웠다. 록 콘서트에서는 한 번 해봐서 그
런지 PPT 만들 시간도 남았고 이번에는
조금 더 수학적 계산도 들어가고 근거도 나
름 있어서 힘들었지만 또 그만큼 보람이
있었다. 다음에도 실생활 연결 문제가 나
오면 수학적 계산을 더 잘 이용하도록 할 것이다.

[그림 12] S11의 자기 평가

다만, [그림 13]과 같이 S12에게서 본인의 해결 과정에 확신이 없는 경우 정답을 확신할 수 없는 해결 과정에 대한 부정적인 감정이 드러났다. 기존의 문제에서 답과 해결 과정이 명확하게 정해져 있던 것과 달리, 수학적 모델링에서 사용한 과제는 다양한 답과 해결 과정이 존재하기 때문에 정답 여부를 확신할 수 없는 요소에 대한 불안감이 발생한 것이다. 이러한 경우 학생들에게 과제를 해결하기 전 여러 가지 과정과 결과가 가능함을 안내하고 해결 과정이 수학적으로 타당하게 진행되었다면 각각의 결과가 다르게 나왔더라도 인정하고 긍정하는 등 각 단계에 알맞은 교사의 지도를 병행하여야 한다.

모든 문제를 해결하긴 했는데
계산 실수가 있을 것 같아 불안했다.

[그림 13] S12의 자기 평가

3. 수학적 모델링 활동의 사회적 측면 분석

사회적 측면의 분석 기준에 따라 10개 모둠의 수학적 모델링 활동을 분석하였다. 활동 중 학생들은 모둠원과 함께 계획을 수립하고 과제를 해결하였으며 그러한 과정에서 자신의 생각을 언어로 표현하였고 상호 의견을 교환하였다.

여러 모둠에서 과제를 해결하기 위하여 적극적으로 협업을 진행하였으나 10개 모둠 중 5개 모둠에서 협업 중 어려움이 발생하였다. 이는 활동에 참여하지 않고 시간을 보내는 학생이 있거나 업무 분담이 균일하게

이루어지지 않은 경우이다. 어떤 의견도 제시하지 않거나 모둠원이 도출한 해결 계획에 동의하지 않아 과제 해결 과정에 협조하지 않는 경우, 소수의 학생에게 지나치게 많은 업무가 부여되는 경우 등이 해당한다.

모둠 내 의사소통에 문제가 있는 경우 의견의 불합치로 인한 다툼이 표면에 드러나지는 않았으나 소수의 학생이 대부분의 과제 해결 과정을 지휘하였으며 다른 학생들은 자신의 의견을 말하지 않고 그를 따랐다.

G 모둠의 경우 과제 해결 중 협업 및 의사소통에 어려움을 겪었으며 모둠원 4명 중 2명이 역할 대부분을 수행하였다.

T: 왜 이 모둠은 두 명만 활동하고 있어요?
S5: 제가 자료 만드는 걸 하고 싶어서요.
T: 다른 친구들은요?
S5: 다른 친구들이 나누자고 했는데 제가 혼자 하고 싶다고 했어요. 저는 캔바로 자료를 만들고 싶은데 다른 친구들은 이걸 해 본 적이 없대요.
T: 혼자 하면 힘들지 않아요?
S5: 저는 혼자 하는 게 더 편하고 좋아요. 사실 어떻게 하는지 설명하는 게 더 오래 걸려요.
S6: 저희가 같이하자고 했는데 S5가 발표 자료를 나눠서 만드는 게 더 복잡해서 혼자 한다고 했어요.

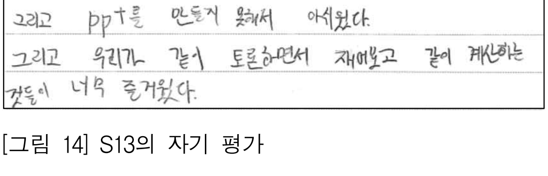
G 모둠 내 균등한 협업이 이루어지지 않았음에도 불구하고, 활동에 참여하는 학생들 간의 업무 분담의 불균형에 대한 불만은 나타나지 않았다. 해당 모둠은 발표 자료 준비 등 중요한 역할을 균등하게 나누는 것이 아니라 2명이 더 많은 일에 자원하였다. 발표 자료 작성 시 프레젠테이션이나 동영상을 만들기 위하여 스마트기기와 관련된 특수 역량이 요구되는 경우, 해당 역량을 갖춘 모둠원이 주도하는 것이 합리적이라고 모든 모둠원이 동의하였다. G 모둠의 경우, 발표 자료 개발에 자발적으로 기여한 학생(S5)이 있고 다른 모둠원이 동의하여 모둠원 간의 업무 분담에 직접적인 갈등이 나타나지 않았으나, 협업이 원활하지 않을 경우 모둠 내에서 갈등이 발생할 수 있음을 고려해야 한다. 타 모둠의 경우 모둠 내 역할 분담으로 인하여 갈등이 발생하기도 하였으며 갈등이 심각한 경우 교사의 개입이 이루어졌고 모둠원 내 갈등을 조정하였다.

또한, G 모둠은 모둠 내 의사소통 없이 소수의 의견에 의하여 활동 방향이 전개되었다. 의견이 모이지 않는 경우 모둠원의 다수결에 의하여 결정되었다.

S6: 그러면 콘서트장에 등급을 나눠, 말아?
S5: 난 나누고 싶어.
S7: 난 나누기 싫어.
S6: 그러면 지금 나누고 싶다는 사람 손 들어봐. 하나, 둘, 셋. 나누고 싶은 사람이 더 많으니까 나누는 걸로 하자.

G 모둠은 과제 해결 과정에서 빠른 효율을 추구하였으며 논의를 통한 방식이 시간이 오래 소요될 것이라고 판단하였으며 다수결을 이용하여 모둠의 의견을 정하였다. G 모둠과 같이 다수결을 이용하여 진행할 경우 빠르게 진행될 수 있다는 장점이 있지만 수학적 모델링 과정에서 충분한 의사소통을 통한 논의의 기회가 줄어든다는 단점이 있다. 이는 학생들이 기존의 학교 수업에서 협업하거나 의사소통할 기회가 적었던 것이 영향을 미친 것으로 보인다.

S13이 속한 B 모둠은 모든 모둠원이 논의에 참여하였으며 각자의 역할을 나누고 협력하여 과제를 해결하였다. 중요한 의사결정이 있을 때마다 논의가 이루어졌으며 자신의 의견이 받아들여지지 않더라도 더 좋은 의견이 있다면 그러한 의견에 찬성하였다. S13은 “우리 모둠은 정말 협력이 잘 되었다.”면서 [그림 14]에 나타난 것처럼 같이 토론하면서 재어보고 같이 계산하는 것이 즐거웠다고 응답하였다.


이번에 문제를 해결할 때, 직접 계산해서 머리가 아팠지만,
그래도 친구들과 함께해서 즐거웠고, 아이돌 콘서트가 이렇게
많이 번다는 것이 너무 놀라웠다.
그리고 ppt를 만들지 못해서 아쉬웠다.
그리고 우리가 같이 토론하면서 재어보고 같이 계산하는
것들이 너무 즐거웠다.

[그림 14] S13의 자기 평가

적극적인 협력과 의사소통이 가능한 경우 의견을 교환하는 과정에서 다양한 측면을 고려하면서 새로운 방향으로 과제를 탐구할 수 있다. 다만 여러 학생의

의견을 모아 수학적 활동을 진행하기까지 시간이 오래 소요되고 그러한 과정에서 갈등이 발생할 수 있다. 각각의 방법에 따른 장단점이 존재하여 이러한 부분을 고려할 필요가 있다.

Ⅴ. 결론 및 제언

본 연구는 수학적 모델링 과제를 해결하는 과정 및 결과를 인지적, 정의적 및 사회적 측면에서 분석함으로써 모델링 수업에 대한 교수 학습 방안 모색 및 시사점을 제시하고자 하였다. 분석 결과를 바탕으로 도출한 결론 및 제언은 다음과 같다.

첫째, 수학적 모델링 활동은 인지적 측면에서 학생들의 적극적인 과제 해결 과정을 유도하였다. 분석 결과, 학생들은 복잡하거나 뚜렷한 해결 방법이 없는 과제를 해결하기 위해 다양한 수학적 개념과 도구를 사용하여 과제에 접근하고 해결하였다. 다양한 도구와 접근 방법을 사용하여 탐구하였으며 해결 계획을 수정하고 확장하여 합리적인 결론에 도달하기 위해 노력하였다. 이러한 활동을 통해 학생들은 현실적인 과제를 이해하고 해결하기 위하여 수학적으로 사고를 발전시키는 기회를 경험하였으며 그러한 과정에서 비판적으로 사고하고 반성하였다. 이는 이미 배운 지식과 절차를 활용하여 정해진 결과를 구하는 전통적인 문제해결에서 나타나기 어려운 것으로 수학적 모델링이 학생들의 인지적 측면에 긍정적인 변화를 가져왔음을 짐작할 수 있다. 다만, 모든 학생이 제시된 과제를 완벽하게 해결하고 반성 단계까지 도달할 수 있는 것은 아니었으며 필요에 따라 교사나 주변 학생의 도움 등을 제공하여 학생들의 과제 해결 과정에 적절한 비계를 제공하여야 한다.

둘째, 수학적 과제의 해결 과정에서 학생들의 흥미, 성취감 및 태도에 변화가 나타났다. 학생들은 실생활과 관련지어 생각하면서 과제를 해결하는 과정에서 다양한 과정과 결과가 가능함을 경험하였다. 이러한 과정에서 학생들은 적극적으로 과제 해결에 참여하였으며 다양한 방법을 시도하였다. 이는 학생들이 보다 능동적으로 활동에 참여하도록 하였으며 학생들의 흥미, 성취감 및 태도에 변화를 유도하였다. 더욱이, 학생들이 첫 번째 과제 '강낭콩 키우기'에 참여하였을 때보다 두 번째 과제 '록 콘서트'에 참여하였을 때 이러한 변화가 보다 긍정적인 방향으로 나타났다. 이는 수학적 모델링 활동이 항상 긍정적인 변화를 이끄는 것은 아니라는 것을 보여주며 활동시 교사의 섬세한 학습 지도 계획이 필요하다는 것을 시사한다. 따라서 효과적인 수학적 모델링 활동을 위하여 학생들의 정의적 측면에 긍정적인 변화를 유도할 수 있도록 신중한 과제 선별, 여러 차례의 참여 기회, 교사의 적절한 도움 등을 고려하여 수업을 설계하여야 한다.

셋째, 수학적 모델링 활동을 통한 사회적 측면의 개발을 위해 역할분담과 구체적인 사회적 규범을 제시하는 것이 필요하다. 분석 결과, 수학적 모델링 활동을 통하여 사회적 측면에 변화가 발생한 것을 확인하였다. 학생들은 목표를 달성하기 위하여 모둠별로 의논하고 서로의 생각을 공유하였으며 필요에 따라 주변에 추가적인 지원을 요청하였다. 이러한 과정에서 학생들의 역할 분담이 요구되었고 수학적 의사소통이 활발하게 일어났다. 이를 바탕으로 수학적 모델링을 통하여 습득한 사회적 경험이 오늘날의 세계에서 점점 더 중요해지고 있는 의사소통 및 협업 기술을 연습하는 데 도움이 될 수 있을 것이라는 예상이 가능하다. 다만, 활동 중 몇몇 학생에게 업무가 가중되거나 효율적인 진행을 위하여 논의 과정 및 의사소통이 생략되는 등의 경우가 나타났다. 모둠원의 자발적인 지원이라 할지라도 소수에게 과업이 집중되는 등의 상황이 발생하였기에 이러한 점을 유의하여야 하며 모둠원 간 균형 잡힌 활동을 위한 조정의 필요를 확인하였다.

넷째, 지속적이고 다양한 수학적 모델링 활동과 양질의 과제 개발이 필요하다. 모델링 과제를 해결하기 위하여 학생들은 다양한 측면에서 과제의 해결을 위해 접근하였으며 모둠 내 의사소통을 통하여 해결 계획을 수립하고 실행하는 과정이 수월하였다. 이처럼 수학적 모델링은 학생들의 인지척 측면 및 사회적 측면의 개발에 효과적인 방법이지만, 관행적으로 해결하던 문제해결과 다른 낯선 방식이다. 이러한 과제를 처음 접하는 학생들은 어떻게 과제를 해결해야 할지 방향을 잡지 못하거나 과제가 잘못된 것이라고 생각할 수 있다. 학생들은 첫 번째 과제였던 '강낭콩 기르기'에서 학생들은 실생활 맥락과 수학적 사고를 연결하지 못하였으며 해결 방향을 잡기 어려워하였으나 두 번째 과제였던 '록 콘서트'에서는 실생활과 수학이 연계할 수 있음을 인지하고 수학적으로 사고하였으며 흥미와 성취감,

긍정적인 태도는 물론 모둠원과 적극적으로 의사소통하려는 모습을 보였다. 이는 수학적 모델링의 지속적인 활동이 필요함을 시사한다. 또한, 과제의 소재 및 내용에 대한 학생들의 참여도에도 차이가 나타났다. 이는 학생들의 발달 단계 및 인지 수준은 물론 학생들이 관심 있어야 하는 주제를 수학과 연계하여야 할 필요성을 보여준다. 학생들의 흥미를 유발할 수 있는 현실적이고 실생활과 맞닿은 과제를 개발하여 지속적으로 수학적 모델링 활동에 참여할 기회를 제공할 필요가 있다.

다섯째, 효과적인 사회적 기술 함양을 위하여 모둠 구성에 신중하여야 한다. 여러 선행연구에서 소집단 활동이 성공적이었다고 언급한 바 있다(Blum & Borromeo Ferri, 2009; Zawojewski, Lesh & English, 2003). 인원이 많으면 모둠이 분할될 수 있고 인원이 적으면 모둠활동의 장점이 사라질 수 있다. 따라서 한 모둠의 인원을 3~4명으로 조직하되 개인의 역량과 성향을 고려하여 활동 중 활발한 의사소통이 가능하도록 구성해야 한다. 또한, 학생 개인의 성향이 전체적인 모둠 활동까지 영향을 미칠 수 있음을 유념해야 한다. 과제를 함께 해결하는 동료라는 의식을 가지고 서로를 존중하며 활동할 수 있도록 지도해야 한다. 이외에도 수학적 모델링 활동은 정보 수집 및 스마트기기의 활용 등 다양한 역량을 요구하며 이러한 역량은 개인별 편차가 크게 나타날 수 있다. 모둠 구성시 여러 가지 요소를 고려하여 더 효과적인 학습을 의도할 수 있다.

수학적 모델링은 현실 세계의 비구조화된 상황으로부터 수학적 모델을 도출하고 도출된 모델로부터 답을 얻어내는 과정, 즉, 현실과 수학의 순환 과정이다(정혜윤, 이경화, 2021). 수학적 모델링 활동 진행시 여러 가지 측면을 고려하여 수업을 설계한다면 더욱 효과적인 수업 구성 및 진행이 가능할 것이다. 그러나 본 연구는 연구 대상이 한정적이고 각 단계의 수행 여부를 수치화하여 측정하지 않았다는 한계가 있어 이러한 측면을 보완한 후속 연구가 필요하다.

참 고 문 헌

고창수, 오영열(2015). 수학적 모델링 활동이 수학적 문제해결력 및 수학적 성향에 미치는 영향. 한국초등수학교육학회지, 19(3), 347-370.

교육부(2022). 수학과 교육과정. 교육부 고시 제 2022-33[별책 8].

김인경(2012). 수학적 모델링과 수학화 및 문제해결 비교 분석. 한국수학사학회지, 25(2), 71-95.

장혜원, 김은혜, 강윤지, 최혜령(2018). '우유의 양'과제를 이용한 초등학교 6 학년 수업에서 수학적 모델링 교수·학습 분석. 학교수학, 20(4), 547-572.

장혜원, 최혜령, 강윤지, 김은혜(2019). 초등학교 저학년을 위한 수학적 모델링 과제 개발 및 적용 가능성 탐색. 한국초등수학교육학회지, 23(1), 93-117.

정혜윤, 이경화(2021). 수학적 모델링 과제의 실행과 수정을 통한 현직 교사의 수학적 모델링 교수 역량 신장 사례 분석. 수학교육학연구, 31(1), 35-62.

Asempapa, R. S. (2015). Mathematical modeling: Essential for elementary and middle school students. *Journal of Mathematics Education, 8*(1), 16-29.

Blum, W., Galbraith, P. L., Henn, H. W., & Niss, M. (Eds.). (2007). *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study.* Springer US.

Blum, W., & Borromeo Ferri, R. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application, 1*, 45-58.

Blum, W. (2015). Quality teaching of mathematical modelling: What do we know, what can we do?. In Cho, S. (eds), *The proceedings of the 12th international congress on mathematical education: Intellectual and attitudinal challenges* (pp. 73-96). Springer International Publishing.

Borromeo Ferri, R. (2007). Modelling from a cognitive perspective: Individual modelling routes of pupils. In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (Eds.), *Mathematical modelling.*

Education, engineering and economics (pp. 260 - 270). Horwood Publishing.

Borromeo Ferri, R. (2017). *Learning how to teach mathematical modeling in school and teacher education*. Springer. 장혜원, 김은혜, 최혜령, 강윤지 공역 (2020). 수학적 모델링, 어떻게 가르칠까? 경문사.

Carpenter, T. P., & Romberg, T. A. (2004). *Powerful practices in mathematics & science: Research-based practices for teaching and learning.* University of Wisconsin.

Common Core State Standards Initiative (2010). *Common core state standards for mathematics(CCSSM).* Retrieved from http://www.corestandards.org/Math/

Chan, E. C. M. (2008). Using model-eliciting activities for primary mathematics classrooms. *The Mathematics Educator, 11*(1), 47-66.

Doerr, H. M., & English, L. D. (2003). A modelling perspective on students′ mathematical reasoning about data. *Journal for Research in Mathematics Education, 34,* 110-136.

English, L. D. (2007). Interdisciplinary modelling in the primary mathematics curriculum. In J. Watson & K. Beswick (Eds.), *Mathematics: Essential research, essential practice* (pp.275-284). MERGA.

English, L. D., Fox, J. L., & Watters, J. J. (2005). Problem posing and solving with mathematical modeling. *Teaching Children Mathematics, 12*(3), 156-163.

English, L. D., & Watters, J. J. (2004). Mathematical modelling with young children. In M. Johnsen Hoines & A. Berit Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th International PME Conference* (pp. 335-342). Bergen University College.

English, L. D., & Watters, J. J. (2005). Mathematical modelling in the early school years. *Mathematics Education Research Journal, 16*(3), 58-79.

Langrall, C., Mooney, E., Nisbet, S., & Jones, G. (2008). Elementary students' access to powerful mathematical ideas. In L. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education* (pp. 109-135). Routledge.

Lesh, R., & Doerr, H. M. (2003). Foundations of a models and modeling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving. In *Beyond constructivism* (pp. 3-33). Routledge.

Organisation for Economic Co-operation and Development. (2003). *The PISA 2003 assessment framework -mathematics, reading, science and problem solving, knowledge and skills.* OECD Press.

Stigler, J. W., & Hiebert, J. (2004). Improving mathematics teaching. *Educational Leadership, 61*(5), 12-16.

Watters, J. J., English, L., & Mahoney, S. (2004). Mathematical modeling in the elementary school. In *American Educational Research Association Annual meeting.*

Yackel, E., Cobb, P., & Wood, T. (1991). Small-group interactions as a source of learning opportunities in second-grade mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education, 22*(5), 390-408.

Zawojewski, J. S., Lesh, R., & English, L. (2003). A models and modeling perspective on the role of small group learning activities. In Lesh, R & Doerr, H (Eds.), *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching* (pp. 337-358). Routledge.

Analysis of Changes in Cognitive, Affect and Social Aspects of Elementary School Students through Mathematical Modeling Activities

Kang, Yunji
Seoul Hongyeon Elementary School
E-mail : angie0718@sen.go.kr

Mathematical modeling activities hold the potential for diverse applications, involving the transformation of real-life situations into mathematical models to facilitate problem-solving. In order to assess the cognitive, affective, and social dimensions of students' engagement in mathematical modeling activities, this study conducted sessions with ten groups of fifth-grade elementary school students. The ensuing processes and outcomes were thoroughly analyzed. As a result, each group effectively applied mathematical concepts and principles in creating mathematical models and gathering essential information to address real-world tasks. This led to notable shifts in interest, enhanced mathematical proficiency, and altered attitudes towards mathematics, all while promoting increased collaboration and communication among group members. Based on these analytical findings, the study offers valuable pedagogical insights and practical guidance for effectively implementing mathematical modeling activities.

* 2000 Mathematics Subject Classification : 97D50
* Key words : mathematical modeling, elementary mathematics, cognitive development, collaboration