

고등학교 주문형 강좌 선형대수 교과목 운영사례 : 전통적 방식과 플립러닝 방식의 혼합수업 형태 및 신호처리 응용

유재하

한경국립대학교 전자전기공학부

The Case Study of High School On-demand Linear Algebra Course : Mixed Traditional and Flipped Learning Methods and Signal Processing Applications

Jae-Ha Yoo

School of Electronic and Electrical Engineering, Hankyong National University

요약 본 논문은 고등학교 주문형 강좌에서 진행된 선형대수학 교과목 수업사례에 대한 연구이다. 일반적인 수업과 비교하여 플립러닝 수업이 추가되었고, 학생들의 진로 희망 분야를 고려하여 신호처리 관련 응용문제에 대한 적용도 다루었다. 전체적으로 보면, 전통적 방식의 강의 수업과 플립러닝이 혼합된 형태로 수업이 진행되었다. 플립러닝은 2차례 실시되었다. 플립러닝 수업은 사전학습, 조별 협력학습, 사후학습으로 구성되었다. 수업의 효과성을 검증하기 위하여 설문조사를 실시하였고 대부분의 평가 항목이 4점 이상이었다. 플립러닝의 주제는 신호처리 분야에서도 매우 비중 있게 다루어지는 마르코프 체인과 최소제곱법을 대상으로 진행되었다.

• 주제어 : 선형대수, 신호처리, 플립러닝, 고등학교, 주문형강좌

Abstract This paper is a study of a linear algebra course taught in a high school on-demand course. Compared to the regular course, flipped learning was added to the course, and applications to signal processing related problems were covered in consideration of students' career aspirations. Overall, the class was a mixture of traditional lectures and flipped learning. Flipped learning was implemented twice. The flipped class consisted of pre-class, in-class and post-class. To verify the effectiveness of the course, a survey was conducted and most of the evaluation items were above 4. The topics of the flipped learning were Markov chains and least squares problem, which are very important in the field of signal processing.

• Key Words : Linear Algebra, Signal Processing, Flipped Learning, High School, On-demand Course

Received 17 August 2023, Revised 19 September 2023, Accepted 25 September 2023

* Corresponding Author Jae Ha Yoo, School of Electronic and Electrical Engineering, Hankyong National University, 327, Jungang-ro, Anseong-si, Gyeonggi-do, Korea. E-mail: yjh@hknu.ac.kr

I. 서론

최근에는 고등학교에서 학생들에게 제공하는 교과목 이외에 학생들의 관심, 적성, 그리고 진로 설정에 도움이 될 수 있도록 학생들의 요구에 기반한 교과목 개설이 가능하다. 그러나 이러한 과목들의 경우 반 편성이 쉽지 않거나 교사 수급이 어려운 경우가 발생할 수 있다. 이러한 경우 외부의 강사를 초청하여 방과 후, 주말 혹은 방학 중에 해당 수업을 실시할 수 있으며 이를 주문형 강좌라 한다. 즉, 주문형 강좌는 학생의 과목 선택권을 적극적으로 보장하기 위한 교육과정이라고 할 수 있다[1]. 주문형 강좌는 정규교육과정 내 프로그램으로서 학교생활기록부의 ‘교과학습발달상황’ 등의 항목에 그 평가 내용이 기재 된다.

지난 3년간 선형대수학 교과목을 주문형 강좌로 실시하여 왔는데 방학 중 3주 동안 총 15회의 교육이 실시되는 형태이다. 그러나, 그 기간이 집중되어 있기에 학생들의 복습시간이 충분하지 못하여 학생들의 학습 이해도와 만족도에 미흡한 점이 있었다. 더욱이 지난 3년간은 일반적인 형태로 수업이 진행되어 학생들의 학습효과가 미진한 부분이 있다고 판단되었다.

2023년 여름방학 주문형 강좌에서는 다음과 같이 2가지 목적을 가지고 수업의 형태를 변화시키고자 하였다.

첫째, 학생들에게 다양한 학습 형태를 경험할 기회를 제공할 뿐만 아니라 학습이해도를 높이기 위하여 총 15일의 수업 중 2일을 플립러닝 형태의 수업으로 진행하였다.

둘째, 수강 학생들의 진로희망 분야에 대해 실질적인 경험을 할 수 있게 하는 것이다. 이를 위해서는 선형대수를 수학으로서만 학습하는 데 그치지 않고 선형대수가 어떻게 신호처리 관련 응용문제에 적용될 수 있는지를 경험할 수 있게 하는 것이다.

II. 수업의 구성 및 내용

금번 주문형 강좌에서 목표로 한 것은 서론에서 언급한 바와 같이 플립러닝 수업방식의 도입과 진로희망 분야에 대한 연관성 있는 경험을 갖게 하는 것이다. 이를 위해서는 수강생들에 대한 조사가 선행되어야 한다.

Table 1에서와 같이 강좌에 참여한 학생은 총 17명이며, 1학년 9명, 2학년 8명이다. 첫날 진로 희망 분야에 대한 조사를 진행하였고 그 결과를 살펴보면 대부분의 학생이 플립러닝 수업방식 적용과 선형대수학의 신호처리 관련분야를 적용하여도 적합한 구성이라고 판단할 수 있다.

Table 1. Analysis of students

	해당사항	인원(명)
학년	1	9
	2	8
성별	남	9
	여	8
진로 희망 분야	전기전자공학	4
	컴퓨터공학	3
	기타공학계열	3
	자연계열	2
	의학	3
	미정	2

Table 2는 15일간에 걸쳐 진행되는 수업의 내용을 나타내고 있다. 크게 두 가지 부분으로 나누어 수업을 구성하였다.

첫 번째 부분은 1일~10일 동안 진행된 수업으로서 일반적인 수업의 형태와 선형대수학에서 다루어지는 내용들로 구성된다[2]. 다만, 시간이 제한적이고 학생들이 대학생이 아닌 고등학생들이므로 그 난이도를 쉽게 조정하고 특정 부분에 대해서는 다루지 않도록 구성하였다. 11일~15일에서는 플립러닝을 적용하고 미진한 부분에 대한 보충과 진로 희망 분야 연계에 대한 수업을 진행하였다.

플립러닝 수업방식의 적용과 보다 효과적인 수업을 진행하기 위해서는 컴퓨터 시뮬레이션의 도입이 필요하기 때문에 MATLAB을 사용하기로 계획하고 그 사용법에 대한 요약된 사용방법을 5일차와 10일차 수업에서 실시하였다.

Table 2. Daily lecture topics

일	수업 내용	분류
1	교과목소개, 학습자 분석	선형대수 기초
2	선형대수와 시스템, 벡터 기초, 벡터의 기본 연산	
3	행렬과 행렬의 기본 연산	
4	가우스 소거법, 특수행렬	
5	MATLAB 사용법 1차	
6	1차 평가, 행렬식	
7	역행렬, 선형방정식의 응용	
8	벡터공간	
9	내적, 고유값, 고유벡터	
10	2차 평가, MATLAB 사용법 2차, 플립러닝 소개	
11	플립러닝 1차 : 마르크프 체인	플립러닝 적용 및 진로분야 연계
12	플립러닝 2차 : 정규직교화, 최소제곱법	
13	플립러닝 review, 닳음행렬, 대각행렬	
14	삼각함수, 직교함수	
15	주파수 개념 및 관련 시뮬레이션	

III. 운영 사례

이번 수업사례가 플립러닝의 도입과 진로 희망 분야 연계 내용을 적용하는 것이지만 이를 위해서는 선형대수학에서 필요로 하는 기본적인 지식의 효율적이고 효과적인 교육이 선행되어야 한다. 또한, 플립러닝에 대한 이해와 조별학습의 효과적인 수행을 위해서는 학생들의 성적과 성향 파악이 전제되어야 한다.

3.1 선형대수학 기초

벡터와 행렬의 정의와 관련된 기본적인 연산을 학습하며, 선형 연립방정식의 벡터 기반의 표현과 행렬 기반의 표현을 학습하였다. 또한, 가우스소거법과 이를 이용한 역행렬을 구하는 방법을 학습하였다. 벡터공간에 대해서는 기본적인 내용으로 수업을 전개하였으며, 함수와 선형변환에 대한 관계도 학습하였다. 이를 바탕으로 벡터의 내적연산의 정의와 그 의미를, 주어진 행렬의 고유값과 고유벡터의 의미와 구하는 방법을 학습하였다. 학습한 내용에 대한 이해도를 점검하는 수

준의 문제들로 구성된 형성평가를 1주차 말과 2주차 말에 실시하였다.

성공적인 플립러닝 수업을 위해서 플립러닝의 간단한 역사와 실시 방법에 대해 설명하는 시간을 가짐으로써 학생들이 플립러닝을 잘 이해하고 준비할 수 있도록 하였다. 또한, 플립러닝 수업에서 이루어지는 조별 협력학습을 성공적으로 진행하기 위해서는 조편성을 잘하는 것이 필요하다. 1학년 9명을 3명씩 3개 조로, 2학년 8명을 4명씩 2개 조로 구성하였다. 각 조에는 2차례의 평가를 바탕으로 조원의 성적분포가 골고루 되도록 하였으며, MBTI도 조사하여 각 조에는 활발한 성격을 갖는 학생이 반드시 포함되도록 하였다.

3.2 플립러닝

플립러닝은 사전학습(pre-class), 조별 협력학습(in-class), 사후학습(post-class)의 3단계로 진행된다. pre-class는 교수가 in-class에서 진행할 조별 협력학습에 필요한 학습 내용을 제공하게 되는데 동영상 강의를 제작하여 학생들이 미리 학습할 수 있도록 하였다[3-4]. in-class 수업은 먼저, pre-class 자료를 학생들이 충분히 숙지하였는지를 확인하는 퀴즈를 실시한다 [5-6]. 이후에는 책상을 재배치하여 조별로 자리를 모여 앉도록 하였다. Fig. 1은 in-class 수업이 이루어지는 상황을 나타내고 있다. 각 조간에도 활발히 학생들이 이동하여 다른 조와도 협력할 수 있도록 이동 경로를 확보하였다. 활발한 조별 협력학습을 위해서 유인물이 준비되어 모든 학생에게 배부된다. Fig. 2는 11일 차에 실시한 플립러닝 유인물이다.



Fig. 1. Flipped Learning Class : Scenes

in-class가 종료되면 학생들은 문제풀이 보고서와 성찰일지 보고서를 당일 저녁까지 제출하도록 하여 학생들이 in-class 활동을 충실히 수행하였는지를 점검하는 도구로 사용되었다[3].

선형대수학 (FL 1차)	
	(당면한 문제) 도농복합지역 어느 시에 데이터에 기반한 사회간접투자를 진행하고자 한다. 이를 위해서는 향후 시민들의 거주형태를 예측하여야 한다. 금년 인구가 30만명인 이 시에 그 도심부에는 20만명, 농촌에는 10만명이 살고 있다. 도심부 인구의 30%가 농촌으로 이동하는 반면 농촌의 인구는 매년 10%가 도심부로 유입된다고 조사되어 있다. 미래 인구 분포의 추이를 예측하시오. (Markov Chain)
1	State Transition Diagram을 그리시오.
2	상태방정식과 추이행렬을 구하시오.
3	10년과 100년, 무한대년 후의 상태벡터를 식으로 표현하시오.
4	추이행렬의 고유값과 고유벡터를 구하시오.
5	금년도의 상태벡터를 고유벡터의 선형결합으로 계산하시오.
6	n년 후의 도심과 근교의 인구를 계산하시오. 1) 2에서 구한 상태방정식을 사용하여 표현하시오. 2) 4, 5에서 구한 값을 사용하여 표현하여 보시오.
7	무한대년 후의 도심과 근교의 인구를 구하시오.
8	MATLAB을 사용하여 향후 30년동안의 도심인구와 근교인구를 2에서 세워진 상태방정식에 따라 계산하는 프로그램을 작성하고 그리시오. (MATLAB : for, plot, subplot 사용)

Fig. 2 Flipped Learning Class : Hand-out

3.3 플립러닝 이후 신호처리

플립러닝을 실시한 후, 즉 13일차 수업부터는 다음과 내용으로 수업을 진행하였다. 신호처리에서 매우 중요한 개념 중 하나는 주기함수의 푸리에급수 표현이며 그 공간에는 삼각함수가 직교함수임에 대한 이해가 전제되어야 한다[7]. 직교벡터에 대한 이해는 그림과 내적연산을 통하여 비교적 쉽게 학습하였으나, 직교함수로 이를 확장하는 데는 다음과 같은 어려움이 있었다. 고1 학생 중에는 선형학습으로 미적분 내용을 이미 공부한 경우도 있었으나 그렇지 못한 경우도 있기 때문이다. 그러므로 적분에 대한 간단한 의미 정도의 설명과 주파수가 서로 다른 경우에 두 신호의 곱에 대한 적분이 0이 됨을 이해시키는 것이 필요하다. 그러나 삼각함수의 곱에 대한 내용을 학습하지 않았으므로 함수의 적분을 직사각형에 의한 근사값을 구하는 방법으로 MATLAB을 사용하여 학생들이 시뮬레이션을 해보고 그 결과값을 통하여 삼각함수가 직교함수임을 경험할 수 있게 하였다. 학생들이 정확한 이론적 전개는 해보지 못했으나 삼각함수를 직교함수로 이해할 수 있도록 수업을 진행하였다. 임의의 벡터를 기저벡터의 선형결합으로 표시하는 것과 유사하게 임의의 주기신호를, 삼각함수를 기저로 하는 기저함수의 선형결합으로 표현하는 것을 통하여 학생들을 이해시키고자 하였

다. 또한, 단순 진동하는 물체를 코사인 함수를 사용하여 시간의 함수로 표현하고 주파수를 매개 변수로 표현하는 방법을 설명하였고, 이를 컴퓨터시뮬레이션을 통하여 그림으로 표현해 보고 소리로 재생하여 들어보는 실습도 진행하였다.

IV. 결과 및 분석

시행한 주문형 강좌에 대한 학생들의 인식을 조사하기 위하여 다음과 같이 2차례 설문을 실시하였다. 1차 설문은 플립러닝 수업이 시작되기 이전 시점으로 10일차에 실시하였다. 즉, 선형대수학의 기본적인 내용의 학습 정도에 대한 학생들의 인식을 조사하는 것이며, 2차 설문은 수업의 마지막 날인 15일차에 실시한 것이다. 2차례의 설문은 각 설문의 목적에 부합하는 설문 도구를 작성하여 실시하였으며 온라인 익명으로 실시하였다.

4.1 1차 설문

1차 설문은 총 17명의 학생 중 16명이 설문에 응답하였으며, 설문 내용과 결과는 Table 3.에 나타나 있다.

Table 3. First Survey

설문 문항	전혀 아니다	아니다	보통	그렇다	매우 그렇다
	1	2	3	4	5
벡터의 기본 개념에 대해 이해하였다.	0	0	2	9	5
벡터의 덧셈, 뺄셈, 스칼라 곱 등 연산에 대해 이해하였다.	0	0	0	10	6
행렬의 기본 연산과 행렬식, 역행렬 계산법을 이해하였다.	0	0	3	7	6
내적의 정의와 이를 계산할 수 있다.	0	0	5	4	7
고유값과 고유벡터를 계산할 수 있다.	0	1	3	4	8
선형연립방정식을 행렬과 벡터로 표현할 수 있다.	0	0	1	7	8
선형변환의 개념을 이해하였다.	0	1	7	4	4
플립러닝에 대하여 알고 있다.	5	0	6	4	1

총 8개의 설문 문항 중 처음 7개는 선형대수학에서 요구되는 기본적인 학습 능력을 갖추었는지에 대한 질문들에 해당하며 대부분의 학생들이 긍정적인 답변을 하였다. 마지막 8번째 문항은 플립러닝에 대한 사전 인식을 묻는 것으로써 대다수의 학생이 플립러닝에 대한 이해가 부족하였다. 이는 학생들에게 적용하고자 하는 플립러닝 수업에 대한 보다 상세한 안내가 필요하다는 것을 의미하여 플립러닝을 실시하기 전에 자료를 만들어 그 과정과 in-class 수업 후 제출하는 2가지 보고서의 작성 요령과 그 의미를 설명해 주었다.

4.2 2차 설문

2차 설문은 17명의 학생 모두가 설문에 응답하였으며, 설문 내용과 결과는 Table 4. 에 나타나 있다.

Table 4. Second Survey

설문 문항	전혀 아니다	아니다	보통	그렇다	매우 그렇다	평균
	1	2	3	4	5	
선생님이 강의만 하는 일반적인 방식에 비해 플립러닝은 효과적이라고 생각하시나요?	0	0	1	8	8	4.41
FL 수업시 배부된 조별학습 유인물은 적절하였나요?	0	0	3	6	8	4.29
FL 수업은 일반수업보다 흥미롭다.	0	0	1	7	9	4.47
FL 수업은 일반수업보다 집중도가 더 높아진다.	0	0	2	8	7	4.29
FL 수업은 일반수업보다 학습효과가 더 긍정적이다.	0	0	1	8	8	4.41
FL 수업에서의 협동학습은 개인적으로 학습하는 방법에 비해 도움이 되었나요?	0	0	2	8	7	4.29
성찰일지는 수업을 재정리하고 본인의 개선점을 알아보는 데 도움이 되었나요?	0	1	3	6	7	4.12
향후 FL 방식의 수업이 제공된다면 수강할 것이다.	0	1	0	8	8	4.35

8개 항목에 대하여 5점 척도로 설문을 실시하였다. 학생들은 플립러닝 수업을 매우 적극적으로 수행하였으며 Table 4. 에 조사된 결과들을 바탕으로 기존의 강의형 수업방식에 플립러닝 수업방식을 추가한 것은 매우 좋은 결과를 나타냄을 볼 수 있었다. 위와 같은 객관식 설문 문항 이외에 플립러닝을 경험하고 각자의 의견을 자유롭게 작성하라' 는 문항에 대하여 다음과 같은 긍정적인 의견이 표출되었다.

- '색다른 수업 방식으로 신선한 경험을 제공해 준다는 점이고, 자신이 이해가 잘 안되는 부분을 다른 사람들과 서로 소통해 보고 서로 설명해 주며 의사소통의 중요성을 깨닫는 것과 알아감의 재미를 느낄 수 있다.'
- '친구들에게 물어볼 수가 있어서 같은 위치에 있는 학우들로부터 도움을 받을 수가 있다. 그러므로 고민하는 시간도 같이 늘어나게 되어서 일반적인 주입식 수업보다는 학생에게 더 이롭다고 느낀다.'
- '조원들과 함께 의논할 수 있어 혼자라면 하지 못했을 것도 해낼 수 있다. 정적인 강의형 수업보다 자유로운 분위기라 교수님께 질문하거나, 조원들과 의논하기 편하다. 활동이 많아 기억에 남는 것이 많아진다.'

반면, 한 학생이 조별 학습을 주도하거나, 학습에 필요로 하는 시간이 많다는 등의 단점도 언급되었다. 이러한 문제점들은 플립러닝 수업에서 흔히 있을 수 있는 것이지만 수업이 3주간 집중적으로 이루어져 조원들 간의 친밀도 향상, 과제 수행의 익숙하지 못함 등은 플립러닝이 시간적 간격을 가지고 시행되면 개선될 수 있는 내용이기때 본 수업에서는 한계를 가지고 있었다고 판단된다.

V. 결론

본 연구는 고등학교에서 주문형 강좌로 진행된 선형대수학 수업에 플립러닝 수업의 도입과 학생들의 진로 희망 분야에 대한 경험을 위하여 상호처리 관련 내용을 추가한 수업사례와 그 결과이며 다음과 같은 결론을 제시하고자 한다.

셋째, 실시한 플립러닝 수업은 학생들에게 긍정적인 학습경험을 할 수 있게 해주었고 학습효과도 매우 긍정적이다.

둘째, 신호처리와 관련된 내용들은 시간적 한계로 푸리에급수까지 학습할 수 없었다는 점이 아쉽지만, 학생들이 삼각함수를 사용하여 단순한 신호를 표현해 보고 특정 주파수를 소리로 들어보는 활동은 의미가 있었다는 것이다.

셋째, 보다 개선된 플립러닝을 위해서는 조 편성을 좀 더 이른 시점에 진행하고 조원들 간의 라포를 더 심도 있게 형성할 수 있도록 하는 것이 필요하다.

넷째, 학생들이 동영상 자료를 학습하는 데 거부감이 없다는 것을 바탕으로 신호처리 관련 내용을 동영상으로 제작하여 제공한다면 제한된 시간에서도 푸리에급수와 더 나아가 푸리에변환과 선형대수에서의 선형변환을 연계시키는 내용까지 다룰 수 있을 것으로 기대해 볼 수 있다.

REFERENCES

[1] K. B. Cho, J. H. Moon and H. S. Lee, "A Comparative Study on Various Student-Centered Curriculum's Teaching Experiences Focusing on Physical Education," Journal of digital convergence, vol. 19, no. 9, pp. 335-342, 2021.

[2] K. E. Park and S. G. Lee, "Flipped Learning teaching model design and application for the University's Linear Algebra," Communications of Mathematical Education, vol. 30, no. 1, pp. 1-22, 2016.

[3] J. H. Yoo, "Case Study of Flipped-learning on Signal Processing Class," Journal of Practical Engineering Education, vol. 9, no. 2, pp. 125-132, 2017.

[4] K. H. Ryu, "A Case Study on the Application of Flipped Learning Methodology to Thermodynamics in Mechanical Engineering," Journal of Engineering Education, vol. 25, no. 6, pp. 69-80, 2022.

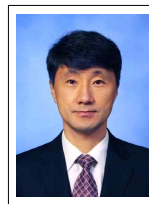
[5] J. Y. Huh and S. M. Han, "Case Study of flipped-learning on a basic engineering practice," Journal of Practical Engineering Education, vol. 8, no. 2, pp. 83-89, 2016.

[6] B. V. Veen, "Flipping signal processing instruction," IEEE Signal Processing Magazine, vol. 30, no. 6, pp. 145-150, 2013.

[7] B. K. Koo, J. M. Park and Y. D. Kang, "Infrared Analysis of Flow Visualization Results Using Fourier Transform," Journal of the Institute of Convergence Signal Processing, vol. 20, no. 4, pp. 199-204, 2019.

저자소개

유 재 하 (Jae-Ha Yoo)



1990년 2월 : 연세대학교
전자공학과(공학사)

1992년 2월 : 연세대학교 대학원
전자공학과(공학석사)

1996년 2월 : 연세대학교 대학원
전자공학과(공학박사)

1996년 1월 ~ 2002년 9월 : (주)LG전자
책임연구원

2002년 10월 ~ 현재 : 한경국립대학교
전자전기공학부 교수

관심분야 : 신호처리 응용, 공학교육