

이종 상태 정보를 고려한 이차 다개체 시스템의 PID 기반 일치 및 편대 제어

강민재¹, 탁한호^{1*}

¹경상국립대학교 융합전자공학부

PID-based Consensus and Formation Control of Second-order Multi-agent System with Heterogeneous State Information

Min-Jae Kang¹, Han-Ho Tack^{1*}

¹Department of Convergence Electronics Engineering, Gyeongsang National University

요약 일치기법은 이웃한 개체 간의 정보교환을 통하여 개체들의 상태를 동일한 상태로 수렴시키는 것이 목적이며 다개체 시스템의 제어를 위해 많은 연구가 진행되고 있다. 실제 시스템에서는 각 개체의 측정 변수가 서로 다르거나 통신상의 정보 손실이 발생할 수 있고, 통신상의 안정성을 위하여 각 상태에 대한 서로 다른 네트워크를 구성해야 할 수 있다. 또한, 시스템에 존재하는 입력 포화 및 외란으로 인하여 그룹의 불안정성을 야기할 수도 있다. 따라서 본 논문에서는 이종 상태 정보와 입력 포화 및 외란을 고려하여 다개체 시스템의 군집을 위한 PID(Proportional-Integral-Derivative) 기반의 일치 제어 기술을 연구한다. 구체적으로 2차 시스템으로 모델링된 다중 추종 개체들과 단일 리더 개체를 고려하였고, 오차 시스템의 안정성 판별을 통하여 일치를 달성하기 위한 조건을 분석하였다. 제안된 알고리즘은 위치 그래프의 연결성만 보장된다면 일치를 달성할 수 있음을 확인하였고, 일치 알고리즘을 확장하여 다개체 시스템에 대한 편대 제어 문제를 연구하였다. 마지막으로 모의실험을 통하여 제안된 알고리즘의 유효성을 검증하였다.

• 주제어 : 리더-추종 일치 제어, 편대 제어, 다개체 시스템, 이종 상태, PID 기반 알고리즘

Abstract Consensus, that aims to converge the states of agents to the same states through information exchanges between agents, has been widely studied to control the multi-agent systems. In real systems, the measurement variables of each agent may be different, the loss of information across communication may occur, and the different networks for each state may need to be constructed for safety. Moreover, the input saturation and the disturbances in the system may cause instability. Therefore, this paper studies the PID(Proportional-Integral-Derivative)-based consensus control to achieve the swarm behavior of the multi-agent systems considering the heterogeneous state information, the input saturations, and the disturbances. Specifically, we consider the multiple follower agents and the single leader agent modeled by the second-order systems, and investigate the conditions to achieve the consensus based on the stability of the error system. It is confirmed that the proposed algorithm can achieve the consensus if only the connectivity of the position graph is guaranteed. Moreover, by extending the consensus algorithm, we study the formation control problem for the multi-agent systems. Finally, the validity of the proposed algorithm was verified through the simulations.

• Key Words : Leader-following consensus, Formation control, Multi-agent systems, Heterogeneous state, PID-based algorithm.

Received 16 May 2023, Revised 26 June 2023, Accepted 29 June 2023

* Corresponding Author Han-Ho Tack, Department of Convergence Electronics Engineering, Gyeongsang National University, 33, Dongjin-ro, Jinju, Gyeongnam, Korea. E-mail: fntack@gnu.ac.kr

I. 서론

다개체 시스템을 위한 일치(consensus) 기법은 개체들이 이웃한 개체들과의 정보교환을 통하여 모든 개체의 상태 변수나 출력변수가 같은 값으로 수렴하는 것을 목표로 하고 있다[1]. 따라서 일치 기법은 모든 개체들의 정보를 이용하는 중앙제어장치 없이 각 개체가 이웃한 개체들과의 정보교환만을 이용함으로써 분산적으로 다개체 시스템의 군집 현상을 달성할 수 있는 장점이 있으며, 다개체 시스템의 편대 제어[2], 분산 최적화[3], 분산 필터링[4] 등에 다양하게 적용되고 있다.

다개체 시스템의 일치문제는 네트워크의 연결성을 기반으로 진행되었으며, 개체들 사이의 정보교환 네트워크는 그래프로 표현될 수 있고, 일반적으로 그래프 이론을 기반으로 일치문제가 연구되었다[5-6]. 구체적으로 일치를 달성하기 위한 필요충분조건은 네트워크 그래프의 연결성으로 주어진다. 또한 리더 개체의 존재에 따라 리더가 없는 일치문제와 리더-추종 일치문제가 연구되었다. 리더 개체는 독립 개체이며 전체 그룹의 목표 상태를 제공한다. 이 경우 일치를 달성하기 위한 필요충분조건은 추종 개체들 사이의 네트워크 그래프가 연결되어 있고 리더로부터 적어도 하나의 추종 개체로의 경로가 존재하는 경우이며, 네트워크의 필요충분조건을 고려하여 1차 적분기[7], 2차 적분기[8], 고차 선형 시스템[9]을 고려한 리더-추종 일치문제가 연구되었다.

위에서 언급한 기존의 일치 기법들은 각 개체의 출력변수에 대한 모든 정보가 이용 가능하다고 가정하였다. 하지만 실제 시스템에서는 각 개체가 측정 가능한 상태 변수가 다르거나 통신상의 정보 손실이 발생할 수 있다. 또한 통신의 안정성을 고려하여 각 상태 변수의 네트워크를 다르게 구성하는 경우가 존재할 수도 있다. 따라서 최근 이중 상태를 고려한 일치문제가 연구되고 있다[10-12]. 2차 시스템의 위치와 속도 정보가 서로 다른 네트워크로 구성된 경우는 비례제어 기반의 일치 알고리즘을 통하여 위치와 속도 상태의 정보교환 그래프가 동일하지 않아도 일치를 달성할 수 있음이 증명되었다[10].

한편, 실제 시스템에는 구동기의 한계로 인하여 입력 포화가 존재하며[13], 입력 포화는 시스템의 성능 및 안정성에 영향을 주기 때문에 안정적인 제어를 위하여 고려되어야 한다. 따라서 입력 포화 문제를 고려

한 일치문제가 많이 연구되고 있지만[13-14], 이중 상태를 고려한 연구는 거의 진행되지 않았다.

본 논문에서는 이중 상태 정보와 입력 포화 및 외란을 고려하여 다개체 시스템의 군집을 위한 PID (Proportional-Integral-Derivative) 기반의 일치 알고리즘을 제안한다. 오차 방정식의 수렴성 해석을 기반으로 리더-추종 일치를 달성하기 위한 제어이득 및 정보교환 그래프의 조건을 조사하였다. 제안된 알고리즘은 시스템의 감쇠상수에 대한 정보만으로 설계할 수 있다. 비록 [10-12]에서는 이중 상태를 고려한 일치문제를 연구하였지만, 입력 포화는 고려되지 않았다. 또한, [10-12]에서는 일치를 달성하기 위하여 위치 정보교환 그래프의 연결성뿐 아니라 속도 정보교환 그래프의 추가적인 조건이 필요하였다. 반면 본 논문에서 제안된 일치 알고리즘은 위치 정보교환 그래프의 연결성만 보장된다면 일치를 달성할 수 있는 장점이 있다. 또한 [16]에서는 입력 포화와 이중 상태를 고려한 PI 기반 일치 알고리즘을 제안하였다. 본 논문에서는 [16]의 결과를 확장하여 PID 기반의 일치 알고리즘을 개발함으로써 제어기 설계의 자유도를 높일 수 있고, 일치 알고리즘을 편대 제어로 확장하여 연구를 진행하였다. 개체들 사이의 목표 상대 상태정보만 주어진 경우를 고려하여 일치 알고리즘을 적용함으로써 목표 편대를 달성할 수 있음을 보였다. 마지막으로 모의실험을 통하여 제안된 알고리즘의 유효성을 입증하였다.

II. 이중 상태 정보를 고려한 리더-추종 일치 제어

2.1 PID 기반 리더-추종 일치 알고리즘 설계

본 논문에서는 p 개의 추종 개체들과 단일 리더 개체로 구성된 다개체 시스템을 고려한다. 추종 개체들은 식 (1)과 같이 2차 미분방정식으로 모델링된다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= v_i \\ \dot{v}_i &= \gamma v_i + sat(u_i) + d_i, \quad i \in N_F = \{1, \dots, p\} \end{aligned} \quad (1)$$

식 (1)에서 $x_i, v_i, u_i, d_i \in \mathbb{R}$ 은 각 개체 i 의 위치, 속도, 입력, 그리고 외란을 나타내고, $\gamma \in \mathbb{R}$ 은 속도 감쇄 상수를 나타낸다. 함수 $sat(u_i)$ 는 개체 i 의 입력 포화

를 나타내고 식 (2)와 같이 정의된다.

$$\text{sat}(u_i) = \begin{cases} u_i & , \text{ if } |u_i| \leq u_s \\ u_s \text{sign}(u_i) & , \text{ if } |u_i| > u_s \end{cases} \quad (2)$$

여기서 u_s 는 입력 포화 레벨을 나타낸다. 본 논문에서는 외란은 시불변 상수이고, 속도 감쇠상수는 음의 값을 갖는다고 가정한다. 비록 본 논문에서는 (1)과 같이 주어진 2차 시스템을 고려하였지만, 실제 로봇의 모델은 (1)과 내부 제어기와 함께 (1)과 같이 단순화할 수 있다. 실제 로봇의 경우 라그랑지안 시스템으로 모델링될 수 있고, feedback linearization 기법을 적용하여 (1)과 같은 2차 시스템으로 단순화시킬 수 있다 [17-18].

다음으로 리더 개체는 일정한 속도로 움직인다고 가정한다. 따라서 리더 개체는 식 (3)과 같이 모델링된다.

$$\dot{x}_{p+1} = v_{p+1} \quad (3)$$

식 (3)에서 $x_{p+1}, v_{p+1} \in \mathbb{R}$ 은 리더 개체의 위치와 속도를 나타내는 것으로 식 (3)과 같이 주어진 리더의 상태를 모든 추종 개체가 추종하는 리더-추종 일치를 달성하는 것이 목표이다.

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} \|x_i - x_{p+1}\| &= 0, \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \|v_i - v_{p+1}\| &= 0, \quad \forall i \in N_F \end{aligned} \quad (4)$$

리더 개체의 속도는 일정하므로(즉, $\dot{v}_{p+1} = 0$) 추종 개체들이 일치의 목표를 달성한다면, 추종 개체는 다음 식 (5)를 만족해야 한다.

$$\dot{v}_i = \gamma v_{p+1} + \text{sat}(u_{i,\infty}) + d_i = 0, \quad i \in N_F \quad (5)$$

식 (5)에서 $u_{i,\infty}$ 는 추종 개체 i 의 정상 상태 입력을 나타낸다. 추종 개체들의 입력 포화로 인하여 정상 상태 입력은 $|u_{i,\infty}| \leq u_s$ 를 만족해야 한다. 따라서 리더의 속도와 외란은 다음 식 (6)을 만족한다고 가정한다.

$$|\gamma v_{p+1} + d_i| \leq u_s, \quad \forall i \in N_F \quad (6)$$

본 논문에서는 리더-추종 일치를 달성하기 위하여

개체들 사이의 정보교환을 통한 분산 제어기법을 이용한다. 또한 실제 시스템에서는 모든 개체의 상태 측정을 위한 센서가 동일하지 않은 경우가 있다. 즉, 일부 개체는 위치 상태만 측정 가능하고, 일부 개체는 위치와 속도 상태 모두 측정이 가능한 경우도 있다. 이러한 경우는 위치와 속도 상태에 대한 정보교환 네트워크가 다르게 구성되게 된다. 또한 위치와 속도 정보교환 네트워크가 동일하게 구성된다고 하더라도 정보교환 과정에서 위치 또는 속도 상태에 대한 정보 손실로 인하여 위치와 속도 상태에 대한 정보교환 네트워크가 다르게 구성되는 경우가 있다. 따라서 본 논문에서는 개체들 사이의 위치에 대한 정보교환은 그래프 $G_{p+1}^x = (N, E^x, A^x)$ 로 주어지고 속도에 대한 정보교환은 $G_{p+1}^v = (N, E^v, A^v)$ 로 주어진다고 가정한다. 여기서 $N = N_F \cup \{p+1\}$ 은 개체들의 인덱스 집합, E^x 와 E^v 는 각 개체 간의 위치와 속도 정보교환을 나타내는 엣지의 집합이며, 인접행렬 $A^x = [a_{ij}^x] \in \mathbb{R}^{p+1 \times p+1}$ 와 $A^v = [a_{ij}^v] \in \mathbb{R}^{p+1 \times p+1}$ 는 개체들 사이의 가중치를 나타낸다. 만약 $(i, j) \in E^x$ (각각, $(i, j) \in E^v$)인 경우 $a_{ij}^x = a_{ji}^x > 0$ ($a_{ij}^v = a_{ji}^v > 0$)이 되고, 그 외에는 $a_{ij}^x = a_{ji}^x = 0$ ($a_{ij}^v = a_{ji}^v = 0$)이 된다.

다음으로 리더-추종 일치의 목표 식 (4)를 달성하기 위하여 식 (7)과 같은 PID 기반의 일치 알고리즘을 제안한다.

$$\begin{aligned} u_i &= k_1 w^x + k_2 w^v + k_3 z_i + k_4 q_i \\ \dot{z}_i &= w^x + w^v \\ q_i &= \dot{w}^x \\ w^x &= \sum_{j=1}^{p+1} a_{ij}^x (x_j - x_i) \\ w^v &= \sum_{j=1}^{p+1} a_{ij}^v (v_j - v_i) \end{aligned} \quad (7)$$

식 (7)에서 k_1, k_2, k_3, k_4 는 양의 상수로 제어이득을 나타낸다. 다음으로 위치와 속도에 대한 정보교환 그래프 $G_{p+1}^x = (N, E^x, A^x)$ 와 $G_{p+1}^v = (N, E^v, A^v)$ 의 부분 그래프 $G_p^x = (N_F, E_F^x, A_F^x)$ 와 $G_p^v = (N_F, E_F^v, A_F^v)$ 를 각각 추종 개체들 사이의 위치와 속도에 대한 정보교환을 나타내는 그래프라 하자, 만약 그래프 $G_{p+1}^x = (N, E^x, A^x)$, $G_{p+1}^v = (N, E^v, A^v)$ 와 제어이득에

대하여 다음의 조건들을 만족한다면 리더-추종 일치를 달성할 수 있다. 리더-추종 일치를 달성하기 위하여 PID 기반 일치 알고리즘 (7)을 아래 (조건 1)과 (조건 2)를 만족하도록 설계한다.

(조건 1) 제어이득 k_1, k_2, k_3 은 음이 아닌 상수로 다음을 만족하도록 설계한다.

$$\begin{aligned} k_1\gamma + k_3 + \frac{k_4\gamma^2}{4} &< 0 \\ k_2\gamma + k_3 &> 0 \end{aligned} \quad (8)$$

(조건 2) 그래프 $G_p^x = (N_F, E_F^x, A_F^x)$ 가 연결되어 있고, 그래프 $G_{p+1}^x = (N, E^x, A^x)$ 에 대하여 리더 개체로부터 적어도 하나의 추종 개체로의 경로가 존재한다.

다음으로 추종 오차의 수렴성 해석을 통하여 (조건 1)과 (조건 2)를 만족하도록 일치 알고리즘을 설계하는 경우 일치를 달성함을 증명한다. 추종 개체들의 추종 오차 상태를 다음 식 (9)와 같이 정의하자.

$$\begin{aligned} e_i^x &= x_i - x_{p+1} \\ e_i^v &= v_i - v_{p+1}, \quad \forall i \in N_F \end{aligned} \quad (9)$$

식 (9)로부터 추종 오차 방정식은 식 (10)과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{e}_i^x &= v_i - v_{p+1} = e_i^v \\ \dot{e}_i^v &= \gamma v_i + \text{sat}(u_i) + d_i = \gamma e_i^v + \text{sat}(u_i) + \bar{d}_i \end{aligned} \quad (10)$$

위 식에서 $\bar{d}_i = \gamma v_{p+1} + d_i$ 이다. 따라서 식 (10)으로부터 전체 추종 오차 방정식은 식 (11)과 같이 다시 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{e}^x &= e^v \\ \dot{e}^v &= \gamma e^v + \text{sat}(u) + \bar{d} \end{aligned} \quad (11)$$

식 (10)에서 $e^x = [e_1^x, \dots, e_p^x]^T, e^v = [e_1^v, \dots, e_p^v]^T$, 그리고 $\bar{d} = [\bar{d}_1, \dots, \bar{d}_p]^T$ 이고 $1_p \in \mathbb{R}^p$ 는 모든 원소가 1인 벡터이다. 또한 제안된 일치 알고리즘은 식 (12)와 같이 다시 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned} u &= -k_1 L_1^x e^x - k_2 L_1^v e^v + k_3 z + k_4 q \\ \dot{z} &= -L_1^x e^x - L_1^v e^v \\ q &= -L_1^x e^x = -L_1^x e^v \end{aligned} \quad (12)$$

식 (12)에서 $z = [z_1, \dots, z_p]^T, q = [q_1, \dots, q_p]^T$ 이고, 행렬 $L_1^x = L^x + \text{diag}(a_{1p+1}^x, \dots, a_{pp+1}^x)$ 이고 $L^x \in \mathbb{R}^{p \times p}$ 는 $G_p^x = (N, E^x, A^x)$ 의 라플라시안 행렬, 그리고 행렬 $L_1^v = L^v + \text{diag}(a_{1p+1}^v, \dots, a_{pp+1}^v)$ 이고 $L^v \in \mathbb{R}^{p \times p}$ 는 $G_p^v(N, E^v, A^v)$ 의 라플라시안 행렬을 나타낸다. 만약 (조건 2)를 만족한다면 L_1^x 는 양의 정부호 행렬이고, L_1^v 는 양의 준정 부호 행렬이 된다. 다음으로 추종 오차 방정식 (11)의 수렴성 해석을 위하여 아래와 같은 함수를 정의한다.

$$V = V_1 + V_2 \quad (13)$$

$$V_1 = e^T P e, \quad V_2 = 2 \sum_{i=1}^p \int_{-\bar{d}_i}^{u_i} (\text{sat}(\tau) + \bar{d}_i) d\tau$$

여기서 $e = [e^x, e^v]^T$ 이고, $P \in \mathbb{R}^{2p \times 2p}$ 는 아래와 같이 나타낸다.

$$P = \begin{bmatrix} -k_3\gamma L_1^x & k_3 L_1^x \\ k_3 L_1^x & k_1 L_1^x + (k_2\gamma + k_3) L_1^v \end{bmatrix} \quad (14)$$

식 (14)에서 행렬 P 의 schur complement를 계산해 보면 (조건1)과 (조건 2)로부터 행렬 P 는 양의 정부호 행렬임을 알 수 있다. 따라서 함수 $V \geq 0$ 이고 $V=0$ 인 경우는 $e=0, u=-\bar{d}$ 일 때만 만족한다. 다음으로 함수 V 의 도함수를 기반으로 수렴성을 해석한다. $\zeta = \text{sat}(u) + \bar{d}$ 라 정의하면, 행렬 P 의 정의에서 V_1 의 도함수는 다음 식 (15)와 같이 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= 2e^T P \dot{e} \\ &= 2e^{x^T} (-k_3\gamma L_1^x e^v + k_3 L_1^x (\gamma e^v + \zeta)) \\ &\quad + 2e^{v^T} (k_3 L^x e^v + (k_1 L_1^x + (k_2\gamma + k_3) L_1^v) (\gamma e^v + \zeta)) \\ &= 2k_3 e^{x^T} L_1^x \zeta + 2e^{v^T} (k_1 L_1^x + (k_2\gamma + k_3) L_1^v) \zeta \\ &\quad + 2e^{v^T} ((k_3 + \gamma k_1) L_1^x + \gamma (k_2\gamma + k_3) L_1^v) e^v \end{aligned} \quad (15)$$

다음으로 V_2 의 도함수는 다음 식 (16)과 같이 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned}\dot{V}_2 &= 2\zeta^T(-k_1L_1^xe^x - k_2L_1^ve^v + k_3\dot{z} + k_4\dot{q}) \\ &= 2\zeta^T(-k_1L_1^xe^x - k_2L_1^v(\gamma e^v + \zeta)) \\ &\quad + 2\zeta^T(-k_3(L_1^xe^x + L_1^ve^v) - k_4L_1^v(\gamma e^v + \zeta)) \\ &= -2\zeta^T((k_1+k_4\gamma)L_1^x + (k_3+k_2\gamma)L_1^v)e^v \\ &\quad - 2k_3\zeta^TL_1^xe^x - 2\zeta^T(k_4L_1^x + k_2L_1^v)\zeta\end{aligned}\quad (16)$$

따라서 식 (15)와 식 (16)으로부터 V 의 도함수는 다음 식 (17)과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}\dot{V} &= \dot{V}_1 + \dot{V}_2 \\ &= 2e^{v^T}((k_3 + \gamma k_1)L_1^x + \gamma(k_2\gamma + k_3)L_1^v)e^v \\ &\quad - 2k_4\gamma\zeta^TL_1^xe^v - 2\zeta^T(k_4L_1^x + k_2L_1^v)\zeta\end{aligned}\quad (17)$$

또한, (조건 2)로부터 $L_1^x > 0$ 이고 $L_1^v \geq 0$ 이고, (조건 1)로부터 $\gamma(k_2\gamma + k_3) < 0$ 이기 때문에 식 (17)은 다음 식 (18)과 같이 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned}\dot{V} &\leq 2(k_1\gamma + k_3)e^{v^T}L_1^xe^v - 2k_4\gamma\zeta^TL_1^xe^v - 2k_4\zeta^TL_1^x\zeta \\ &= -2\begin{bmatrix} e^v \\ \zeta \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} -(k_1\gamma + k_3)L_1^x & \frac{k_4\gamma}{2}L_1^x \\ \frac{k_4\gamma}{2}L_1^x & k_4L_1^x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^v \\ \zeta \end{bmatrix} \\ &= -2\begin{bmatrix} e^v \\ \zeta \end{bmatrix}^T Q \begin{bmatrix} e^v \\ \zeta \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (18)$$

위 식에서 행렬 Q 의 schur complement를 계산해보면 (조건 1)과 (조건 2)로부터 식 (19)를 얻을 수 있다.

$$\left(- (k_1\gamma + k_3) - \frac{k_4\gamma^2}{4}\right)L_1^x > 0 \quad (19)$$

따라서 $\dot{V} < 0$ 이 되고, $\dot{V} = 0$ 인 경우는 $e^v = 0$, $\zeta = 0$ 인 경우이고, 이때 $\dot{e}^v = 0$ 이 된다. 다음으로 $\dot{V} = 0$ 인 경우 $e^x = 0$ 임을 보이기 위하여 리더 속도와 외란의 가정식 (6)을 고려하면, $\zeta = \text{sat}(u) + \bar{d} = u + \bar{d} = 0$ 과 같고, 이때 $\dot{u} = 0$ 이 되므로 다음 식 (20)을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}\dot{u} &= -k_1L_1^xe^x - k_2L_1^ve^v + k_3\dot{z} + k_4\dot{q} \\ &= -k_1L_1^xe^v - k_3(L_1^xe^x + L_1^ve^v) - k_4\gamma L_1^xe^v \\ &= -k_3L_1^xe^x \\ &= 0\end{aligned}\quad (20)$$

위 식에서 (조건 2)로부터 L_1^x 는 양의 정부호 실수 대칭행렬이 되므로, $\dot{u} = 0$ 인 경우는 $e^x = 0$ 일 때만 만

족한다. 즉, $\dot{V} < 0$ 이고, $\dot{V} = 0$ 인 경우는 $e^x = 0$, $e^v = 0$, 그리고 $\text{sat}(u) + \bar{d} = 0$ 일 때만 만족하므로, 라살레 불변의 법칙에 따라 아래와 같은 결론을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}\lim_{t \rightarrow \infty} \|e^x\| &= 0 \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \|e^v\| &= 0\end{aligned}\quad (21)$$

즉, (조건 1)과 (조건 2)를 만족하도록 일치 알고리즘 (7)을 설계한다면 리더-추종 일치를 달성할 수 있다.

제안된 일치 알고리즘의 우수성은 다음과 같이 정리할 수 있다. 기존의 이중 상태 정보 기반의 일치 결과들에서는 속도 그래프 G_p^v 의 연결성에 대한 조건이 필요하였다[10-12]. 하지만 (조건 1)과 (조건 2)에서 볼 수 있듯이, 제안된 PID 기반의 일치 알고리즘은 속도에 대한 그래프 G_p^v 의 연결성에 대한 조건 없이도 일치를 달성할 수 있다. 즉, 제안된 알고리즘은 위치의 정보만으로도 일치를 달성할 수 있는 장점이 있다. 또한, (조건 1)에서 볼 수 있듯이 제안된 알고리즘은 그래프에 대한 정보 없이 속도 감쇠상수에 대한 정보만으로 설계할 수 있다.

III. 편대 제어의 응용

본 절에서는 2절의 일치 제어기법을 적용하여 다개체 시스템의 편대 제어를 연구한다. 추종 개체들과 리더 개체는 2차원상에서 정의되고, 각 식 (1)과 식 (3)으로 주어진다고 가정한다. 개체 i 와 j 사이에 목표 상대 위치는 $x_{ij}^* = x_i^* - x_j^* = -x_j^* \in R^2$ 로 주어지고 목표 속도는 리더에 의해 주어진다. 즉 $v_i^* = v_{p+1} \in R^2$ 이 된다. 따라서 편대 제어의 목표는 아래의 식 (22)와 같이 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned}\lim_{t \rightarrow \infty} \|x_i - x_j - x_{ij}^*\| &= 0, \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \|v_i - v_{p+1}\| &= 0, \quad \forall i \in N_F\end{aligned}\quad (22)$$

편대 제어의 목표를 달성하기 위하여 PID 기반의 일치 제어 알고리즘 식 (7)을 기반으로 다음 식 (23)과 같은 편대 제어 알고리즘을 고려한다.

$$\begin{aligned}
 u_i &= k_1 w^x + k_2 w^v + k_3 z_i + k_4 q_i & (23) \\
 \dot{z}_i &= w^x + w^v \\
 q_i &= \dot{w}^x \\
 w^x &= \sum_{j=1}^{p+1} a_{ij}^x (x_j - x_i - x_j^*) \\
 w^v &= \sum_{j=1}^{p+1} a_{ij}^v (v_j - v_i)
 \end{aligned}$$

식 (23)에서 k_1, k_2, k_3, k_4 는 양의 상수로 제어이득을 나타내고, 2절의 (조건 1)과 (조건 2)를 만족한다면 편대 제어의 목표를 달성할 수 있다.

다음으로 편대의 수렴성을 조사하기 위하여 오차 상태를 아래와 같이 정의하자.

$$\begin{aligned}
 e_i^x &= x_i - x_i^* & (24) \\
 e_i^v &= v_i - v_{p+1}, \quad \forall i \in N_F
 \end{aligned}$$

따라서 추종 오차 방정식은 식 (25)와 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \dot{e}_i^x &= v_i - v_{p+1} = e_i^v & (25) \\
 \dot{e}_i^v &= \gamma v_i + \text{sat}(u_i) + d_i = \gamma e_i^v + \text{sat}(u_i) + \bar{d}_i
 \end{aligned}$$

또한 제안된 편대 제어 알고리즘은 식 (26)과 같이 다시 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 u &= -k_1 L_1^x e^x - k_2 L_1^v e^v + k_3 z + k_4 q & (26) \\
 \dot{z} &= -L_1^x e^x - L_1^v e^v \\
 q &= -L_1^x \dot{e}^x = -L_1^x e^v
 \end{aligned}$$

따라서 2절의 해석에 따라 (조건 1)과 (조건 2)를 만족한다면 편대 제어의 목표 식 (22)를 달성할 수 있다.

IV. 모의실험: 편대 제어

제안된 알고리즘의 유효성을 평가하기 위하여 Matlab ode45를 이용하여 모의실험을 진행한다. 모의실험에서는 2차원상에서 정의된 5개의 추종 개체(즉, $N_F = \{1, \dots, 5\}$)와 1개의 리더 개체로 구성된 다개체 시스템을 고려하고 i 번째 추종 개체의 시스템 모델은 식 (1)과 같이 주어지며, 시스템 파라미터들은 식 (27)과 같이 하였다.

$$\begin{aligned}
 \gamma &= -2, \quad u_s = 10 & (27) \\
 d &= \left[\begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}^T, \begin{bmatrix} 7 \\ -3 \end{bmatrix}^T, \begin{bmatrix} -3 \\ 3 \end{bmatrix}^T, \begin{bmatrix} 6 \\ -2 \end{bmatrix}^T, \begin{bmatrix} -1 \\ -4 \end{bmatrix}^T \right]^T
 \end{aligned}$$

다음으로 제어이득은 식 (8)을 만족하도록 아래와 같이 하였다.

$$k_1 = 5, k_2 = 2, k_3 = 5, k_4 = 2 \quad (28)$$

4.1 연결되지 않은 속도 정보교환 그래프

Fig. 1과 같이 연결된 위치 정보교환 그래프와 연결되지 않은 속도 정보교환 그래프를 고려하여 모의실험을 진행한다.

정보교환의 가중치는 $(i, j) \in E^x$ (각각 $(i, j) \in E^v$)인 경우 $a_{ij}^x = 1$ ($a_{ij}^v = 1$)로 설정하였으며, 그림 1로부터 행렬 L_1^x 와 L_1^v 는 식 (29)와 같이 구할 수 있다.

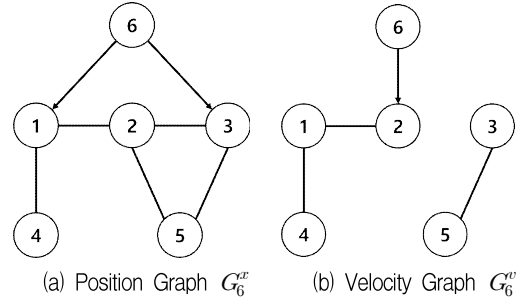


Fig. 1. Communication graphs

$$L_1^x = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 3 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad L_1^v = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (29)$$

모의실험에서 모든 추종 개체들의 초기 상태는 $x_i = [0, 0]^T$, $v_i = [0, 0]^T$, $\forall i \in N_F$, 로 설정하였고, 리더의 초기 위치는 $x_6 = [10, 5]^T$ 로 설정하였다. 개체들 사이의 목표 상대 위치는 식 (30)과 같이 선정하였다.

$$\begin{aligned}
 x_{12}^* &= \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \end{bmatrix}, x_{14}^* = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}, x_{16}^* = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}, & (30) \\
 x_{23}^* &= \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}, x_{25}^* = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix}, x_{36}^* = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

본 모의실험에서는 정지된 리더와 일정한 속도로 움직이는 리더를 고려한 시뮬레이션을 진행하였다. 정지된 리더, 즉 $v_6 = 0$ 인 경우에 대한 시뮬레이션 결과는 그림 2에 나타내었다. Fig. 2에서 점선은 추종 개체들의 위치 상태 궤적을 나타내고 네모 박스는 추종 개체들의 최종 위치를 나타낸다. Fig. 2에서 볼 수 있듯이 제안된 알고리즘을 기반으로 속도 그래프의 연결성이 보장되지 않는 환경에서도 추종 개체들이 목표 위치로 수렴하는 것을 볼 수 있다.

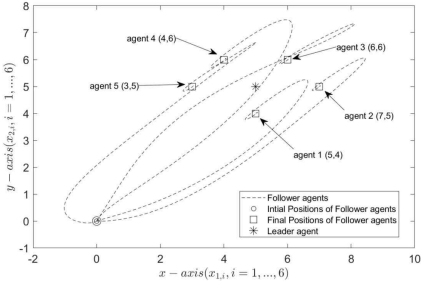


Fig. 2. Position trajectories of follower agents(dashed line) and leader agent

다음으로 일정한 속도로 움직이는 리더를 고려한 시뮬레이션을 진행하였다. 리더의 속도는 식 (6)을 만족하도록 $v_6 = [0.5, 0.2]^T$ 로 설정하였다. 움직이는 리더를 고려한 시뮬레이션 결과는 Fig. 3과 4에 나타내었다. Fig. 3에서 점선은 추종 개체들과 리더 개체의 위치 상태 궤적을 나타내고 네모 박스와 별표는 $t=20, 30, 40$ 에서 추종 개체들과 리더 개체의 위치를 나타낸다. 또한, Fig. 4는 개체들의 속도 상태 궤적을 나타낸다. Fig. 3과 4에서 볼 수 있듯이 제안된 알고리즘을 기반으로 속도 그래프의 연결성이 보장되지 않는 환경에서도 추종 개체들이 목표 위치와 속도로 수렴하는 것을 볼 수 있다.

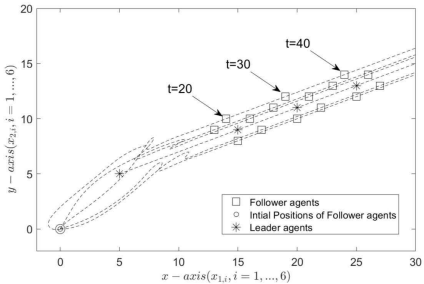


Fig. 3. Position trajectories of follower agents (dashed line) and leader agent

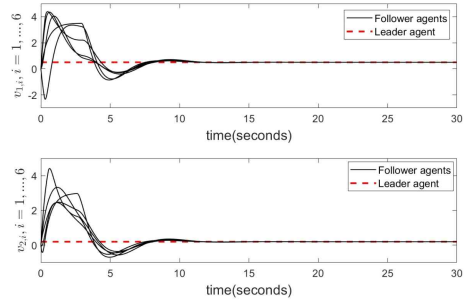


Fig. 4. Velocity trajectories of follower agents(solid line) and leader agent(dashed line)

4.2 연결된 속도 정보교환 그래프

Fig. 1(a)과 같이 연결된 위치 정보교환 그래프와 Fig. 4와 같이 연결된 속도 정보교환 그래프를 고려하여 모의실험을 진행하였다.

Fig. 5로부터 행렬 L_1^v 는 식 (31)과 같이 구할 수 있다.

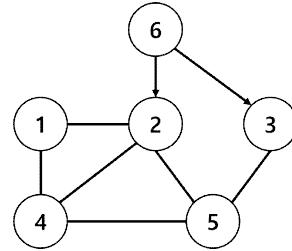


Fig. 5. Communication graph G_6^v

$$L_1^v = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 0 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & 3 \end{bmatrix} \quad (31)$$

그래프 연결성에 대한 제어 알고리즘의 성능 비교를 위하여 4.1절과 동일한 제어이득 및 초기 상태를 고려하였고, 일정한 속도로 움직이는 리더 개체를 고려하여 모의실험을 진행하였다. $v_6 = [0.5, 0.2]^T$ 로 주어진 경우에 대한 모의실험 결과는 그림 6과 7에서 볼 수 있다.

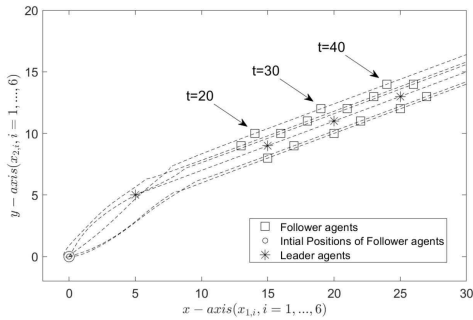


Fig. 6. Position trajectories of follower agents(dashed line) and leader agent

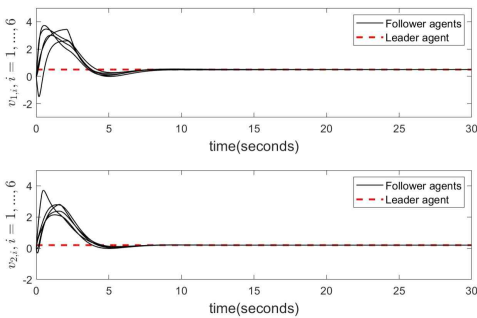


Fig. 7. Velocity trajectories of follower agents(solid line) and leader agent(dashed line)

Fig. 6과 7은 각 위치 상태 궤적과 속도 상태 궤적을 나타낸다. Fig. 3과 4의 결과와 비교해 보면 속도 정보교환 그래프의 연결성이 보장됨에 따라 추종 개체들이 빠르게 수렴하고, 오버슈트가 감소함을 볼 수 있다. 즉, 위치와 속도 정보교환 그래프가 연결된 경우의 제안된 알고리즘은 향상된 성능을 보장할 수 있다.

V. 결론

본 논문은 이중 상태를 고려한 다개체 시스템의 리더-추종 일치 및 편대를 이루기 위하여 PID 기반의 알고리즘을 제안하였고 오차 시스템의 안정성 해석을 통하여 목표를 달성하기 위한 제어이득 및 그래프 연결성에 대한 조건을 해석하였다. 또한, 모의실험을 통하여 제안된 알고리즘의 유효성을 확인하였다. 제안된 알고리즘은 입력 포화와 외란이 존재하는 경우에도 위치 정보교환 그래프의 연결성만 보장된다면 일치 및 편대를 달성할 수 있기 때문에 실제 시스템으로의 적용에 용이할 것으로 기대된다.

본 논문에서는 수렴성에 대한 해석만을 진행하였고 수렴 속도에 대한 연구는 진행되지 않았다. 따라서 모의실험에서는 시스템 파라미터와 제어이득을 (조건 1)을 만족하도록 임의로 설정하였다. 앞으로 실제 시스템으로의 적용을 위하여 실제 시스템 모델 및 수렴 속도를 높이기 위한 연구를 진행할 계획이다. 또한 본 논문에서는 모든 추종 개체가 동일한 모델을 갖는다고 가정하고 모의실험을 통해 제안된 알고리즘들의 유효성을 검증하였다. 하지만 실제 환경에서 다개체 시스템은 서로 다른 시스템들로 구성될 수 있고, 동일한 시스템일지라도 동작 환경 및 노후화 등으로 인하여 모델 파라미터들이 다를 수 있다. 따라서 향후 실제 다개체 시스템으로의 적용을 위하여 본 논문의 결과를 서로 다른 모델을 갖는 다개체 시스템으로 확장하고자 한다.

REFERENCES

- [1] R. Olfati-Saber, J. A. Fax, and R. M. Murray, "Consensus and cooperation in networked multi-agent systems," *Proceedings of IEEE*, vol. 95, no. 1, pp. 215-233, Jan., 2007.
- [2] R. Dong and Z. Gen, "Consensus for formation control of multi-agent systems," *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 25, no. 14, pp. 2481-2501, Sep., 2015.
- [3] A. Nedic, A. Ozdaglar, and P. A. Parrilo, "Constrained consensus and optimization in multi-agent networks," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 55, no. 4, pp. 922-938, Apr., 2010.
- [4] J. M. Song, C. S. Ha, J. H. Whang, and T. H. Kim, "Implementation of a wireless distributed sensor network using data fusion kalman-consensus filter," *Journal of the Institute of Convergence Signal Processing*, vol. 14, no. 4, pp. 243-248, Oct., 2013.
- [5] W. Ren and R. W. Beard, "Consensus seeking in multiagent systems under dynamically changing interaction topologies," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 50, no. 5, pp. 655-661, 2005.
- [6] A. Isidori, L. Marconi, and G. Casadei, "Robust output synchronization of a network of heterogeneous nonlinear agents via nonlinear regulation theory,"

IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 59, no. 10, pp. 2680-2691, 2014.

[7] A. Jadbabaie, J. Lin, and A. S. Morse, "Coordination of groups of mobile autonomous agents using nearest neighbor rules," IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 48, no. 6, pp. 943-948, 2007.

[8] J. Mei, W. Ren, and J. Chen, "Distributed consensus of second-order multi-agent systems with heterogeneous unknown inertias and control gains under a directed graph," IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 61, no. 8, pp. 2019-2034, 2016.

[9] W. Ni and D. Cheng, "Leader-following consensus of multi-agent systems under fixed and switching topologies," Systems & Control Letters, vol. 59, no. 3-4, pp. 209-217, 2010.

[10] D. Goldin and J. Raisch, "Consensus for agents with double integrator dynamics," Asian Journal of Control, vol. 16, no. 1, pp. 30-39, 2014.

[11] X. Zhang and X. Liu, "Consensus tracking of second order multi-agent systems with disturbances under heterogeneous position and velocity topologies," International Journal of Control, Automation and Systems, vol. 16, no. 5, pp. 2334-2342, 2019.

[12] J. Shao, L. Shi, and M. Cao, "Leader-following consensus for high-order multi-agent systems with heterogeneous topologies," 2018 37th Chinese Control Conference(CCC), 2018, pp. 6752-6757.

[13] H. Su, M. Z. Q. Chen, J. Lam, and Z. Lin, "Semi-global leader-following consensus of linear multi-agent systems with input saturation via low gain feedback," IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, vol. 60, no. 7, pp. 1881-1889, 2013.

[14] X. Wang, H. Su, X. Wang, and G. Chen, "Fully distributed event-triggered semiglobal consensus of multi-agent systems with input saturation," IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 64, no. 6, pp. 5055-5064, 2017.

[15] M. J. Kang, "Consensus and conainment control of second-order multi-agent system with heterogeneous state information," M.S. thesis, Gyeongsang National University, 2023.

저자소개

강민재 (Min-Jae Kang)



2016년 2월 : 경상대학교
전기공학과(공학사)
2023년 2월 : 경상대학교
전자공학과(공학석사)
2023년 현재 : 경상대학교
융합전자공학과(박사과정)
2019년 3월~현재 : 경남자동차고교
스마트전기과 교사
관심분야 : 지능망시스템,
로보틱스, 스마트팩토리

탁한호 (Han-Ho Tack)



1987년 2월 : 부경대학교
전자공학과(공학사)
1992년 2월 : 동아대학교
전자공학과(공학석사)
1998년 2월 : 한국해양대학교
전자통신공학과(공학박사)
1992년 3월~2021년 2월 :
경남과학기술대학교
전자공학과 교수
2021년 3월~현재 : 경상국립대학교
융합전자공학부 교수
관심분야 : 지능제어시스템,
로봇제어, 트랜스포메이션