THE JOURNAL OF KOREAN MEDICAL HISTORY
2023, VOL. 36, No. 1
medicalhistory.jams.or.kr
https://doi.org/10.15521/jkmh.2023.36.1.073

음양오행의 수리모델 연구동향

[1]김상범, [2]차웅석, [3]김희준
[1]경희대학교 대학원 기초한의과학과, [2]경희대학교 한의과대학 의사학교실, [3]경희대학교 대학원 한의학과

Trends in research on mathematical models for Yin-Yang and the Five Elements

[1]KIM Sang-beom, [2]CHA Wung-seok, [3]KIM Hee-joon
[1]*Dept. of Science in Korean Medicine, Graduate School, Kyung Hee University*
[2]*Dept. of Medical History, College of Korean Medicine, Kyung Hee University*
[3]*Dept. of Korean Medicine, Graduate School, Kyung Hee University*

This article examines the trend of research on mathematical modeling of Yin-Yang and the Five Elements. Through the search engine Google and the library search service of Kyung Hee University, papers that mathematically studied the Yin-Yang Five Elements were searched. Among them, 7 cases published in academic journals were selected and briefly mentioned in the table. And we introduced specific details about four of them. The model format expressing the five elements as a nonlinear system of differential equations was discussed and evaluated.

Key words : Ying Yang WuXing, five elements, mathematical model, nonlinear dynamic system

Ⅰ. 서론

음양오행에 대해 수리모델을 세워서 고찰하는 여러 시도가 있었다. 본고는 여러 가지 음양오행의 수리모델의 연구동향을 살펴보기로 한다. 2012년 김진현[1)]은 음양오행을 수학적으로 해석하는 다학제간 융합연구를 시도한다는 측면에서, 국내외의 선행 연구 논문을 수집·분석한 바 있다.

본고는 검색포털 구글(google)과 대학도서관 검색서비스을 통하여, 陰陽五行을 수학적으로 해석한, 학술논문 중 7건을 선정하여 간략한 내용을 표로 정리했다. 그리고 이중 4건에 대해서 구체적인 내용을 소개하고, 五行을 연립미분방정식으로 표현한 모델형식에 대해 논하고 평가하였다.

접수▸2023년 04월 22일 수정▸2023년 05월 15일 채택▸2023년 05월 11일
교신저자▸ 김희준, 서울시 동대문구 경희대로 26 경희대학교 대학원 한의학과
Tel : 02-961-2274 E-mail : joonihi@hanmail.net

1) 김진현.「수학적 예후 모델 기반 약재추론 알고리즘 연구」. 2011년도 사업보고서. 한국한의학연구원.
2) Yingshan Zhang.「Mathematical Reasoning of Treatment Principle Based on “Yin Yang Wu Xing” Theory in Traditional Chinese Medicine」. Chinese Medicine. 2011;2:6-15.
3) Jinhyun Kim, Miyoung Song, Jungim Kang, Sang-Kyun Kim, Changseok Kim, Hyunchul Jang 外.「A Mathematical Model for the Deficiency-Excess Mechanism of Yin-Yang in Five Viscera」. Chin J Intergr Med. 2014;20(2):155-160.
4) 이수빈, 강정임, 김상균, 김안나, 이상희.「계절이 오행의 상태에 미치는 영향」. 대한한의학회지. 2013;34(1):136-145.
5) Haipeng Lin, Jing Han.「Analysis of Dynamic Five-Element Model」. Proceedings of the 39th Chinese Control Conference. July 27-29, 2020, Shenyang, China.
6) Wei Yun, Chanlun Duan.「Modeling on the Five Elements Throry of traditional Chinese Medicine Based on Predicate Logic theory」. 2009 International Conference of Computational Intelligence and Software Engineering. 2009. p. 1-4.
7) Wen-ran Xhang, Su-shing Chen.「Equilibrium and nonequilibrium modeling of yinyang wuxing for diagnostic decision support in traditional Chinese medicine」. International Journal of Information Technology & Decision Making. 2009;8(3):529-548.
8) N. N. Ganikhodjaev, C. H. Pah, U. Rozikov.「Dynamics of quadratic stochastic operators generated by China's five element philosophy」. Journal of difference equations and applications. 2021;27(8):1173-1192.

표 1. 음양오행의 수리모델 연구 목록

번호	논문
1	Yingshan Zhang. Mathematical Reasoning of Treatment Principle Based on "Yin Yang Wu Xing" Theory in Traditional Chinese Medicine[2], 2011
	내용 : 수리적 추론을 통해서, '虛則補其母, 實則泄其子, 抑强扶弱'의 치료원칙을 음양오행론의 기초위에서 수학적으로 표현한다. generalized relation과 generalized reasoning 을 정의하고, 두 개의 non-compatibility relation을 갖는 steady multilateral system 개념을 도입하고, 에너지의 특징을 설명한다. intervention principle을 수학적으로 증명한다.
	주요개념 : steady multilateral systems, opposite non-compatibility relations, intervention rule, self-protection rule, mathematical side effects, mathematical intervention resistance problem
2	Jinhyun Kim, Miyoung Song, Jungim Kang, Sang-Kyun Kim, Changseok Kim, Hyunchul Jang 外. A Mathematical Model for the Deficiency-Excess Mechanism of Yin-Yang in Five Viscera[3], 2014
	내용 : 한의학적인 질병증후들을 기술하기 위해 기호와 연산자(operator)를 사용한다. self-development operator와 action operator 라는 연산자를 소개한다. 전자는 음양의 불균형상태에 있는 臟이 다른 臟에 대해 미치는 영향을 표현하며, 후자는 두 개의 臟 사이의 상생관계와 상극관계를 설명한다. 이 연산자를 통해서, 음양오행론의 기초위에서, 五臟음양의 deficiency-excess 를 기술한다.
	주요개념 : deficiency-excess mechanism, yin-yang theory, engendering and the restraining operators
3	이수빈, 강정임, 김상균, 김안나, 이상희. 계절이 오행의 상태에 미치는 영향[4], 2013
	내용 : 상생상극을 표현하는 오행의 연립미분방정식에 계절순환의 요인인 시간을 첨가하여 Runge-Kutta method를 사용하여 수치해석하여, 음양오행에 대한 계절적 효과가 나타남을 보이고 그것을 인간의 라이프사이클에 적용한다. 오행간의 자체시스템에만 국한 것이 아니라, 계절순환이라는 시스템 외부의 요소을 고려하였다는 점이 특징이다.
	주요개념 : five-states, engendering, restraining, seasonal cycle, Runge-Kutta method, Moran's
4	Haipeng Lin, Jing Han. Analysis of Dynamic Five-Element Model[5], 2020
	내용 : TCM(traditional Chinese medicine)의 이론적 기초로서의 오행론을 dynamic system으로 보았을 때 다양한 역동적 현상들이 발생한다. 이 논문은 기존의 관련 연구성과를 확장하여 오행간의 모든 영향력을 고려했다 - 여기에는 'gain', 'saturation', 'generating', 'is-generated', 'restricting', 'is-restricted'가 포함된다. 수치해석의 방법을 통해서, 오행시스템은 초기조건에 따라서 fixed point, periodic solution, chaotic으로 분화된다. Lyapunov's method와 Lyapunov exponent를 이용하여 모든 경우에 stable 하지 않음을 보인다. 'R&isR' 모델일 경우에는 시스템의 에너지는 소산하여 흩어지는데 반해, 'generation'의 모델은 특정 초기조건 하에서는 시스템의 에너지가 소산할 수도 있음을 보인다.
	주요개념 : five-element model, generation, restriction, periodic soution, fixed point, chaotic, dissipative
5	Wei Yun, Chanlun Duan, Modeling on the Five Elements Throry of traditional Chinese Medicine Based on Predicate Logic theory[6], 2009
	내용 : 오행의 상생상극관계 및 작용을 기호를 만들어 표현했다. 예를 들어 'x는 y를 生한다'는 것을 $G(x,y)$로, 'x는 y를 克한다'는 것을 $\neg G(x,y)$로 표기했다.
	주요개념 : five elements theory, predicate logic, mathematical modeling
6	Wen-ran Xhang, Su-shing Chen. Equilibrium and nonequilibrium modeling of yinyang wuxing for diagnostic decision support in traditional Chinese medicine[7], 2009
	내용 : 陰陽을 표현하는 순서쌍 (x,y)을 도입하고 이를 bipolar element라고 명명한다. 여기서 x는 항상 $x \le 0$이며 陰을 나타내고, y는 항상 $y \ge 0$이며 陽을 나타낸다. 이 순서쌍에 대하여, 두 가지 연산을 다음과 같이 정의한다. $(x,y)+(u,v) \equiv (x+u,\, y+v)$; $(x,y) \times (u,v) \equiv (xv+yu, xu+yv)$. 이렇게 정의된 연산의 성질을 이용하여, 나름대로 정의한 equilibrium 및 nonequilibrium의 계산모델을 만들고, TCM에서 diagnostic decision support system architecture를 제안한다.
	주요개념 : YinYang bipolar linear algebra, YinYang WuXing dynamic equations, equilibrum and nonequilibrium processes, nourishing and regulating relations, YinYang vital energy and harmony, decision support for TCM.
7	N.N.Ganikhodjaev, C.H.Pah, U.Rozikov. Dynamics of quadratic stochastic operators generated by China's five element philosophy.[8] 2021
	내용 : four-dimensional simplex 을 정의하고, 이것에 작용하는 permuted Volterra quadratic stochastic operator를 구성하여, 오행에 대한 evolution operator로 삼는다. 그리고 이 operator로 생성되는 discrete-time dynamical system을 연구한다.
	주요개념 : China's five element, stochastic operator, fixed point, periodic point, trajectory.

역사적으로 보면 음양오행은 한의학의 전반에 걸쳐 많은 영향을 미쳤기 때문에, 한의학 분야에서 음양오행에 관한 연구는 매우 많다. 한국 한의학계도 예외는 아니다. 한국의 사학회지에서도 陰陽五行과 직접·간접적으로 관련이 있는

medicalhistory.jams.or.kr
https://doi.org/10.15521/jkmh.2023.36.1.073

많은 논문들이 실려있다. 예를 들어, 陰陽五行理論과 易學에 관한 연구[9], 『素問·陰陽應象大論』의 '淸氣在下 濁氣在上'을 음양오행의 관점에서 고찰한 연구[10], 五臟 및 五味와 관련된 연구[11], 五運主病에 관한 연구[12], 약리학 방면[13] 및 藥膳 방면[14]에 관련된 연구, 한국한의학 학술 유파에 대한 연구[15], 음양론을 질병치료에 적용한 예에 대한 연구[16], 음양오행의 현대화 작업을 진행한 한의사에 대한 연구[17], 醫學思想에 관한 연구[18] 등이 있다.

오행개념을 침구학에 이용한 대표적인 사례가 바로 오수혈(五腧穴)이다. 오수혈은 五行 특성을 갖고 있는, 각 경맥의 다섯 혈자리로 十二經脈의 팔꿈치 및 무릎 관절 아래에 위치한 정(井), 형(滎), 수(輸), 경(經), 합(合) 5종류의 특정한 혈자리를 말한다. 오수혈이 관련된 연구로는, 조선의 임금이 오수혈을 이용한 침자치료를 받았다는 내용의 연구[19], 醫書에 나오는 침구법에 대한 연구[20] 등이 있다.

Ⅱ. 음양오행 수리모델 소개

1. Yingshan Zhang의 수리모델[21]

2011년, Yingshan Zhang은 五行의 상생상극에 대해 고찰하고, 오행간에 작용하는 힘에 대해 나름대로의 가정을 세워 기술하였다.

X를 五行 중 하나라고 할 때, X가 생하는 行을 X_S, X가 克하는 행을 X_K, X를 克하는 행을 K_X, X를 생하는 행을 S_X로 표기했다. 예를 들어, $X=$木 이면 $X_S=$火, $X_K=$土, $K_X=$金, $S_X=$水가 된다. 그리고 각각의 에너지를 $\phi(X)$, $\phi(X_S)$, $\phi(X_K)$, $\phi(K_X)$, $\phi(S_K)$라고 표기했다. X의 에너지 $\phi(X)$가 $\triangle\phi(X)$만큼 변화했을 때 다른 4行의 에너지 변화량을 $\triangle\phi(X_S)$, $\triangle\phi(X_K)$, $\triangle\phi(X_K)$, $\triangle\phi(S_X)$라고 놓고 이들의 관계를 고찰했다.

㉠ Intervention Rule(조정, 개입법칙) : 치료를 위해 X의 에너지를 변화(증가 또는 감소)시켰을 때, 다른 4행의 에너지 변동량을 다음과 같이 계산한다.

X의 에너지 $\phi(X)$가 증가할 때, X와 상생관계에 있는 X_S와 S_X의 에너지는 증가하고, X와 상극관계에 있는 X_K와 K_X의 에너지는 감소한다고 본다. 그리고 X는 X_S에 대해서는 生하는 작용을 하고 X_K에 대해서는 극하는 작용을 하므로, $\phi(X)$의 변화량 $\triangle=\triangle\phi(X)$에 대하여, 변화량 $\triangle\phi(X_S)$와 $\triangle\phi(X_K)$는 크기는 같고 (즉 $|\triangle\phi(X_S)|=|\triangle\phi(X_K)|$), 부호는 반대라고 가정한다. 이 가정은 물리학의 작용·반작용법칙과 같은 것이라고 한다. 따라서 계수를 ρ_1이라고 하면 $\triangle\phi(X_S)=\rho_1\triangle$, $\triangle\phi(X_K)=-\rho_1\triangle$가 된다.

또한, K_X는 X에 대하여 극하는 작용을 하고, S_X는 X에 대하여 생하는 작용을 하므로, $\phi(X)$의 변화량이 $\triangle=\triangle\phi(X)$일 때 변화량 $\triangle\phi(K_X)$와 $\triangle\phi(S_X)$는 크기는 같고 (즉 $|\triangle\phi(K_X)|=|\triangle\phi(S_X)|$), 부호는 반대라고 가정한다. 따라서 계수를 ρ_2이라고 하면 $\triangle\phi(K_X)=-\rho_2\triangle$, $\triangle\phi(S_X)=\rho_2\triangle$가 된다.

(질병이 virtual disease(虛證)일 때는 $\triangle\phi(X)=\triangle>0$로 놓고, real disease(實證)일 때는 $\triangle\phi(X)'=-\triangle<0$로 놓고 논의를 전개하였는데, 여기서는 virtual disease의 경우만 소개한다.)

계수 ρ_1와 ρ_2를 intervention reaction coefficient(조정반응계수)라고 하며, intervention 에 대한 반응성을 나타낸

9) 김남일.「王氷의 陰陽五行理論의 易學的 활용에 대한 연구」. 한국의사학회지. 2002;15(1):43-62.
10) 박상균, 방정균.「"淸氣在下 濁氣在上"에 대한 고찰 - 『傷寒論』病症과의 비교」. 한국의사학회지. 2019;32(1):33-42.
11) 여민경, 김태열, 이병욱, 김기욱.「五臟과 五味의 苦欲補瀉에 관한 연구」. 한국의사학회지. 2015;28(1):53-60.
12) 김남일.「『동의보감』의『素問玄機病原式』五運主病의 運用」. 한국의사학회지. 2000;13(1):103-110.
13) 김남일.「歷代 傳統藥理學說의 變遷」. 한국의사학회지. 2005;18(2):3-14.
14) 차웅석, 백유상.「약선(藥膳)의 역사에 관한 소고(小考)」. 한국의사학회지. 2004;17(1):255-264.
15) 김남일.「한국한의학의 학술유파에 관한 시론」. 한국의사학회지. 2004;17(2):3-25.
16) 양영준, 안상우.「『만병회춘』醫案속에 보이는 朝夕補法에 관한 연구」. 한국의사학회지. 2005;18(1):49-63.
17) 김도원, 차웅석.「조헌영의『東洋醫學叢書』에 대한 의사학적 연구」. 한국의사학회지. 2022;35(1):119-134.
18) 강민휘, 김기욱.「雷公-黃帝의 醫學思想에 관한 연구」. 한국의사학회지. 2017;30(2):83-100.
19) 정유옹, 한봉재, 정지훈.「『승정원일기』를 통해 살펴본 현종에 대한 오수혈 활용」. 한국의사학회지. 2022;35(2):35-44.
20) 정유옹, 국수호, 한창연, 강연석, 조명래, 차웅석.「『醫林撮要』의 침구법에 대한 연구」. 한국의사학회지. 2022;35(1):37-44.
21) Yingshan Zhang, 앞의 논문.

다. $1 \geq \rho_1 \geq \rho_2 \geq 0$ 인 관계가 있다. 만약 $\rho_1 = 1$ 이면 투여약물에 대한 내성이 존재하지 않게 되며, $\rho_1 = 0$ 이면 투여약물에 대한 내성이 항상 존재한다.

X의 에너지 $\phi(X)$가 변화할 때 다른 4行의 에너지 변화를 관찰하는 것은, 임상적 의의가 있다고 강조한다. 투약이나 시술을 통하여 X의 에너지를 변화시킬 때 다른 4行에 대해 발생하는 에너지의 변화를 파악해야 치료의 효과 및 약물에 대한 내성을 평가할 수 있다는 것이다.

㉡ self-protection rule(자기보호 법칙) : X의 에너지 $\phi(X)$가 증가할 때 가장 피해를 받는 行은 X_K라고 본다(예를 들어 木의 에너지가 커질 때 최대 피해자는 土이다). X_K는 받은 피해를 스스로 복구한다고 가정하는데, 이를 self-protection rule이라고 한다.

기호의 간략함을 위해, $\Delta\phi(X) = \Delta$이라 놓을 때, 각 行의 에너지 변화량은,

$$\Delta\phi(X) = \Delta, \qquad \Delta\phi(X_S) = \rho_1\Delta,$$
$$\Delta\phi(X_K) = -\rho_1\Delta, \qquad \Delta\phi(K_X) = -\rho_2\Delta,$$
$$\Delta\phi(S_X) = \rho_2\Delta$$

가 되는데, $\Delta\phi(X_K) = -\rho_1\Delta$인 최대 피해자 X_K는 self-protection rule 에 의하여 스스로 $+\rho_1\Delta$의 에너지를 발행시켜서 피해받은 에너지 손실을 제로로 만들게 된다.

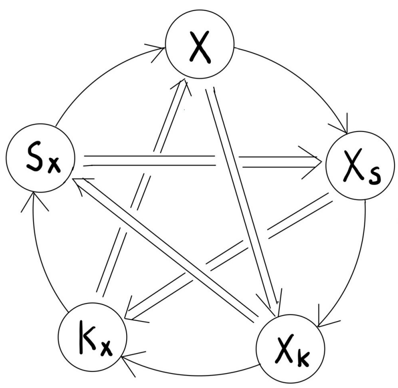

그림 1. 오행의 상생상극

그런데 이때, X_K가 $+\rho_1\Delta$의 에너지를 스스로 새롭게 발생시켰으므로, 이에 대응하여 나머지 行들도 에너지가 변화하게 된다. X_K의 에너지 변화량 $\Delta\phi(X)_1 = +\rho_1\Delta$에 대하여, X_K가 생하는 K_X의 에너지 변화량, X_K가 극하는 S_X의 에너지 변화량, X_K를 생하는 X_S의 에너지 변화량, X_K를 극하는 X의 에너지 변화량은 각각 다음과 같다. (계수 ρ_1와 ρ_2는 위와 동일한 의미로 사용된다.)

$$\Delta\phi(X)_1 = +\rho_1\Delta,$$
$$\Delta\phi(K_X)_1 = \rho_1(\rho_1\Delta) = \rho_1^2\Delta$$
$$\Delta\phi(X_S)_1 = \rho_2(\rho_1\Delta) = \rho_2\rho_1\Delta$$
$$\Delta\phi(X_S)_1 = \rho_2(\rho_1\Delta) = \rho_2\rho_1\Delta$$
$$\Delta\phi(X)_1 = -\rho_2(\rho_1\Delta) = -\rho_2\rho_1\Delta$$

그리고 처음 치료를 통해서 X의 에너지를 Δ 만큼 변화시켰을 때, intervention Rule과 self-protection rule을 모두 고려한 각 行의 에너지 변화량 $\Delta\phi(\ )_2$은, 처음 intervention rule에 의한 에너지 변화량 $\Delta\phi(\ )$과 이에 뒤따르는 self-protection rule에 의한 에너지 변화량 $\Delta\phi(\ )_1$의 합과 같다. 즉 $\Delta\phi(X) = \Delta$에 대하여,

$$\Delta\phi(X)_2 = \Delta\phi(X) + \Delta\phi(X)_1 = (1-\rho_2\rho_1)\Delta$$
$$\Delta\phi(X_S)_2 = \Delta\phi(X_S) + \Delta\phi(X_S)_1 = (\rho_1 + \rho_2\rho_1)\Delta$$
$$\Delta\phi(X_K)_2 = \Delta\phi(X_K) + \Delta\phi(X_K)_1 = (-\rho_1 + \rho_1)\Delta = 0$$
$$\Delta\phi(K_X)_2 = \Delta\phi(K_X) + \Delta\phi(K_X)_1 = (-\rho_2 + \rho_1^2)\Delta$$
$$\Delta\phi(S_X)_2 = \Delta\phi(S_X) + \Delta\phi(S_X)_1 = (\rho_2 - \rho_1^2)\Delta$$

가 된다. 여기서, 만약 $\rho_2 = \rho_1^2$ 이라면 위의 식은,

$$\Delta\phi(X)_2 = (1-\rho_1^3)\Delta$$
$$\Delta\phi(X_S)_2 = (\rho_1 + \rho_1^3)\Delta$$
$$\Delta\phi(X_K)_2 = \Delta\phi(K_X)_2 = \Delta\phi(S_X)_2 = 0$$

이 된다. 즉 $\rho_2 = \rho_1^2$일 때, 치료의 영향은 X와 X_S에만 나타나고 다른 장부들 X_K, K_X, S_X에는 아무런 영향(부작용)이 나타나지 않게 된다.

이 논문의 특징은, TCM(Traditional Chinese Medicine) 치료과정에서, Intervention Rule과 self-protection rule을 통해서 오행간의 역학관계 및 치료의 효과가 작동하며, 구체적으로는 intervention reaction 계수인 ρ_1와 ρ_2를 매개로 하여 계산된다고 설정한 점이다.

medicalhistory.jams.or.kr
https://doi.org/10.15521/jkmh.2023.36.1.073

＊ 해설 : 한의학에서 오행론에 관련된 치료원칙 중에 '虛則補其母 實則瀉其子'라는 것이 있다. 위의 설명에서 虛證에 빠진 것은 X_S 이다. 그래서 '허즉보기모'의 원칙에 따라 X_S 의 母인 X 를 補하는 치료를 행한다.(예를 들어 土生金, 즉 肺虛證일 때 脾를 보하는 경우). X(脾)에 $\triangle$ 만큼 에너지를 준다면(보한다면), 子인 X_S(肺)는 일단 $\rho_1\triangle$ 의 에너지를 받게 된다. 그런데 X_S(肺)가 받는 영향(에너지)은 $\rho_1\triangle$ 만으로 그칠까? 그렇지 않다. 왜냐하면 X 의 에너지가 변동하면, X_S(肺)뿐만 아니라 다른 X_K(腎), K_X(肝), S_X(心)의 에너지도 모두 변동하기 때문이다. 이것은 치료약물을 투여할 때 발생하는 일종의 부작용이다. 이 부작용에 대항하기 위하여 특히 최대의 피해자(victim)인 X_K(X 가 X_K 를 克하므로 최대피해자로 설정했다)는 복구력 $+\rho_1\triangle$ 을 발생시켜서 자신의 피해를 원상복구하려고 한다. 그런데 이 경우 X_K(腎)의 에너지가 $+\rho_1\triangle$ 만큼 변동하므로 다른 장부들 X(脾), X_S(肺), K_X(肝), S_X(心)의 에너지가 2차적으로 다시 변동한다.

X(脾)에 $\triangle$ 의 에너지를 투입했을 때(예컨대 치료약물을 투여했을 때) 야기되는 1차 변동, 그리고 X_K(腎)의 복구에너지가 $+\rho_1\triangle$ 만큼 자발적으로 발생했을 때 야기되는 2차 변동의 합을 총변동(최종 치료 효과)으로 했다. 즉 $\triangle\phi(\ )_2 = \triangle\phi(\ ) + \triangle\phi(\ )_1$ 이다.

앞에서 설명한 바와 같이 만약 $\rho_2 = \rho_1^2$ 이라면,

$$\triangle\phi(X_K)_2 = \triangle\phi(K_X)_2 = \triangle\phi(S_X)_2 = 0$$

이 된다. 이것은 X_S(肺), K_X(肝), S_X(心)의 에너지 변동량이 0(제로)라는 말이고, 환언하면 '부작용이 없음'임을 의미한다. 즉 $\rho_2 = \rho_1^2$ 일 때, 약물투여의 효과는 오직 타깃 장기, 즉 母子장기 X(脾)와 X_S(肺)에만 나타나는 이상적인 결과가 된다.

더욱이 만약 계수의 조건에서 $\rho_1 + \rho_2 = 1$ 이라는 가정을 추가한다면,

$$\rho_2 = \rho_1^2\ ,\ \rho_1 + \rho_2 = 1\quad (1 \ge \rho_1 \ge \rho_2 \ge 0)$$

이 된다. 이것은 ρ_1 와 ρ_2 에 관한 연립방정식이고, 이것을 풀면(이차방정식의 근의 공식을 이용)

$$\rho_1 = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} = 0.61803398\cdots$$

이 되는데, 이 숫자는 공교롭게도 '황금비율'이라고 하는 것이다.

＊ 평가 : 에너지 변동 $\triangle\phi(X)$ 이 있을 때, 야기되는 다른 변동들이, $\triangle\phi(X_S) = \rho_1\triangle$, $\triangle\phi(X_K) = -\rho_1\triangle$ 인 관계가 있고, $\triangle\phi(K_X) = -\rho_2\triangle$, $\triangle\phi(S_X) = \rho_2\triangle$ 인 관계가 있다는 것은 물리학의 작용·반작용의 법칙과도 같은 것이라고 한다. 그러나 계수 ρ_1, ρ_2 에 이러한 성질이 있다는 것은 이 모델에서 임의로 가정한 것이며, 이를 정당화할 필연적 근거는 없다고 생각된다. 또한 self-protection rule에 따라 복구에너지가 발생한다는 것도 이 모델에서 임의로 가정한 것이다. 가정은 임의적이고, 계산의 결론은 추상적이다.

임상적으로 질병을 치료함에 있어 부작용을 최소화하는 방향으로 치료방침을 정해야 할 것이다. 이 모델의 임상적 의의는, '허즉보기모 실즉사기자'의 원칙에 따라서 치료를 하되, '치료의 효과가 타깃 장기에만 나타나고 기타의 장기에는 부작용이 나타나지 않도록 한다'는 정신을 구현하는 최적의 조건을 찾아내는 시도를 했다는 점에 있다고 생각된다.

2. Jinhyun Kim 外의 수리모델[22)]

2014년, Jinhyun Kim 外는 오장의 음양변화를 기호를 사용하여 표시하고, 연산을 정의하여 오장의 음양변화를 기호의 연산으로 표시하는 시도를 하였다.

k 를 肝(LI)·心(H)·脾(S)·肺(LU)·腎(K) 중의 하나라고 했을 때, 기호 $A=(a,b)_k$ 에서 앞의 a 는 (k 臟의) 陰의 허실의 정도(degree of deficiency or excess of yin)를 표시하고, 뒤의 b 는 (k 臟의) 陽의 허실의 정도를 표시한다. a 가 양수일 때는 陰實이고 음수일 때는 陰虛이다, b 가 양수일 때는 陽實이고 음수일 때는 陽虛이다, 예를 들어 $(1,0)_H$ 는 心陰實, $(-1,0)_H$ 은 心陰虛, $(0,1)_H$ 은 心陽實, $(0,-1)_H$ 心陽虛, $(0,0)_H$ 은 心陰陽平衡을 표시한다.

self-development operator '→'는 단일 臟 자체의 상태

22) Jinhyun Kim 外. 앞의 논문.

변화를 표시하고, 다음과 같은 성질이 있다.

$$(a,b) \rightarrow (a,b)^{-1} = \begin{cases} (-b,-a) & \text{for } a>0 \text{ or } b>0 \\ (-b,-a) \text{ or } (b,a) & \text{for } a<0 \text{ or } b<0 \end{cases}$$

action operator로 상생관계의 '∘'와, 상극관계의 '*'를 도입하여,

$A=(a,b)$, $B=(c,b)$ 일 때,

$$A \circ B = (a+c,\ b+d)$$
$$(A*B) \rightarrow (A \circ B)^{-1}$$
$$= \begin{cases} (-b-d,\ -a-c) & \text{if } one\ of\ a,b,c,d\ is\ 1 \\ (-b-d,\ -a-c) \text{ or } (b+d, a+c) & \\ & \text{if } one\ of\ a,b,c,d\ is\ -1 \end{cases}$$

로 정의하여, 오장의 병리적 변화 20가지를 기호연산을 이용하여 표현한다. 예를 들어,

- 肺陽實이 肺陰虛로 전변하는 경우;
  $(0,1)_{LU} \rightarrow (-1,0)_{LU}$
- 肝陰虛가 肝陽虛로 전변하거나 또는 과도한 肝陽實로 전변하는 경우;
  $(-1,0)_{LI} \rightarrow (0,-1)_{LI}$ or $(0,1)_{LI}$
- (상생관계)肝血虛가 心血虛를 초래하는 경우;
  $(-1,0)_{LI} \circ (0,0)_{H} \rightarrow (-1,0)_{H}$
- (상극관계) 心火가 肺陰을 작상해서 폐음이 손상되어 마른가래 및 인후부의 불편감이 나타나는 경우;
  $(0,1)_{H} * (0,0)_{LU} \rightarrow (-1,0)_{LU}$

등으로 표현한다.

이 논문은 한의학 용어로 표현된 음양편차의 병리증상 및 전변상황을 기호로 표현하는 시도를 한 것에 의의가 있다.

3. 이수빈 外의 수리모델[23)]

1995년, 소광섭은 다음과 같은 모델 즉, 木·火·土·金·水를 각각 시간 t의 함수 $S_i(t)$, $(i=1,2,\cdots,5)$로 보고 다음의 연립미분방정식을 제안했다.

$$\frac{dS_1}{dt}=\alpha S_5-\beta S_4\ ,\quad \frac{dS_2}{dt}=\alpha S_1-\beta S_5\ ,$$
$$\frac{dS_3}{dt}=\alpha S_2-\beta S_1\ ,\quad \frac{dS_4}{dt}=\alpha S_3-\beta S_2\ ,$$
$$\frac{dS_5}{dt}=\alpha S_4-\beta S_3\ ,\ (\alpha,\beta:\ \alpha,\beta>0 \text{ 인 상수})$$

$S_i = S_i(t)$ $(i=1,2,\cdots,5)$ 는 시간 t 의 함수
α, β 는 계수
예) S_1 = 木, S_2 = 火, S_3 = 土, S_4 = 金, S_5 = 水

이 모델에서는 시간 t의 흐름에 따라 값이 변하는 오행함수 $S_i(t)$ 가 연속적이며 미분가능한 함수라고 가정하였다. 그리고 $S_i(t)$ 의 변화율 $\frac{dS_i}{dt}$ 는 S_i 를 生하는 行의 값에 비례해서 증가하고(비례계수 α), S_i 를 克하는 行의 값에 비례해서 감소한다(비례계수 $-\beta$)고 가정하여, 증가분과 감소분을 합하여 위의 연립방정식을 세운 것이다. 이렇게 고찰대상을 미분가능함수로 보고 연립방정식을 세우는 것은 수학, 공학, 물리학, 생물학 등에서 종종 쓰이는 방법이다. 이러한 방법을 적용하여 오행방정식을 세우므로써, 이전에는 주로 이산(離散, descrete)적 관점에서 다루어지던 五行을 미분가능한 함수라는 관점에서 다룰 수 있게 된다.

2013년, 이수빈 外는 소광섭의 모델에 계절적 요인인 시간(t)의 함수 $F_i(t)$ $(i=1,2,\cdots,5)$이 추가된 오행 미분방정식을 제안한다. $F_i(t)$를 다음과 같이 정의한다.

23) 이수빈 外. 앞의 논문.

medicalhistory.jams.or.kr
https://doi.org/10.15521/jkmh.2023.36.1.073

$$\frac{dS_1}{dt} = \alpha S_5 - \beta S_4 + F_1, \quad \frac{dS_2}{dt} = \alpha S_1 - \beta S_5 + F_2,$$
$$\frac{dS_3}{dt} = \alpha S_2 - \beta S_1 + F_3, \quad \frac{dS_4}{dt} = \alpha S_3 - \beta S_2 + F_4,$$
$$\frac{dS_5}{dt} = \alpha S_4 - \beta S_3 + F_5, \ (\alpha\,\beta \text{ 는 상수} : \alpha, \beta > 0)$$

$$F_1(t) = \begin{cases} F_0 & (34 \le t \le 124; \text{봄}) \\ 0 & (\text{for } others; \text{봄外}) \end{cases}$$
$$F_2(t) = \begin{cases} F_0 & (125 \le t \le 218; \text{여름}) \\ 0 & (\text{for } others; \text{여름外}) \end{cases}$$
$$F_3(t) = \begin{cases} F_0 & (219 \le t \le 234; \text{장하}) \\ 0 & (\text{for } others; \text{장하外}) \end{cases}$$
$$F_4(t) = \begin{cases} F_0 & (235 \le t \le 311; \text{가을}) \\ 0 & (\text{for } others; \text{가을外}) \end{cases}$$
$$F_5(t) = \begin{cases} F_0 & (312 \le t \le 365,\ 1 \le t \le 33; \text{겨울}) \\ 0 & (\text{for } others; \text{겨울外}) \end{cases}$$

($\alpha, \beta > 0$ 인 계수, F_0 는 상수)

$\alpha = 0.1$, $\beta = 0.3$, $S_i(t=0) = 0$, $F_0 = 0.1$ 등의 값을 대입하여, 미분방정식의 근사해(approximate solution)를 구하는 Runge-Kutta 방법을 이용하여 수치해석을 하였다.

이 논문은 오행의 상생상극 관계에 외부변수인 계절적 요인 함수 $F_i(t)$ 를 덧붙여, 오행의 변화를 관찰했다는 점에 의의가 있다.

4. Haipeng Lin 外의 수리모델[24)]

2020년, Haipeng Lin 外는 다음의 식으로부터 논의를 전개한다.

$$\dot{x}_1 = a_1x_1 - b_1x_1^2 + c_1x_1x_5 - d_1x_1x_4 - g_1x_1x_2 - h_1x_1x_3 + e_1$$
$$\dot{x}_2 = a_2x_2 - b_2x_2^2 + c_2x_2x_1 - d_2x_2x_5 - g_2x_2x_3 - h_2x_2x_4 + e_2$$
$$\dot{x}_3 = a_3x_3 - b_3x_3^2 + c_3x_3x_2 - d_3x_3x_1 - g_3x_3x_4 - h_3x_3x_5 + e_3$$
$$\dot{x}_4 = a_4x_4 - b_4x_4^2 + c_4x_4x_3 - d_4x_4x_2 - g_4x_4x_5 - h_4x_4x_1 + e_4$$
$$\dot{x}_5 = a_5x_5 - b_5x_5^2 + c_5x_5x_4 - d_5x_5x_3 - g_5x_5x_1 - h_5x_5x_2 + e_5$$

$\dot{x}_i(t) = \frac{dx_i}{dt}$, $(i = 1, 2, \cdots, 5)$

$a_i, b_i, c_i, d_i, g_i, h_i$ $(i = 1, 2, \cdots, 5)$: ≥ 0 인 계수

e_i $(i = 1, 2, \cdots, 5)$: 외부효과

예) $x_1 = $ 木, $x_2 = $ 火, $x_3 = $ 土, $x_4 = $ 金, $x_5 = $ 水

$x_i = x_i(t)$ 는 i^{th} 오행원소의 분량 혹은 상태(state)를 의미하며 시간 t 의 함수이다. $\dot{x}_i = \frac{dx_i}{dt}$ 이다. $a_i, b_i, c_i, d_i, g_i, h_i$ 는 오행간의 관계에 대한 계수(coefficient)들이다. a_i 는 'gain'(획득), b_i 는 'saturation'(포화), c_i 는 'isG'(is Generated, 생성을 받음), d_i 는 'isR'(is Restricted, 극제를 받음), g_i 는 'G'(Generation, 생성을 함), h_i 는 'R'(Restriction, 극제를 함)과 관련된 계수이고, 항상 0 이상(nonnegative)이다. e_i 는 외부의 개입 또는 노이즈(noise)이다. 위의 식을 더 간략히 하기 위해서, $e_i = 0$ 으로 하고, 모든 i 에 대하여 $a_i = a$, $b_i = b$, $c_i = c$, $d_i = d$, $g_i = g$, $h_i = h$ 라고 하면, 위의 식은 다음과 같이 된다.

24) Haipeng Lin, Jing Han. 앞의 논문

(식 1)

$$
\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= ax_1 - bx_1^2 + cx_1x_5 - dx_1x_4 - gx_1x_2 - hx_1x_3 \\
\dot{x}_2 &= ax_2 - bx_2^2 + cx_2x_1 - dx_2x_5 - gx_2x_3 - hx_2x_4 \\
\dot{x}_3 &= ax_3 - bx_3^2 + cx_3x_2 - dx_3x_1 - gx_3x_4 - hx_3x_5 \\
\dot{x}_4 &= ax_4 - bx_4^2 + cx_4x_3 - dx_4x_2 - gx_4x_5 - hx_4x_1 \\
\dot{x}_5 &= ax_5 - bx_5^2 + cx_5x_4 - dx_5x_3 - gx_5x_1 - hx_5x_2 \\
&(a, b, c, d, g, h : \geq 0 \text{ 인 계수})
\end{aligned}
$$

이 식에서 양의 계수 a, b, c, d, g, h 에 +부호가 있는 경우는 양(+)의 피드백을 의미하고, −부호가 있는 경우는 음(−)의 피드백을 의미한다.

TCM에서 살아있는 인체에서 오행의 값(value)은 모두 양(+)이어야 한다. 즉 초기값(initial point)은 다음과 같이 놓을 수 있다.

$$(x_1^0, x_2^0, x_3^0, x_4^0, x_5^0),\ x_i(0) = x_i^0 > 0,\ i = 1, 2, \cdots, 5$$

시간 t가 진행할 때, 살아있는 인체는 $x_i = x_i(t)$ 의 값을 음수값으로 가질 수 없다. $\dot{x}_i = 0\ (i = 1, 2, \cdots, 5)$이면 변수 x_i에 아무런 변화가 없는 상태이며, 이때를 평형점(equilibrium point)이라고 한다.[25)]

이 시스템의 최종적인 상태는 fixed points, periodic solutions, chaos 등의 3가지 타입으로 분류된다.

이 논문에서는, 초기값과 매개변수값을 다양하게 대입하면서, 이 3가지 최종적인 상태들을 분석했다.

평형점에서의 안정성(stability)[26)]을 판단하기 위해 first Lyapunov method를 사용했다. 수치해석은 4^{th} Runge-Kutta를 사용했다.

시스템이 고정점(fixed point)으로 수렴하는 경우는, 상극관계만 존재하는 경우(즉, $d > 0$, $h > 0$, $a = b = c = g = 0$) 또는 오행의 초기값이 모두 같을 경우(즉 $x_1^0 = x_2^0 = \cdots = x_5^0$)이다.[27)]

① 오행시스템(nonlinear dynamic system)이 상극관계만 가질 때 (즉, $d > 0$, $h > 0$, $a = b = c = g = 0$), 에너지는 지속적으로 감소한다. ② 오행시스템이 상생관계만 갖는 경우($c > 0$, $g > 0$, $a = b = d = h = 0$)에는, 만약 $c = g$이면 보존적인(conservative) 시스템이고, 만약 $c < g$이면 소산되는(dissipative) 시스템이고, 만약 $c > g$이면 에너지가 증가하는 시스템이다. ③ 오행시스템이 'gain'(획득), 'saturation'(포화)만 있을 경우(즉, $a > 0$, $b > 0$)에는 오행시스템은 초기값과 매개변수값에 따라 에너지가 보존되거나 소산되거나 증가했다.

---

25) 예를 들어 $x_1(t) = 木(t)$, $x_2(t) = 火(t)$, $x_3(t) = 土(t)$, $x_4(t) = 金(t)$, $x_5(t) = 水(t)$ 라고 하면, $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (木, 火, 土, 金, 水)$ 는 시간 t에서 오행의 값을 순서쌍으로 나타낸 것이다.
2차원 평면에서, 순서쌍 (x_1, x_2) 는 평면 위의 하나의 점으로 볼 수 있다. 만약 x_1, x_2 가 시간 t의 함수라면 (x_1, x_2) 는 시간 t에 따라 움직이는 2차원 평면의 점이 되며, 평면상에서 궤도(곡선)를 이룬다. 만약 어느 시간 t에서 $\dot{x}_1 = \frac{dx_1}{dt} = 0$ 라면, x_1 의 변화율이 0(제로)라는 의미이며 이때 x_1 는 순간적으로 변화가 없는 상태가 된다. $\dot{x}_2 = \frac{dx_2}{dt} = 0$ 라면 x_2 의 변화율이 0(제로)라는 의미이며 이때 x_2 는 순간적으로 변화가 없는 상태가 된다. 따라서 $\dot{x}_1 = \dot{x}_2 = 0$ 일 때 2차원 평면의 점 (x_1, x_2) 은 순간적으로 변화가 없는 상태가 되는데, 이것을 '평형점'이라고 한다.
마찬가지로 순서쌍 (x_1, x_2, x_3) 은 3차원 공간의 점이라고 생각할 수 있다. 만약 x_1, x_2, x_3 가 시간 t의 함수라면 (x_1, x_2, x_3) 는 시간 t에 따라 움직이는 3차원 공간의 점이 되며, 공간에서 궤도(곡선)를 이룬다. 만약 어느 시간 t에서 $\dot{x}_i = \frac{dx_i}{dt} = 0\ (i = 1, 2, 3)$ 라면, x_i 의 변화율이 0(제로)라는 의미이며 이때 x_i 는 순간적으로 변화가 없는 상태가 된다. 따라서 $\dot{x}_1 = \dot{x}_2 = \dot{x}_3 = 0$ 일 때 3차원 공간에서 점 (x_1, x_2, x_3) 은 순간적으로 변화가 없는 상태인 평형점이 된다.
지금 고찰하고 있는 오행의 순서쌍 $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (木, 火, 土, 金, 水)$ 은 5차원 공간의 점이라고 생각할 수 있다. 평형점은 $\dot{x}_i = \frac{dx_i}{dt} = 0\ (i = 1, 2, \cdots, 5)$ 일 때의 점 $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ 이며, 이때는 순간적으로 변화가 없는 상태가 된다. 시간 $t = 0$ 에서의 5차원 공간에서 점의 위치인 초기값 $(x_1^0, x_2^0, x_3^0, x_4^0, x_5^0)$이 주어지고, 연립미분방정식의 계수들이 확정적으로 주어진다면, 이에 맞추어서 시간 t가 경과함에 따라 점 $(x_1(t), x_2(t), \cdots, x_5(t))$은 5차원 공간에서 움직이는 궤도(trajectory)를 형성하게 된다고 볼 수 있다. 평형점 근방에서 궤도의 형태는 일반적으로 몇 가지 형태로 분류된다. 궤도가 평형점으로 수렴하는 경우, 닫혀진 폐곡선의 궤도를 이루며 평형점 주위를 무한히 회전하는 경우, 평형점으로부터 점점 멀어져가는 경우, 안장점(saddle point)의 경우 등이다.

26) 리야프노프 안정성(Lyapunov stability) : 시스템의 상태변수 x가 평형점 x_e 근처에서 머무를 때 x_e를 안정점이라고 이라고 한다. 정의로는, 임의의 $\epsilon \geq 0$에 대해, (ϵ에 따라 결정되는) 어떤 $\delta \geq 0$이 존재하여 $\| x(0) - x_e \| < \delta$이고 모든 양수 $t \geq 0$에 대하여 $\| x(t) - x_e \| < \epsilon$를 만족한다면, '리야프노프 안정'하다고 한다.

27) 이하의 부분은 논문의 내용을 소개하는 정도로 그친다. 수식전개는 복잡하지만, 초기값과 계수들의 값을 다양하게 주고 연립미분방정식에서 평형점을 구한 후, 평형점 주위에서 점들의 궤도가 어떤 형태가 되는지, Lyapunov method 와 수치해석방법을 이용하여 고찰하고 시뮬레이션한 내용들이다.

medicalhistory.jams.or.kr
https://doi.org/10.15521/jkmh.2023.36.1.073

안정성에 대해서는, 이 논문에서 분석된 모든 경우에서 시스템은 모두 unstable했다.

이 논문에서 고정점으로 수렴하는지를 조사한 예를 설명해본다.

① $a=b=c=d=g=h>0$ 이라 할 때, $\dot{x}_i=0$, ($i=1,2,\cdots,5$)의 양(+)의 해는 $(\frac{1}{3},\frac{1}{3},\frac{1}{3},\frac{1}{3},\frac{1}{3})$ 이다.[28] 이 평형점에서 시스템의 안정성를 판정하기 위해, first Lyapunov method를 사용하여, 선형화를 통해 계수행렬의 고유값(eigenvalue)이 양의 실수부분(positive real part)을 갖는지를 조사한다. 평형점 $(\frac{1}{3},\frac{1}{3},\frac{1}{3},\frac{1}{3},\frac{1}{3})$에서 선형화된 계수행렬은 다음과 같다.[29]

$$J=\begin{pmatrix} -1/3 & -1/3 & -1/3 & -1/3 & 1/3 \\ 1/3 & -1/3 & -1/3 & -1/3 & -1/3 \\ -1/3 & 1/3 & -1/3 & -1/3 & -1/3 \\ -1/3 & -1/3 & 1/3 & -1/3 & -1/3 \\ -1/3 & -1/3 & -1/3 & 1/3 & -1/3 \end{pmatrix}$$

이 행렬의 고유값은 -1, $0.206-0.634i$, $0.206-0.634i$, $-0.539-0.392i$, $0.539+0.392i$ 인데[30], 양(+)의 실수부를 포함하므로 시스템은 평형점에서 unstable 하다.[31]

② 시스템이 상생관계만 가질 때, 즉 'G&isG'의 경우; $c>0$, $g>0$, $a=b=d=h=0$ 일 때를 의미한다. 이 경우는 $c=g$ 일 때만 평형점이 존재하고, $(x_1,x_2,x_3,x_4,x_5)=(\delta,\delta,\delta,\delta,\delta)$, $\delta>0$ 인 형태이다. 이 평형점에서 계수행렬의 모든 고유값의 실수부는 0 이며, 시스템은 이 평형점에서 stable 하거나 unstable 할 수 있다.

③ 시스템이 상극관계만 가질 때, 즉 'R&isR'의 경우; $d>0$, $h>0$, $a=b=c=g=0$ 일 때를 의미한다. 이때 연립방정식은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -dx_1x_4-hx_1x_3=-x_1(dx_4+hx_3) \\ \dot{x}_2 &= -dx_2x_5-hx_2x_4=-x_2(dx_5+hx_4) \\ \dot{x}_3 &= -dx_3x_1-hx_3x_5=-x_3(dx_1+hx_5) \\ \dot{x}_4 &= -dx_4x_2-hx_4x_1=-x_4(dx_2+hx_1) \\ \dot{x}_5 &= -dx_5x_3-hx_5x_2=-x_5(dx_3+hx_2) \end{aligned}$$

모두 양수인 임의의 초기값 (x_1,x_2,x_3,x_4,x_5)에 대하

28) $a=b=c=d=g=h$ (>0)일 때 (식 1)에, $(\frac{1}{3},\frac{1}{3},\frac{1}{3},\frac{1}{3},\frac{1}{3})$을대입하면, $\dot{x}_1=\dot{x}_2=\dot{x}_3=\dot{x}_4=\dot{x}_5=0$ 임을 확인할 수 있다. 따라서 $(\frac{1}{3},\frac{1}{3},\frac{1}{3},\frac{1}{3},\frac{1}{3})$는 이 시스템의 평형점이다.

29) $\dot{x}_1=F_1(x_1,x_2,\cdots,x_5)$ $\dot{x}_2=F_2(x_1,x_2,\cdots,x_5)$
$\dot{x}_3=F_3(x_1,x_2,\cdots,x_5)$ $\dot{x}_4=F_4(x_1,x_2,\cdots,x_5)$
$\dot{x}_5=F_5(x_1,x_2,\cdots,x_5)$로 놓으면, Jacobian 행렬은

$$J=\begin{pmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial x_1} & \frac{\partial F_1}{\partial x_2} & \frac{\partial F_1}{\partial x_3} & \frac{\partial F_1}{\partial x_4} & \frac{\partial F_1}{\partial x_5} \\ \frac{\partial F_2}{\partial x_1} & \frac{\partial F_2}{\partial x_2} & \frac{\partial F_2}{\partial x_3} & \frac{\partial F_2}{\partial x_4} & \frac{\partial F_2}{\partial x_5} \\ \frac{\partial F_3}{\partial x_1} & \frac{\partial F_3}{\partial x_2} & \frac{\partial F_3}{\partial x_3} & \frac{\partial F_3}{\partial x_4} & \frac{\partial F_3}{\partial x_5} \\ \frac{\partial F_4}{\partial x_1} & \frac{\partial F_4}{\partial x_2} & \frac{\partial F_4}{\partial x_3} & \frac{\partial F_4}{\partial x_4} & \frac{\partial F_4}{\partial x_5} \\ \frac{\partial F_5}{\partial x_1} & \frac{\partial F_5}{\partial x_2} & \frac{\partial F_5}{\partial x_3} & \frac{\partial F_5}{\partial x_4} & \frac{\partial F_5}{\partial x_5} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \begin{matrix}1-2x_1\\+x_5-x_4\\-x_2-x_3\end{matrix} & -x_1 & -x_1 & -x_1 & x_1 \\ x_2 & \begin{matrix}1-2x_2\\+x_1-x_5\\-x_3-x_4\end{matrix} & -x_2 & -x_2 & -x_2 \\ -x_3 & x_3 & \begin{matrix}1-2x_3\\+x_2-x_1\\-x_5-x_1\end{matrix} & -x_3 & -x_3 \\ -x_4 & -x_4 & x_4 & \begin{matrix}1-2x_4\\+x_3-x_2\\-x_5-x_1\end{matrix} & -x_4 \\ -x_5 & -x_5 & -x_5 & x_5 & \begin{matrix}1-2x_5\\+x_4-x_3\\-x_1-x_2\end{matrix} \end{pmatrix}$$

가 된다. 이 행렬에 평형점 $(\frac{1}{3},\frac{1}{3},\frac{1}{3},\frac{1}{3},\frac{1}{3})$ 를 대입하면 본문의 행렬 J가 나온다.

30) 행렬 J의 고유값 λ는, 행렬식 $|J-\lambda I|=0$ 을 계산하여 구한다. I는 단위행렬이다. 5차방정식이므로 (중복을 포함하여) 5개의 근을 갖는다.

31) 모든 고유값이 음(−)의 실수부를 가지면, 평형점 주위의 모든 점들은 평형점으로 수렴한다(stable). 반면 양(+)의 실수부를 갖는 고유값이 있으면 평형점으로 수렴하지 않고 발산하는 점이 존재한다(unstable).

여, 각 변수 x_i 는 시간이 흐름에 따라 단조감소(decreasing monotonically)한다. 각 변수 x_i 는 항상 non-negative 이므로, 각 변수는 결국 어떤 하나의 고정점으로 수렴하게 된다.

이 논문은 시스템에 관한 연립미분방정식을 세울 때 오행간의 관계를 모두 반영하여 고찰했다는 데 의의가 있다.

Ⅲ. 수리모델의 비교 및 평가

먼저, 소광섭의 수리모델 :

$$\frac{dS_1}{dt}=\alpha S_5-\beta S_4\ ,\ \frac{dS_2}{dt}=\alpha S_1-\beta S_5\ ,$$
$$\frac{dS_3}{dt}=\alpha S_2-\beta S_1\ ,\ \frac{dS_4}{dt}=\alpha S_3-\beta S_2\ ,$$
$$\frac{dS_5}{dt}=\alpha S_4-\beta S_3\quad (\alpha,\beta>0 \text{ 인 상수})$$

에서, $\frac{dS_1}{dt}=\alpha S_5-\beta S_4$ 의 예로 설명해본다. $S_1=S_1(t)$ 을 木$=$木(t) 이라고 하면, $S_5=$水(t), $S_4=$金(t) 이다. 이 식은 시간 t 에 대한 木의 변화량 $\frac{dS_1}{dt}$ 가, 木을 生하는 水(S_5)과는 양(+)의 비례관계(비례계수 α)를 갖고, 木을 克하는 金(S_4)과는 음(−)의 비례관계(비례계수 β)를 갖는다는 의미를 표현한 식이다. 木 즉 S_1 의 변화량 $\frac{dS_1}{dt}$ 는 水生木하는 水가 크면 커질(+) 것이고, 金克木하는 金이 크면 작아질(−) 것이라는 직관적인 이해를 수식으로 표현하고 있다. 한편, 火와 土는 관여를 하지 않고 있고, 더욱이 오행시스템 외부의 영향력 혹은 노이즈(noise)는 고려되지 않고 있다. 이러한 점에서 이 수리모델은 오행의 상생상극의 주요 부분을 반영하지만, 오행시스템의 모든 측면을 반영한 모델은 아니다. 소의 모델은 五行을 離散(discrete)적으로 각각 분리된 고정값을 갖는 것이 아니라, 연속적으로 변화하는 값을 갖는 미분가능한 함수의 관점에서 다룬다는 점에서 의의가 있다.

기호의 간편함을 위해서 $\frac{dS_i}{dt}=\dot{S}_i$ 로 표기하고 소의 모델을 행렬의 형태로 바꾸면

$$\begin{pmatrix}\dot{S}_1\\ \dot{S}_2\\ \dot{S}_3\\ \dot{S}_4\\ \dot{S}_5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0&0&-\beta&\alpha\\ \alpha&0&0&0&-\beta\\ -\beta&\alpha&0&0&0\\ 0&-\beta&\alpha&0&0\\ 0&0&-\beta&\alpha&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}S_1\\ S_2\\ S_3\\ S_4\\ S_5\end{pmatrix}$$

가 된다. 이렇게 어떤 계수행렬 A 가 있어서, $\dot{S}=AS$ 의 형태로[32] 표현될 수 있으면 이 연립미분방정식을 ‘선형적(linear)’이라고 한다.

이수빈 外의 수리모델 :

$$\frac{dS_1}{dt}=\alpha S_5-\beta S_4+F_1\ ,\ \frac{dS_2}{dt}=\alpha S_1-\beta S_5+F_2$$
$$\frac{dS_3}{dt}=\alpha S_2-\beta S_1+F_3\ ,\ \frac{dS_4}{dt}=\alpha S_3-\beta S_2+F_4$$
$$\frac{dS_5}{dt}=\alpha S_4-\beta S_3+F_5\quad (\alpha,\beta>0 \text{ 인 상수})$$

소의 모델에 계절적 요인인 시간(t)의 함수 $F_i(t)$ $(i=1,2,\cdots,5)$ 이 추가된 수리모델이다. 행렬로 바꾸면,

$$\begin{pmatrix}\dot{S}_1\\ \dot{S}_2\\ \dot{S}_3\\ \dot{S}_4\\ \dot{S}_5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0&0&-\beta&\alpha\\ \alpha&0&0&0&-\beta\\ -\beta&\alpha&0&0&0\\ 0&-\beta&\alpha&0&0\\ 0&0&-\beta&\alpha&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}S_1\\ S_2\\ S_3\\ S_4\\ S_5\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}F_1\\ F_2\\ F_3\\ F_4\\ F_5\end{pmatrix}$$

$\dot{S}=AS+F$ 의 형태로[33], 비선형(nonlinear) 연립미분방정식이 된다.

소의 모델은 오행시스템 자체의 내부관계만을 대상으로 세워진 데 반하여, 이 모델은 외부요소의 하나로서 계절요인 F_i 을 추가함으로써, 외부요소의 영향까지도 고찰한 데 의의가 있다.

옛날 오행론이 형성되었을 때는, 오행은 離散적인 개념이었다. 이 모델에서 오행의 이산성의 흔적은 각 오행에 대응하는 계절함수 F_i 에서도 엿볼 수 있다. 즉 계절이 점진적

32) $S=(S_1,S_2,\cdots,S_5)^T$ 이고 $\dot{S}=(\dot{S}_1,\dot{S}_2,\cdots,\dot{S}_5)^T$ 이다.
33) $F=(F_1,F_2,\cdots,F_5)^T$ 이다.

medicalhistory.jams.or.kr
https://doi.org/10.15521/jkmh.2023.36.1.073

으로 연속해서 변하는 것이 아니라, 일년의 일정 기간마다 한 계절이 앞선 계절을 대치하는 것으로 가정하였다는 점이 그것이다.[34]

Haipeng Lin 外의 수리모델 :

$$\dot{x}_1 = ax_1 - bx_1^2 + cx_1x_5 - dx_1x_4 - gx_1x_2 - hx_1x_3$$
$$\dot{x}_2 = ax_2 - bx_2^2 + cx_2x_1 - dx_2x_5 - gx_2x_3 - hx_2x_4$$
$$\dot{x}_3 = ax_3 - bx_3^2 + cx_3x_2 - dx_3x_1 - gx_3x_4 - hx_3x_5$$
$$\dot{x}_4 = ax_4 - bx_4^2 + cx_4x_3 - dx_4x_2 - gx_4x_5 - hx_4x_1$$
$$\dot{x}_5 = ax_5 - bx_5^2 + cx_5x_4 - dx_5x_3 - gx_5x_1 - hx_5x_2$$

$(a, b, c, d, g, h: \ \geq 0$ 인 계수)

예) $x_1 =$ 木, $x_2 =$ 火, $x_3 =$ 土, $x_4 =$ 金, $x_5 =$ 水

이 수리모델의 식은, 외부효과 e_i를 0으로 하여 제외시켰는데도 매우 복잡하게 보인다. 이 식을 행렬로 표시해보면

$$\dot{X} = aX +$$
$$\begin{pmatrix} x_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & x_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & x_5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -b & -g & -h & -d & c \\ c & -b & -g & -h & -d \\ -d & c & -b & -g & -h \\ -h & -d & c & -b & -g \\ -g & -h & -d & c & -b \end{pmatrix} X$$

여기서 $X = (x_1, x_2, \cdots, x_5)^T$,

$\dot{X} = (\dot{x}_1, \dot{x}_2, \cdots, \dot{x}_5)^T$

이 된다. 위의 첫 번째 식,

$$\dot{x}_1 = ax_1 - bx_1^2 + cx_1x_5 - dx_1x_4 - gx_1x_2 - hx_1x_3$$

을 보면 五行이 모두 들어가 있다. 이 식의 의미를 고찰해보기로 한다.

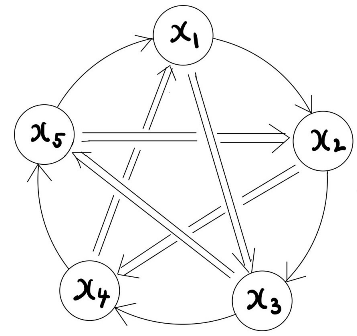

그림 2. 오행의 상생상극

먼저 「인구론」의 멜더스(Malthus) 수리모델로부터 출발한다.

멜서스[35] 성장 모델 :

$$\frac{dp}{dt} = rp$$

$\begin{cases} p = p(t) : \text{시간 } t \text{ 에서의 인구수} \\ r : \text{증가의 비례상수} \\ \text{가정 : 사망은 없다.} \end{cases}$

이 식의 해는, $p(t) = p_0 e^{rt}$ 이다.[36] (여기서 $p_0 = p(0)$). 이 식은 인구증가가 지수적으로 무한대로 증가한다는 점에 문제가 있다. 실제로는 인구수는 무한대로 증가할 수 없고, 포화상태에 다다르면 더 이상 증가하지 않는다. 자원·음식의 고갈, 공간의 제약 등 여러 가지 환경의 제약 때문에 인구의 증가는 어느 시점에 이르면 더 이상 지속되지 못하고 정체된다.

따라서 인구증가의 한계성이 반영되도록, 멜더스 성장 모델을 좀더 실제에 맞게 수정된 다음의 모델이 구성된다.

로지스틱(logistic) 성장 모델[37] :

$$\frac{dp}{dt} = r(1 - \frac{p}{k})p = rp - \frac{r}{k}p^2$$

$\begin{cases} p = p(t) : \text{시간 } t \text{에서의 인구수} \\ r : \text{증가의 비례상수} \\ k : \text{수용능력} \end{cases}$

34) 五行 중 一行이 다른 一行을 대치한다는 관념은 일찍이 형성되었다. '하늘에는 오행이 있으니 목·화·토·금·수가 그것이다. 목은 화를 낳고, 화는 토를 낳고, 토는 금을 낳고, 금은 수를 낳는다. 수는 겨울이 되고, 금은 가을이 되고, 토는 늦여름이 되고, 화는 여름이 되고, 목은 봄이 된다'(동중서, 『춘추번로』「五行對」). 한편 鄒衍의 五德終始說에 대하여 당나라 李善은 『文選』「魏都賦」에 대한 주해에서, '추연에게는 終始五德의 설이 있는데, 이기지 못하는 것을 따라 변화한다. 木德이 (土德)을 잇고, 金德이 다음이며, 火德이 또 다음이고, 水德이 또 다음이다'라고 하였다. (양계초, 풍우란 지음. 김홍경 편역. 『음양오행설의 연구』. 서울:신지서원. 1993:143.)
이러한 예를 보면, 초기에 형성된 오행론에서는, 오행의 一行이 다른 一行으로 바뀐다는 것은, 연속적으로(continuous) 변화하는 것이 아니라, 분절적 또는 이산적으로(descrete) 대치되는 개념이었다고 볼 수 있다.

35) 그는 1798년 「인구론 에세이」를 썼다.

36) $\frac{dp}{dt} = rp$에서, $\frac{1}{p}\frac{dp}{dt} = r$ 이고, $\ln|p| = rt + C$ 이고, $p(t) = e^{rt+C} = e^{rt}e^{C}$ 이다. 양변에 $t = 0$을 대입하면, $p(0) = e^{C}$ 이다. 따라서 $p(t) = p_0 e^{rt}$ 이다.

이 식의 해는, $p(t)=\dfrac{k}{1+(\dfrac{k}{p_0}-1)e^{-rt}}$ 이다.(여기서 $p_0=p(0)$).[38] 이 식에서 $p \le k$ 이고, $\lim_{t\to\infty}p(t)=k$ 이므로, k는 p의 한계값이 된다. 로지스틱 성장모델의 식,

$$\frac{dp}{dt}=rp-\frac{r}{k}p^2$$

의 형태를 보면,

$$\dot{x}_1=\{ax_1-bx_1^2\}+cx_1x_5-dx_1x_4-gx_1x_2-hx_1x_3$$

에서 괄호친 $\{ax_1-bx_1^2\}$ 항이 들어가 있는 연유를 알 수 있다. x_1의 값은 무한히 증가할 수 없고 로지스틱 성장모델처럼 그 자체의 한계값을 갖는다는 가정을 반영하여 들어간 항이라고 볼 수 있다.

한편, 식 $\dot{x}_1$에는 $-dx_1x_4$항이 들어있는데 이 항의 의미를 생각해 본다.

포식자-피식자 모델 (Lotka-Volterra)[39] :

$$\frac{dp}{dt}=\alpha p-\beta pq \qquad \text{㉠식}$$

$$\frac{dq}{dt}=\delta pq-\gamma q \qquad \text{㉡식}$$

$$\begin{cases} p=p(t) & : \text{피식자의 개체수} \\ q=q(t) & : \text{포식자의 개체수} \\ \alpha & : x\text{의 번식률} \\ \beta & : q\text{의 } p\text{에 대한 포식률} \\ \delta & : q\text{가 } p\text{를 포식하여 얻는 번식률} \\ \gamma & : q\text{의 자연사망률} \end{cases}$$

포식자-피식자의 관계는 여우-토끼, 상어-소형물고기의 관계 등을 생각해볼 수 있다. 이 연립방정식은 비선형미분방정식으로서, 위에서 맬서스의 모델이나 로지스틱 모델처럼 명시적 형태의 해를 구할 수 없다.

$$\begin{aligned}\dot{x}_1=&\{ax_1\}-bx_1^2+cx_1x_5-\{dx_1x_4\}\\&-gx_1x_2-hx_1x_3\end{aligned}$$

에서 x_1와 x_4의 관계는 x_4는 x_1을 克하는 관계(x_4克x_1)이므로, x_4은 포식자이고 x_1은 피식자로 볼 수 있다. 따라서 괄호친 부분 $ax_1-dx_1x_4$ 은 ㉠식 $\dfrac{dp}{dt}=\alpha p-\beta pq$ 과 관련이 있음을 알 수 있다.

포식자-피식자 모델을 생각하지 않더라도, x_1이 자신을 克하는 x_4을 만나면 당연히 에너지가 감소할 것이다. 따라서 $-dx_1x_4$로 음의 값을 갖는 항이 들어가는 것이 당연하다.

$$\dot{x}_1=ax_1-bx_1^2+\{cx_1x_5\}-dx_1x_4-gx_1x_2-hx_1x_3$$

이번에는 x_1x_5 항을 생각해보자. x_5는 x_1을 生하는 관계(x_5生x_1)이므로, x_1이 x_5를 만나면 x_1의 에너지가 증가한다고 생각할 수 있다. 즉 x_1의 증가율 $\dot{x}_1$은 x_1x_5와 양(+)의 비례관계를 갖는다고 볼 수 있다. 따라서 비례계수 c를 곱한 $+cx_1x_5$ 항이 첨가되었다.

$$\dot{x}_1=ax_1-bx_1^2+cx_1x_5-dx_1x_4-\{gx_1x_2\}-hx_1x_3$$

이번에는 x_1x_2 항을 생각해보자. x_1는 x_2을 生하는 관계(x_1生x_2)라서, x_1이 x_2를 만나면 x_1는 x_2에게 에너지를 주므로 x_1의 에너지가 감소한다고 생각할 수 있다. 즉 x_1의 증가율 $\dot{x}_1$은 x_1x_2와 음(-)의 비례관계를 갖는다고 볼 수 있다. 따라서 비례계수 g를 곱한 $-gx_1x_2$ 항이 첨가되었다.

$$\dot{x}_1=ax_1-bx_1^2+cx_1x_5-dx_1x_4-gx_1x_2-\{hx_1x_3\}$$

이번에는 x_1x_3항을 생각해보자. x_1은 x_3을 克하는 관계(x_1克x_3)이다. 처음 이 항을 첨가할 때, x_1이 x_3를 만나

37) 개체군의 증가율을 설명하는 모델. 1838년 벨기에의 Verhulst가 고안했다.

38) $\dfrac{dp}{dt}=r(1-\dfrac{p}{k})p$ 에서, $\dfrac{1}{p(1-\dfrac{p}{k})}\dfrac{dp}{dt}=r$이고, 곧 $\dfrac{k}{p(k-p)}\dfrac{dp}{dt}=r$이고, $(\dfrac{1}{p}+\dfrac{1}{k-p})\dfrac{dp}{dt}=r$이다. 양변을 적분하면 $\ln|t|-\ln|k-p|=rt+c$, 즉, $\ln\left|\dfrac{k-p}{p}\right|=-rt-c$이고, $\dfrac{k-p}{p}=e^{-rt-c}$이고, $\dfrac{k}{p}-1=e^{-c}e^{-rt}$이고, $\dfrac{k}{p}=1+e^{-c}e^{-rt}$이고, $p(t)=\dfrac{k}{1+e^{-c}e^{-rt}}$이다. 양면에 $t=0$을 대입하면, $p(0)=p_0=\dfrac{k}{1+e^{-c}}$ 이며, $e^{-c}=\dfrac{k}{p_0}-1$이다. 따라서 $p(t)=\dfrac{k}{1+(\dfrac{k}{p_0}-1)e^{-rt}}$이다.

39) 포식자와 피식자 간의 포식관계를 수량화한 공식. 1910년에 미국 수학자 Lotka와 이탈리아 생물학자 Volterra가 발표했다.

medicalhistory.jams.or.kr
https://doi.org/10.15521/jkmh.2023.36.1.073

면 克하는 데에 x_1의 에너지가 소비되어 감소한다고 생각한 것 같다. 그리하여 x_1의 증가율 $\dot{x}_1$은 x_1x_3와 음(−)의 비례관계를 갖는다고 보고, 비례계수 h를 곱한 $-hx_1x_3$ 항을 첨가시킨 것으로 추측된다.

그런데 x_1克x_3 일 때 과연 x_1의 에너지는 감소하는 것일까? x_1克x_3인 관계일 때, x_1과 x_3이 만나면 x_3은 에너지가 감소하고 x_1의 에너지는 증가한다고 보는 것이 합리적이다.

x_1克x_3 일 때 x_1을 포식자로, x_3을 피식자로 볼 수 있다. 포식자−피식자 모델의 ㉡식을 보면

$$\frac{dq}{dt} = \delta pq - \gamma q \qquad \text{㉡식}$$

포식자(q)와 피식자(p)가 만날 때, 포식자의 증가율에 대한 기여분은 $+\delta pq$항으로, pq와 양(+)의 비례관계를 갖는다. 그런데 이 모델에서 $-hx_1x_3$로 음(−)의 비례관계로 설정한 것과는 부호가 반대이다.

바꾸어 말한다면, Haipeng Lin 外의 모델은 x_1x_3와 음(−)의 비례관계를 갖는다고 보고, 비례계수 h를 곱한 $-hx_1x_3$항을 첨가시킨 모델이라고 볼 수도 있다. 그런데, 한편으로는 포식자−피식자 모델의 관점에서, 양(+)의 비례관계를 갖는다고 보고 $+hx_1x_3$항을 첨가시켜서 재구성할 수도 있다는 뜻이다. $-hx_1x_3$항을 $+hx_1x_3$항으로 대체하여 수리모델 분석을 해보는 것도 한번 시도해 볼만하다.

Ⅳ. 결론

陰陽五行論은 옛날 중국에서 탄생되어 운용범위가 확장되고 다양한 해석이 행해졌다. 근현대에 이르러 여러 가지 수학이론이 발달함에 따라 수학적 관점에서 오행론을 분석하는 작업들이 진행되었다.

五行論에 대한 수학적 접근은 대체적으로 두 가지로 나뉜다. ① 이산수학·대수학적 접근방법과 ② 미적분학·수치해석학적인 접근방법이다. 본고에서 살펴본 Yingshan Zhang과 Jinhyun Kim 外의 논문은 ①의 범주에 속하고, 이수빈 外 와 Haipeng Lin 外의 논문은 ②의 범주에 속한다고 볼 수 있다.

②에서는, 五行을 미분가능한 시간의 함수(differentiable function)로 보아 오행간의 연립미분방정식을 세우고 수치해석(numerical analysis)을 행한다. 과거에는 존재하지 않았던 이러한 방법론은, 아직은 이론적인 탐색에 머물러 있는 상태이지만, 오행에 대한 관찰영역을 새롭게 확장함으로써, 五行에 기존에는 없던 새로운 의미를 부여했다고 볼 수 있다.

비선형미분방정식의 연립방정식 형태로 표현되는 비선형 동력시스템(nonlinear dynamic system)은, 자연계에 존재하는 실재현상을 해석하기 위해 생물학이나 공학에서 이미 많은 연구가 이루어지고 있다. Haipeng Lin 外의 수리모델은 이 방식을 五行에 적용한 것이다. 생물학이나 공학과 같은 실재 현상이 존재하는 분야에서는, 이러한 수리모델이 실재 현상을 잘 설명하는지를 관찰이나 실험을 통해서 검증할 수 있다. 그런데 五行 자체는 하나의 가상의 관념으로서, 구체적인 자연현상이나 물리현상이 아니므로, 실재적인 검증이 곤란한 면이 있다.

앞으로도 수학, 공학, 생물학 및 기타 인접 학문의 다양한 이론을 통해서 陰陽五行에 대한 해석 작업은 지속될 것이다.

Ⅴ. 덧붙이는 글

戰國시대부터 秦漢시대에는 음양오행설은 의학, 자연, 천문, 인문, 정치 방면에 이르기까지 광범위하게 응용되었다. 『內經』에는 인체생리학과 의학뿐만 아니라, 고대 수학과 천문 역법까지 들어있다.

특히 오행학설의 두 가지 특징은, 만물은 오행에 배속된다는 것과 오행의 순환은 상생상극의 관계를 이룬다는 것이다. 오행학설은 사물을 분류하여 배속시킬 뿐만 아니라, 형상화시켜 비슷한 것을 연상해내게 하기도 한다. 오행학설은 인체의 동태 평형을 인식하고 서술하는 일종의 도식을 제공한다. 이러한 오행의 순환 도식은 오각형만이 가지고 있는 독특한 기하학적인 특성으로 설명할 수 있다.[40]

40) 區結成 지음. 남민호, 차웅석, 채윤병 옮김.『한의학 서양의학을 만나다』서울:군자출판사. 2010:89-93.

1900년 전후로 이미 오행을 부정하는 것이 중국 지식인 사회에서 추세가 되었다. 당시 영향력이 컸던 계몽사상가와 개량주의 사상가들은 한목소리로 오행학설을 부정했다. 개량주의 사상가 梁啓超는 「음양오행설의 내력」이라는 글을 통해서, 음양과 오행설을 함께 부정했다.[41] 1926년에는 章太炎이 「오장의 오행배속에 정설이 없음을 논함(論五臟附五行無定說)」이라는 글을 발표하는 등, 음양·오행·운기의 존폐 논쟁은 계속되었다. 근대 중국 한의계에는 舊學의 입장에서 음양·오행·운기학설을 옹호했던 사람들이 많지 않았다.[42] 1980년대에 현대 중의기초이론의 신과학을 창설한 바 있는 候占元은, 전통적인 오행 사유방식은 어느 것이라도 모두 포괄할 수 있어서, 모호하며 정작 어떤 정확한 문제에 대해서는 대답하지 못한다고 비판하였다.[43)]

각 분야의 학자들이 오행학설이 현대과학의 지지를 받을 수 있도록 노력해왔음에도 불구하고, 20세기 초에 시작된 오행학설의 존폐문제는 계속되었다. 1980년대를 전후로 중의학계에서는 오행학설을 새로운 관점에서 접근하려는 사조가 일었다. 바로 시스템이론(system theory)과 사이버네틱스(cybernetics)의 관점이다.

孟慶雲은 중의학과 사이버네틱스의 연관성을 설명하였다. 바이오리듬 제어, 피드백 제어, 최적제어, 퍼지제어 등의 원리가 중의학에도 유사한 예가 있다는 것이다. 예를 들면「소문·천원기대론」에서 '오행의 다스림에는 각각 太過와 不及이 있습니다. 그러므로 처음에 有餘함이 往하면 부족함이 따르고 부족함이 往하면 유여함이 따르는 것입니다'라는 문장의 경우이다.[44]

祝世訥은 시스템이론으로 중의학을 설명하였다. 整體觀과 관련된 전신제어는 현대의학의 항상성이론·스트레스반응이론·면역학설과 관련이 있으며, 聯系觀과 관련된 모순제어는 팔강변증·장부변증 등의 진단법을 통하여 각 요소 사이(臟과 臟, 臟과 象)의 상호관계를 조절하는 것과 관련 있으며, 動態觀과 관련된 자기제어는 인체를 동태적인 개방형 시스템으로 보아 인체의 자기조절능력을 증강시키는 것(建脾益氣·滋腎瀉火 등)과 관련이 있다는 것이다.

孟慶雲과 祝世訥 등의 이러한 시도는 거시적인 정체적인 관점에서 오행학설을 바라본 것이다. 이에 대비해서, 미시적 관점에서 접근하여 현대과학으로 중의학의 음양오행학설을 검증하는 시도도 있다. 예를 들어 현대 생리학과 생화학 지식을 통해 내경의 내용을 검증하는 경우이다.[45]

2000년대 초반에는 중의학의 현대화 작업의 일환으로, 전통적 이론 특히 음양오행 이론을 수학 및 물리학적으로 해석하는 연구가 중의사, 공학자, 과학자들에 의해 활발히 진행되었다.

역사적으로 보면 음양론과 오행론은 별도로 발생했는데 이 둘이 점차 결합되고 내용이 확충되어 점진적으로 완전한 음양오행이론이 성립되었다. 음양오행론은 음양 및 오행(목화토금수)이라는 7개의 기호와 이 기호들의 연산법칙을 통하여 우주와 세계만물을 해석하는 하나의 거대하고 완결된 사유체계라고 할 수 있다. 연산법칙이란 바로 음양의 대립·互根·消長轉化, 오행의 상생·상극·상승·상모의 법칙이다. 세계만물을 해석하는 궁극적인 모델이 중국에서 매우 이른 시기에 형성된 것이다.

四時의 순환에 의존하는 농업생산을 경제적 기초로 하는, 동태적 평형을 특징으로 하는 거시적 세계해석모델인 음양오행론은, 이른 시기에 성립된 이래 장기간 중국인의 사유방식에 막대한 영향력을 행사해왔다. 그런데 근대 서양의 과학기술과 이를 적용한 각종 발명품 및 무기는 이러한 음양오행의 사유체계를 흔들었다. 근대 서구 열강의 침탈과 청일전쟁, 중일전쟁 등 일련의 간난한 역사과정을 거치면서, 중국인들은 전통적 사유체계에 대한 자기부정의 단계에 들어서게 된다. 구체적으로는 음양오행 폐지론, 전통의학 폐지론과 같은 것이다.

正反合이라는 변증법적 관점에서, 음양오행론은 정(正; 성

---

41) 그는 '음양오행설은 2,000년 동안 미신의 본거지였으며, 오늘날에도 여전히 사회적으로 막대한 힘을 행사하고 있다. 오늘 마땅히 이것과 작별을 고하고 몰아내야할 것이다'라고 주장했다. 자오훙쥔 저, 이충열 역.『근대 중국 동서의학 논쟁사』. 서울:집문당. 2020:298.

42) 자오훙쥔 저. 앞의 책. p. 311.

43) "철학의 일반적 원리로써 의학문제를 설명해내는 것, 예를 들면 정기의 승강출입, 음양의 대립과 호근, 消長轉化, 오행의 귀류와 오행의 상생·상극·상승·상모로 인체 생명의 과정과 질병 발생을 설명하는 것은 그 활용범위가 넓은 것처럼 보여 임상의 각종 현상을 설명해내고 새로운 문제들을 모두 풀어낼 수 있는 것 같아 보인다. 그러나 모든 방정식을 풀어낼 수 있다는 것은 사실 어느 하나도 대답해내지 못한다는 것과 같다." 區結成 저. 앞의 책. p. 98-99.

44) 자오훙쥔 저. 앞의 책. p. 95.

45) 현대생리학은 신장의 기능이 배설뿐 아니라 비타민 D_3의 기능을 통해 칼슘의 흡수 및 대사에도 참여한다는 사실을 발견했으며, 칼슘의 흡수와 비타민 D_3가 骨대사에 매우 중요하다는 사실을 밝혀내었다. 이는 중의학에서 말하는 '腎主骨'의 현대적 해석이라 볼 수 있다. (그런데 미시적 관점에서 음양오행학설을 증명하는 것은 무엇이든 오행에 배속할 수 있어 자기합리화가 된 가능성이 높다는 함정이 있다.) 자오훙쥔 저. 앞의 책. p. 96.

medicalhistory.jams.or.kr
https://doi.org/10.15521/jkmh.2023.36.1.073

립)의 단계를 지나 반(反; 부정)의 단계를 거치고 있다. 최근 다양한 학문 분야에서 음양오행설을 현대적으로 해석하려는 일련의 연구들은 합(合)으로 나아가려는 시도라고 볼 수 있다. 그 시도는 아직 미약해서 어떤 형태로 합(合)을 이룰 것인가는 더 시간이 지나야 알 수 있을 것이다.

수학은 공리(axiom)와 정의(definition)에서 출발하여, 논리법칙을 사용하여 이론을 전개하는 학문이라고 할 수 있다. 논리적 추론을 진행하다보면 감각과 경험과 고정관념을 넘어서는 결론에 도달하기도 한다. 음수(-), 허수(i), 사원수(quaternion)와 같은 것은 오감으로 경험할 수 있는 자연스러운 개념이 아니고, 논리적 사유의 산물이다. 감각과 경험과 고정관념의 구속을 넘어설 수 있는 강력한 도구가 바로 수학 및 수학적 방법론이다. 서구 근대과학이 탄생할 수 있었던 배경에는 바로 수학과 수학적 방법론이 있다고 생각된다.

본고에서 음양오행의 수리모델에 대해 고찰했다. 음양오행에 대해 수리모델을 세우는 데는 한 가지 방법만이 존재하지는 않는다. 현대의 수학에는 다양한 분과가 있고, 계속 새로운 수학이론이 생겨나고 있다. 각각의 수학이론의 관점에서 음양오행의 수리모델을 세울 수 있을 것이고, 그 이론의 관점에서 음양오행을 해석할 수 있을 것이다. 그리고 이렇게 해석된 음양오행은 본래의 음양오행이 아니라, 적용된 수학이론의 관점에서 본 음양오행이 된다.

참고문헌

1. 김진현. 「수학적 예후 모델 기반 약재추론 알고리즘 연구」. 2011년도 사업보고서. 한국한의학연구원.
2. Yingshan Zhang. 「Mathematical Reasoning of Treatment Principle Based on “Yin Yang Wu Xing” Theory in Traditional Chinese Medicine」. Chinese Medicine. 2011;2:6-15.
3. Jinhyun Kim, Miyoung Song, Jungim Kang, Sang-Kyun Kim, Changseok Kim, Hyunchul Jang 外. 「A Mathematical Model for the Deficiency-Excess Mechanism of Yin-Yang in Five Viscera」. Chin J Intergr Med. 2014;20(2):155-160.
4. 이수빈, 강정임, 김상균, 김안나, 이상희. 「계절이 오행의 상태에 미치는 영향」. 대한한의학회지. 2013;34(1):136-145.
5. Haipeng Lin, Jing Han. 「Analysis of Dynamic Five-Element Model」. Proceedings of the 39th Chinese Control Conference. July 27-29, 2020, Shenyang, China.
6. Wei Yun, Chanlun Duan. 「Modeling on the Five Elements Throry of traditional Chinese Medicine Based on Predicate Logic theory」. 2009 International Conference of Computational Intelligence and Software Engineering. 2009. p. 1-4.
7. Wen-ran Xhang, Su-shing Chen. 「Equilibrium and nonequilibrium modeling of yinyang wuxing for diagnostic decision support in traditional Chinese medicine」. International Journal of Information Technology & Decision Making. 2009;8(3):529-548.
8. N. N. Ganikhodjaev, C. H. Pah, U. Rozikov. Dynamics of quadratic stochastic operators generated by China's five element philosophy. Journal of difference equations and applications. 2021;27(8):1173-1192.
9. 양계초, 풍우란 지음. 김홍경 편역. 『음양오행설의 연구』. 서울:신지서원. 1993.
10. 김남일. 「王氷의 陰陽五行理論의 易學的 활용에 대한 연구」. 한국의사학회지. 2002;15(1):43-62.
11. 박상균, 방정균. 「“淸氣在下 濁氣在上”에 대한 고찰 - 『傷寒論』 病症과의 비교」. 한국의사학회지. 2019;32(1):33-42.
12. 여민경, 김태열, 이병욱, 김기욱. 「五臟과 五味의 苦欲補瀉에 관한 연구」. 한국의사학회지. 2015;28(1):53-60.
13. 김남일. 「『동의보감』의 『素問玄機病原式』 五運主病의 運用」. 한국의사학회지. 2000;13(1):103-110.
14. 김남일. 「歷代 傳統藥理學說의 變遷」. 한국의사학회지. 2005;18(2):3-14.
15. 차웅석, 백유상. 「약선(藥膳)의 역사에 관한 소고(小考)」. 한국의사학회지. 2004;17(1):255-264.
16. 김남일. 「한국한의학의 학술유파에 관한 시론」. 한국의사학회지. 2004;17(2):3-25.
17. 양영준, 안상우. 「『만병회춘』 醫案속에 보이는 朝夕補法에 관한 연구」. 한국의사학회지. 2005;18(1):49-63.
18. 김도원, 차웅석. 「조헌영의 『東洋醫學叢書』에 대한 의사학적 연구」. 한국의사학회지. 2022;35(1):119-134.
19. 강민휘, 김기욱. 「雷公-黃帝의 醫學思想에 관한 연구」. 한국의사학회지. 2017;30(2):83-100.
20. 정유옹, 한봉재, 정지훈. 「『승정원일기』를 통해 살펴본 현종에 대한 오수혈 활용」. 한국의사학회지. 2022;35(2)

:35-44.
21. 정유옹, 국수호, 한창연, 강연석, 조명래, 차웅석. 「『醫林撮要』의 침구법에 대한 연구」. 한국의사학회지. 2022;35(1):37-44.
22. 區結成 지음. 남민호, 차웅석, 채윤병 옮김. 『한의학 서양의학을 만나다』 서울:군자출판사. 2010.
23. 자오홍쥔 저, 이충열 역. 『근대 중국 동서의학 논쟁사』. 서울:집문당. 2020.