

균일 및 난류 입구조건이 램프 후류 형상 및 성장에 미치는 영향

구티 로키시 카리안^{*1} · 요시프 무스타파^{*2} · 임희창^{*†}

Effects of Uniform and Turbulent Inflow Conditions on Wake Topology and Vortex Growth Behind a Ramp

Lokesh Kalyan Gutti^{*1}, Mustafa Z. Yousif^{*2}, and Hee-Chang Lim^{*†}

Abstract This work is to observe the wake flow generated behind a ramp. We have conducted a large eddy simulation with two ramp models having different heights with two different inflow conditions. Reynolds number based on the height of the large ramp (LR) and small ramp (SR) are $Re_h = 2.8 \times 10^4$ and 1.4×10^4 respectively. The wake flow visualization shows the formation of streamwise counter-rotating vortices pairs at the downstream of the obstacle. These primary vortices are stretched and lifted up when moving downstream. In order to observe the effect of the inflow condition on the wake transition, two different inlet flow conditions are given on the inlet section as an inlet boundary condition. Induced counter-rotating vortices pairs due to sharp-edged triangular ramp obstacles are developed and propagated downstream. In the result, the large ramp shows a more complicated wake structure of the boundary layer than the small ramp.

Key Words : large eddy simulation (거대에디모사), wake topology (후류 형상), inlet conditions (입구조건), ramp (램프), primary vortex (주 와류)

1. 서론

램프(ramp)와 같은 급격하게 변하는 구조물 주위를 흐르는 난류 유동은 실제적인 중요성과 난류의 기본적 물리특성을 제공할 수 있는 잠재력 때문에 수 년 동안 많이 고려되어 왔다. 이러한 교란 뿐만 아니라 벽에 수직인 운동량 분포에 미

치는 영향은 박리제어에 대한 응용분야 및 공기역학적 문제에 매우 중요하다. 특히, 난류경계층과 그 밑에 놓인 구조물 사이의 에너지 및 운동량 교환 특성에 대한 연구는 연구자들에게 많은 관심을 가져왔으나, 연구에 어려운 주제이다.

지난 수 십 년 동안 많은 연구가 램프를 거칠기 요소로 간주하고, 항력 변화와 난류경계층 유동에 대해 해석하여왔다. Dong 등⁽¹⁾은 높이와 각도를 $h = 2\text{mm}$, $\alpha = 48^\circ$ 로 설정한 동일한 슬롯형 마이크로 램프(SMR)와 마이크로 램프(MR)를 이용한 라지에디해석(LES)을 이용하여 수치해석을 수행하였다. 그 결과, SMR은 마이크로 램프에 비해 보다 복잡한 후류구조를 가진다는 것을 밝

^{*} School of Mechanical Engineering, Pusan National University, Busan, Republic of Korea

[†] Professor

E-mail: hclim@pusan.ac.kr

¹ Graduate student

² Postdoctoral researcher

혀내었다. 특히, Ye 등⁽²⁾은 풍동에서 PIV를 이용하여 마이크로램프 후류의 유동천이에 대한 메커니즘을 실험적으로 분석했다.

Yan 등⁽³⁾은 $M = 2.5$ 및 $Re_\theta = 5,760$ 으로 완전발달된 난류유동장을 입구조건으로 초음속 유동을 이용하여 마이크로 램프(micro-ramp) 와류 발생기(Micro Vortex Generator, MVG)의 제어 효과를 확인하기 위해 라지에디해석을 수행하였다. Avallone 등⁽⁴⁾은 적외선 온도계와 물체 주변의 국소 열 플럭스를 이용한 고속 천이유동 메커니즘에 대해 실험적 연구가 이루어졌으며, 그 연구에서 풍동의 마하수가 7.5의 조건에서 세 가지 거칠기 표면의 영향에 대해 분석하였다.

Zhao 등⁽⁵⁾은 레이놀즈 수 (Re)가 약 5.2×10^4 (유속 약 $34.7m/s$) 에서 램프를 이용한 채널유동에서 말굽형 와류구조를 형성시켰으며, 램프 뒤에는 램프에서 추출되는 열을 억제시키기 위해 냉각수 제트를 뿌려주었다. 이 때 냉각류 유동의 경우 유속과 레이놀즈 수는 각각 $20.82 m/s$, $Re=8.35 \times 10^3$ 으로써 긴 채널유동으로 수행되었다. 재순환 영역은 채널의 상류에서 발생하는 말굽형 소용돌이에 의해 형성되었다.

MVG는 그 자체의 형상으로 하류에서 잘 알려진 헤어핀 와류 (hairpin vortices)를 생성시킨다고 알려져 있으며, Acarlar & Smith⁽⁶⁾은 이를 이용하여 수조에서 반구의 표면에 적용하여 유속 $0.3m/s$ 에서 약 20% 가량의 난류강도분포를 얻어내었다. 그들은 하류에서 특히 다양한 헤어핀 와류 형상을 조사했으며, 2차 와류가 헤어핀 와류의 쌍회전특성으로 인해 상승하면서 낮은 운동량 유동에 의해 발생된다고 보고한 바 있다. 마이크로 램프의 표면 조도로 수치해석을 통해 와류링 (vortex rings)을 생성시키는 것 뿐만 아니라 다중 Kelvin-Helmholtz 와류 와 헤어핀 와류가 벽면에서 생성되는 흥미로운 연구주제들이 기존에 있어 왔다.⁽⁷⁻¹⁰⁾

Borodulin 등⁽¹¹⁾은 랜덤 접근법에 기반한 DNS 해석을 수행하였고, 이의 검증을 위하여 열선 유속계를 이용하여 병행 실험을 수행하였다. 실제 이 연구에서, 유동 및 유동수직방향 속도장은 \wedge 구조와 링형태의 와류구조가 연속적으로 형성되는 것을 보여주었다. Li & Liu⁽¹²⁾는 MVG에 대해

구현된 거대에디해석 (ILES)을 수행하였다. 그들은 유동에 의한 와류 뿐만 아니라 MVG와 벽면의 점도의 영향으로 인한 운동량 손실의 원인을 밝혀내었다.

본 연구에서는 수치해석을 통해 도출된 결과를 Ye 등⁽²⁾의 PIV 실험결과와 비교하여 거대에디해석에 기반한 수치해석의 방법론을 검증하고자 한다. 또한, 본 연구에서 적용된 수치해석기법을 이용하여 두 개의 서로 다른 높이의 램프에 대하여 하류에서의 속도값들과 와류 구조에 초점을 두고 다양한 특성을 파악하고자 한다.

2. 수치해석방법

2.1 유동장 지배방정식

비압축성 상태의 뉴턴유체의 유동은 다음의 비압축성 Navier-Stokes 방정식의 해를 구함으로써 얻어질 수 있다.

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j u_i) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \tag{2}$$

여기서 u_i 는 방향에 따른 속도성분을 나타내며, 압력은 p 로 표시된다. 밀도와 동점성계수는 각각 ρ 와 ν 로 표현된다. 대부분의 유체유동의 경우 식(1)-(2)로 난류유동을 표현할 수 있으나, 모든 스케일의 유동을 높은 해상도로 다 표현하는 것은 어려움이 있다. 따라서, 거대에디포사와 같은 난류유동이 특정 큰 스케일의 에디성분만 고려하는 해석법을 사용하게되며, 이러한 큰 스케일과 작은 스케일의 차이는 일반적으로 필터링이나 성긴격자를 보정함으로써 적절한 에너지량을 보전하게된다.(Gent 등⁽²²⁾)

그리고 식(2)는 기존 비압축성 N-S방정식을 필터링하여 큰 스케일의 비압축성 속도장의 운동을 효과적으로 표현할 수 있다. (Argyropoulos & Markatos⁽²³⁾) 여기서 각 변수 위의 선은 시간평균량을 나타낸다. 식 (3)과 (4)에서 \bar{u}_i , \bar{p} , 그리고 τ_{ij}

는 각각 유동방향의 시간평균 속도성분, 시간평균 압력, 그리고 응력텐서를 나타낸다.

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_i \bar{u}_j) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \tau_{ij} \quad (4)$$

유동의 크고 작은 스케일간의 상호 물질전달은 난류유동이나 서브필터스케일 (즉, $\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j$)에 의해 표현된다. (Meneveau & Katz⁽¹³⁾, Raxafindralandy 등⁽¹⁴⁾, Nicoud & Ducros⁽¹⁷⁾)

가장 신뢰성이 있는 난류 모델로서 WALE (Wall-Adapting Local Eddy-viscosity) 모델을 들 수 있고 다음과 같이 표현된다. (Nicoud & Ducros⁽¹⁷⁾)

$$\mu_t = \rho \Delta_s^2 \frac{(s_{ij}^d s_{ij}^d)^{3/2}}{(\bar{s}_{ij} \bar{s}_{ij})^{5/2} + (s_{ij}^d s_{ij}^d)^{5/4}} \quad (5)$$

여기서 모델에 들어가는 인자들은 아래와 같이 정의된다.

$$\Delta_s = C_w (\Delta x \Delta y \Delta z)^{1/3} \quad (6)$$

여기서 C_w 는 상수이며, 수치해석적으로 균일 등방성난류의 특성을 고려하여 0.55로 설정하였다.

$$S_{ij}^d = \frac{1}{2} (g_{ij}^{-2} + g_{ji}^{-2}) - \frac{1}{3} \delta_{ij} g_{kk}^{-2} \quad (7)$$

$$\bar{g}_{ij} = \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \quad (8)$$

3. 모델 및 경계조건

3.1 도메인 입구조건

수치해석 도메인 내 하류에서 유동장 변화특성을 확인하기 위해서 두 가지 입구조건과 높이가 다른 두 가지 램프형상을 사용하였다. (Fig. 1 참조) 도메인의 입구조건은 16m/s의 균일유속과 자유단은 16m/s이지만 벽법칙을 따르는 난류경계층형상을 가지는 입구유동장을 고려하여 난류경계층유동의 영향을 볼 수 있도록 하였다. 두 가지 서로 다른입구 유동조건을 서로 다른 램프 형상을 지나면서 만들어지는 박리 및 후류의 변화 특성을 확인하고자 하였다.

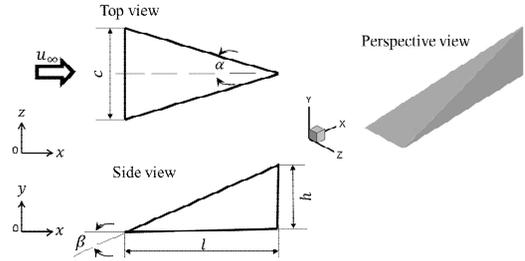


Fig. 1. Geometry and dimensions for ramp obstacle

여기서 출구쪽 단면에는 압력 보정문제를 해결하고, 운동량 u , v , w 의 안정성을 높이기 위하여 연동기법 (coupled scheme)을 적용하였으며, 해석 타임스텝마다 속도성분들을 업데이트하였다. 압력기반 연동솔버(pressure-based coupling solver, PBCS)는 질량 및 운동량, 에너지, 그리고 전달식을 직접적으로 구하기 위해 사용되었고 각 스텝별로 물성들을 업데이트하였다. 특히, 이 기법은 해석에서 벡터장 발산문제(divergence free)를 해결하는데 도움이 되었다.

Table 1. Flow conditions and shape parameters used in the ramp

Models	u_∞ (m/s)	c (m)	h (m)	l (m)	M	α ($^\circ$)	β ($^\circ$)	Re_h
LR	16	0.3	0.3	1	0.046	8.5	17	2.8×10^5
SR	16	0.3	0.15	1	0.046	8.5	8.5	1.4×10^5

3.2 램프 모델

서로 다른 두 개의 램프 모델에 대한 해석을 위해 도메인크기는 동일하게 하였으나 램프모델 자체는 높이를 2배로 변화시켰다. 편의상 큰 램프모델을 LR 그리고 상대적으로 작은 모델은 SR로 정의하였다. Table 1에 기술한대로 LR은 높이가 0.3m으로 입구에서 $x/h = 2$ 에 위치시켰다. 너비(c)는 0.3m로 램프 코드길이 (l)는 1m로 설정하였다.

반스융각도(half sweep angle)와 입사각(incidence angle)은 LR은 8.5° 와 17° 로 설정하였다. SR의 경우 높이(h)는 LR의 절반높이에 해당하는 0.15m이며 입사각은 $\beta = 8.5^\circ$ 로 설정되었다. 코드길이(l), 너비(c), 그리고 반스융각은 모두 LR과 동일하게 설정되었다.

바닥에 놓인 램프모델에 대해 수치해석 도메인의 개략도는 Fig. 2에 제시하였다. 유동방향의 길이는 $67h$ 로 여기서 h 는 램프의 높이이며 측면과 상부경계면과의 거리는 충분히 후류가 성장할 수 있는 공간을 확보할 수 있도록 $7h$ 가량으로 설정하였다. 입구에서 램프모델의 전단부사이의 거리는 $2h$ 로 설정하였다.

수치해석을 위하여 입구유동조건은 속도입구조건이 주어졌으며, 자세한 설명은 이미 3.1절에 기술되어있다. 이에 반해 출구유동조건은 압력경계조건을 주었으며, 측면의 벽은 주기경계조건을 부과하였다. 또한 바닥면과 램프모델의 경우 점착조건을 적용하여 벽의 특성을 살릴 수 있도록 하였다. 이에 반해 상부 경계면의 경우 대칭조건(symmetry boundary condition)을 주었다.

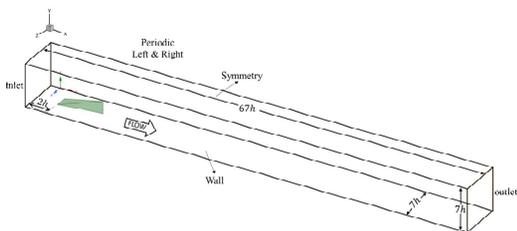


Fig. 2. Schematic diagram of computational domain with boundary conditions

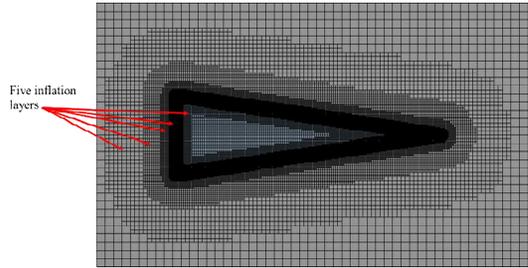


Fig. 3. Sectional view of cell meshing close to ramp obstacle

4. 결과 및 토의

4.1 램프모델의 유동박리 및 후류유동

우선 본 연구에서는 시간평균 유동장을 램프의 후류에서 몇 개의 주요단면을 추출하여 분석하였다. 해석을 통해 얻어진 유동성분은 자유단 유속 u_∞ 으로 무차원되었다. Fig. 4는 기존의 실험과 수치해석결과들을 서로 비교하였다. 특히, 기존 실험의 경우 Ye 등⁽²⁾의 PIV 실험을 이용하였으며, 거대와류모사(LES)의 경우는 Belkho 등⁽¹⁵⁾의 결과와 비교하였다. 비교한 단면은 $x/h = 12, 22$ 그리고 47, 여기서 x 는 입구단면에서의 거리를 y 는 유동에 수직방향의 지면에서의 높이를 나타낸다. Fig. 4에서 나타낸 바와 같이 평균유동장이 무차원 평균속도 u/u_∞ 의 분포로 비교되었으며, 속도 분포는 램프 후류의 중앙단면을 따라 후류의 특성을 잘 나타내고 있다. 결과에서 볼 수 있듯이 후류유동이 램프 바로 뒤 ($x/h = 12$)에서 속도손실이 크게 일어나며, 하류 $x/h = 47$ 에서도 속도손실이 회복되는 것을 볼 수 있다. 그러나, 먼 하류 $x/h = 47$ 에서는 유동이 많이 회복되는 것을 볼 수 있다. 특히, 하류로 나아감에 따라 후류 손실의 국소최소치 (그림에서 u_{wake})의 위치가 점차 지면에 수직인 높이 방향으로 점차 올라가는 것을 볼 수 있다. 흥미롭게도 입구의 유동조건이 균일유동과 경계층 유동에 따라 속도분포의 회복뿐만 아니라 크기의 변화도 차이가 크게 났다. 이는 입구의 유동조건이 MVG의 후류유동에 어떤 영향을 줄 수 있는지 알 수 있다. 또한 $x/h = 14$ 에서 제시된 난류운동에너지 (TKE)에 대한 등고선

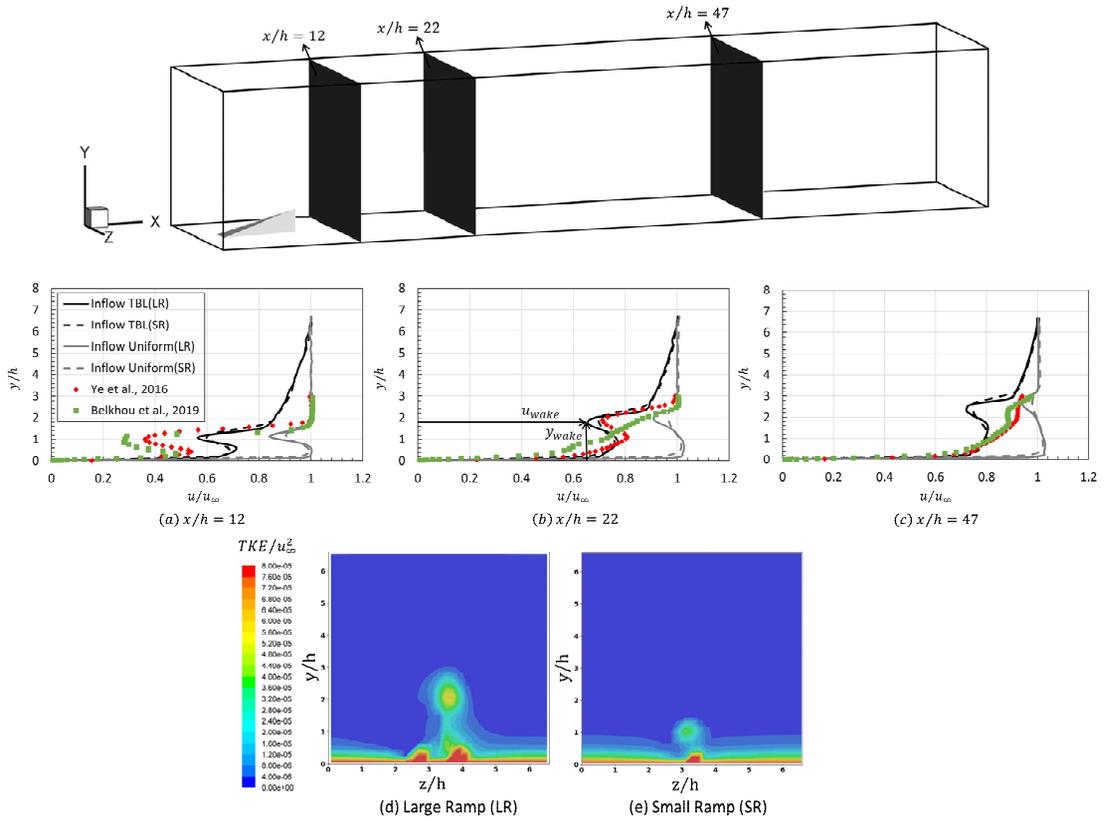


Fig. 4. Comparison of turbulent boundary layer profiles of both ramp obstacles at $x/h = 12, 22$ and 47 , and contour plot of Turbulent Kinetic Energy (TKE) at $x/h = 14$.

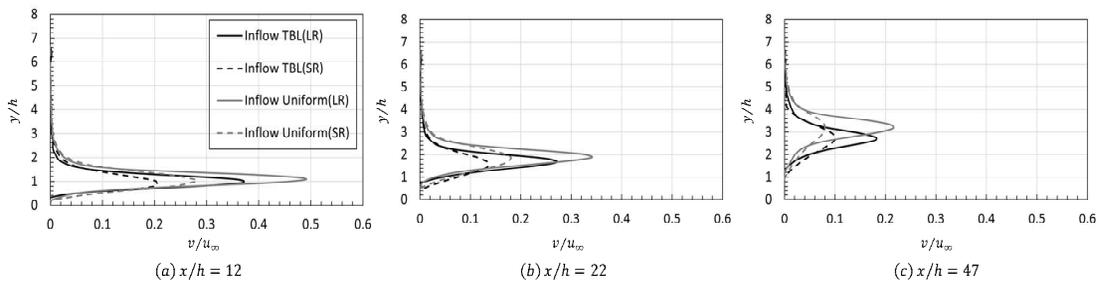


Fig. 5. Profiles of wall-normal velocity at $x/h = 12, 22$ and 47

특성에서 나타낼 수 있듯이 SR에 비해 LR에서 높은 값을 보여주고 있다. 또한 두 램프 후류에 있는 TKE 변화에 뚜렷한 기하학적 구조와 관련된 유동특성을 보여주고 있다. 즉, LR은 유입되는 유동에 상대적으로 높은 장애물로 작용하여 유동박리 및 재부착이 두드러지고 있으며, 전단

층 및 재순환 구역을 포함하여 복잡한 유동구조를 생성시켜 TKE 크기를 증가시키는데 기여한다.

Fig. 5는 유동의 수직방향유동의 평균속도를 나타내고 있으며, 램프의 높이에 따른 영향을 같이 확인할 수 있다. 상류유동의 조건에 따라 램프의 바로 뒤 $x/h = 12$ 에서 최대 속도가 약

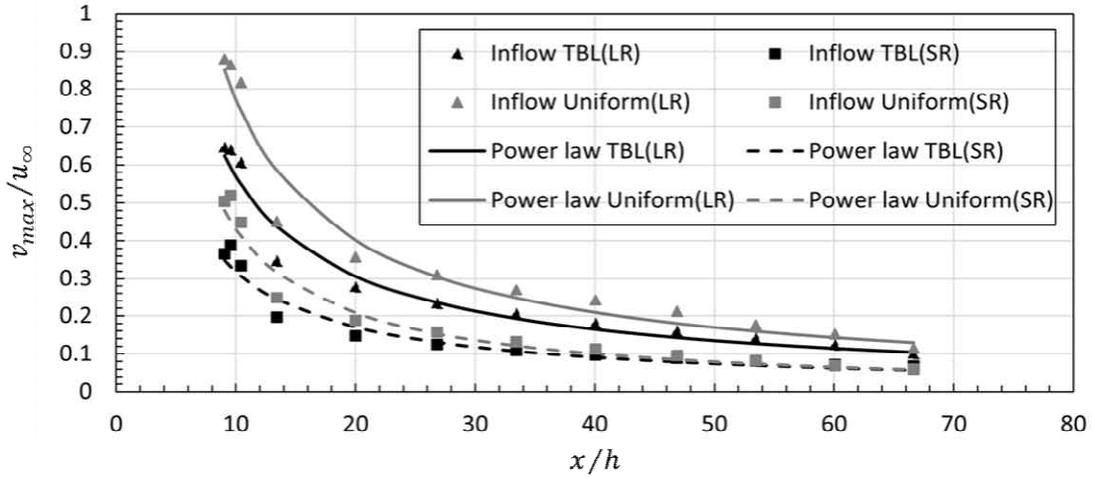


Fig. 6. Streamwise decay of maximum upwash velocity and power law fit

20%가량 차이가 나고 있으며, 이는 LR과 SR 모두 유사한 특성을 보였다. 이는 하류 $x/h = 22$ 와 47 에서도 유사한 비율로 차이가 나고 있으며, 이와 함께 하류에서 최대 속도의 높이는 점점 상부로 올라가는 것을 볼 수 있다.

Fig. 6은 Fig. 5에서 관찰된 최대 수직유속값들을 다양한 입구유동조건 뿐만 아니라 램프의 높이에 따라 값을 서로 비교하였다. Sun 등⁽¹⁶⁾의 보고에 따르면 최대속도값 (v_{max})는 하류로 나아감에 따라 멱법칙 함수의 특성을 가지며 감소한다고 보고하고 있으며, 각 해당 값들에 대해 최소자승법에 의한 회귀분석을 수행하였다.

$$\frac{v_{max}}{u_{\infty}} = 4.5 \left(\frac{x}{h} \right)^{-0.89}, \text{ TBL inflow (LR)} \quad (9)$$

$$\frac{v_{max}}{u_{\infty}} = 2.6 \left(\frac{x}{h} \right)^{-0.90}, \text{ TBL inflow (SR)} \quad (10)$$

$$\frac{v_{max}}{u_{\infty}} = 6.8 \left(\frac{x}{h} \right)^{-0.94}, \text{ Uniform inflow (LR)} \quad (10)$$

$$\frac{v_{max}}{u_{\infty}} = 4.1 \left(\frac{x}{h} \right)^{-1.05}, \text{ Uniform inflow (SR)} \quad (10)$$

4.2 다양한 조건에서 램프모델의 후류유동

두 가지 램프모델들에 의해 발생하는 와류는 두 개의 주 와류쌍으로 분리되어 하류로 이동된다. 이러한 와류 중 유동방향 와도 ω_x 의 특성에 대해 $x/h = 14$ 와 32 에서 yz 단면에서 그 값들을 비교해 보았다. 특히, Fig. 7에서 화살표는 난류 경계층과 균일조건에 대한 주 와류쌍을 나타낸다. 그림에서 적색과 청색은 각각 시계방향 및 반시계방향으로 회전하는 유동을 나타낸다. 그림에서 $x/h = 32$ 의 단면에서 주 와류쌍이 벽면점성에 의한 역압력구배의 영향으로 $x/h = 12$ 단면에 비해 벽면에서 벽면수직방향으로 LR과 SR 모든 경우에 대해 와류쌍이 상승해 있는 것을 볼 수 있다. 그러나, SR의 경우가 상대적으로 낮은 운동량을 가지는 반면 TBL의 경우 약 2.7배, 그리고 균일유동의 경우 약 2.1배 가량의 상대적으로 넓은 범위의 등와도분포를 보여주고 있으며, 이는 벽면전단응력에 의해 영향을 받는 것으로 판단된다.

4.3 램프를 따라 지나가는 유선특성

Fig. 8은 LR과 SR에 대해 램프모델들을 지나가는 유선들을 모아서 나타내었으며, 색깔은 유동방향 유속을 자유단유속(u_{∞})으로 무차원하였다.

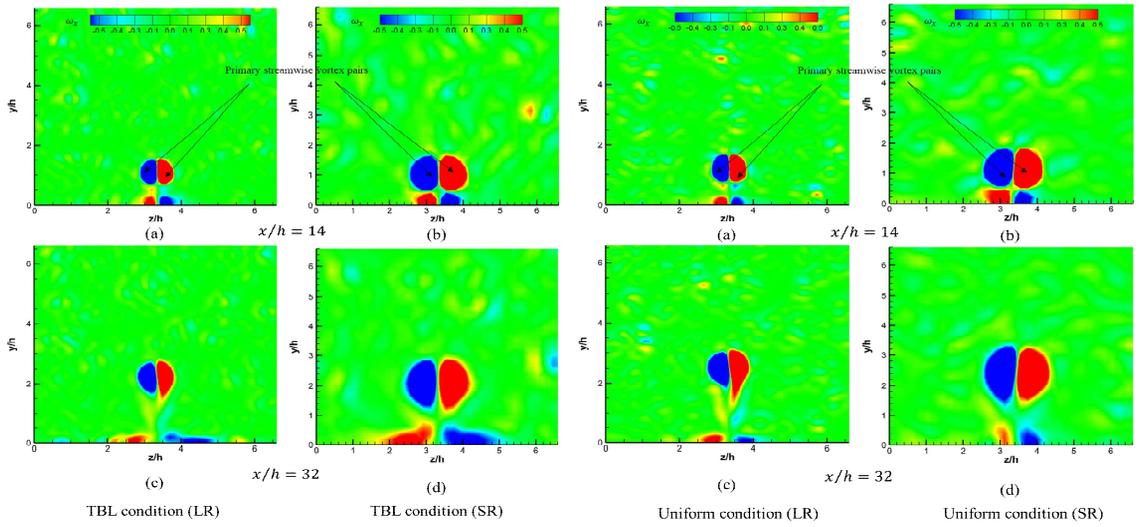


Fig. 7. Contours of vorticity on different streamwise locations for TBL and Uniform conditions.

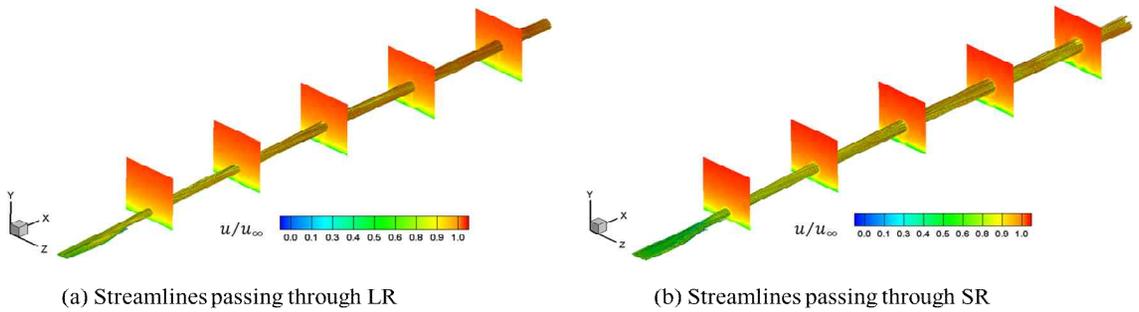


Fig. 8. Variation of streamlines and streamwise velocity distribution behind the ramps

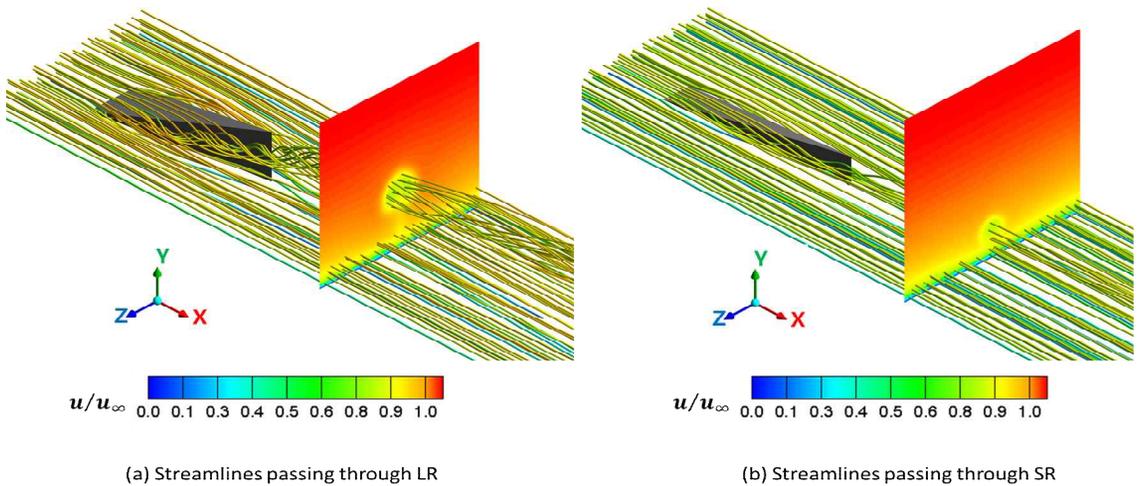


Fig. 9. Closer view of streamlines and streamwise velocity distribution behind the ramps.

유동방향 속도분포는 각 위치면 단면으로 표시하였으며 유동이 이동하는 방향을 나타낸다. 또한, 역방향 회전 유동방향 와류쌍은 유선과 유사한 유동패턴으로 보여진다. 두 LR과 SR에 대해 주 와도 쌍에 대해 양의 값은 유동방향을 가리킨다. Fig. 9의 경우 앞서 Fig. 8의 유선 및 유동방향 유동특성에 대해 보다 접사시켜 유선과 유동특성을 확인하였으며, 보여 명확히 그 특성을 보여주고 있다.

그림에서 볼 수 있듯이 램프 양쪽에 형성된 다운위시 유동은 램프의 바다 부근의 유동을 중심으로 형성되면서, 난류경계층의 경우 지면 인근의 유동이 상부유동을 유발한다. 기존 연구에서 기술한 바에 따르면, 전형적인 램프모델에 대해 주 유동과 박리된 경계층 사이에 운동에너지는 서로 교환이 일어나면서 발생된 두 개의 역방향 회전와류의 회전으로 인해 박리된 경계층을 활성화시키며 압력분포를 변화시킬 수 있다고 논의한 바 있다.

본 연구결과로 램프모델 중 LR의 경우 하류단면을 따라 1차 와류쌍의 수직방향으로 증가하는 것을 보이며 향상된 와류특성을 보이고 있다. 또한 1차와류와 벽면사이의 상호작용으로 인해 벽 근처 강한 2차 와류를 생성하였다. 무엇보다 LR은 이전 연구와 비교했을 때, 더 높은 유동속도와 강한 와류를 생성시켜 유동제어효과가 뚜렷함을 확인할 수 있었다. 이에 반해 SR의 경우 하류를 따라 제어효과가 낮게 나타나는 것을 확인할 수 있었다. 또한 SR 하류의 유동에 미치는 영향이 크지 않았으며, 팽창은 완만하고 운동량 감소가 현저하였다. 또한 기존연구에 비해 상대적으로 낮은 유속과 약한 와류를 형성하였다.

5. 결론

거대에디모사를 이용한 수치해석을 기반으로 두 가지 입구조건 (난류경계층 및 균일 유속조건)을 적용하여 서로 다른 높이의 램프모델들의 후류에 발생하는 유동박리 및 후류유동 특성에 대해 아래와 같이 요약하고자 한다.

난류경계층으로 인해 램프 모델로 인한 후류

특성은 다양한 위치 $x/h = 12, 22, 47$ 에서 Ye 등⁽²⁾의 실험 데이터 및 Belkhou 등⁽¹⁵⁾의 거대에디모사 결과와 비교하였으며, 전체적으로 잘 일치하였다. 유동의 수직방향 최대 유동손실이 발생하는 높이와 크기는 두 램프모델 모두에서 점진적으로 증가하였다. 또한, 램프의 크기에 따라 상승속도의 강도가 증가하였다.

LR의 경우 하류를 따라 yz 단면 상 유동방향 와도는 주 와류 쌍의 경우 수직 방향으로 늘어나며, 벽 인근에서 새로운 와류 쌍이 형성되었다. 또한, SR의 경우 $x/h = 32$ 에서 주 와류 쌍이 늘어나는 것이 관찰되었지만, 상대적으로 적은 와류출 효과가 관찰되었다. 이는 벽 근처 많은 전단층 효과로 판단된다. 벽 인근 와류쌍은 SR에서도 관찰되었다.

후 기

이 논문은 2021년도 정부(산업통상자원부)의 재원으로 한국에너지기술평가원의 지원(2021400000140, 청정에너지 융합 발전 융합대학원 과 2019년도 정부(교육부)의 재원으로 2019(한국연구재단)의 지원을 받아 수행된 연구임(2019R1I1A3A01058576, 공학기술기반의 격리챔버 내 극한압력 생성 및 다물리해석)

REFERENCE

- 1) X. Dong, Y. Chen, G. Dong, and Y. Liu, "Study on wake structure characteristics of a slotted micro-ramp with large-eddy simulation," *Fluid Dyn. Res.*, vol. 49, no. 3, p. 035507, Apr. 2017.
- 2) Q. Ye, F. F. J. Schrijer, and F. Scarano, "Boundary layer transition mechanisms behind a micro-ramp," *J. Fluid Mech.*, vol. 793, pp. 132-161, Apr. 2016.
- 3) Y. Yan, L. Chen, Q. Li, and C. Liu, "Numerical study of micro-ramp vortex generator for supersonic ramp flow control at Mach 2.5," *Shock Waves*, vol. 27, no. 1, pp. 79-96, Jan. 2017.
- 4) F. Avallone, F. F. J. Schrijer, and G. Cardone,

- “Infrared thermography of transition due to isolated roughness elements in hypersonic flows,” *Phys. Fluids*, vol. 28, no. 2, p. 024106, Feb. 2016.
- 5) M. Zhao, Y. Bian, J. Xu, and T. Ye, “Large eddy simulation of film cooling with different upstream obstacles,” *Int. J. Therm. Sci.*, vol. 161, p. 106722, Mar. 2021.
 - 6) M. S. Acarlar and C. R. Smith, “A study of hairpin vortices in a laminar boundary layer. Part 1. Hairpin vortices generated by a hemisphere protuberance,” *J. Fluid Mech.*, vol. 175, pp. 1-41, Feb. 1987.
 - 7) X. DaWen, Z. Chen, J. XiaoHai, and F. BaoChun, “Numerical investigations on the wake structures of micro-ramp and micro-vanes,” *Fluid Dyn. Res.*, vol. 4, p. 5505, Feb. 2014.
 - 8) X. Dong, Y. Yan, Y. Yang, G. Dong, and C. Liu, “Spectrum study on unsteadiness of shock wave-vortex ring interaction,” *Phys. Fluids*, vol. 30, p. 056101, May 2018.
 - 9) Y. Yan, C. Chen, X. Wang, and C. Liu, “LES and analyses on the vortex structure behind supersonic MVG with turbulent inflow,” *Appl. Math. Model.*, vol. 38, no. 1, pp. 196-211, Jan. 2014.
 - 10) P. L. Blinde, R. A. Humble, B. W. van Oudheusden, and F. Scarano, “Effects of micro-ramps on a shock wave/turbulent boundary layer interaction,” *Shock Waves*, vol. 19, no. 6, pp. 507-520, Dec. 2009.
 - 11) Y. Yan, Q. Li, C. Liu, A. Pierce, F. Lu, and P. Lu, “Numerical discovery and experimental confirmation of vortex ring generation by microramp vortex generator,” *Appl. Math. Model.*, vol. 36, no. 11, pp. 5700-5708, Nov. 2012.
 - 12) C. Liu, L. Chen, P. Lu, and X. Liu, “Study on multiple ring-like vortex formation and small vortex generation in late flow transition on a flat plate,” *Theor. Comput. Fluid Dyn.*, vol. 27, no. 1, pp. 41-70, Feb. 2013.
 - 13) V. I. Borodulin et al., “Late-Stage Transitional Boundary-Layer Structures. Direct Numerical Simulation and Experiment,” *Theor. Comput. Fluid Dyn.*, vol. 15, no. 5, pp. 317-337, May 2002.
 - 14) Q. Li and C. Liu, “Implicit LES for Supersonic Microramp Vortex Generator: New Discoveries and New Mechanisms,” *Model. Simul. Eng.*, vol. 2011, p. e934982, Apr. 2011.
 - 15) C. Meneveau and J. Katz, “Scale-Invariance and Turbulence Models for Large-Eddy Simulation,” *Annu. Rev. Fluid Mech.*, vol. 32, no. 1, pp. 1-32, 2000.
 - 16) D. Razafindralandy, A. Hamdouni, and M. Oberlack, “Analysis and development of subgrid turbulence models preserving the symmetry properties of the Navier-Stokes equations,” *Eur. J. Mech. - BFluids*, vol. 26, no. 4, pp. 531-550, Jul. 2007.
 - 17) F. Nicoud and F. Ducros, “Subgrid-Scale Stress Modelling Based on the Square of the Velocity Gradient Tensor,” *Flow Turbul. Combust.*, vol. 62, no. 3, pp. 183-200, Sep. 1999.
 - 18) M. Z. Yousif and H. Lim, “Improved delayed detached-eddy simulation and proper orthogonal decomposition analysis of turbulent wake behind a wall-mounted square cylinder,” *AIP Adv.*, vol. 11, no. 4, p. 045011, Apr. 2021.
 - 19) Z. Sun, “Micro Ramps in Supersonic Turbulent Boundary Layers: An experimental and numerical study,” 2014.
 - 20) H. Belkhou, S. Russeil, T. Dbouk, M. Mobtil, D. Bougeard, and N.-Y. Francois, “Large Eddy Simulation of boundary layer transition over an isolated ramp-type micro roughness element,” *Int. J. Heat Fluid Flow*, vol. 80, p. 108492, Dec. 2019.
 - 21) S. Lee, E. Loth, N. Georgiadis, and J. DeBonis, “Effect of Mach Number on Flow Past Micro-Ramps,” in 39th AIAA Fluid Dynamics Conference, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2009.
 - 22) P. L. Van Gent, B. W. Van Oudheusden, and

F. F. J. Schrijer, "Determination of mean pressure from PIV in compressible flows using the Reynolds-averaging approach," *Exp. Fluids*, vol. 59, no. 3, p. 41, Mar. 2018.

- 23) C. D. Argyropoulos and N. C. Markatos, "Recent advances on the numerical modelling of turbulent flows," *Appl. Math. Model.*, vol. 39, no. 2, pp. 693-732, Jan. 2015.