韓國數學教育學會誌 시리즈 E <數學教育 論文集>
https://doi.org/10.7468/jksmee.2023.37.2.257
제 37집 제 2호, 2023. 6. 257-276

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. E:
Communications of Mathematical Education
Vol. 37, No. 2, Jun. 2023. 257-276

‘바닥 꾸미기’ 과제를 이용한 수학적 모델링 과정에서 초등수학영재의 메타인지 분석

윤 수 미 (서울인수초등학교, 교사)
장 혜 원 (서울교육대학교, 교수)†

수학적 모델링이란 실세계 문제 상황을 이해하고 이를 수학적인 방법으로 변환하여 수학적 모델을 토대로 실세계 문제 상황을 해결해나가는 일련의 과정이라고 할 수 있다. 선행연구를 통해 수학적 모델링을 활용한 수업의 학습 효과가 밝혀짐에 따라 우리나라에서도 효과적인 수학적 모델링 수업을 위한 다양한 연구가 이루어지고 있다. 본 연구는 초등수학영재의 수학적 사고 양식에 따라 수학적 모델링 과정에서 나타나는 메타인지적 특성을 분석함으로써 수학적 모델링 지도 과정에서의 시사점을 모색하는 것을 목적으로 한다. 이를 위해 S시 소재 대학부설과학영재교육원 초등 수학 영재학생 39명을 대상으로 수학적 사고 양식 검사를 진행하여 검사 결과에 따라 시각적, 분석적, 혼합적 모둠으로 분류하고 각 사고 양식이 가장 뚜렷하게 드러나는 3개 모둠(총 12명)의 수학적 모델링 과정에서 나타나는 메타인지 특성을 분석하였다. 분석 결과, 모델링 단계와 모둠 특성에 따라 메타인지 요소가 다르게 나타나는 것을 확인하였으며, 이와 같은 분석 결과에 기초하여 수학적 모델링 지도 과정에서의 교수학적 시사점을 도출하였다.

Ⅰ. 서론

교육부(2023)는 제5차 영재교육진흥종합계획을 통해 우리나라 영재교육의 목표를 각 분야에서 주도하는 창의적인 인재 양성으로 제시하고 있다. 특히, 영재교육을 통해 학생들이 문제해결력, 창의력, 소통 및 협업 능력 등의 일반 핵심 역량과 수학적 추론과 같은 분야별 핵심 역량을 함양할 수 있도록 영재교육 프로그램을 설계하고 적용할 필요가 있음을 강조하고 있다. 이와 같은 국가 차원의 지침 아래 초등수학 영재교육의 실제적인 운영을 위해 창의적 인재 양성을 목표로 하는 다양한 영재교육 프로그램이 꾸준히 연구·개발되고 있다.

그중 본 연구에서의 관심은 수학적 모델링 기반 영재교육 프로그램의 적용에 있다. 수학적 모델링이 학생들의 창의적 사고를 촉진하고 수학적 추론, 의사소통, 문제해결과 같은 수학적 능력에 긍정적인 교육적 효과를 미친다는 사실은 다수의 선행 연구를 통해 확인할 수 있다(고창수, 오영열, 2015; 박진형, 2017; Blum, 2011; Redmond, Brown, & Sheehy., 2013; Sokolowski, 2015 등). 더불어 최근 우리나라 수학과 교육과정의 교과 역량 중 문제해결의 하위요소로서, 그리고 미국과 독일 등의 수학과 교육과정에서 수학적 모델링이 핵심 역량으로 제시되고 있는 만큼 학교 수학교육에 있어 수학적 모델링 적용의 중요성이 점차 강조되고 있다(정혜윤, 이경화, 2021). 이러한 수학적 모델링의 순기능과 중요성에 비추어 볼 때 수학적 모델링을 활용한 수학적 활동은 영재교육 프로그램으로까지 이어져야 한다는 주장에 무리가 없을 것이다.

그러나 실제 초등학교 수학교육 현장에서 수학적 모델링이 적용되는 데는 여러 어려움이 존재한다. 수학적 모델링 과제가 비구조화된 실세계 상황과 관련되어 있다는 점에서 예비교사나 현직교사 모두 수학적 모델링에

* 접수일(2023년 5월 17일), 심사(수정)일(2023년 6월 9일), 게재확정일(2023년 6월 16일)
* MSC2000분류 : 97D50
* 주제어 : 수학적 모델링, 초등수학영재, 메타인지, 수학적 사고 양식
† 교신저자 : hwchang@snue.ac.kr

적합한 과제를 선정하고 개발하는 것에 익숙하지 않다(최지선, 2017; 최희선, 2022). 더불어 수학적 모델링 수업을 운영하는 과정에서 학생들의 반응을 해석하고 반응에 적절한 대응과 개입을 하는 데 어려움을 겪기도 한다(장혜원, 김은혜, 강윤지, 최혜령, 2018). 이와 같이 초등학교에서 적용 가능한 수학적 모델링 과제의 부족 문제와 학생들의 반응에 대한 피드백의 어려움 등 수학적 모델링의 현장 적용을 저해하는 요인을 해소하기 위해 수학적 모델링이 적용될 수 있는 다양한 과제를 탐색하고 학생들의 반응에 대한 면밀한 관찰과 분석이 이루어져야 한다.

그중에서도 수학적 모델링 과정 중에 나타나는 학생의 메타인지적 특성을 이해하는 것은 학생들의 반응에 따른 적절한 대응과 개입을 가능하게 할 것이다. 메타인지(meta-cognition)는 자신의 사고 과정에 대한 사고(Schoenfeld, 1987)로, 수학적 문제해결에서 핵심적인 역할을 한다고 알려져 있다. 김수미(1992)에 따르면 메타인지는 수학 문제해결의 핵심 전략으로서 자신의 사고 과정을 정확히 이해하고 문제 풀이 과정 전반을 통제하는 기능을 한다. 수학적 모델링 과정에서 학생들은 자발적인 메타인지의 활성화를 경험하게 되며, 교사는 메타인지와 같은 학생들의 인지적인 사고 과정을 이해함으로써 학생들이 어려움을 겪는 부분을 정확히 파악하여 이를 해결하기 위한 교수·학습 방법을 탐색할 수 있게 된다(신은주, 이종희 2004). 특히 또래에 비해 높은 수학적 사고력과 문제해결력을 가진 초등수학영재를 대상으로 한 메타인지 연구에 대한 필요성은 꾸준히 제기되어 왔다(신은주, 신선화, 송상헌, 2007; 한상욱, 송상헌, 2011; 신승윤, 류성림, 2014 등). 따라서 초등수학영재 학생들의 수학적 모델링 과정에서 나타나는 메타인지를 분석함으로써 수학적 모델링을 위한 적절한 교수·학습 방법을 모색하고 발전시킬 수 있을 것으로 기대된다.

또한 교사가 학생들의 수학적 사고 양식을 앎으로써 학생들의 수학적 모델링 과정을 보다 충분히 이해할 수 있게 된다. 수학적 사고 양식이란 개인이 수학학습을 하는 데 있어 선호하는 방식을 말하며, 학습자는 자신이 가진 사고 양식에 따라 서로 다른 모델링 사이클을 가진다(Borromeo Ferri, 2010). 교사는 수학적 사고 양식에 따른 학생들의 특성과 차이를 파악할 필요가 있으나 우리나라에서 초등학생을 대상으로 한 수학적 사고 양식에 대한 연구는 드문 실정이다.

이에 본 연구는 초등수학영재의 수학적 사고 양식에 따라 수학적 모델링 과정에서 나타나는 메타인지적 특성을 분석함으로써 수학적 모델링 지도 과정에서의 시사점을 모색하는 것을 목적으로 한다. 이를 위해 수학적 사고 양식이 상이한 3개 모둠(총 12명)의 초등수학영재들이 ‘바닥 꾸미기’ 과제에 대한 모델링 과정에서 보이는 메타인지 특성을 분석하여 그 결과로부터 교수학적 시사점을 도출하고자 한다.

Ⅱ. 연구의 배경

1. 이론적 배경

가. 학교 수학의 수학적 모델링

수학과 교육과정에서 교과 역량의 하나인 문제해결의 하위요소에 포함된 수학적 모델링은 ‘실생활 문제 상황을 수학적으로 나타내고 분석하여 결론을 도출하고 이를 상황에 맞게 해석하는 능력(박경미 외, 2015, p.40)’으로 정의되었고, 학습 내용 및 학생의 능력과 수준을 고려하여 선택, 적용해야 할 교수·학습 방안으로서 ‘학생의 삶과 연계된 현상을 다양한 수학적 표현 방식을 이용하여 수학적 모델로 만들고 수학적 모델을 다시 실생활이나 사회 및 자연 현상에 적용하는 교수·학습 방안(교육부, 2022, p.46)’으로 설명된다. 곧 학생의 삶 속의 실생활 현상을 수학적 표현 방식으로 모델링하고 그 활동 결과를 다시 현상에 적용하는 과정이라 할 수 있다. 실세계 상황을 이해하고 이를 수학적 방법으로 해석하고 해결해나가는 과정(NCTM, 1996), 실세계 상황을 수학적으로 표

현하고 이를 토대로 실세계 상황을 해석하는 과정(Blum & Borromeo Ferri, 2009)과 같이 수학적 모델링에 대해 연구한 다수의 학자가 유사한 맥락에서 접근하고 있지만, 수학적 모델링 과정을 구성하는 사이클에 대해서는 조금씩 다른 방식을 취하여 모델링한 것을 볼 수 있다. 예를 들어, Lesh & Doerr(2003)는 실세계 현상과 모델을 양분하여 두 세계 사이의 네 개 단계로 설명하였다. 실세계로부터 모델에 대응시키는 '묘사' 단계, 원래 문제 상황에 대해 예측하기 위한 모델의 '조작' 단계, 적합한 결과를 실세계로 되돌려보는 '번역(예측)' 단계, 행동이나 예측에 대한 '검증' 단계에 따라 수학적 모델링이 이루어진다고 본 것이다. CCSSI(2010)는 수학적 모델링이 문제 상황을 파악하는 '문제' 단계, 문제의 변수 사이의 관계를 표현하는 '형식화' 단계, 수학적 모델을 토대로 문제를 해결하는 '계산' 단계, 수학적 결과를 해석하는 '해석' 단계, 결과의 타당성을 검증하는 '타당화' 단계, 결론을 정리하는 '보고' 단계의 6단계로 이루어진다고 보았다. 이때, 타당화 단계에서 결과가 문제 상황에 타당하지 않다면 둘째 단계인 문제 형성 단계로 돌아가 모델을 수정하거나 새로운 모델을 제시해야 한다. PISA 2012 평가틀(OECD, 2013)에서는 '상황 문제-수학적 문제 - 수학적 결과 - 상황 결과'의 네 단계로 설명되고, 각 단계를 이동하는 과정을 형식화, 이용, 해석, 평가로 명명하였다. Borromeo Ferri(2018)는 '실제 상황-상황에 대한 정신적 표상-실제 모델-수학적 모델-수학적 결과-실제 결과'와 같은 6단계를 거치는 것으로 보았는데, 이는 선형적인 과정이 아니라 우회나 후진이 가능한 복잡한 과정이다. 김민경, 홍지연, 김은경(2009)은 우리나라 초등 수학교육에서 적용 가능한 모델링 과정으로 '실생활 문제', '모델', '수학적 결론', '모델 적용'의 4단계를 제시하였다([그림 II-1]). 실생활 문제단계에서 학생들은 문제에 노출되어 상황을 직면하고 모델 단계에서 문제해결에 적합한 모델을 개발한다. 이후 수학적 결론 단계에서 모델을 형식화하고 추상화하는 과정을 통해 결론을 도출해내며 마지막 단계인 모델 적용 단계에서 앞서 내려진 결론을 해석하고 일반화하는 과정을 거친다.

이를 종합해 볼 때 수학적 모델링이란 실생활 세계에서 문제를 발견하고 이를 위한 해결 방법으로서 수학적 모델을 개발하고 자신이 개발한 모델을 형식화하고 추상화하여 수학적 결론을 도출해내며 이를 다시 실생활 세계에 적용하고 해석하는 일련의 과정이라고 볼 수 있다. 본 연구에서는 우리나라 초등수학 수업에 적용하기에 적합하도록 개발된 김민경 외(2009)의 수학적 모델링 4단계에 따라 모델링 수업을 진행하였다.

[그림 II-1] 초등수학의 수학적 모델링 과정(김민경 외, 2009, p.375)

한편 수학적 모델링이 특정 사이클을 거쳐 수행되는 만큼 수학적 모델링 과제는 일반적인 수학 문제와는 차별된 특징을 지닌다. 수학적 모델링에 적합한 과제 특성으로서 공통적으로 언급된 것은 실생활과 밀접한 연관을 지닌 현실 상황에 기반한 문제라는 점이다. 이는 수학적 모델링 사이클의 출발점으로서의 현실 상황이 수학적 모델링의 필수 조건이라는 점에서 자연스러운 과제 조건이라 할 수 있다. 현실성 외에도 Borromeo Ferri(2018)는 개방성, 진정성, 모델링 과정을 통한 해결 가능성 등을 들었다. Hirsch & McDuffie(2016) 역시 좋은 모델링 과제는 열린 과제이며, 해결 방법이 복잡하고, 실제 상황을 포함하며, 학습자가 문제 상황에 직면하도록 상황을 제시하고, 문제해결에 접근할 수 있어야 하며, 반복적인 모델링 과정을 경험할 수 있어야 한다고 하였다. 장혜원 외(2018)는 수학적 모델링 과제는 학습자의 나이에 적합한 실세계 현실 맥락을 가지며 개방형이고, 수학적 모델링 사이클을 통해 해결할 수 있어야 한다고 하였다. 요컨대, 수학적 모델링 과제는 학습자의 수준에 적합한 실제

적 맥락을 가져야 하며, 문제의 해결 방법이 개방되고 복잡성을 지니고 수학적 모델링 사이클을 통해 해결될 수 있어야 한다는 공통점을 도출해낼 수 있다.

나. 수학적 모델링과 수학적 사고 양식

Borromeo Ferri(2010)는 개인의 수학적 이해가 아닌 수학학습 방법에 대한 선호 방식을 세 가지 수학적 사고 양식으로 구분하였다. 그림 이미지나 외면화된 그림 표현을 좋아하는 시각적 사고 양식, 내적인 형식적 이미지와 외면화된 형식적 표현을 선호하는 분석적 사고 양식, 시각적 사고 양식과 분석적 사고 양식의 특징을 모두 갖춘 혼합적 사고 양식이다.

수학적 모델링은 학습자의 개별적인 특성에 따라 서로 다른 양상으로 나타나며, 예컨대 학습자의 수학적 사고 양식은 수학적 모델링 활동에 영향을 미친다고 알려져 있다. Borromeo Ferri(2018)가 제시한 수학적 사고 양식에 따른 수학적 모델링 활동의 양상을 정리해보면 다음과 같다. 시각적 사고자는 주로 수학적 모델링에서 모델링 사이클을 따라 모델링 활동을 하는 경향이 있으며, 분석적 사고자는 주어진 과제를 이해한 다음 수학적 모델을 즉각적으로 수립하고 다시 실제 모델로 돌아가는 경향을 보인다. 또한 분석적 사고자는 주어진 문제 상황의 수학적 측면을 파악하고 지각하는 능력이 뛰어나다는 특징이 있다. 혼합적 사고자는 두 사고 양식의 특징을 고루 보여주며 현실과 수학 사이의 균형을 이루며 문제를 해결한다. 이종희, 이아름(2012)은 중학생의 수학적 모델링 과정에서 시각적 사고자는 모델링 초기 단계에서 상황에 대한 정신적 표상과 실제모델 단계를 풍부하게 사용하는 반면, 분석적 사고자는 수학적 모델 단계를 많이 사용한다고 하였다. Shahbari(2020)에 따르면 시각적 사고자는 목록이나 표 및 그림을 통한 수학화를 선호하고 분석적 사고자는 패턴이나 공식을 활용한 모델링 활동을 하며, 모델링 사이클에 있어서도 분석적 사고자가 시각적 사고자에 비해 복잡한 모델링 사이클을 지닌다.

수학적 사고 양식이 수학적 모델링에 지대한 영향을 미치는 만큼, 수학적 모델링 수업을 운영하는 교사가 학습자의 사고 양식에 대해 파악하고 있다면, 학습자가 모델링 과정에서 어려움에 직면하게 될 때 적절한 대응과 도움을 제공할 수 있을 것이다(Shahbari, 2020).

다. 메타인지

메타인지는 '인지에 대한 인지', '인지에 대한 반성' 등으로 정의되어왔으며 일반적인 인지와는 구별되는 특징을 지닌다. Flavell(1979)은 인지란 단순한 지적 활동이며 메타인지는 인지적 대상에 대한 지식이나 인식에 대한 것이라고 정의하였다. Brown(1987)에 따르면 인지는 지식에 대한 단순한 이해인 반면, 메타인지는 인지에 대한 지식과 조절을 의미하는 개념이라고 할 수 있다. 황혜정, 김수진(2019)은 내적 정신세계의 존재성에 대한 명확한 통찰을 전제로 한다는 점에서 메타인지를 일반적인 반성 개념과 구분하기도 한다. 즉, 메타인지란 자각 또는 의식성을 가지고 대상을 인식하는 것(김수미, 1992)이라는 점에서 단순한 인지와 대비되는 특징을 가진다.

메타인지는 여러 하위 범주로 분류하여 나타낼 수 있다. Flavell(1979)은 메타인지의 하위요소를 인지 과제를 수행하는 데 영향을 미치는 '메타인지적 지식'과 메타인지 경험을 할 때 나타나는 반응인 '메타인지적 경험'으로 보았다. Schoenfeld(1987)에 따르면 메타인지는 '자신의 사고 과정에 대한 지식', '제어와 자기조절', '신념과 직관'의 3가지 하위요소로 구성된다. Brown(1987)은 메타인지를 '인지에 대한 지식', '인지에 대한 조절'로 분류할 수 있다고 하였으며 그중에서도 인지에 대한 조절의 중요성을 언급했다. 한상욱, 송상헌(2011)은 메타인지를 '지식적 영역', '수행적 영역', '정의적 영역'으로 구분하였다. 지식적 영역은 Flavell(1979)의 메타인지 분류에 따라 개인 변인, 과제 변인, 전략 변인으로 나누었고, 수행적 영역은 Schoenfeld(1985)의 관점에 의해 유도 활동, 감시 활동, 조사 활동, 평가 활동으로, 정의적 영역은 정서, 신념, 태도로 세분화하였다.

김연식, 김수미(1996)는 메타인지 개념의 불명확성을 고려했을 때, 일반적 개념으로서의 메타인지와 수학교육에의 메타인지가 구분되어야 한다고 하였다. 일반적 개념으로서의 메타인지는 신념, 태도, 정서의 정의적 영역을

포함하지만, 수학교육에서 메타인지는 인지적 개념으로서 정의되어야 하며 이의 하위요소인 정신세계에 대한 자각, 인지적 모니터링, 인지적 지식, 인지적 제어가 서로 유기적으로 상호작용한다고 하였다.

이와 같이 메타인지는 학자들마다 정의해온 범주나 하위요소가 다르므로 본 연구에서 함의하는 메타인지에 대한 조작적인 정의를 내릴 필요가 있다. 본 연구에서는 메타정의(도주원, 2018)라는 또 하나의 큰 범주와는 별도로 수학적 모델링 과정에서 수학영재의 메타인지적 측면만을 분석할 것을 의도하며, 수학교육에서 인지적 개념으로서의 메타인지를 주장한 김연식, 김수미(1996)에 따라, 한상욱, 송상헌(2011)이 제시한 메타인지 요소 중 정의적 영역을 제외한 지식적 영역과 수행적 영역의 두 범주에 국한하여 <표 Ⅱ-1>과 같은 영역 및 요소를 개념적 틀로 이용하고자 한다. 즉 모델링 과정에서 메타인지는 과제를 수행하는 과정이나 결과에 영향을 미칠 수 있는 변인에 대한 지식 및 모델링 과정을 조절하고 감독하는 데 사용되는 활동을 의미한다.

<표 Ⅱ-1> 본 연구의 메타인지 영역과 구성 요소

지식적 영역	수행적 영역
모델링 과제를 수행하는 과정 및 결과에 영향을 미칠 수 있는 변인에 대한 지식	모델링 과정을 조절하고 감독하는 데 사용되는 활동
• 개인적 메타지식 • 과제적 메타지식 • 전략적 메타지식	• 유도 활동 • 감시 활동 • 조사 활동 • 평가 활동

2. 연구방법 및 절차

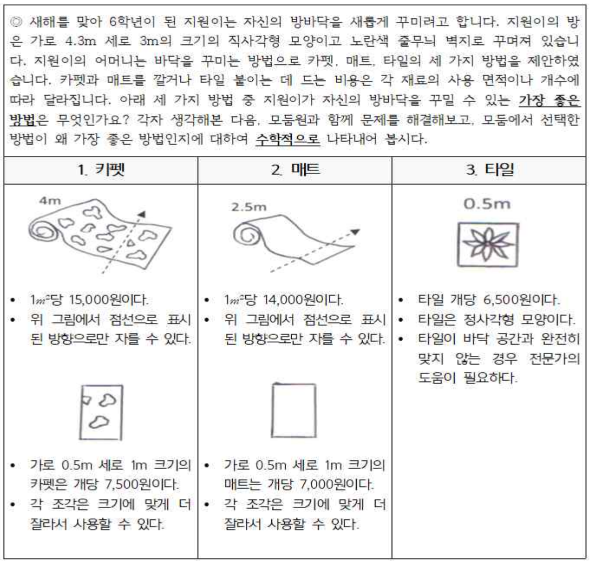
가. 연구 참여자

본 연구는 S시 소재 대학부설과학영재교육원 초등수학 영재학생 39명을 대상으로 한다. 두 개 학급으로 나뉘어 수업에 참여하며, 6학년 25명, 5학년 12명, 4학년 2명이다. 모델링 수업은 2023년 4월 학급 당 한 주씩 두 주에 걸쳐 실시되었고, 각각 3시간 반 수업이다. 모델링 활동 전 학생들을 대상으로 Borromeo Ferri(2018)가 개발한 수학적 사고 양식 검사를 실시하였다. 검사 결과에 따라 시각적 양식 모둠, 혼합적 양식 모둠, 분석적 양식 모둠으로 분류하고 각각 4, 2, 4개의 모둠(모둠별 3~4명)을 구성하여 수학적 모델링 수업을 진행하였다. 그중 각 사고 양식이 가장 뚜렷하게 드러나는 3개 모둠(이하 모둠 A, B, C라 칭함)의 모델링 과정을 분석 대상으로 하였다. 또한 각 모둠에 속한 학생을 코드화하여 A모둠의 시각적 사고자를 SA1~SA4, B모둠의 혼합적 사고자를 SB1~SB4, C모둠의 분석적 사고자를 SC1~SC4로 지칭하였다.

나. 모델링 과제

본 연구에서 활용한 수학적 모델링 과제는 '바닥 꾸미기' 과제([그림 Ⅱ-2])로, Chan(2010)이 개발한 모델링 과제를 우리나라 실정에 맞게 재구성한 것이다. 6학년이 된 지원이가 자신의 방바닥을 꾸미려는 상황으로, 학생들이 실생활에서 쉽게 접할 수 있는 소재로 구성되어 있다. 과제를 해결하기 위해 학생들은 먼저 '가장 좋은 방법'이 무엇인지에 대해 논의해야 한다. 이를 위해 학생들은 재료의 경제성이나 효율성, 심미성 등을 고려하게 되는데 이는 학생들이 결정한 방법에 따라 문제해결의 방향이 다양해지는 열린 과제의 특성을 보여준다. 이후 학생들은 제시된 카펫, 매트, 타일의 조건을 파악하여 모둠이 세운 가장 좋은 방법에 적합한 재료를 선정하게 되며, 과제 해결을 위해 그림을 그리거나 식을 세우는 모델링 활동이 이루어지게 된다. 세 재료 중 타일의 경우 '전문가의 도움'이 요구되는데, 그 비용은 문제에 제시되어 있지 않다. 이는 학생들의 경험이나 정보 탐색 등을

활용하여 문제를 해결할 수 있도록 한 것이다. 또한, 모델링 과제를 해결하는 데 자신의 모둠이 세운 방법이 ‘가장 좋은 방법’임을 설명하는 과정에서 논리적 타당성이 드러나도록 수학적 개념이나 원리를 활용하여 풀이하고 정리할 수 있도록 하였다.



◎ 새해를 맞아 6학년이 된 지원이는 자신의 방바닥을 새롭게 꾸미려고 합니다. 지원이의 방은 가로 4.3m 세로 3m의 크기의 직사각형 모양이고 노란색 줄무늬 벽지로 꾸며져 있습니다. 지원이의 어머니는 바닥을 꾸미는 방법으로 카펫, 매트, 타일의 세 가지 방법을 제안하였습니다. 카펫과 매트를 깔거나 타일 붙이는 데 드는 비용은 각 재료의 사용 면적이나 개수에 따라 달라집니다. 아래 세 가지 방법 중 지원이가 자신의 방바닥을 꾸밀 수 있는 **가장 좋은 방법**은 무엇인가요? 각자 생각해본 다음, 모둠원과 함께 문제를 해결해보고, 모둠에서 선택한 방법이 왜 가장 좋은 방법인지에 대하여 **수학적으로** 나타내어 봅시다.

1. 카펫	2. 매트	3. 타일
4m	2.5m	0.5m
• 1㎡당 15,000원이다. • 위 그림에서 점선으로 표시된 방향으로만 자를 수 있다.	• 1㎡당 14,000원이다. • 위 그림에서 점선으로 표시된 방향으로만 자를 수 있다.	• 타일 개당 6,500원이다. • 타일은 정사각형 모양이다. • 타일이 바닥 공간과 완전히 맞지 않는 경우 전문가의 도움이 필요하다.
• 가로 0.5m 세로 1m 크기의 카펫은 개당 7,500원이다. • 각 조각은 크기에 맞게 더 잘라서 사용할 수 있다.	• 가로 0.5m 세로 1m 크기의 매트는 개당 7,000원이다. • 각 조각은 크기에 맞게 더 잘라서 사용할 수 있다.	

[그림 II-2] ‘바닥 꾸미기’ 과제

‘바닥 꾸미기’ 과제의 모델링 과제 적합도를 Hirsch & McDuffi(2016)의 모델링 과제 6가지 조건을 기준으로 분석하면 다음과 같다. 먼저, 바닥을 꾸미는 가장 좋은 방법을 설정하여 해결하는 과제로, 경제성, 심미성, 효율성 등 다양한 기준에 따라 풀이가 다양화될 수 있으므로 높은 ‘개방성’을 가진 문제이다. 또한 방의 크기에 맞게 재료를 잘라서 사용해야 하며, 재료의 가격과 자를 수 있는 방향 등 여러 조건을 고려해야 하므로 과제의 ‘복잡성’이 높다고 할 수 있다. 학생들이 실제 생활에서 경험해볼 법한 상황을 다루고 높은 ‘실제성’을 지녔으며 문제 직면을 위한 ‘상황 제시’로 그림을 활용할 수 있다. 과제의 ‘접근성’ 측면에서는 학생들에게 적합한 수준을 고려하여 재구성하여 활용하였다. 마지막으로 과제 ‘반복성’은 매트, 카펫, 타일의 세 개의 재료를 반복적으로 계산하여 문제를 해결하므로 높은 반복성을 지닌다고 할 수 있다. 이로 비추어 보았을 때, ‘바닥 꾸미기’ 과제는 개방성, 복잡성, 실제성, 반복성이 높으며 학생 수준에 적합한 접근성을 가지고 그림을 활용한 모델 활동이 가능한 과제로 수학적 모델링에 적합한 과제라고 할 수 있다.

다. 자료 수집 및 분석 방법

모델링 활동은 실생활 단계의 개별 활동 이후로는 동일 사고 양식을 가진 3~4명의 모둠별로 진행되었다. 학생들이 주도적으로 해결해나갈 수 있도록 교사의 개입을 최소화하였으며, 도움이 필요한 경우 교사가 발문 및 도움을 제공하였다. 모둠별 1개의 녹음기기를 사용하여 학생들의 토의 과정을 녹음하였고 이 중에서 각 수학적 양식의 특징이 뚜렷한 세 모둠(A, B, C)의 녹음 자료를 프로토콜 분석법을 활용하여 분석하였다. 또한, 수업을 마치고 개별학습지와 모둠별 학습지를 수합하여 메타인지 특성 분석의 자료로 활용하였다.

이때 분석틀로는 한상욱, 송상헌(2011)이 개발한 메타인지 구성 요소 중 메타인지의 지식적 영역과 수행적 영

역 측면에 국한한 <표 Ⅱ-2>를 이용하였다. 프로토콜과 학습지에 나타난 메타인지 구성 요소를 코딩하고 각각의 발현 빈도수를 파악하여 분석하였고, 한 문장을 분석 단위로 취하였다.

분석틀에 기초하여 세 모둠의 모둠별 메타인지 요소 빈도를 나타내고, 수학적 모델링 사이클의 네 단계별로 메타인지의 지식적 영역과 수행적 영역 결과를 각각 논의하였다. 이때 학생들의 학습지 및 모둠 토의 프로토콜 분석 자료를 근거로 하여 논의의 타당도를 제고하였다. 이어 수학적 사고 양식별 메타인지 특성을 도출하였다.

<표 Ⅱ-2> 메타인지 분석틀

영역	구성 요소	구성 요소의 특징	코드
지식적 영역(K)	개인적 메타지식(P)	인지 작업의 처리자로서의 자신의 특성에 대한 지식	
		① 문제와 관련된 자신과 타인의 인지 상태 인지	KP1
		② 문제와 관련된 자신과 타인의 수행 능력 인지	KP2
	과제적 메타지식(T)	문제의 성질과 요구 조건, 처리 방법에 대한 지식	
		① 문제에 대한 해석	KT1
		② 문제의 목표 인지	KT2
		③ 문제의 난이도 인지	KT3
	전략적 메타지식(S)	해결 방법 및 일반적인 문제해결 전략에 대한 지식	
		① 전략 사용에 대한 인지	KS1
수행적 영역(P)	유도 활동(G)	문제해결을 위한 견해와 구조들을 제공하고, 그 과정에서 문제가 발생했을 때, 현재 사용 중인 전략 또는 인지 과정을 수행하거나 전환하는 활동	
		① 해결 계획 수립(하위 목표나 전략 수립)	PG1
		② 해결 전략 선택을 시행토록 유도	PG2
		③ 자신의 인지 상태 재조직(인지 제어)	PG3
		④ 활동 방법 전환 및 해결전략 수정(실행 제어)	PG4
	감시 활동(M)	현재 자신이 하고 있는 인지 활동에 대해 검토하는 지속적인 과정의 활동	
		① 배경지식 활용	PM1
		② 인지 활동의 진행 상태 점검	PM2
		③ 인지 전략의 적절성에 대한 점검	PM3
	조사 활동(C)	감시 활동보다 더 세부적이고, 의식적인 활동	
		① 이전 활동 확인	PC1
		② 계산 과정 점검	PC2
		③ 문제 다시 읽기	PC3
	평가 활동(E)	문제해결활동에 대한 반성적 판단 활동	
		① 성취 목표 평가	PE1
		② 자신의 과제수행활동 평가	PE2
		③ 새로운 문제에 대한 전이 가능성 모색	PE3

Ⅲ. 연구 결과 및 논의

1. 수학적 모델링 과정에서의 메타인지 지식적 영역 분석

가. '실생활 문제' 단계

'실생활 문제' 단계는 학생들이 개별학습지를 풀이하는 방식으로 활동이 이루어졌다. 따라서 '실생활 문제' 단

계에서의 메타인지 지식적 영역에서는 주어진 질문을 통해 자극될 수 있는 메타인지 요소들이 주로 발견되었으며, 학습지의 발문(<표 Ⅲ-1>)에 따라 나타난 메타인지 요소를 모둠별로 분석한 결과는 <표 Ⅲ-2>와 같다.

<표 Ⅲ-1> 개별학습지에서 관찰된 메타인지 구성 요소

질문		메타인지 구성 요소
Q1.	문제를 읽고 어떤 생각이 들었나요?	개인적 메타지식(KP1) 전략적 메타지식(KS1)
Q2.	위 문제와 비슷한 문제를 풀어 본 경험이 있나요?	개인적 메타지식(KP1)
Q3.	나는 이 문제를 해결할 수 있나요? 왜 그렇게 생각하나요?	개인적 메타지식(KP2)
Q4.	이 문제의 난이도는 어떠한가요? 왜 그렇게 생각하나요?	과제적 메타지식(KT3)
Q5.	문제에서 구하고자 하는 것은 무엇인가요?	과제적 메타지식(KT2)
Q6.	가장 좋은 방법이란 무엇일까요? 왜 그렇게 생각하나요?	과제적 메타지식(KT1)
Q7.	문제를 해결하기 위해 필요한 정보와 불필요한 정보는 각각 무엇인가요?	과제적 메타지식(KT1)
Q8.	문제를 어떤 순서로, 어떻게 해결하면 좋을지 해결 계획을 세워봅시다.	전략적 메타지식(KS1)

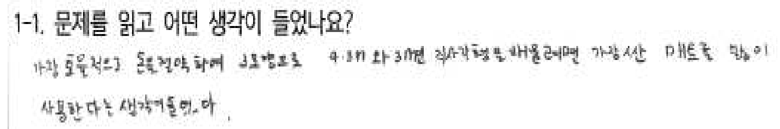
<표 Ⅲ-2> ‘실생활 문제’ 단계의 메타인지 지식적 영역 분석

그룹 코드	학생 코드	개인적 메타지식(P)		과제적 메타지식(T)			전략적 메타지식(S)
		KP1	KP2	KT1	KT2	KT3	KS1
A (시각)	SA1	1	1	2	0	1	1
	SA2	1	1	2	1	1	2
	SA3	2	1	2	1	1	2
	SA4	2	1	2	0	1	2
합계(31)		6	4	8	2	4	7
B (혼합)	SB1	1	1	2	1	1	1
	SB2	1	1	2	1	1	1
	SB3	1	1	2	1	1	1
	SB4	1	1	2	1	1	1
합계(28)		4	4	8	4	4	4
C (분석)	SC1	1	0	2	1	1	1
	SC2	1	0	2	1	1	1
	SC3	1	1	2	1	1	2
	SC4	1	1	2	1	1	1
합계(27)		4	2	8	4	4	5

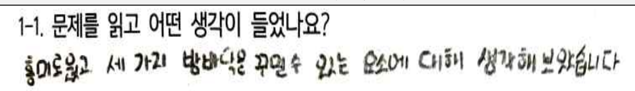
‘실생활 문제’ 단계에서 나타난 메타인지 지식적 영역의 빈도수를 모둠별로 비교하면, A모둠 31회, B모둠 28회, C모둠 27회 나타났다. 이 단계는 학생들이 학습지에 주어진 질문에 답하는 방식으로 활동이 이루어졌고 주어진 질문에 성실히 답변하는 영재 학생들의 특성을 고려할 때, 세 모둠 모두 높은 빈도의 메타인지 요소를 보인 것으로 해석된다. 그러나 메타인지의 자극을 유도한 질문에도 불구하고, 메타인지가 활성화되지 않은 사례도 있다. SA1과 SA4의 경우 ‘문제에서 구하고자 하는 것은 무엇일까요?’라는 질문에 각각 ‘방에 타일을 붙이는 것’, ‘비용이 적게 드는 바닥 인테리어 방식’이라고 답변하였다. 주어진 문제에서 구하고자 하는 것은 ‘지원이의 방바닥을 꾸밀 수 있는 가장 좋은 방법’임에도 SA1과 SA4는 자신이 생각한 방법이 문제에서 구하고자 하는 방법이라고 답하는 오류를 범하였다. 반면, SC3는 위 질문에 ‘방바닥을 꾸미는 가장 좋은 경우’라고 답하며 문제의 목

표를 정확히 인지(KT2)하였다. 위의 사례는 학생들이 문제해결을 하는 과정에서 문제의 목표와 자신의 해결전략을 동일시할 수 있으므로 이를 혼동하여 풀이하지 않도록 유의하여 지도할 필요가 있음을 시사한다.

한편 A모둠의 경우 4명 중 3명이 전략적 메타지식(KS1)이 2회씩 관찰되었다는 특징이 있다. 이들의 공통점은 학습지 질문 중 첫째 질문인 '문제를 읽고 어떤 생각이 들었나요?'에 문제해결을 위한 전략이 포함된 답변을 했다는 점이다([그림 Ⅲ-1]). SA2는 '여러 가지 재료를 혼합할 수 있는지 궁금해졌다'라고 하며 재료를 혼합하여 사용하는 전략을 떠올렸고 SA3는 '가장 효율적으로 돈을 절약하여 방을 채우려면 가장 저렴한 매트를 많이 사용해야 한다.'라고 답변하였다(KS1). 반면, B나 C의 다른 학생들은 위와 같은 질문에 단순히 문제를 보고 떠오른 생각을 적거나 문제의 조건을 상기해보는 수준에 그쳤다. SB4는 '타일을 사용하면 전문가의 도움이 꼭 필요할 것 같다.'라고 문제에서 주어진 조건을 기술하였고, SC2는 '(문제가) 흥미로웠고, 방바닥을 꾸밀 수 있는 세 가지 요소에 대해 생각해보았다.'라고 하였다(KP1). 본 과제에서 시각적 사고자로 구성된 A 모둠이 다른 모둠에 비해 과제를 접하고 신속하게 전략을 떠올리는 경향을 보였다고 해석할 수 있다.



SA3의 학습지(KS1)



SC2의 학습지(KP1)

[그림 Ⅲ-1] 전략적 메타지식(KS1)과 개인적 메타지식(KP1) 사례

C모둠의 경우 문제와 관련된 자신의 수행 능력을 인지하는 메타인지 요소(KP2)가 2회로 각각 4회씩 관찰된 A모둠과 B모둠에 비해 적게 나타났다는 특징이 있다. 이는 '나는 문제를 해결할 수 있나요? 왜 그렇게 생각하나요?'라는 질문에 대한 답변을 통해 분석해볼 수 있다. 위 질문에 대하여 SC1은 '방바닥의 넓이와 각 재료의 조건을 모두 안다'와 같이 질문과 상관없는 답을 하였고, SC2는 '있을 것 같다.'라고 하며 해결할 수 있다고 생각한 이유가 기술되지 않아 KP2가 발현되지 않았다고 분석하였다. 반면, SA3는 '문제를 해결할 수 있다. 왜냐하면 재료를 여러 가지 크기로 조합하면 다양한 방법으로 채울 수 있기 때문이다.'라고 하며 문제에 대한 자신의 수행 능력을 인지(KP2)하고 있음을 보였다.

앞서 살펴본 사례들을 종합하면, '실생활 문제' 단계에서는 모둠별로 조금 상이한 모습이 관찰되기는 하지만 세 모둠 모두 메타인지 지식적 영역이 활발하게 나타났다는 공통점이 있다. 메타인지 지식적 영역이 모델링 과제의 변인에 대한 지식과 관련됨을 고려할 때 '실생활 문제' 단계에서의 지식적 영역의 활성화는 추후 모델링 활동의 기반을 다지는 역할을 할 것으로 기대된다.

나. '모델' 단계

'모델' 단계에서의 메타인지 지식적 영역은 학생들의 모둠 토의 프로토콜을 토대로 분석하였으며 그 결과는 <표 Ⅲ-3>과 같다.

<표 Ⅲ-3> '모델' 단계 메타인지 지식적 영역 분석

그룹코드	개인적 메타지식(P)		과제적 메타지식(T)			전략적 메타지식(S)	합계
	KP1	KP2	KT1	KT2	KT3	KS1	
A(시각)	1	0	5	0	0	1	7
B(혼합)	0	0	2	0	0	1	3
C(분석)	0	0	4	0	0	1	5

'모델' 단계에서의 메타인지 지식적 영역은 A모둠이 7회, B모둠 3회, C모둠 5회 관찰되었다. '모델' 단계에서 세 모둠 모두 과제적 메타지식이 주로 나타난 것을 확인할 수 있었다. '모델' 단계에서의 과제적 메타지식은 주로 문제해결을 하는 과정에서 문제의 조건을 다시 확인하고, 이를 해석하는 과정에서 나타났다. 모델 단계에서 A모둠에서 보인 과제적 메타지식 사례는 다음과 같다.

SA3: 매트를 잘라서. 여기 보면 조각을 크기에 맞게 더 잘라서 사용할 수 있다고 했잖아.
SA1: 그럼 겹치지 않을 수 있는 거네. 그럼 경제적이기도 하네.
SA4: 그다음에 이걸 카펫도 똑같이 사용할 수 있는 거잖아, 카펫도 이렇게 자르면 되니까.
SA1: 각 조각은 이 조각은 크기에 맞게 자르면 방향 상관없이 자를 수 있는 건가?(KT1)
SA3: 응 계속 자를 수 있는 거야.

이때 SA1은 '조각을 크기에 맞게 잘라서 사용할 수 있다'라는 문제의 조건을 보고 조각을 자르는 방향이 정해져 있는지 의문을 제기하였다. 이에 SA3는 조각의 경우 자르는 방향이 제시되어 있지 않으므로 방향에 상관없이 자를 수 있다고 답하였다. 토의를 통해 문제에서 제시된 조건을 해석(KT1)하고 이를 토대로 문제를 해결하고 있음을 확인할 수 있다.

한편, 세 모둠 모두 메타인지 수행적 영역의 전략적 메타지식(KS1)이 한 번씩 나타났는데, 이는 교사가 순회지도를 하면서 각 모둠에 제기한 발문에 대한 답변으로부터 찾아볼 수 있었다. 다음 사례를 보면, 문제해결이 어떻게 이루어지고 있는지 묻는 교사의 질문에 SA4는 자신의 해결전략을 인지(KS1)하고 이에 대해 답변하였다.

교사: 어떤 방법으로 해결하고 있나요?
SA4: 일단 경제성과 외관을 모두 고려해서 정하고 있어요. 매트가 가장 적합한 것 같은데 어떻게 매트를 놓을지 고민 중이에요. 경제성과 외관의 순위를 각각 세우고 그 둘을 합쳐서 생각해보려고요.(KS1)

이상의 내용을 정리하면, '수학적 모델' 단계는 모델을 탐색하고 구성하여 문제를 해결하는 단계이므로 모델 단계에서의 지식적 영역은 크게 활성화되지 않는다. 다만 일부 특정한 상황에서 메타인지가 관찰되기도 하였는데, 모델을 구성하는 도중 문제해결에 결정적인 역할을 하는 문제의 조건을 해석하고 인지하는 과정에서 메타인지가 발현(KT1)되거나 교사의 발문과 같은 외부적인 개입을 통해 모둠 해결의 전략 사용에 대한 인지(KS1)가 나타나는 것을 확인할 수 있었다.

다. '수학적 결론' 및 '모델 적용' 단계

'수학적 결론' 및 '모델 적용' 단계는 학생들이 모둠별로 개발한 모델을 발표하고 이에 대한 상호 평가 및 반성 활동으로 이루어졌다. 학생들은 다른 모둠의 발표를 듣고 자신이 개발한 모델을 수정하여 최종 결론을 도출해내고, 이를 일반화하여 해결할 수 있는 다른 문제 상황을 탐색하였다. 이러한 과정에서 학생들의 메타인지 지

식적 영역은 나타나지 않았다. 메타인지 지식적 영역은 문제의 변인에 대한 지식과 관련된 것이므로, 모델을 평가하고 일반화하는 ‘수학적 결론’ 및 ‘모델 적용’ 단계에서 활성화되지 않는 것으로 해석된다.

2. 수학적 모델링 과정에서 메타인지 수행적 영역 분석

가. ‘실생활 문제’ 단계

실생활 문제 단계는 학생들이 개별학습지를 통해 문제에서 주어진 조건을 파악하고 문제해결을 위한 전략을 떠올리고 인지하는 과정만을 포함하므로, ‘실생활 문제’ 단계에서는 메타인지 수행적 영역이 관찰되지 않았다.

나. ‘모델’ 단계

모델 단계에서의 수행적 영역은 모둠토의 프로토콜을 토대로 분석하였으며 분석 결과는 <표 Ⅲ-4>와 같다.

<표 Ⅲ-4> ‘모델’ 단계 메타인지 수행적 영역 분석

그룹 코드	유도 활동(G)				감시 활동(M)			조사 활동(C)			평가 활동(E)			합계
	PG1	PG2	PG3	PG4	PM1	PM2	PM3	PC1	PC2	PC3	PE1	PE2	PE3	
A	11	20	8	17	1	5	18	2	1	1	0	0	0	84
(시각)	56				24			4			0			
B	10	8	2	6	3	4	9	0	9	2	0	0	0	53
(혼합)	26				16			11			0			
C	12	7	4	4	3	5	9	2	5	4	0	0	0	55
(분석)	27				17			11			0			

‘모델’ 단계에서 학생들은 주어진 문제를 해결하기 위한 모델을 구상하고 탐색하는 활동을 하였다. 학생들은 ‘가장 좋은 방법’이 무엇일지에 대해 먼저 토의한 다음, 좋은 방법임을 판단할 수 있는 기준을 세웠다. 그다음 다양한 재료를 사용하는 경우를 구분하고 ‘가장 좋은 방법’의 기준에 제일 적합한 경우를 모둠의 최종 모델로 선정하였다. 이 과정에서 학생들의 메타인지 수행적 영역(P)이 활발하게 일어난 것을 확인할 수 있었다. 그중에서도 유도 활동(G)과 감시 활동(M), 조사 활동(C)이 주로 나타났다.

먼저, 유도 활동(G)은 A모둠 56회, B모둠 26회, C모둠 27회 관찰되었다. 유도 활동(G)은 ‘가장 좋은 방법’을 논의하는 과정과 기준에 따라 최종 모델을 선정할 때 주로 발현되었다. ‘모델’ 단계에서 A 모둠이 보인 유도 활동 사례를 살펴보면 다음과 같다. 아래 사례에서 학생들은 ‘가장 좋은 방법’에 대한 문제해결 전략을 다양하게 제시(PG1)하고 있다. SA3와 SA4는 문제에서 요구하는 ‘가장 좋은 방법’으로 경제성과 외관 디자인을 고려하였으며 SA4는 다양한 경우의 수를 고려했을 때 최종 선정되어야 하는 기준으로 외관 점수와 경제성 점수를 곱하자고 의견을 제시했다. 이는 자신이 앞서 제시한 전략을 선택하고 시행하도록 유도하는 행위(PG2)로 해석된다. 이에 SA1은 SA4가 제시한 의견에 의문을 품으며 ‘곱하기’가 아니라 ‘더하기’ 전략을 사용해야 한다고 제안(PG4)하였다. 이후 더하기 전략이 적절하지 않다는 SA4의 의견에 SA3가 새로운 전략인 등수를 제안하며 자신의 해결전략을 수정(PG4)하는 모습이 관찰되었다.

SA3: 근데 현실적으로는, 현실적으로 외관적으로 예뻐야 해. 그러니까 먼저 경제적으로 고려한 다음에 외관적으로 어떻게 해야 예쁜지 기준을 세워서 그걸로 점수를 매기자.(PG1)
SA4: 우선 한 가지면 한 가지로 하면 제일 경제적인 것으로 정하자.(PG1) 그러니까 일단 경제적으로 순위를

매겨 그리고 예를 들어 1등 2등 3등이 정해졌어. 그리고 또 경제적인 것에서 뽑힌 것 중에서 외관 점수도 괜찮은 걸로 구하는 거야. 외관 점수랑 경제점수를 곱한 것 중 좋은 걸 구하자.(PG2)

SA1: 곱하는 게 아니라 더해야지.(PG4)

SA4: 더하기는 아니야. 생각을 해봐 경제적으로 뛰어난데 외관 0이야 근데 더해버리면 경제성 점수를 다 버릴 수 있지.(PM3)

SA3: 그럼 점수 말고 등수로 하는 건 어때?(PG4)

SA4: 그래 등수 좋다.

다음으로 감시 활동(M)은 A모둠 24회, B모둠 16회 C모둠 17회 나타났다. 감시 활동(M)은 모둠에서 개발하기 위해 전략을 탐색하고 이를 검토하는 과정에서 주로 보였다. 다음은 '모델' 단계에서 나타난 감시 활동(M) 사례이다. 먼저 첫 번째 사례를 살펴보면, SB1가 다른 학생이 제시한 전략에 대해 적절성을 점검(PM3)하고 있는 모습이다. SB1은 '각 조각은 크기에 맞게 더 잘라서 사용할 수 있다'라는 조건 역시 점선으로 표시된 세로 방향으로만 자를 수 있다고 해석하였다. 그래서 SB3가 제시한 '0.3이 되도록 자르기' 전략이 주어진 조건에 부합하지 않다고 하였다. 이로 보아, 메타인지 수행적 영역의 감시 활동(M)은 주어진 인지 활동에 대한 검토를 통해 전략의 오류를 발견하고 문제해결에 적합한 최적의 모델 수립에 긍정적인 영향을 미친다는 것을 알 수 있다.

SB3: 그럼 이 부분만 0.3이 되도록 자르면…

SB1: 근데 이건 이 방향으로만 자를 수 있어.(PM3)

SB3: 그러니까 자른 조각은 이렇게 자를 수 있단 말이야. 그러니 이 정도만 버리게 되잖아.

SB1: 근데 이 부분을 버릴 수 없는 것 같은데.(PM3)

감시 활동(M)의 두 번째 사례는 SC1이 C 모둠에서 해결하고 있는 전략의 진행 상태를 점검(PM2)하는 상황이다. SC1은 '왜 이렇게 하는 거야?'라고 물으며 모둠 전략인 '나누기'가 왜 이루어져야 하는지 그 이유를 파악하였다. 이러한 물음은 문제해결 과정에서 일어날 수 있는 오류를 최소화하고 전략 선택에 타당성을 부여하는 역할을 하는 것으로 나타났다.

SC3: 아니야 일단 여기부터 나누자.

SC1: 근데 이걸 왜 나누는 거야?(PM2)

SC3: 그래야지 이게 1m짜리로 몇 개가 나오는지를 알 수 있어.

SC1: 그런데 이거 어차피 4 곱하기 3으로 할 거 아니야?

SC3: 그렇지

SC1: 근데 왜 나누는 거야?(PM2)

SC3: 4 곱하기 3이 12라는 걸 증명하기 위해서.

SC1: 우리 지금 카펫으로 하는 거야?(PM2)

SC3: 매트 아니야?

한편, 조사 활동(C)은 A모둠 4회, B모둠 11회, C모둠 11회 발현되었다. 앞선 유도 활동과 감시 활동과 달리 A모둠에 비해 B모둠과 C모둠의 발현 빈도수가 더 많은 것을 확인해 볼 수 있었다. 조사 활동은 감시 활동보다 더 세부적이고, 의식적인 활동으로 이전 활동을 확인(PC1)하거나 계산 과정을 점검(PC2)하고, 문제를 다시 읽는 행위(PC3)를 포함한다. 다음은 B모둠의 조사 활동(C) 사례이다. SB3는 계산 과정을 직접 검산하거나 계산 과정

을 설명해달라고 함(PC2)으로써 계산 과정에서 발생할 수 있는 오류를 확인하고 점검하였다. 이러한 오류 수정 과정에서 이전 활동을 확인(PC1)하거나 문제를 다시 살펴보는(PC3) 과정이 동반되기도 하였으며 이는 문제해결 과정에서의 오류를 최소화하는 데 도움을 주었다.

SB2: 19만 5,000원이야. 가격 차이 얼마 안 난다.
SB3: 얼마 나온다고? 내가 검산해볼게. (풀이 과정을 검산한다)(PC2)
SB2: 낭비가 2800이야.
SB3: 낭비가 어떻게 2800이야?(PC2)
SB4: 05 곱하기 0.5 곱하기 0.2가 넘겠지.
SB1: 0.1 곱하기 14,000원. 1,400원이네.
SB3: 맞네. 1,400원 손해네.

반면에, ‘모델’ 단계에서 평가 활동(E)은 세 모둠에서 모두 관찰되지 않았다. 모델을 구성하고 최적의 전략을 탐색하는 과정에서 자발적인 평가 활동(E)이 이루어지기를 기대했다. 하지만 ‘모델’ 단계의 특성상 학생들이 수학적 모델을 수립하는 과정에서 인지적인 전략을 수정하거나 검토하는 모습은 보였으나, 모델링 활동에 대한 반성적 판단 활동이나 과제 수행 과정을 평가하는 행위는 찾아보기 어려웠다.

이로부터 ‘모델’ 단계는 메타인지 수행적 영역(P) 중 유도 활동(G), 감시 활동(M). 조사 활동(C)이 매우 활발하게 활성화되지만, 평가 활동(E)은 비활성화되는 단계임을 알 수 있다. 이렇듯 수행적 영역의 세 활동 요소의 활성화는 문제해결에 적합한 모델을 구성하고 오류를 최소화하는 데 도움을 제공하는 등 모델링 활동에 결정적인 영향을 준다.

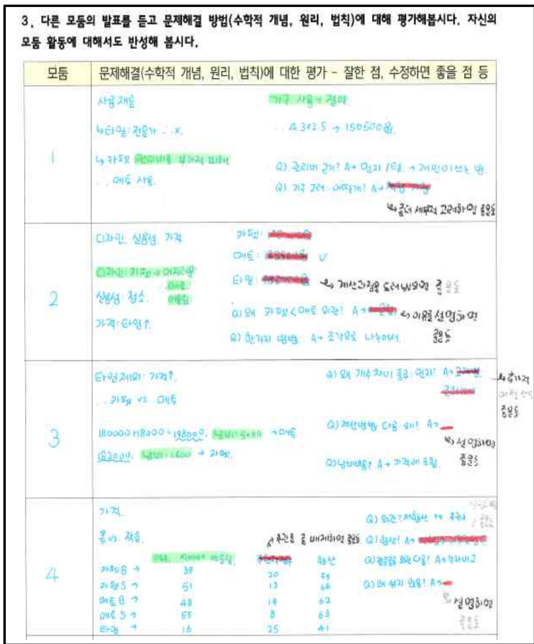
다. ‘수학적 결론’ 및 ‘모델 적용’ 단계

‘수학적 결론’ 및 ‘모델 적용’ 단계는 모둠별로 개발한 모델을 발표하고 발표한 내용을 바탕으로 상호 평가 및 반성하는 활동으로 구성되었다. 학생들은 반성을 통해 문제해결에 적합한 ‘더 좋은 방법’을 고안해내고, 새로운 문제 상황에 대한 전이 가능성을 탐색해보았다. 이 과정에서 학생들은 메타인지 수행적 영역 중 ‘문제해결 활동에 대한 반성적 판단 활동’인 평가 활동(E)이 주로 관찰되었다. ‘수학적 결론’ 및 ‘모델 적용’ 단계에서의 메타인지는 학생들의 개별학습지를 토대로 분석하였으며, 다양한 모둠의 모델을 평가하는 질적 내용이 포함되어 있어 메타인지 요소의 발현 빈도수를 양적으로 제시하기보다는 사례를 통해 메타인지 수행적 영역의 평가 활동(E)이 어떻게 이루어졌는지 살펴보고자 한다.

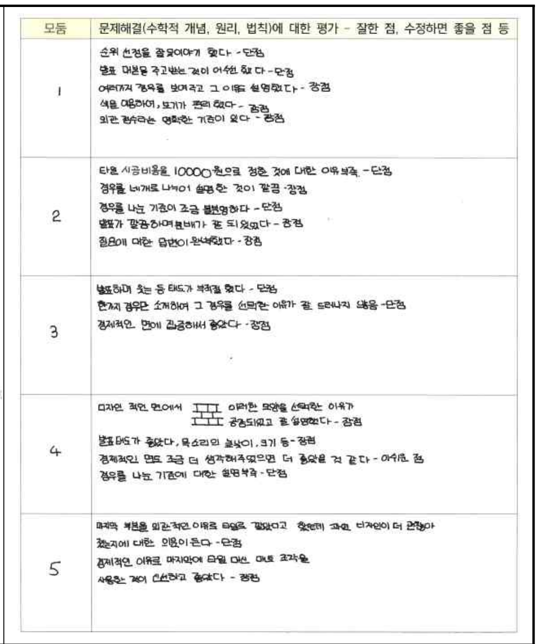
먼저, 학생들은 다른 모둠의 발표를 들으며 모둠이 개발한 모델이 포함한 수학적 개념이나 원리가 문제해결의 목표에 부합하는지 평가하였다(PE1). [그림 Ⅲ-2]는 SC4가 모둠 발표를 들으며 작성한 학습지 사례이다. SC4는 다른 모둠이 발표한 모델을 정리하여 모델의 계산 과정이 바르게 이루어졌는지 점검하였고(PC2), 모델에 대한 자신의 의견을 기록하기도 하였다. SC4는 4모둠이 제시한 ‘주관적 점수’에 대하여 ‘주관을 배제하면 좋을 듯’이라고 적으며 주관적 요소가 문제해결에 부적절하다고 평가하고 있다(PE1). 또한 각 모둠이 개발한 모델에 대한 의문점을 적으며 각 모델에서 보완되어야 할 부분을 추가로 정리하기도 하였다.

한편, SA4는 모델의 수학적 원리뿐만 아니라 모델을 수립하는 과정이나 모둠의 발표 태도 등에 대해서도 평가한 것을 확인할 수 있다. 특히, SA4는 자신의 모둠에서 개발한 모델과 다른 모둠이 개발한 모델을 비교하여 장단점을 분석함으로써 자신의 과제 수행 활동을 평가하기도 하였다(PE2). SA4가 속한 1모둠에 대하여 ‘여러 가지 경우를 보여주고 문제해결의 이유를 설명했다(장점)’라고 하였지만 3 모둠의 경우 ‘한 가지 경우만 소개하여 그 경우를 선택한 이유가 잘 드러나지 않았다(단점)’라고 평가하였다. 또한 자신의 모둠을 ‘외관 점수라는 명확한

기준이 있다(장점)'라고 하였고 5모둠은 '외관적인 이유로 타일을 깔았다고 했지만, 과연 디자인이 더 괜찮아졌는지에 대한 의문이 든다.'라고 하며 5모둠이 제시한 모델의 객관성에 대해 평가하고 있는 모습(PE1)을 관찰할 수 있었다.



SC4 학습지

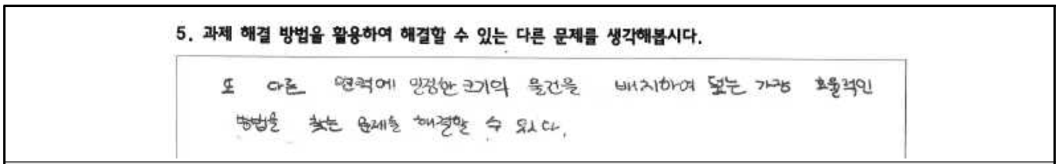


모둠	문제해결(수학적 개념, 원리, 법칙)에 대한 평가 - 잘한 점, 수정하면 좋을 점 등
1	순위 선정을 잘 못이야기 했다 - 단점 발표 대본을 주고받는 것이 어수선 했다 - 단점 여러가지 경우를 보여주고 그 이유를 설명했다 - 장점 색을 이용하여, 보기가 편리 했다 - 장점 외관 점수라는 명확한 기준이 있다 - 장점
2	타일 시공비용을 10000원으로 정한 것에 대한 이유 부족 - 단점 경우를 네개로 나누어 설명한 것이 깔끔 - 장점 경우를 나눈 기준이 조금 불분명하다 - 단점 발표가 깔끔하며 분배가 잘 되었었다 - 장점 질문에 대한 답변이 완벽했다 - 장점
3	발표하며 웃는 등 태도가 부적절 했다 - 단점 한가지 경우만 소개하여 그 경우를 선택한 이유가 잘 드러나지 않음 - 단점 경제적인 면에 집중해서 좋았다 - 장점
4	디자인 적인 면에서 이러한 모양을 선택한 이유가 공감되었고 잘 설명했다 - 장점 발표 태도가 좋았다, 목소리의 높낮이, 크기 등 - 장점 경제적인 면도 조금 더 생각해주었으면 더 좋았을 것 같다 - 아쉬운 점 경우를 나눈 기준에 대한 설명 부족 - 단점
5	마지막 부분을 외관적인 이유로 타일을 깔았다고 했는데 과연 디자인이 더 괜찮아 졌는지에 대한 의문이 든다 - 단점 경제적인 이유로 마지막에 타일 대신 매트 조각을 사용한 것이 신선하고 좋았다 - 장점

SA4 학습지

[그림 Ⅲ-2] 평가 활동(E) 사례

한편, '모델 적용' 단계에서 학생들은 자신이 개발한 모델을 적용할 수 있는 새로운 문제 상황을 탐색하는 활동을 하였다. 이 과정에서 메타인지 수행적 영역의 평가 활동(E) 중 '새로운 문제에 대한 전이 가능성 모색(PE3)'이 관찰되었다. [그림 Ⅲ-3]에서 SB4는 '특정 면적에 일정한 크기의 물건을 배치하는 효율적인 방법 찾기'에서 자신이 풀이한 과제 해결 방법을 적용할 수 있다고 하였다. 그 외 다른 학생들의 학습지에서 '효율적인 짐 싸기', '벽지 꾸미기' 등 다양한 적용 상황에 대한 답변을 찾아볼 수 있었다.



5. 과제 해결 방법을 활용하여 해결할 수 있는 다른 문제를 생각해봅시다.

또 다른 면적에 일정한 크기의 물건을 배치하여 넣는 가장 효율적인 방법을 찾는 문제를 해결할 수 있다.

SB4 학습지

[그림 Ⅲ-3] 평가 활동(E) 사례

앞서 살펴본 바에 의하면 ‘수학적 결론’ 및 ‘모델 적용’ 단계에서는 주로 메타인지 수행적 영역의 평가 활동(E)이 활성화됨을 알 수 있다. 학생들은 모둠별 발표를 들으며 다른 모둠의 모델을 평가하고, 이와 비교하여 자신의 모둠이 개발한 모델을 평가하는 과정에서 평가 활동(E)이 발현된다. 문제해결에 대한 반성적 판단 활동이라고 할 수 있는 평가 활동(E)을 통해 학생들은 자신이 개발한 모델의 문제해결 목표 도달 여부를 판단하고 자신의 문제해결 과정을 전반적으로 되돌아본다는 점에서 매우 중요하다고 할 수 있다. 학생들은 이를 토대로 더 나은 방법으로 모델을 수정하거나 새로운 상황에 적용할 수 있는지 그 가능성을 탐색하기도 하였다. 요컨대, 메타인지 수행적 영역의 평가 활동(E)은 모델링 활동을 정리하고 반성하는 마무리 활동을 유발한다고 할 수 있다.

3. 수학적 사고 양식별 메타인지 특성

학생들의 메타인지 분석 결과, 사고 양식에 따른 메타인지의 차이는 지식적 영역보다 수행적 영역에서 뚜렷하게 나타났다. 수학적 사고 양식에 따른 메타인지 수행적 영역의 특징은 다음과 같다.

첫째, 시각적 양식 모둠의 경우, ‘모델’ 단계에서 타 모둠에 비해 메타인지 수행적 영역(P)이 활성화되었다. ‘모델’ 단계에서 메타인지 수행적 영역은 A모둠 84회, B모둠 53회, C모둠 55회 관찰되었는데, 이는 과제의 특성과 관련지어 해석할 수 있다. 본 연구에서 적용된 과제는 방바닥의 크기와 재료의 조건을 고려하여 해결해야 하는 과제로, 그림그리기 전략이 유효하다. 시각적 사고자는 수학 모델링 학습에 있어 주로 그림그리기를 활용하므로(Borromeo Ferri, 2018), 과제 특성이 A모둠의 활발한 메타인지 자극에 영향을 미쳤을 것으로 해석된다.

둘째, 혼합적 사고자와 분석적 사고자의 경우, ‘모델’ 단계에서 조사 활동(C)이 다수 발생하였다. 이는 분석적 사고자의 특성과 연관 지어 해석할 수 있다. 분석적 사고자는 다른 유형에 비해 주어진 문제 상황을 보다 수학적으로 해석하며 연산이나 기호와 같은 형식적인 표현을 통해 모델 활동을 하는 특징이 있다(Borromeo Ferri, 2018). 실제 수업에서 분석적 성향이 강한 C모둠과 분석적 성향과 시각적 성향을 고루 가지고 있는 B모둠은 문제해결 과정에서 나타나는 연산 과정을 점검하고 검산하는 행위에 적극적인 모습을 보였다. 이는 분석적 사고자의 성향이 메타인지 지식적 영역의 조사 활동(C)에 긍정적인 영향을 미친 것으로 보인다.

셋째, 분석적 사고자와 시각적 사고자는 평가 활동(E)에 있어 관점의 차이가 나타났다. 분석적 사고자는 다른 모둠의 모델을 평가할 때 ‘가격이 정확하게 계산되었는지’ 여부를 중점적으로 확인하였고, 시각적 사고자는 ‘발표 태도나 방식, 구성된 모델의 외관적 요소’를 주로 평가하였다. 이는 앞서 살펴본 바와 같이, 분석적 사고자와 시각적 사고자의 수학에 대한 학습 성향의 차이에서 비롯된 것이라고 해석된다. 분석적 사고자는 주어진 모델을 보다 수학적인 시선으로 바라보는 경향이 있다. 따라서 분석적 사고자의 평가 활동에서도 이러한 특성이 반영된 것으로 보인다. 반면, 시각적 사고자는 그림 이미지에 대한 선호가 높으므로 다른 모둠이 개발한 모델의 외형적인 특징에 더욱 관심을 가지고 평가한 것이다. 또한, 혼합적 사고자는 분석적 사고자와 시각적 사고자의 성향을 모두 내재하고 있으므로 두 양식의 특징이 고루 나타났음을 확인할 수 있었다.

Ⅳ. 결론 및 제언

본 연구에서는 S시 소재 대학부설과학영재교육원 초등수학영재 39명을 수학적 사고 양식 검사 결과에 따라 시각적, 혼합적, 분석적 모둠으로 분류하였고, 각 사고 양식이 가장 뚜렷하게 드러나는 3개 모둠 학생(총 12명)의 수학적 모델링 과정에서 나타나는 메타인지 특성을 분석하였다. 분석 결과로부터 다음과 같이 수학적 모델링 사이클의 단계별 결론 및 시사점 세 가지와 수학적 사고 양식과 관련한 두 가지를 도출하여 정리하였다.

첫째, ‘실생활 문제’ 단계에서의 지식적 영역(K)의 활성화는 문제의 목표와 조건을 파악하고, 문제해결 전략

탐색을 가능하게 하므로 모델링 활동의 초석을 제공하는 것으로 나타났다. 이를 위해 개별학습지를 제공하여 학생 개개인이 모델링 과제를 탐색하고 문제를 충분히 이해할 수 있도록 하는 학습 환경을 조성한 것은 매우 중요한 교수학적 처치인 것으로 확인된다. 구체적으로, 교사는 학생들에게 개별학습지를 제공하여 모델링 과제의 내용을 이해하고 해결전략을 생각해볼 수 있도록 해야 한다. 또한 개별학습지를 탐색할 수 있는 충분한 시간을 제공하여야 한다. 장혜원 외(2018)는 수학적 모델링을 활용한 수업에서 여유 있는 활동 시간을 제공하는 것이 중요하며 활동 시간이 부족한 경우 학생 중심의 활동이 이루어지기 어려움을 강조하였다. 요컨대, '실생활 문제' 단계에서 개별학습지와 충분한 활동 시간을 제공함으로써 메타인지 지식적 영역(K)을 자극하고 모델링 활동의 기반을 다질 수 있는 것이다.

둘째, '모델' 단계에서는 메타인지 수행적 영역의 유도 활동(G), 감시 활동(M), 조사 활동(C)이 주로 나타나며, 이는 문제해결에 적합한 모델을 구성하고 전략을 감시하여 오류를 최소화하는 데 결정적인 역할을 하는 것으로 확인되었다. 이러한 유도 활동(G), 감시 활동(M), 조사 활동(C)이 발현된 상황들의 공통점을 찾아보면, 모두 모둠 토의가 활발하게 이루어지는 상황에서 관찰되었다는 점이다. 따라서 '모델' 단계는 학습자가 다른 학습자와의 적극적인 토의를 통해 메타인지 수행적 영역(P)이 활발히 이루어질 수 있도록 모둠 위주의 활동으로 구성할 필요가 있다. Artzt & Thomas(1997)에 따르면, 소그룹 활동은 메타인지를 활성화하여 문제해결 능력을 향상시킨다. 이와 같은 맥락에서 모둠 활동을 통해 학생 간 활발한 의사소통이 가능한 환경을 마련해줌으로써, 메타인지의 수행적 영역(P)의 활성화를 도모할 수 있다.

셋째, 메타인지 수행적 영역의 평가 활동(E)은 모델을 평가하고 새로운 상황으로의 확장을 모색하는 등 모델링 수업에서 정리 및 마무리 역할을 하는 것으로 나타났다. 그러나 평가 활동(E)이 모델을 구성하는 '모델' 단계에서는 관찰되지 않았다. 이는 평가 활동(E)이 학생들의 토의 과정에서 자발적으로 활성화되기 어려우므로 평가 활동 독려를 위한 외부의 의도적인 설정이 필요함을 의미한다. 김민경 외(2009)는 수학적 모델링의 '모델 적용' 단계에서 여러 모델을 비교하고 문제해결을 위해 가장 적합한 방법이 무엇인지, 더 좋은 모델이 있는지에 대해 논의하고 의견을 공유해야 한다고 하였다. 따라서 교사는 모델링 수업 준비 과정에서 의도적인 '상호 및 자기 평가 활동'을 구성할 필요가 있다. 모델링 수업을 구상할 때, 학생들이 문제해결 활동의 반성적 활동이 이루어질 수 있도록 각 모둠의 모델을 발표하고 이를 평가하는 별도의 활동을 마련해야 하는 것이다. 또한 모둠별 평가에서 더 나아가 평가한 내용을 바탕으로 자신이 개발한 모델을 수정하거나 개선할 수 있도록 학습지를 제공하고, 해당 모델을 적용할 수 있는 새로운 상황을 탐색해봄으로써 모델링 수업을 보다 확장하여 정리하고 마무리해볼 수 있도록 해야 한다.

넷째, 시각적 사고자로 구성된 A모둠은 '모델' 단계에서 메타인지 수행적 영역의 유도 활동(G)과 감시 활동(M)이 활발하게 나타난 반면, 분석적 사고자 C모둠은 '모델' 단계에서 메타인지 수행적 영역의 조사 활동(C)이 활성화되었다. 연구 결과, 수학적 사고 양식에 따라 활성화되는 메타인지 요소에 차이가 있고, 수학적 사고 양식에 따라 모델링 활동에서 보이는 메타인지적 강점이 다르다는 것을 알 수 있다. 따라서 모델링 활동에서 수학적 사고 양식별 나타나는 메타인지적 특성이 다른 사고 양식과 시너지 효과를 발휘할 수 있도록 여러 사고 양식이 혼합된 형태로 모둠을 구성할 필요가 있다. 안인경, 오영열(2018)은 수학적 모델링 과정에서 이질 모둠이 동질 모둠에 비해 높은 과제 수행 능력을 보임을 밝혔다. 이와 같은 맥락으로 다양한 사고 양식이 혼합된 모둠 구성을 통해 시각적 사고자는 분석적 사고자의 연산 감각이나 계산 과정 검산을, 분석적 사고자는 시각적 사고자의 그림을 활용한 다양한 전략 탐색을 경험하게 될 것이다. 요컨대, 서로 다른 사고 양식 간의 교류를 통해 더욱 풍성한 관점으로의 모델링 활동이 가능할 것이라 기대할 수 있다.

다섯째, '수학적 결론' 및 '모델 적용' 단계에서 메타인지 평가 활동(E)의 발현 과정 시 시각적 사고자는 모델의 외형적 형태, 발표 태도 등을 주로 평가하였고, 분석적 사고자는 모둠 발표에서 계산 과정이 잘 드러났는지, 계산 결과는 정확한지를 평가하였다. 이러한 사고 양식별 평가 관점의 차이를 학생 전체가 사전에 공유한다면,

폭넓은 관점으로의 평가 활동이 이루어질 수 있을 것이다. 따라서 교사는 모둠별 평가를 하기 전에 전체 토의를 통해 평가 기준에 대하여 논의해보는 경험을 제공할 필요가 있다. 또한 본격적인 평가 활동이 이루어지기 전에, 학생들에게 평가 기준에 대한 발문을 제공하여 학생들이 다양한 평가 기준을 생각해 볼 수 있도록 해야 한다. 이러한 과정을 통해 학생들은 다른 사고 양식의 사고방식을 접하고 서로가 상호보완적인 역할을 할 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

교육부 (2022). 수학과 교육과정. 교육부 고시 제2022-33호 [별책 8]. 교육부.

Ministry of Education (2022). *Mathematics curriculum* 2022-33 [Book 8]. Ministry of Education.

교육부 (2023). 제5차 영재교육진흥종합계획. 교육부.

Ministry of Education (2023). *The fifth master plan for promotion of gifted education*. Ministry of Education.

고창수・오영열 (2015). 수학적 모델링 활동이 수학적 문제해결력 및 수학적 성향에 미치는 영향. 한국초등수학교육학회지, 19(3), 347-370.

Ko, C., & Oh, Y. (2015). The effects of mathematical modeling activities on mathematical problem solving and mathematical dispositions. *Journal of Elementary Mathematics Education in Korea,* 19(3), 347-370.

김민경・홍지연・김은경 (2009). 수학적 모델링 사례 분석을 통한 초등 수학에서의 지도 방안 연구. 수학교육, 48(4), 365-385.

Kim. M., Hong, J., & Kim, E. (2009). Exploration of teaching method through analysis of cases of mathematical modeling in elementary mathematics. *The Mathematical Education,* 48(4), 365-385.

김수미 (1992). 수학교육에서의 메타인지 개념에 대한 고찰. 수학교육학연구, 2(2), 95-104.

Kim, S. (1992). A study on metacognition in mathematics education. *Journal of the Korea Society of Educational Studies in Mathematics,* 2(2), 95-104.

김연식・김수미 (1996). 메타인지 개념의 수학교육적 고찰. 수학교육학연구, 6(1), 111-123.

Kim, Y., & Kim, S. (1996). A study on the concept of metacognition in mathematics education. *Journal of Educational Research in Mathematics,* 6(1), 111-123.

도주원 (2018). 협업적 수학 문제해결 과정에서 작용하는 메타정의의 기능적 특성. 서울교육대학교 교육전문대학원 박사학위논문.

Do, J. (2018). *Aspects of meta-affect in collaborative mathematical problem-solving processes* [Doctorial dissertation, Seoul National University of Education].

박경미 외 (2015). 2015 개정 수학과 교육과정 시안 개발 연구 II. 교육부 연구보고서 BD15120005.

Park, K., et al. (2015). *A Study on the development of the 2015 revised mathematics curriculum draft II.* BD1512005.

박진형 (2017). 수학적 모델링 활동에 의한 창의적 사고 촉진 사례. 수학교육학연구, 27(1), 69-88.

Park, J. (2017). Fostering mathematical creativity by mathematical modeling. *Journal of Educational Research in Mathematics,* 27(1), 69-88.

신승윤・류성림 (2014). 초등수학영재의 수학 창의적 문제해결력과 메타인지와의 관계. 초등수학교육, 2(17), 95-111.

Sin, S., & Ryu, S. (2014). The relationship between mathematically gifted elementary students' math creative problem solving ability and metacognition. *Education of Primary School Mathematics,* 17(2), 95-111.

신은주・신성화・송상헌 (2007). 초등수학영재들의 메타인지적 사고 과정 사례 분석. 수학교육학연구, 17(3),

201-220.

Shin, E., Shin, S., & Song, S. (2007). A Study on the cases of mathematically gifted elementary students' metacognitive thinking. *Journal of Educational Research in Mathematics,* 17(3), 201-220.

신은주 · 이종희 (2004). 중학생들의 모델링 활동에서 메타인지 분석에 관한 사례연구. 수학교육학연구, 14(4), 403-419.

Shin, E., & Lee, C. (2004). An analysis of metacognition on the middle school students' modeling activity. *The Journal of Educational Research in Mathematics,* 14(4), 403-419.

안인경 · 오영열 (2018). 모둠 구성에 따른 수학적 모델링 과정 수행 및 수학적 추론 능력 분석. 한국초등수학교육학회지, 22(4), 497-515.

An, I., & Oh, Y. (2018). An analysis of mathematical modeling process and mathematical reasoning ability by group organization method. *Journal of Elementary Mathematics Education in Korea,* 22(4), 497-515.

이종희 · 이아름 (2012). 중학교 학생들의 수학적 모델링 과정 분석. 교과교육학연구, 16(3), 815-838.

Lee, C., & Yi, A. (2012). An analysis of the middle school students' modelling process. *Journal of Research in Curriculum & Instruction,* 16(3), 815-838.

장혜원 · 김은혜 · 최혜령 · 강윤지 (2018). '우유의 양' 과제를 이용한 초등학교 6학년 수업에서 수학적 모델링 교수·학습 분석. 학교수학, 20(4), 547-572.

Chang, H., Kim, E., Choi, H., & Kang, Y. (2018). Teaching & learning analysis of mathematical modeling in 6th grade elementary school class using 'amount of milk'. *School Mathematics,* 20(4), 547-572.

정혜윤 · 이경화 (2021). 수학적 모델링 과제의 실행과 수정을 통한 현직 교사의 수학적 모델링 교수 역량 신장 사례 분석. 수학교육학연구, 31(1), 35-62.

Jung, H., & Lee, K. (2021). Promoting in-service teacher's mathematical modeling teaching competencies by implementing and modifying mathematical modeling tasks. *Journal of Educational Research in Mathematics,* 31(1), 35-62.

최지선 (2017). 수학적 모델링 수업에 대한 초등 교사의 인식. 수학교육학연구, 27(2), 313-328.

Choi, J. (2017). Prospective teachers' perception of mathematical modeling in elementary class. *Journal of Educational Research in Mathematics,* 27(2), 313-328.

최희선 (2022). 중등 예비교사들의 수학적 모델링 기반 수업 설계 사례연구. 수학교육논문집, 36(1), 59-72.

Choi, H. (2022). A case study of lesson design based on mathematical modeling of pre-service mathematics teachers. *Communication of Mathematics Education,* 36(1), 59-72.

한상욱 · 송상헌 (2011). 초등 수학영재들이 수학문제해결과정에서 보이는 메타인지 사례 연구. 한국초등수학교육학회지, 15(2), 437-461.

Han, S., & Song, S. (2011). A case study on the metacognition of mathematically gifted elementary students in problem-solving process. *Journal of Elementary Mathematics Education in Korea* 15(2), 437-461.

황혜정 · 김수진 (2019). 반성과 메타인지의 의미에 대한 고찰. 수학교육논문집, 33(1), 35-45.

Hwang, H. & Kim, S. (2019). A study on the meaning of reflection and meta-cognition in mathematics education. *Communication of Mathematics Education,* 33(1), 35-45.

Artzt, A. F., & Thomas, E. A. (1997). Mathematical problem solving in small groups: Exploring the interplay of student's metacognitive behaviors, perception, and ability level. *Journal of Mathematical Behavior,* 16(1), 63-74.

Blum, W. (2011). Can modelling be taught and learnt? Some answers from empirical research. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, & G. A. Stillman (Eds.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling*: ICTMA14. pp.15-30. Springer.

Blum, W., & Borromeo Ferri, R. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and learnt?. *Journal of*

Mathematical Modelling and Application, 1(1), 45-58.

Borrromeo Ferri, R. (2010). On the influence of mathematical thinking styles on learners' modelling behaviour. *Journal fur Mathematikdidaktik*, 31(1), 99-118.

Borromeo Ferri, R. (2018). *Learning how to teach mathematical modeling in school and teacher education.* Springer. 장혜원, 김은혜, 최혜령, 강윤지 (역, 2020). 수학적 모델링, 어떻게 가르칠까?. 경문사.

Brown, A. N. (1987). Metacognition, executive control, self-regulation, and other more mysterious mechanisms. In F. E. Weinert & R. H. Kluwe (Eds.), *Metacognition, motivation and understanding*, pp.65-116. Lawrence Erlbaum Associates.

Chan, E. C. M. (2010). Tracing primary 6 students' model development within the mathematical modelling process. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(3), 40-57.

Common Core State Standards Initiative (CCSSI: 2010). *Common core state standards for mathematics. 6-8.*

Flavell, J. H. (1979). Metacognition and cognitive monitoring : A new area of cognitive developmental inquiry. *American Psychologist*, 34, 906-911.

Hirsch, C. R., & McDuffie, A. R. (2016). *Annual perspectives in mathematics education 2016: Mathematical modeling and modeling mathematics.* National Council of Teachers of Mathematics.

Lesh, R., & Doerr, H. M. (2003). Foundations of a models and modelling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving. In R. Lesh, & H. M. Doerr, (Eds.). *Beyond constructivism: A models and modeling perspective on mathematics teaching, learning and problem solving, Hillsdale*, Lawrence Erlbaum Associates.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM: 1996). *Mathematical modeling in the secondary school curriculum* (3rd ed.). NCTM.

OECD (2013). *PISA 2012 Assessment and analytical framework: Mathematics, reading, science, problem solving and financial literacy.* OECD Publishing. http://dx.doi.org/10.1787/9789264190511-en.

Redmond, T., Brown, R., & Sheehy, J. (2013). Exploring the relationship between mathematical modelling and classroom discourse. In G. A. Stillman, et al. (Eds.), *Teaching mathematical modelling: Connecting to research and practice.* Springer.

Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Academic Press.

Schoenfeld, A. H. (1987). What's all the fuss about metacognition? In Schoenfeld, A. H. (ed.), *Cognitive Science of Mathematics Education* (pp.189-215). Lawrence Erlbaum Associates.

Shahbari, J. A. (2020). Mathematical thinking styles and the features of modeling process. *Scientia in Educatione*, 11(1), 59-68.

Sokolowski, A. (2015). The effects of mathematical modelling on students' achievement-meta-analysis of research, IAFOR *Journal of Education,* 3(1), 93-114.

An Analysis of Metacognition of Elementary Math Gifted Students in Mathematical Modeling Using the Task 'Floor Decorating'

Yun, Soomi
Seoul Insu Elementary School
E-mail : ysm9411@sen.go.kr

Chang, Hyewon†
Seoul National University of Education
E-mail : hwchang@snue.ac.kr

Mathematical modeling can be described as a series of processes in which real-world problem situations are understood, interpreted using mathematical methods, and solved based on mathematical models. The effectiveness of mathematics instruction using mathematical modeling has been demonstrated through prior research. This study aims to explore insights for mathematical modeling instruction by analyzing the metacognitive characteristics shown in the mathematical modeling cycle, according to the mathematical thinking styles of elementary math gifted students. To achieve this, a mathematical thinking style assessment was conducted with 39 elementary math gifted students from University-affiliated Science Gifted Education Center, and based on the assessment results, they were classified into visual, analytical, and mixed groups. The metacognition manifested during the process of mathematical modeling for each group was analyzed. The analysis results revealed that metacognitive elements varied depending on the phases of modeling cycle and their mathematical thinking styles. Based on these findings, didactical implications for mathematical modeling instruction were derived.

* 2000 Mathematics Subject Classification : 97D50
* Key words : mathematical modeling, metacognition, elementary mathematically gifted student, mathematical thinking style
† corresponding author