Research Paper 센서·신호처리 부문

유연성을 가지는 비행체를 위한 속도/방위각 정합 전달 정렬 알고리즘 설계

강 석 태^{*,1)}

¹⁾ 국방과학연구소 미사일연구원

Design of Transfer Alignment Algorithm with Velocity and Azimuth Matching for the Aircraft Having Wing Flexibility

Suktae Kang^{*,1)}

¹⁾ Missile Research Institute, Agency for Defense Development, Korea

(Received 10 February 2023 / Revised 30 March 2023 / Accepted 11 April 2023)

Abstract

A transfer alignment is used to initialize, align, and calibrate a SINS(Slave INS) using a MINS(Master INS) in motion. This paper presents an airborne transfer alignment with velocity and azimuth matching to estimate inertial sensor biases under the wing flexure influence. This study also considers the lever arm, time delay and relative orientation between MINS and SINS. The traditional transfer alignment only uses velocity matching. In contrast, this paper utilizes the azimuth matching to prevent divergence of the azimuth when the aircraft is stationary or quasi-stationary since the azimuth is less affected by the wing flexibility. The performance of the proposed Kalman filter is analyzed using two factors; one is the estimation performance of gyroscope and accelerometer bias and the other is comparing aircraft dynamics and attitude covariance. The performance of the proposed filter is verified using a long term flight test. The test results show that the proposed scheme can be effectively applied to various platforms that require airborne transfer alignment.

Key Words : Transfer Alignment(전달정렬), Velocity and Azimuth Matching(속도/자세 정합), Flexibility(유연성), Attitude Covariance(자세 공분산), Relative Orientation(상대자세), Gyroscope and Accelerometer Bias(자이로, 가속 도계 바이어스)

1. 서 론

전달 정렬은 플랫폼(항공기, 선박 등) 운용 중에 플 랫폼에 장착된 관성항법장치(이하 INS)를 초기화하고, 자세를 정렬하며, 관성 센서 오차를 교정하는 데 이용

^{*} Corresponding author, E-mail: suktae@add.re.kr Copyright © The Korea Institute of Military Science and Technology

된다. 비행 중 정렬로 알려진 공중 전달 정렬은 항공 기 본체의 항법장치(이하 MINS)를 이용하여 항공기 날개에 전달 정렬이 요구되는 관성항법장치(이하 SINS)를 장착한 발사체가 있는 구조이다. 이러한 형태 의 시스템은 기본적으로 레버 암(Lever arm)과 상대 자세(Relative orientation)에 의한 영향을 고려하여 두 시스템 간의 정보를 교환하여야 한다. 또한 항공기가 움직일 때 날개 유연성(Flexibility)에 의한 휨 현상이 발생한다.

일반적인 전달 정렬 시스템에서 항공기의 MINS는 정밀한 관성항법/위성항법 결합시스템(이하, INS/GNS S)이 사용되고 SINS는 INS의 성능이 MINS에 비하여 낮은 INS/GNSS가 이용되는 경우가 많다.

전달 정렬은 주로 칼만 필터가 이용되는데 MINS와 SINS의 항법 해를 비교하여 측정치로 이용한다. 시스 템에 따라 요구되는 전달 정렬 정확도 및 전달 정렬 에 소모할 수 있는 시간이 다르므로 이를 고려하여 측정치 정합(matching)의 형태를 선정해야 한다. 가장 기본적인 측정치 정합은 속도 정합이며^{[1-5],} 급속 전달 정렬이 필요한 경우 자세 정합이 이루어진다^[1-4,6,7]. 일 반적인 전달 정렬은 속도 정합을 사용한다. 하지만 속 도의 순시치를 사용하는 경우 측정치 잡음이 상대적 으로 크기 때문에 전달 정렬 성능이 열화될 수 있다. 일반적으로 빠른 전달 정렬 성능이 열화될 수 있다. 일반적으로 빠른 전달 정렬 수행 및 전달 정렬 성능 확보를 위해 칼만 필터 갱신 주기 동안의 평균 속도 를 사용한다^[1,27,28]. 평균 속도를 사용함으로써 진동 잡 음을 제거하고 측정치 갱신 주기에 동기가 맞지 않은 상태 변수 추정 문제를 줄일 수 있다.

속도 정합의 경우 방위각(Heading) 오차가 수평 자 세인 롤(Roll), 피치(Pitch) 오차보다 크다. 방위각 오차 의 추정 성능의 향상을 위해서는 회전을 포함한 운동 을 하여야 하는데 이러한 운동을 하지 못하면 정렬 성능이 크게 저하된다^[1,2,6,7]. 따라서 방위각 오차 추정 성능은 회전 운동이 없는 운동의 마지막과 전달 정렬 완료 시점 사이에서 저하된다. 이러한 문제의 해결을 위하여 MINS의 자세 정보를 이용할 수 있다^[1,2,5].

자세 정합은 전달 정렬을 위한 운동 조건을 완화시 켜 방위각 오차의 계속되는 성능저하를 막을 수 있다. 그러나 자세 정합을 이용하는 경우 관성센서 오차 교 정을 위해서 더 많은 시간이 필요하다^[1,2]. 또한 날개 휨 현상에 대한 영향을 크게 받게 되고, 기동에 따라 서 오차 추정 성능이 다르게 나타난다^[1,2,7]. 이를 위하 여 칼만 필터에 날개 휨을 위한 상태 변수를 모델링 할 수 있다^(8,9). 날개 유연성을 다양한 방법으로 모델 링 하는 연구들이 진행됐지만^[10-15] 다양한 요인에 따 라 불규칙하게 변하는 날개의 유연성을 정확하게 모 델링 하는 것에는 한계가 있다. 최근 딥러닝 기술을 활용하여 날개 유연성 모델링을 생성하는 연구 및 날 개 유연성을 학습하여 전달정렬에 적용하는 연구들이 진행되고 있으나^[14,16-19], 이를 위해서는 다량의 데이터 확보가 필수적이기 때문에 현실적인 무기체계 운용 면에선 적용하기 힘들 것으로 보인다.

날개 유연성에 대한 모델링이 없는 경우, 롤 운동 동안 상대적인 롤 자세가 크게 영향을 받는다. 이는 항공기가 일반적으로 기동을 위해서 롤 운동이 필요 하기 때문이다. 이러한 문제의 해결을 위하여 상대적 인 자세 변화를 유발하는 날개 유연성을 칼만 필터에 모델링 하는 연구들이 진행되어 왔으나^[89], 복잡한 모 델링 기법이 요구되고^[1,20] 칼만 필터 차수를 증가시켜 효율이 저하 되는 문제가 있다.

본 논문은 날개 유연성을 가지는 항공기를 위한 속 도/방위각 정합 전달 정렬 알고리즘을 설계한다. 알고 리즘은 MINS와 SINS 사이의 레버 암과 시간지연, 상 대 자세를 고려하였다. 날개 유연성 오차를 보상하기 위해 일반적인 속도 정합에서 방위각 정합을 포함하 여 전달 정렬 필터를 설계하였다. 방위각 정합을 포함 함으로써 항공기가 정지 상태 혹은 준 정지 상태에 있을 때 방위각의 발산을 막을 수 있다. 날개 휨에 의 해 변화하는 상대 자세를 직접 칼만 필터에 추가함으 로써 날개 유연성 오차 모델의 추가에 따른 칼만필터 의 차수 증가 및 복잡성을 제거하였다. 레버 암은 일 반적인 방법으로 보상하였으며^[6,21], 시간지연은 GPS로 부터 송신되는 1PPS와 GPS 시간을 이용하여 추정하 였다^[22]. 제시된 전달 정렬 알고리즘의 성능은 실제 비행시험을 통해 증명하였다. 또한 제시된 알고리즘을 통해 다양한 플랫폼에 실제 공중 전달 정렬이 효과적 으로 적용될 수 있음을 보였으며, SINS 순수항법 성 능 분석을 위하여 자이로와 가속도계 추정 바이어스 및 비행체 기동에 따른 정렬 정밀도를 평가하였다.

2. 속도/방위각 정합 전달 정렬 알고리즘 설계

전달 정렬은 일반적으로 SINS 오차 모델(시스템 모 델)과 MINS와 SINS 항법 정보를 비교하여 생성되는 정보(측정치 모델)를 이용하여 칼만 필터로 구현된다. 따라서 전달 정렬 칼만 필터를 구현하고자 하는 대상 에 적절한 시스템 모델과 측정치 모델을 선정하여야 하고 더 나아가 그들의 통계적인 특성을 알고 있어야 한다.

2.1 시스템 모델

속도/방위각 정합 전달 정렬을 위한 시스템 오차 모 델(SINS 오차모델)은 다음과 같이 구성될 수 있다 [1,4,21,23]

$$\begin{split} \dot{\overline{\epsilon}}^{n} &= -(\overline{\hat{\omega}}^{n}_{ie} + \overline{\hat{\omega}}^{n}_{en}) \times \overline{\epsilon}^{n} + (\overline{\delta\omega}^{n}_{ie} + \overline{\delta\omega}^{n}_{en}) - \hat{C}^{n}_{b} \ \overline{\delta\omega}^{b}_{ib} \\ \dot{\overline{\delta}}^{n} &= \overline{\hat{f}}^{n} \times \overline{\epsilon}^{n} + \hat{C}^{n}_{b} \ \overline{\delta f}^{b} - (2\overline{\hat{\omega}}^{n}_{ie} + \overline{\hat{\omega}}^{n}_{en}) \times \overline{\delta v}^{n} \\ - (2 \overline{\delta\omega}^{n}_{ie} + \overline{\delta\omega}^{n}_{en}) \times \overline{\hat{v}}^{n} + \overline{\delta g}^{n} \\ \dot{\overline{\delta\omega}}^{b}_{ib} &= 0 \end{split}$$
(1)
$$\dot{\overline{\delta f}}^{b} &= 0 \\ \dot{\overline{\gamma}}^{b} &= 0 \end{split}$$

여기서, 첨자 *i*, *e*, *n*, *b*는 각각 관성 좌표계, 지구 좌표계, 항법 좌표계, 동체 좌표계를 의미한다. 자세 오 차($\overline{\epsilon}^n$)를 작은 각으로 가정하고, 변환행렬 사이에 오차 가 없다고 가정했을 때, SINS 변환 행렬(\hat{C}_b^n)과 MINS 변환 행렬(C_b^n)의 관계는 식 (2)와 같이 주어진다.

$$\hat{C}_{b}^{n} = [I - (\bar{\epsilon}^{n} \times)]C_{b}^{n}$$
⁽²⁾

여기서, ×는 왜대칭(skew-symmetric) 행렬을 의미하 며 다음과 같이 정의된다.

$$(\overline{\epsilon}^{n} \times) = \begin{bmatrix} 0 & -\epsilon_{d} & \epsilon_{e} \\ \epsilon_{d} & 0 & -\epsilon_{n} \\ -\epsilon_{e} & \epsilon_{n} & 0 \end{bmatrix}$$
(3)

$$\overline{\boldsymbol{\epsilon}}^n = [\boldsymbol{\epsilon}_n \ \boldsymbol{\epsilon}_e \ \boldsymbol{\epsilon}_d]^T \tag{4}$$

속도 오차 $(\overline{\delta v}^n)$ 는 SINS 속도 (\overline{v}^n) 와 MINS 속도 (\overline{v}^n) 의 차이로 다음과 같다.

$$\overline{\delta v}^{n} = \overline{v}^{n} - \overline{v}^{n}$$

$$= [\delta v_{n} \ \delta v_{e} \ \delta v_{d}]^{T}$$
(5)

SINS 자이로 오차($\overline{\delta \omega}_{ib}^{b}$)와 가속도계 오차($\overline{\delta f}^{b}$)는 랜 덤상수(바이어스)로 가정하였다.

$$\overline{\delta\omega}^{b}_{ib} = [\beta_{x} \ \beta_{y} \ \beta_{z}]^{T} \tag{6}$$

$$\overline{\delta f}^b = [\alpha_x \ \alpha_y \ \alpha_z]^T \tag{7}$$

식 (7)의 가속도계 오차는 중력 오차($\overline{\deltag}^n$)를 포함하 는 것으로 가정하여, 결국 (1)의 $\overline{\deltag}^n = 0$ 이 된다. 그리 고 시스템 모델의 장착 비정렬($\overline{\eta}^b$)은 속도 정합의 경 우 필요는 없으나 방위각 오차를 측정치로 사용하므 로 장착 비정렬에 대한 정보가 필요하다.

$$\overline{\eta}^b = [\eta_x \ \eta_y \ \eta_z]^T \tag{8}$$

시스템 모델 (1)의 나머지 항들은 다음과 같다.

$$\begin{split} \overline{\omega}_{ie}^{n} &= \left[\mathcal{Q}_{\text{COS}} \hat{\phi} \quad 0 \quad -\mathcal{Q}_{\text{Sin}} \hat{\phi} \right]^{T} \\ \overline{\omega}_{en}^{n} &= \left[\frac{\hat{v}_{e}}{R_{\lambda} + h} \quad -\frac{\hat{v}_{n}}{R_{\phi} + h} \quad -\frac{\hat{v}_{e}}{R_{\lambda} + h} \tan \hat{\phi} \right]^{T} \\ \overline{\delta \omega}_{ie}^{n} &= 0 \\ \overline{\delta \omega}_{en}^{n} &= \left[\frac{\delta v_{e}}{\hat{R}_{\lambda} + \hat{h}} \quad -\frac{\delta v_{n}}{\hat{R}_{\phi} + \hat{h}} \quad -\frac{\delta v_{e}}{\hat{R}_{\lambda} + \hat{h}} \tan \hat{\phi} \right]^{T} \\ \overline{\hat{f}}^{n} &= \left[\hat{f}_{n} \quad \hat{f}_{e} \quad \hat{f}_{d} \right]^{T} : SINS \text{ stars at an } \hat{\phi} \\ \overline{\hat{v}}^{n} &= \left[\hat{v}_{n} \quad \hat{v}_{e} \quad \hat{v}_{d} \right]^{T} : SINS \text{ stars at at an } \hat{\phi} \\ \end{split}$$

여기서, Ω는 지구 회전 각속도이며, $\hat{\phi}$ 와 \hat{R}_{ϕ} , \hat{R}_{λ} , \hat{h} 는 각각 SINS에서 계산된 위도, WGS84 지구 타원체 위도반경, 경도반경, 고도이다. 시스템 모델에 위치 상 태 변수가 없으므로 위치 오차와 관련된 항은 제거되 었다. 식 (10)은 다음과 같이 이산화된 상태 공간 모델로, 시변 선형 시스템이다.

$$\overline{x}(k) = F(k/k-1)\overline{x}(k-1) + \overline{w}(k-1)$$
(10)

여기서, $\overline{x}(k) = \begin{bmatrix} \overline{\epsilon}^n \ \overline{\delta v}^n \ \overline{\delta \omega}_{ib}^b \ \overline{\delta f}^b \ \overline{\eta}^b \end{bmatrix}^T \in R^{15}$ 이 며, $\overline{w}(k-1) \in R^{15}$ 는 시스템 잡음으로 비 모델화 성 분 및 실제 잡음으로 구성된다. 그리고 $F(k/k-1) \in R^{15 \times 15}$ 는 식 (1)의 우변 변수들에 의하여 적절히 구성된다.

2.2 측정치 모델

속도/방위각 정합 전달 정렬을 위한 측정치는 속도 오차와 방위각 오차이므로 MINS와 SINS의 속도와 방 위각의 차이에 의하여 결정된다. 그런데 이미 언급하 였듯이 측정치를 구성하기 위하여 고려해야 할 사항 이 있다. 이들은 시각 지연(time delay)과 레버 암에 의하여 발생하는 속도, 유연성(flexibility)에 의한 상대 적인 자세의 차이이다^{(6,24-26]}.

MINS가 단지 INS만을 이용하는 시스템이라면 절대 시간을 정할 수 없다. 그러나 INS/GPS를 이용하는 시 스템인 경우 GPS를 이용하여 절대시간 정보를 얻을 수 있다. SINS 역시 GPS와 같은 위성 항법 시스템을 이용한다면 절대시간을 정할 수 있으므로 MINS가 정 보를 전달할 때의 시간 정보를 같이 준다면 시각 지연 의 문제는 쉽게 해결할 수 있다. 그런데 SINS가 전달 정렬을 끝내기 전까지는 GPS를 이용할 수 없는 상황 이라면 측정치 동기를 위해 SINS의 기준 시각을 결정 해야 한다. 본 연구에서는 기준 시각 결정을 MINS로 부터 수신하는 1PPS와 항법 정보의 시간을 이용한다. 지연 오차로 인해 SINS가 MINS로부터 수신한 항법 정보는 과거 시점의 정보이다. SINS은 MINS로부터 1PPS를 수신하는 시점부터 다음 1PPS를 수신한 시점 까지 받은 시간 정보를 확인하여 1PPS 시각을 결정한 다. 이렇게 결정된 기준 시각은 1PPS를 수신 시 마다 1초 단위로 증가하게 된다. 이를 기준으로 SINS는 1 ms 단위로 시간을 증가시켜 항법 계산에 사용하는 관성 데이터 생성 시점에 대한 msec 수준의 시간 정 보를 계산한다. 이러한 과정을 통해 MINS처럼 SINS 도 1PPS를 기준으로 데이터 생성 시마다 항법 정보의 시간을 1 ms 단위로 계산할 수 있다. Fig. 1은 항법 정 보 생성 및 시각 기준을 설명하는 그림이다.



Fig. 1. Navigation data generation and data generation timing

SINS은 관성 데이터와 시간 정보를 400개의 배열을 사용한 링 버퍼 형태로 저장한다. Fig. 1에서 알 수 있듯이 지연 오차로 인해 SINS가 항법 정보를 수신한 시점에서 MINS의 시간 정보는 SINS에서 생성된 관성 데이터 시간보다 이전의 시간을 가진다. 이러한 시간 지연 때문에 SINS는 Fig. 2와 같이 측정치 동기화를 위한 작업을 진행한다. SINS가 MINS로부터 항법 정 보를 수신하면 마지막으로 저장된 배열에서 역순으로 올라가 SINS와 MINS의 데이터를 비교한다. 저장된 SINS 시간과 수신된 MINS의 시간을 비교하여 시각 차이가 가장 작은 배열을 찾으면, 그 SINS의 배열 정 보가 MINS 항법 정보와 동기된 정보가 된다¹²¹.



Fig. 2. Measurement synchronization

시각 지연은 일반적으로 측정할 장비가 없는 경우 는 칼만 필터의 상태 변수에 시각 지연을 포함시켜 추정한다^[24,25]. 그러나 크기가 시스템에 의존하며 매번 일정하지 않아 현실적으로 그 값을 정확하게 추정하 기가 쉽지 않다. 따라서 외부 장비를 이용한 제시된 방법이 효율적이다.

레버 암에 의한 속도 차이는 MINS와 SINS가 상대 적인 거리를 두고 있으므로 MINS에서 측정된 속도와 SINS에서 측정된 속도는 지렛대 속도만큼 차이가 발 생한다. 따라서 MINS와 SINS 사이의 거리 벡터 \overline{l}_{ms} 을 알면 보상할 수 있다. 레버암은 Fig. 3과 같다.



Fig. 3. Lever arm effect

레버 암에 의한 속도(\overline{v})는 다음과 같다.

$$\overline{v}^{l} = C_{b}^{n}(\overline{\omega}_{ib}^{b} \times)\overline{l}_{ms} - (\overline{\omega}_{ie}^{n} \times)C_{b}^{n}\overline{l}_{ms}$$

$$\approx C_{b}^{n}(\overline{\omega}_{ib}^{b} \times)\overline{l}_{ms}$$
(11)

여기서 $\overline{\omega}_{ib}^{b}$ 는 MINS 자이로 출력이다. 결국 식 (11) 은 SINS 출력을 이용하여 다음의 값으로 보상된다.

$$\overline{\hat{v}}^{l} = \widehat{C}_{b}^{n} (\overline{\hat{\omega}}_{b}^{b} \times) \overline{l}_{ms}$$
(12)

식 (11)과 (12)에 의하여 레버 암 속도 보상 오차는 다음과 같다.

$$\begin{split} \delta \overline{v}^{l} &= \overline{v}^{l} - \overline{v}^{l} \\ \approx C_{b}^{n} (\overline{\omega}_{ib}^{b} \times) \overline{l}_{ms} - \widehat{C}_{b}^{n} (\overline{\widetilde{\omega}}_{ib}^{b} \times) \overline{l}_{ms} \\ &= C_{b}^{n} (\overline{\omega}_{ib}^{b} \times) \overline{l}_{ms} - [I - (\overline{\epsilon} \times)] C_{b}^{n} (\overline{\widetilde{\omega}}_{ib}^{b} \times) \overline{l}_{ms} \\ \approx (\overline{\epsilon} \times) \widehat{C}_{b}^{n} (\overline{\widetilde{\omega}}_{ib}^{b} \times \overline{l}_{ms}) - \widehat{C}_{b}^{n} (\overline{\delta \omega}_{ib}^{b}) \times \overline{l}_{ms} \\ &= - [\widehat{C}_{b}^{n} (\overline{\widetilde{\omega}}_{ib}^{b} \times \overline{l}_{ms}) \times] \overline{\epsilon} + \widehat{C}_{b}^{n} (\overline{l}_{ms} \times) \overline{\delta \omega}_{ib}^{b} \end{split}$$
(13)

식 (13)에서 오차항들의 곱은 무시하였다.

자세 정합은 일반적으로 빠른 전달 정렬과 기동 조 건의 완화를 위하여 사용한다. 즉, 속도 정합은 자세 의 추정에 시간이 오래 걸리고, 항공기 기동이 없거나 정속 주행을 할 때 자세의 추정에 문제가 발생한다. 특히 방위각의 추정이 어렵다. 그런데 자세 정합은 유 연성 및 기타 원인에 의하여 Fig. 4와 같이 상대적인 자세 변화가 생기면 자세 오차의 추정치를 크게 편향 시킬 수 있다.





이러한 문제의 해결을 위하여 상대적인 자세 변화 를 유발하는 요소를 칼만 필터에 모델링 하여 추가할 수 있다. 하지만 이러한 경우 날개 유연성 상수가 필 요하게 되는 등 앞서 언급한바와 같이 날개 모델링 상수 및 상태 변수 추정을 위한 매우 복잡한 모델링 기법이 요구되고 칼만 필터 차수를 증가시켜 효율이 저하 된다. 본 연구에서는 유연성에 의한 상대 자세 변화에 대한 영향이 최소화되도록 방위각 정합을 이 용함으로써 정지 상태나 정속 상태에서의 속도 정합 의 문제점을 해결하고, 식 (1)에서 알 수 있듯이 상대 자세($\overline{\eta}^{\delta}$)를 칼만 필터 상태 변수로 추가하여 추정하도 록 전달 정렬 알고리즘을 설계하였다.

자세 정합 방법은 오일러 각 정합과 쿼터니언 정합, DCM(Direction Cosine Matrix) 정합 등 다양한 형태로 설계될 수 있으나, 본 연구에서는 오일러 각의 요 (yaw)에 해당하는 방위각 정합을 이용하므로 오일러 각 정합 방식을 통하여 방위각 부분을 추출하였다.

오일러 각 정합은 SINS와 MINS의 오일러 각의 차 이를 이용한다.

$$\begin{vmatrix} \hat{\phi} \\ \hat{\theta} \\ \hat{\psi} \end{vmatrix} - \begin{bmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta \phi \\ \delta \theta \\ \delta \psi \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta \phi \\ \Delta \theta \\ \Delta \psi \end{bmatrix}$$
(14)

여기서, $\hat{\phi}$, $\hat{\theta}$, $\hat{\psi}$ 는 SINS의 롤(Roll), 피치(Pitch), 방 위각(Heading)이며, ϕ , θ , ψ 는 MINS의 롤, 피치, 방위 각이다. $\delta\phi$, $\delta\theta$, $\delta\psi$ 는 SINS 오일러 각 오차 이며, $\Delta\phi$, $\Delta\theta$, $\Delta\psi$ 는 MINS와 SINS각의 상대 자세이다. 이 때 MINS의 오일러 각 오차는 무시하였다. 칼만 필터 의 자세 오차($\hat{\epsilon}^n$)는 회전 벡터로 구성되어 있으므로 식 (2)를 이용하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$(\overline{\epsilon}^n \times) = I - \hat{C}^n_b C^b_n \tag{15}$$

여기서, \hat{C}_b^n 은 오차를 포함한 오일러 각으로 정의된 DCM이며, C_b^n 은 오차를 없는 오일러 각으로 정의된 DCM이다. 식 (15)를 다시 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\epsilon}_n \\ \boldsymbol{\epsilon}_e \\ \boldsymbol{\epsilon}_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos\theta\cos\psi & \sin\psi & 0 \\ -\cos\theta\sin\psi & -\cos\psi & 0 \\ \sin\theta & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta\phi \\ \delta\theta \\ \delta\psi \end{bmatrix}$$
(16)

식 (16)을 다시 오일러 각 오차에 대하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \delta\phi\\ \delta\theta\\ \delta\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos\psi/\cos\theta - \sin\psi/\cos\theta & 0\\ \sin\psi & -\cos\psi & 0\\ -\tan\theta\cos\psi & -\tan\theta\sin\psi & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_n\\ \epsilon_e\\ \epsilon_d \end{bmatrix}$$
(17)

상대 자세(n^b)는 역시 유사하게 식 (2)를 이용하여 오일러 각과의 관계를 나타내면 다음과 같이 된다.

$$(\overline{\eta}^b \times) = I - C_n^b \hat{C}_b^n \tag{18}$$

식 (18)을 다시 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \eta_x \\ \eta_y \\ \eta_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \sin\theta \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi\cos\theta \\ 0 - \sin\theta\cos\phi\cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\phi \\ \Delta\theta \\ \Delta\psi \end{bmatrix}$$
(19)

식 (19)를 다시 오일러 각 오차에 대하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \Delta\phi\\ \Delta\theta\\ \Delta\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \sin\phi\tan\theta \,\cos\phi\tan\theta\\ 0 & \cos\phi \,-\sin\phi\\ 0 & \sin\phi/\cos\theta \,\cos\phi/\cos\theta \end{bmatrix} \begin{vmatrix} \eta_x\\ \eta_y\\ \eta_z \end{vmatrix}$$
(20)

식 (14)의 SINS와 MINS의 방위각 차이를 (17)과 (20)으로부터 칼만 필터 자세 오차로 나타내면 다음과 같이 된다.

$$\hat{\psi} - \psi = \delta \psi - \Delta \psi$$

$$= \left[-\tan\theta \cos\psi - \tan\theta \sin\psi - 1 \right] \begin{bmatrix} \epsilon_n \\ \epsilon_e \\ \epsilon_d \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$- \left[0 \quad \sin\phi/\cos\theta \quad \cos\phi/\cos\theta \right] \begin{bmatrix} \eta_x \\ \eta_y \\ \eta_z \end{bmatrix}$$

$$\begin{split} \bar{z}(k) &= \begin{bmatrix} \overline{\hat{v}^{n}} - \overline{v}^{n} - \overline{\hat{v}}^{l} \\ \widehat{\psi} - \psi \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \overline{\delta v}^{n} - [\hat{\mathcal{C}}_{b}^{n} (\overline{\hat{\omega}}_{ib}^{b} \times \overline{l}_{ms}) \times] \overline{\epsilon} + \hat{\mathcal{C}}_{b}^{n} (\overline{l}_{ms} \times) \overline{\delta \omega}_{ib}^{b} \\ - \tan\theta (\cos\psi\epsilon_{n} - \sin\psi\epsilon_{e}) - \epsilon_{d} \\ + (\sin\phi\eta_{y} + \cos\phi\eta_{z})/\cos\theta \end{bmatrix} \end{split}$$
(22)

식 (21)은 식 (10)의 $\overline{x}(k) = \begin{bmatrix} \overline{\epsilon}^n & \overline{\delta v}^n & \overline{\delta \omega}_{ib}^b & \overline{\delta f}^b & \overline{\eta}^b \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^{15}$ 를 이용하여 다음과 같이 구성할 수 있다.

$$\overline{z}(k) = H(k)\overline{x}(k) + \nu(k)$$
(23)

여기서, 행렬 *H*(*k*)∈*R*^{4×15}는 식 (22)에 의하여 구 성되며 ν(*k*)∈*R*⁴는 측정 잡음이다.

결국, 식 (10)과 (23)의 시스템 모델과 측정치에 의 하여 다음과 같은 칼만 필터를 구현할 수 있다^[3,4,22].

$$\overline{\hat{x}}(k/k-1) = F(k/k-1)\overline{\hat{x}}(k-1)$$

$$P(k/k-1) = F(k/k-1)P(k-1)F^{T}(k-1) + Q$$

$$K(k) = \frac{P(k/k-1)H^{T}(k)}{H(k)P(k/k-1)H^{T}(k) + R}$$

$$\overline{\hat{x}}(k) = \overline{\hat{x}}(k/k-1)$$

$$+ K(k)[z(k) - H(k)\overline{\hat{x}}(k/k-1)]$$
(24)

$$P(k) = [I - K(k)H(k)]P(k/k-1)$$

한국군사과학기술학회지 제26권 제3호(2023년 6월) / 219

여기서, $\overline{\hat{x}}(k) = \begin{bmatrix} \overline{\hat{\epsilon}^n} & \overline{\delta v}^n & \overline{\delta \omega}^b & \overline{\delta f}^b & \overline{\eta}^b \end{bmatrix}^T \vdash \overline{x}(k)$ 의 추정치이며, Q, R은 시스템 잡음 공분산과 측정치 잡음 공분산이다.

식 (24)에서 *P*(*k*)는 대각선 성분은 오차 상태 변수 의 자기 공분산으로 다음과 같이 주어진다.

 $P(k) = diag[P_{\epsilon} \ P_{\delta v} \ P_{\beta} \ P_{\alpha} \ P_{\eta}]$ (25)

여기서,

전달 정렬의 궁극적인 목표는 SINS의 자세를 구하 는 것이므로 자세 추정 오차의 공분산을 이용하여 전 달 정렬의 정밀도를 예측할 수 있다. 본 연구에서는 식 (27)을 이용하여 정렬 정밀도(Alignment Quality)를 파악한다.

$$AQ = \sqrt{|P_{\epsilon_n}| + |P_{\epsilon_c}| + |P_{\epsilon_d}|} \tag{27}$$





설계된 속도/방위각 정합 전달 정렬 칼만 필터의 구 조를 Fig. 5에 도시하였다. SINS는 200 Hz로 동작하며, 측정치는 MINS로부터 25 Hz로 제공된다. 그리고 전 달 정렬 칼만필터는 1초 단위로 갱신되도록 설계하여 SINS와 MINS 정보는 1초 평균을 구하여 칼만필터에 적 용하였다. 텔레메트리로 획득되는 데이터 주기는 각각 SINS의 센서 데이터는 200 Hz, 항법 데이터는 50 Hz, GPS는 1 Hz이며. MINS는 1 Hz이다.

3. 시험 및 결과분석

제시된 속도/방위각 정합 칼만 필터는 MINS를 장착 한 항공기 날개에 SINS를 장착하여 시험하였다. SINS의 INS는 MINS에 비하여 저급 항법장치를 사용 하였다. MINS와 SINS 모두 INS/GPS를 이용할 수 있 으나 전달 정렬 중에는 SINS는 GPS 정보를 이용하지 않는다. 이때 MINS의 경우 INS/GPS를 한 상태에서 항법 정보를 넘겨주기 때문에 전달 정렬 칼만 필터 설계 시 이를 고려하여 공분산을 설정하여야 한다.

본 논문에서 사용하는 전달 정렬 칼만 필터를 위한 초기 공분산(*P*(0))과 시스템 잡음 공분산(*Q*), 측정치 잡음 공분산(*R*)은 초기에 MINS가 원샷으로 제공하는 정보와 SINS의 관성 센서 성능을 고려하여 다음과 같 이 선정하였다.

$$P(0) = diag[P_{\epsilon} \ P_{\delta v} \ P_{\beta} \ P_{\alpha} \ P_{\eta}] : \bar{\Xi}7] \quad \overline{\Im} \stackrel{\text{T}}{\boxplus} \stackrel{\text{T}}{\boxtimes} \stackrel{\text{T}}{\boxtimes} \frac{P_{\delta v}}{[rad]^2}$$

$$P_{\epsilon}(0) = diag[0.0087^2 \ 0.0087^2 \ 0.0087^2] : [rad]^2$$

$$P_{\delta v}(0) = diag[0.5^2 \ 0.5^2 \ 0.5^2] : [m/s]^2 \qquad (28)$$

$$P_{\beta}(0) = diag[0.001^2 \ 0.001^2 \ 0.001^2] : [rad/s]^2$$

$$P_{\alpha}(0) = diag[0.5^2 \ 0.5^2 \ 0.5^2] : [m/s^2]^2$$

$$P_{\eta}(0) = diag[0.017^2 \ 0.017^2 \ 0.017^2] : [rad]^2$$

$$Q = diag[Q_{\epsilon} \ Q_{\delta v} \ Q_{\beta} \ Q_{\alpha} \ Q_{\eta}]: 시 스템잡음 공분산$$

$$Q_{\epsilon} = diag[0 \ 0 \ 0]: [rad]^{2}$$

$$Q_{\delta v} = diag[0.001^{2} \ 0.001^{2} \ 0.01^{2}]: [m/s]^{2}$$

$$Q_{\beta} = diag[0 \ 0 \ 0]: [rad/s]^{2}$$

$$Q_{\alpha} = diag[0 \ 0 \ 0]: [m/s^{2}]^{2}$$

$$Q_{n} = diag[0 \ 0 \ 0]: [rad]^{2}$$

Fig. 6은 이동궤적과 관련된 수평(Fig. 6(a)), 수직 궤 적(Fig. 6(b))을 도시하였다.

초기에 약 1시간 지상에서 정지 및 이동한 후, 약 1 시간 동안 직진 및 회전하며 상승하였다. 약 2시간에 걸쳐 일정한 고도에서 회전 및 직선 운동을 반복하였 다. 그리고 Fig. 6(c)는 시험 동안의 SINS ISA(Inertial Sensor assembly)의 온도를 나타내고 있다. 초기에 지 상에서 전자 부품의 발열에 의하여 온도가 상승하나, 고도가 상승 하면서 주변 온도가 하강하여 ISA 온도 역시 하강함을 볼 수 있다. 관성 센서의 자이로 특성 은 온도와 밀접한 관계가 있으므로 센서 추정치를 분 석하는데 있어 온도값은 중요한 변수이다.

Fig. 7(a)에는 아래(Vd)와 동쪽(Ve), 북쪽(Vn) 방향 속도의 변화를 도시하였다. 아래 방향 속도(Vd)는 상 승할 때 발생하였다가 사라지는 것을 볼 수 있으며, 동쪽(Ve), 북쪽(Vn) 방향 속도는 회전과 직선 주행을 반복하므로 크기가 변화하는 것을 볼 수 있다.

Fig. 7(a)를 보면 지상에서 회전운동을 거의 하지 않 았기 때문에 속도 변화가 적지만 고도가 상승한 후에 서는 속도 변화가 크게 일어나는 것을 알 수 있다. Fig. 7(b)는 레버 암에 의하여 발생하는 MINS와 SINS 의 속도 차이를 나타내고 있다. Fig. 7(a)와 Fig. 7(b)를 비교한 결과 항공기의 속도 변화가 크게 있을 때 레 버 암의 영향이 크게 나타남을 볼 수 있다. 또한 항체 의 자세변화가 크게 있을 때도 레버암의 영향이 크게 나타나는 것을 알 수 있으며, 이는 Fig. 8(a)와 Fig. 7(b)에서 알 수 있다. 제시한 알고리즘에서 레버 암 보상을 위해 쓰이는 MINS와 SINS의 위치 차이는 x = 0.656 m, y = 2.96m, z = 1.015 m 이다.

Fig. 8(a)는 방위각과 피치, 롤의 변화를 나타내고 있다. 자세의 경우 피치는 항공기가 상승할 때 나타나 며, 회전할 때 방위각의 변화만 있어야 하나 항공기가 뱅크 턴(Bank Turn)을 함으로 회전시 마다 롤의 변화 가 발생한다. Fig. 8(b)는 항공기의 기동에 의하여 나 타나는 MINS와 SINS의 비정렬을 나타내고 있다. Fig. 7과 Fig. 8의 (a)에서 알 수 있듯이 항공기의 속도, 자 세의 변화가 크게 있을 때 비정렬 및 레버암의 영향 이 크게 나타남을 볼 수 있다. 이는 Fig. 7과 Fig. 8에 서 나타난 운동이 SINS의 관성 센서의 오차를 추정하 기에 충분한 운동임을 보여준다.



Fig. 6. Trajectory and temperature for the test

강 석 태

4.0

4.0

4.0

4.0

4.0

4.0





Fig. 9. Accelerometer and gyro bias

Fig. 9(a)는 가속도계 바이어스 추정치를 나타내고 있다. 가속도계 바이어스는 항공기가 초기에 지상에서 이동하는 동시에 수렴하였다. 그 후 고도 상승을 위한 피치 변화에 의하여 약간 변화를 가지나 방위각과 롤 의 변화와는 관계없이 x, y, z축 각각 약 0.16, 0.03, 1.2 mg로 수렴하였다. 추정된 바이어스 1.2 mg는 보상 이 안될 경우 관성 항법 위치 오차를 1분에 약 20 m 유발할 수 있는 센서 오차에 해당한다.

Fig. 9(b)는 자이로 바이어스를 나타낸다. 자이로 바이어스는 약 2시간 기동 후에 수렴한다. 시험에서 1시 간에 걸쳐 고도를 상승시킴으로써 자이로 바이어스 추정치가 온도의 변화에 따라 변화하는 것을 알 수 있었다. 즉 Fig. 6(c)에서 볼 수 있듯이 ISA 온도가 수 렴한 후 자이로 바이어스 역시 수렴하는 것을 알 수 있다. 자이로 바이어스는 x, y, z축 각각 약 -15, 3, 2 deg/hr로 수렴하였다. 바이어스 15 deg/hr는 관성 항법 위치 오차를 1분에 약 25 m 유발할 수 있는 센서 오 차이다.

Fig. 8과 Fig. 9를 비교하면 관성 센서 바이어스는 수렴 후 방위각과 롤 변화에 따른 영향성이 줄어 들 어 수렴성을 유지한 채로 적정한 수준 내의 변화를 보인다는 것을 알 수 있다. 뿐만 아니라 Fig. 7과 Fig. 9를 비교하였을 때, 속도 변화에 따른 레버암의 변화 에도 영향을 받지 않고 수렴성을 유지하는 특성을 보 인다. 이는 제안한 전달 정렬 알고리즘에서 레버암과 방위각 정합을 사용한 효과로 보여진다. 특히, 자이로 바이어스 추정치는 온도변화에 따른 자이로 오차 변 화를 잘 반영하고 있다. Fig. 7 ~ Fig. 9를 비교하였을 때, 유연성을 가지는 비행체에 대하여 제안된 속도/방 위각 정합 전달 정렬 방식이 유효함을 알 수 있다.

Fig. 10에 식 (27)의 AQ(Alignment Quality, 정렬 정 밀도)를 mil 단위(1 mil = 0.05625 deg)로 표시하여 나 타내었다. 정밀도는 1.75 mil의 수준을 보이고 있으나 기동에 따라 변화하는 것을 볼 수 있다.

회전 기동 구간과 직선기동 구간에서정렬 정밀도 변화를 분석하기 위해서 Fig. 11에 방위각 그래프와 AQ그래프를 겹쳐서 함께 도시하여 분석하였다. Fig. 10과 Fig. 11을 비교하여 분석하였을 때, 정렬 정밀도 가 회전기동을 하는 구간에서는 향상되고, 직선기동을 하는 구간에서는 저하되고 있는 것을 알 수 있다. 방 위각 변화 폭이 큰 부분(기동 상태), 즉 회전이 끝나 는 시점에서 정밀도가 향상된 반면에 방위각 변화가 없는 직선구간(정속 상태)에서 정렬 정밀도가 떨어지 는 것을 확인할 수 있다. 정렬 정밀도의 차이는 회전 기동 구간이 직선 기동 구간에 비해 크게는 1 mil 정 도의 차이가 나고 있다.







Fig. 11. Alignment quality and heading analysis

이를 통해 회전과 유사한 기동을 장시간 수행하면 정밀도를 더욱 향상 킬 수 있다는 것을 알 수 있다. SINS는 스스로 정렬이 불가한 장비이므로 MINS를 통한 전달 정렬을 통하여 정렬 자세 오차를 1 mil에 서 2 mil의 수준의 유지하기는 어렵지 않다. 1 mil 방 위각 오차는 관성 항법 장치가 1 km 이동시 1 m의 오차를 유발하므로 전달 정렬 이후 SINS 단독 항법 성능을 높이기 위해서는 기동 직후에 운용하는 것이 유리하다.

4. 결 론

본 논문은 날개 유연성을 가지는 항공기를 위한 속 도/방위각 정합 전달 정렬 알고리즘을 설계하여 실험 을 통하여 그 성능을 파악하였다. 제안한 전달 정렬 알고리즘 성능 평가 기준은 SINS의 관성 센서(자이로, 가속도계) 오차 추정치를 통하여 파악하였다. 시험 결 과로부터 알 수 있듯이 가속도계와 자이로 바이어스 는 수렴 후 날개 유연성에 의한 방위각과 롤의 변화 에 관계 없이 수렴하여 적정한 수준 내의 변화를 보 인 것을 알 수 있으며, 레버 암에 의한 속도 변화에도 관계 없이 수렴성을 유지한 것을 알 수 있다. 이는 제 안한 전달 정렬 방식에서 레버암에 의한 효과를 고려 하고, 날개 유연성에 영향을 덜 받는 방위각 정합 방 식을 채택한 효과로 보인다.

자이로 바이어스는 오차 추정치가 온도 변화에 따 라 변화하지만 전달 정렬 수행 후 SINS가 단시간 동 안 임무를 수행한다면 온도의 변화는 심하지 않을 것 이므로 SINS가 전달 정렬에서 얻은 개선된 성능을 유 지 한 채로 임무를 수행할 수 있다. 따라서 시험 결과 로부터 제안한 알고리즘이 날개 유연성을 가지는 비 행체에서 유효함을 알 수 있다.

References

- Paul D. Groves, "Principles of GNSS, Inertial, and Multisensor Integrated Navigation Systems," Artech House, Boston/London 2nd Edition, pp. 627-639, 2013.
- [2] D. H. Titterton and J. L. Weston, "Strapdown Inertial Navigation Technology," Peter Peregrinus Ltd. Lavenham, pp. 272-283, 1997.
- [3] Yang, Cheol-Kwan, Park, Ki-Young, Kim, Hyoung-Min, and Shim, Duk-Sun, "Transfer Alignment Using Velocity Matching/Parameter Tuning and Its Performance and Observability Analysis," Journal of Advanced Navigation Technology, Vol. 19, No. 5, pp. 389-394, Oct. 2015.
- [4] George M. Siousris, "Aerospace Avionics System A Modern Synthesis," Academic Press, Inc. San Diego, pp. 229-268, 1993.
- [5] Y. Yigiter, "Design and Analysis of Transfer

Alignment Algorithms," Master's Thesis, Middle East Technical University, Ankara, FEB, 2005.

- [6] Jung-shin Lee, "Development of the Precise Multi-Position Alignment Method using a Pitch Motion," Journal of the Korea Institute of Military Science and Technology, Vol. 13, No. 4, pp. 708-715, 2010.
- [7] Jiazhen Lu, Lili Ye, Wei Luo, Jing Dong, Songlai Han, "Vehicle-Borne Non-Strapdown Transfer Alignment Method and Application with Poor Attitude Observation Information, Measurement," Vol. 176, 109234, ISSN 0263-2241, 2021. https://doi.org/10.1016/j.measurement.2021.109234.
- [8] W. Wu, S. Chen and S. Qin, "Determination of Dynamic Flexure Model Parameters for Ship Angular Deformation Measurement," Proceedings of 2012 UKACC International Conference on Control, Cardiff, UK, pp. 964-969, 2012. doi:10.1109/CONTROL.2012.6334762
- [9] SeongYun Cho, Ho JinJu, Chan Gook Park, Hyeonjin Cho, Junho Hwang, "Simplified Cubature Kalman Filter for Reducing the Computational Burden and Its Application to the Shipboard INS Transfer Alignment," JPNT 6(4), pp. 167-179, 2017.
- [10] Zhu, Z., Gao, Y., Tan, H., Jia, Y., & Xu, Q., "Research on a Modeling Method of Wing Deformation under the Influence of Separation and Compound Multi-Source Disturbance," The Journal of Navigation, Vol. 75, pp. 784-804, 2022. doi:10.1017/S0373463321000618
- [11] F. Qin, X. Zhan, and Y. Zhang, "Simulation of Rapid Transfer Alignment Considering Body Flexure and Data Delay on Dynamic Base," The Journal of Aeronautics, Astronautics and Aviation, Vol. 43, No. 4, pp. 261-268, Dec. 2011.
- [12] Q. Cao, M. Zhong, and J. Guo, "Non-Linear Estimation of the Flexural Lever Arm for Transfer Alignment of Airborne Distributed Position and Orientation System," IET Radar, Sonar & Navigation, Vol. 11, No. 1, pp. 41-51, May. 2016.
- [13] A. GürayPehlivanog'luand YücelErcan, "Investigation of Flexure Effect on Transfer Alignment Performance," The Journal of Navigation, 66, 1-15,

2013.

- [14] Kyung-Don Ryu, "A study on the Generation Method of Aircraft Wing Flexure Data Using Generative Adversarial Networks" J. Adv. Navig. Technol., Vol. 26, pp. 179-184, 2022.
- [15] Yong-Bin Park, Khanh-Hung Nguyen, Jin-Hwe Kweon and Jin-Ho Choi, Jong-Su Han, "Structural Analysis of a Composite Target-drone," Int'l J. of Aeronautical & Space Sci. 12(1), 84-1, 2011. DOI:10.5139/IJASS.2011.12.1.84
- [16] W. Ji-nan, Z. Yan and X. Chun-ming, "An Online Neural Network Compensating Algorithm for Wing Distortion Influence on Transfer Alignment," 2011 6th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications, Beijing, China, pp. 85-90, 2011. doi:10.1109/ICIEA.2011.5975555.
- [17] Xinlong, W. and Liangliang, S., "Solution of Transfer Alignment Problem of SINS on moving Bases Via Neural Networks," Engineering Computations, Vol. 28 No. 4, pp. 372-388, 2011. https://doi.org/10.1108/02644401111131858.
- [18] Lijun Song, Zhongxing Duan, Bo He, ZheLi, "Application of Federal Kalman Filter with Neural Networks in the Velocity and Attitude Matching of Transfer Alignment," Complexity, Vol. 2018, Article ID 3039061, 7 pages, 2018. https://doi.org/10.1155/2018/3039061.

[19] Ozan Tekinalp and Murat Ozemre, "Artificial Neural Networks for Transfer Aligment and Calibration of Inertial Navigation Systems," AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit 6-9 August 2001 Montreal, Canada.

- [20] Graham, W., and K. Shortlle, "Robust Rapid Transfer Alignment with an INS/GPS Reference," pro.ION NTM, SanDiego, CA, pp. 113-124, January 1995.
- [21] PETER S. MAYBECK, "Stochastic Models, Estimation, and Control VOLUME 1," Academic Press, Inc. New York, pp. 289-367, 1979.
- [22] SangSik Kim, HyunKi Kim, "Measurement Synchronization Method and Test Evaluation for Transfer Alignment," KIMST Annual Conference Proceedings, pp. 570-571, 2019.
- [23] Oleg Salychev, "Inertial Systems in Navigation and

Geophysics," Bauman MSTU Press, MOSCOW, pp. 117-208, 1998.

- [24] You-Chol, Lim, Joon, Lyou, "A Transfer Alignment Considering Measurement Time Delay and Ship body Flexure," Journal of the Korea Institute of Military Science and Technology, Vol. 4, No. 7, pp. 225-233, 2001.
- [25] Chan-Ju Park, Myeong-Jong Yu, Sang-Jeong Lee, "Transfer Alignment with Adaptive Filter Estimating Time Delay," Journal of the Korean Society for Aeronautical & Space Sciences, Vol. 36, No. 11, pp. 1079-1086, 2008.
- [26] Lijun Song, Zhongxing Duan, Jiwu Sun, "Application of H∞ Filter on the Angular Rate Matching in the Transfer Alignment," Hindawi Publishing Corporation Discrete Dynamics in Nature and Society, Vol. 2016, Article ID 4859475, 9 pages.
- [27] Groves, P.D., "Optimising the Transfer Alignment of Weapon INS," Journal of Navigation, Vol. 56, No. 3, pp. 323-334, 2005.
- [28] Spalding, K., "An Efficient Rapid Transfer Alignment Filter," Proc. AIAA Guidance, Navigation and Control Conference, Hilton Head Island, SC, pp. 1276-1286, August 1992.