

# 기울기 벡터 계산법이 LMS 알고리즘을 이용한 적응 빔포밍에 미치는 영향

채광철\* · 조기량\*\*

Effect of Gradient Vector Calculation Method On Adaptive Beamforming using LMS Algorithm

Kwang-Chol Chae\* · Ki-Ryang Cho\*\*

## 요 약

본 논문에서는 희망하는 빔포밍을 실현하기 위하여 LMS 알고리즘(반복법)을 이용하는 경우에 반복 계산 과정에서 무게 분포를 조절하기 위한 기울기 벡터의 계산법(해석적인 방법, 중앙유한차분법)이 적응 빔포밍에 미치는 영향을 연구하였다. 이를 위하여 임의로 설정한 빔폭을 갖는 준이상 빔과 회전 빔, 그리고 멀티 빔을 예로 하여 검토하였다. 수치 실험은 적응 빔포밍 시스템에 임의의 초기치와 시행착오를 거쳐서 설정한 적절한 값의 스텝 파라미터를 두 계산법에 동일하게 적용하고, 기울기 벡터의 계산을 위한 두 가지 방법을 이용하여 적응성과 오차를 평가하는 목적 함수의 수렴 특성 등을 비교하였다.

## ABSTRACT

In this paper, we study the effect of gradient vector calculation method(analytical method, central finite difference method) on adaptive beamforming to control weight distribution during iterated calculation when LMS algorithm (repeating method) is used to realize desired beam pattern. To this end, a quasi-ideal beam having an arbitrarily set beam width, a rotating beam, and a multi-beam were reviewed as examples. Numerical experiments applied the step parameters of the appropriate values to the adaptive beamforming system through trial and error equally to the two calculations, and compared the convergence characteristics of objective functions that evaluate adaptability and error using two methods for calculating gradient vectors.

## 키워드

Adaptive Beamforming, LMS Algorithm, Gradient Vector Calculation, Analytical Method, Finite Difference Method  
적응 빔포밍, LMS 알고리즘, 기울기 벡터 계산, 해석적인 방법, 유한차분법

## 1. 서 론

SONAR, 의료용 초음파장치나 수중통신, 어군탐지기, 초음파 현미경, 비파괴 검사 등에서 폭 넓게

사용되는 초음파 빔포밍 시스템[1~3]은 수치계산 기술의 진보와 함께 최적화 알고리즘을 이용하여 기존의 빔포밍 시스템만으로는 불가능했던 다양한 빔포밍을 가능하게 하는 새로운 적응형 빔포밍 시

\* 전남대학교 전자통신공학과(kwangcheol.c@gmail.com) · Received : May. 02, 2023, Revised : May. 22, 2023, Accepted : Jun. 17, 2023  
\*\* 교신저자 : 전남대학교 전자통신공학과 · Corresponding Author : Ki-Ryang Cho  
· 접수일 : 2023. 05. 02 · Dept. of Electronic Communication Engineering, Chonnam National University  
· 수정완료일 : 2023. 05. 22 · Email : krcho@jnu.ac.kr  
· 게재확정일 : 2023. 06. 17

시스템으로 변모하고 있다.

빔포밍 시스템은 단일 빔, 회전 빔, 멀티 빔 등의 다양한 형태의 빔패턴이 요구되며, 그 중에서도 시스템의 용도에 대응하여 목적에 맞는 실용적인 빔포밍은 시스템의 성능을 좌우하는 중요한 과제 중의 하나이다[4]. 목적으로 하는 빔패턴을 구현하는 적응 빔포밍은 일반적으로 최적화 알고리즘을 이용하여 계산된 최적해로 각각의 음원을 구동하여 실현된다.

최적화 알고리즘은 지금까지 반복 계산에 따라 최적의 해를 구해가는 LMS, DFP, BFGS, 그리고 유전자 알고리즘 등의 다양한 방법들이 제안되고 있다[5~9]. 이들 최적화 알고리즘을 적응 빔포밍 문제에 적용하는 경우에 계산된 해가 목적으로 하는 빔패턴을 구현할 수 있는 최적해인지의 여부, 최적해에 이르기까지의 안정성이나 수렴 속도 등의 수렴 특성, 임의로 설정한 고정된 음원이 목적으로 하는 다양한 빔패턴을 구현할 수 있는지에 대한 적응성 등에 있어서 각각 다른 특성을 갖는다. 이와 같이, 적응 빔포밍 문제에서는 최적화 알고리즘의 선택이 시스템의 성능을 좌우하는 중요한 요소로 된다.

직선상의 배열 음원과 최적화 알고리즘의 조합으로 구성된 적응 빔포밍 시스템은 반복 계산 과정을 거치면서 목적으로 하는 빔포밍을 위한 최적해를 구한다.

일반적으로 반복법은 설정된 목적 빔패턴과 반복 계산에 의해 형성된 빔패턴과의 오차를 제곱 평균 목적 함수를 최적화 알고리즘을 이용하여 최소화하는 최적해를 구하여 목적 빔패턴을 실현하는 역문제[9]로 취급한다. 반복법은 반복 계산 과정에서 무게 벡터를 조절하기 위하여 목적 함수에 대한 기울기 계산이 요구되며, 일반적으로 해석적인 방법을 이용하고 있다. 반복법인 LMS(Least Mean Square) 알고리즘은 알고리즘이 갖는 간소함과 용이한 실현성으로 다양한 신호처리 문제에 이용되고 있다.

본 논문에서는 목적으로 하는 빔포밍을 실현하기 위하여 LMS 알고리즘에 반복 계산 과정에서 무게 분포를 조절하기 위한 기울기 벡터의 계산에 해석적인 방법과 중앙유한차분법을 적용한 경우에 적응 빔포밍에 미치는 영향을 수치 계산을 통하여 비교·검토하였다.

## II. 적응형 빔포밍 시스템

### 2.1 직선 배열 음원

그림 1과 같이  $x$ 축의 배열 길이  $L$ 인 일직선상에 일정한 간격  $d$ 로  $N$ 개의 음원을 배열하고, 이들 음원으로부터 각주파수  $\omega$ 인 정현파가 연속적으로 방사되고 있는 경우에 원주상의 원거리 관측점  $m$ 에서의 음압  $p_m$ [10]은 그림 1과 같다.

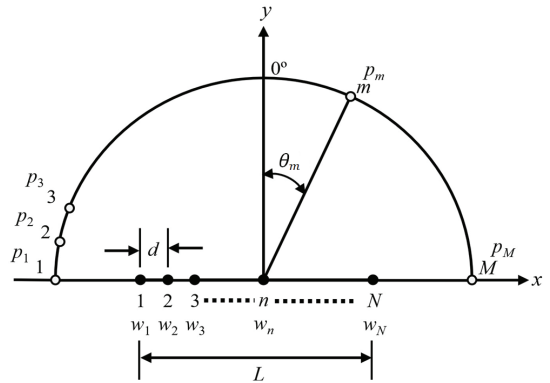


그림 1. 직선 배열 음원

Fig. 1 Linear sound source array

$$p_m = \sum_{n=1}^N s_{nm} w_n \quad (m = 1, 2, \dots, M) \quad \dots (1)$$

단, 식(1)에서

$$s_{nm} = \exp\left(jkd \frac{2n - N - 1}{2} \sin \theta_m\right) \quad \dots (2)$$

$$w_n = A_n \exp(-j\phi_n) \quad \dots (3)$$

이다. 식(2), (3)에서  $A_n$  및  $\phi_n$ 은 각각  $n$ 번째 음원의 진폭 및 위상,  $k(=\omega/c=2\pi/\lambda)$ ,  $c$ 는 음속,  $\lambda$ 는 파장)는 파수,  $d$ 는 음원 사이의 거리,  $\theta_m$ 은  $m$ 번째 관측점의 방위각이다. 그리고  $M$ 은 빔포밍 시스템의 전체 관측점수를 나타내고 있다.

식(1)을 행렬식으로 나타내면

$$\{P\} = [S]\{W\} \quad \dots (4)$$

와 같이 된다. 위의 식(4)에서

$$\{P\} = \{p_1, p_2, \dots, p_M\} \quad \dots (5)$$

$$[S] = \begin{bmatrix} s_{11} & \dots & s_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{M1} & \dots & s_{MN} \end{bmatrix} \quad \dots (6)$$

$$\{W\} = \{w_1, w_2, \dots, w_N\} \quad \dots (7)$$

이다. 여기에서, 빔포밍 벡터  $\{P\}$ 는 배열 음원에서 각 음원의 관측점의 방위에 관계하는 형상 행렬  $[S]$ 와 배열 음원을 구동하는 무게 벡터  $\{W\}$ 와의 선형 결합으로 나타내어진다.

식(4)에서 배열 음원의 음원수 및 음원 간격에 대한 직선 배열 음원의 형상이 고정되어 있는 상태에서는 형상 행렬  $[S]$ 는 변하지 않게 되어 빔패턴 벡터  $\{P\}$ 는 무게 벡터  $\{W\}$ 에 의해서만 지배되기 때문에  $\{W\}$ 를 적절하게 조절함에 따라 희망하는 빔포밍이 가능하게 된다. 따라서 적응 빔포밍은 최적화 알고리즘을 이용하여 배열 음원의 최적 무게 분포를 결정하는 역문제로 취급하게 된다.

### 2.2 적응형 빔포밍 시스템

최적화 알고리즘 중의 하나인 LMS 알고리즘은 그 효율성과 단순성이라는 알고리즘 고유의 특성을 이용하여 각종 적응 제어 문제 해결을 위해 이용되는 전형적인 알고리즘이다[11~12].

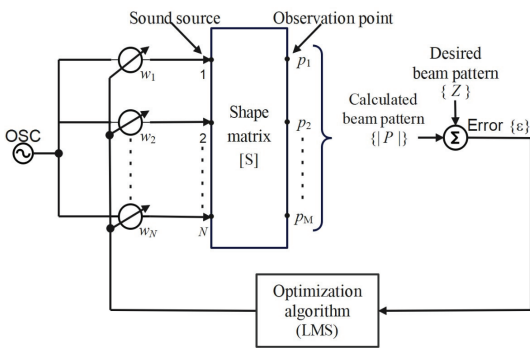


그림 2. 적응형 빔포밍 시스템  
Fig. 2 Adaptive beamforming system

그림 2에서 LMS 알고리즘을 이용한 적응 빔포밍은 초기 무게 분포와 형상 행렬과의 곱에 의해 초기 빔패턴을 계산하고, 이것과 희망하는 빔패턴과의 오차가 최소가 되도록 LMS 알고리즘을 이용한 반복 계산에 따라 배열 음원의 무게 분포를 갱신한다[10].

여기에서, 희망하는 빔패턴 벡터를  $\{Z\}$ 라고 하고, 이것과  $i$ 회째의 반복 과정에서 계산된 빔패턴 벡터  $\{P\}_i$ 와의 오차 벡터  $\{\epsilon\}_i$ 는 식(8)과 같이 된다.

$$\{\epsilon\}_i = \{Z\} - \{P\}_i \quad \dots (8)$$

식(8)에서 희망 빔패턴  $\{Z\}$ 는 각각의 관측점에서 크기만을 고려하기 때문에  $i$ 회째 반복 과정에서 계산된 빔패턴 벡터  $\{P\}_i$  및 오차 벡터  $\{\epsilon\}_i$ 에 대해서도 크기만을 고려한다. 더불어, 반복 과정에서 오차 평가를 위한 목적 함수  $E_i^2$ 는 식(8)을 이용한 제곱 평균 오차로 식 (9)와 같이 나타낸다.

$$E_i^2 = \frac{1}{M} (\{\epsilon\}_i^T \{\epsilon\}_i) = \frac{1}{M} (\{Z\}^T \{Z\} - 2\{P\}_i^T \{Z\} + \{P\}_i^T \{P\}_i) \quad \dots (9)$$

로 된다. 여기에서,  $\{\}$ 은 열벡터( $\{\}^T$ 는 행벡터)이다.

식(9)의 목적 함수가 최소치가 되도록  $\{W\}_i$ 를 조절할 수 있으면,  $\{W\}_i$ 가 구하는 배열 음원의 무게 분포로 된다. 여기에서,  $\{W\}_i$ 를 조절하기 위한 목적 함수의 기울기 벡터  $\{\nabla\}_i$ 는 편도함수로서 식 (10)과 같이 정의한다[10].

$$\{\nabla\}_i = \left\{ \frac{\partial E_i^2}{\partial w_{1i}} \quad \frac{\partial E_i^2}{\partial w_{2i}} \quad \dots \quad \frac{\partial E_i^2}{\partial w_{ni}} \quad \dots \quad \frac{\partial E_i^2}{\partial w_{Ni}} \right\}^T \quad \dots (10)$$

일반적으로,  $\{\nabla\}_i$ 는 식(8)의 오차공식을 이용하여 직접적으로 구하는 해석적인 방법과 편도함수의 전통적인 수치해법으로써 규칙적인 반복 연산에서 그 위력을 발휘하는 방법인 차분근사를 이용하여

계산하는 유한차분법을 이용하여 계산한다[13~14].

유한차분법에는 전방유한차분법, 후방유한차분법, 중앙유한차분법이 있으나, 본 논문에서는 이들 중에서 참백분을 상대오차가 가장 작은 중앙유한차분법을 이용하여  $\{\nabla\}_i$ 를 구하였다.

식(11)과 (12)는 각각 해석적인 방법과 중앙유한차분법을 이용한 기울기 벡터  $\{\nabla\}_i$ 의 계산 공식이다.

$$\{\nabla\}_i = \frac{\partial E_i^2}{\partial \omega_{ni}} = -\frac{2}{M} \frac{\{e\}_i}{\{|P|\}_i} \{P\}_i [\bar{S}] \quad \dots (11)$$

$$\{\nabla\}_i = \frac{\partial E_i^2}{\partial \omega_{ni}} = \frac{E_i^2(\{W\}_i + h) - E_i^2(\{W\}_i - h)}{2h} \quad \dots (12)$$

식(11)에서  $\bar{S}$ 는 복소공액을 나타낸 것이다. 이와 같이 구해진 기울기 벡터  $\{\nabla\}_i$ 를 LMS 알고리즘에 적용하여 적응 빔포밍을 위한 무게 벡터  $\{W\}_i$ 를 식 (13)에 따라 갱신한다.

$$\{W\}_{i+1} = \{W\}_i - \mu \{\nabla\}_i \quad \dots (13)$$

이와 같이, LMS 알고리즘을 이용한 적응 빔포밍은 초기 무게 분포  $\{W\}_0$ 를 각각의 배열 음원에 가하고, 스텝 파라미터  $\mu$ 의 값을 설정한 다음 식(4), (10), (13)을 반복 계산함에 따라 실현된다.

여기에서, 초기치나 매회의 반복 계산 과정에서 보정량의 크기를 제어하는 변수인  $\mu$ 는 수렴 속도나 수렴 과정에서의 안정성 등에 대한 수렴 특성, 그리고 희망 빔패턴에 대한 빔포밍의 만족도 등에 관계한다.

따라서 초기치나  $\mu$ 의 설정은 LMS 알고리즘을 이용한 적응 빔포밍 시스템의 성능을 좌우하는 중요한 요소로 된다. 그러나 메인로브의 반치각 등 희망 빔패턴의 설계 조건에 따라 다르므로 실제적으로 이들에 대한 적절한 값을 결정하는 것은 무척 어려운 일이다. 이에 따라, 메인로브의 반치각 등의 설계사양에 대응하여 대략의 값을 설정한 다음 시행착오를 거치면서 적절한 값을 결정한다.

본 논문에서는 LMS 알고리즘에 반복 계산 과정에서 무게 분포를 조절하기 위한 기울기 벡터의 계산에 해석적인 방법과 중앙유한차분법을 적용한 경우에 동일한 조건에서 두 방법을 비교하기 위하여 초기치와  $\mu$ 의 값을 동일하게 설정하여 적응 빔포밍에 미치는 영향을 수치 계산을 통하여 비교·검토하였다.

### III. LMS 알고리즘을 이용한 적응 빔포밍 시뮬레이션

초음파 빔포밍 시스템을 설계할 때에 중요한 사양으로 메인로브의 반치각 및 사이드로브 레벨을 고려한다. 여기에서는 LMS 알고리즘에 이러한 설계조건을 적용한 경우의 적응 빔포밍에 대해 검토한다.

일반적으로 LMS 알고리즘과 같은 최적화 알고리즘을 이용한 적응 빔포밍은 식(8)의 오차  $\{e\}_i$ 를 이용하여 평가한다. 이 경우에  $\{|P|\}_i$ 가  $\{Z\}$ 보다 크거나 작아도 오차가 증대하는 방향으로 평가된다. 한편, 일반적인 설계사양에서는 많은 경우에 사이드로브 레벨이 몇 dB 이하를 만족하면 좋다고 하는 허용 범위만 지정된다. 따라서 식(8)에서는 사이드로브 레벨과 메인로브의 반치각 내에서 감도의 리플 변동이 미리 정한 값(본 논문에서는 실용성을 고려하여 사이드로브 레벨과 반치각 내에서의 리플 허용 폭을 각각 -30dB와 3dB로 설정)을 만족하면 관측점에서의 오차를 완화(본 논문에서는 오차를 1/100로 평가)하는 오차 제어를 채용하였다.

이와 같은 오차 제어 수법을 LMS 알고리즘에 채용하여 준이상 빔[10]을 모델로 하는 지향성합성을 시도하였다. 빔이 방사되는 방향에서의 감도가 일정하고, 이외의 각도에서는 감도가 없는 이상 빔은 물리적으로 실현이 불가능하기 때문에 사이드로브 레벨이 미리 정한 값 이하라고 하면 준이상 빔으로써 근사적으로 실현되었다고 간주한다.

수치 계산 과정에서 반복횟수는 수렴 속도, 안정성 등에 대한 LMS 알고리즘의 수렴 특성을 고려하여 최대 300회로 하였다. 그리고  $\mu$ 의 값은 희망하는 빔패턴의 모델에 따라 적절한 값을 선택하였다.

빔포밍 시스템은 그림 1에서 배열 길이  $L=5.0\lambda$ 에 음원수  $N=19$  개를 등간격(음원 간격  $0.278\lambda$ )으로 배열하고, 관측점 또한 등간격( $-90^\circ \leq \theta_m \leq 90^\circ$ 를  $1^\circ$  간격으로 관측, 관측점수  $M=181$ )으로 하였다. 단, 수치 계산을 위한 무게 분포의 초기치는 임의로 10번째 음원에만 진폭 1을 가하고, 이외의 다른 음원은 0(위상은 모든 배열 음원에 대해 0)으로 하였다.

수치 계산 과정에서 반복횟수는 수렴 속도, 안정성 등에 대한 LMS 알고리즘의 수렴 특성을 고려하여 최대 300회로 하였으며, 계산 과정에서 목적 함수  $E_i^2$ 의 값이  $-100\text{dB}$  이하로 되면 수렴되었다고 간주하여 반복 과정을 종료하였다. 수치 계산은 PC를 이용하였으며, 정확한 계산을 위하여 프로그램은 모두 배정밀도로 작성하였다.

### 3.1 설정된 반치각, 사이드 로브 레벨의 준이상 빔에 대한 시뮬레이션 예

그림 3은 배열 음원의 중심 방향( $0^\circ$ )으로 빔을 방사하는 반치각  $10^\circ$ , 사이드로브 레벨  $-30\text{dB}$  이하로 설정한 경우의 준이상 빔에 대하여  $\mu$ 의 값을 두 방법 모두 동일하게 0.2로 설정한 때의 각각의 빔포밍 결과를 비교한 것이다.

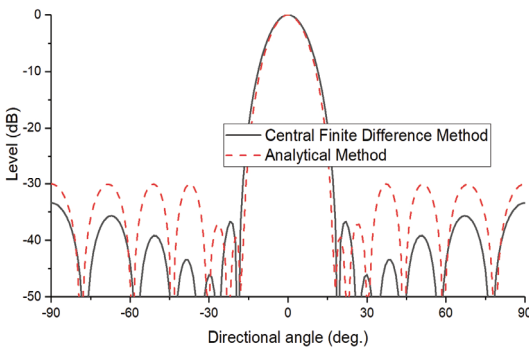


그림 3. 빔포밍 결과 비교( $\mu=0.2$ , 반치각  $10^\circ$ )  
Fig. 3 Comparison of beamforming results ( $\mu=0.2$ , beam width  $10^\circ$ )

그림 3에서 먼저, 해석적인 방법의 경우에는 반복 횟수 68회째(목적 함수  $-137.95\text{dB}$ ), 중앙유한차분법의 경우에는 반복횟수 300회(목적 함수  $-83.01\text{dB}$ )에

서 얻어진 결과이다. 여기에서, 해석적인 방법의 경우에는 반치각이  $11^\circ$  정도, 중앙유한차분법의 경우에는  $13^\circ$  정도로 해석적인 방법은 희망하는 메인로브의 반치각  $10^\circ$ 에 거의 근접한다. 사이드로브 레벨은 해석적인 방법도 설정한  $-30\text{dB}$  이하를 만족하지만 중앙유한차분법의 경우에 더 낮은 레벨을 나타내고 있다.

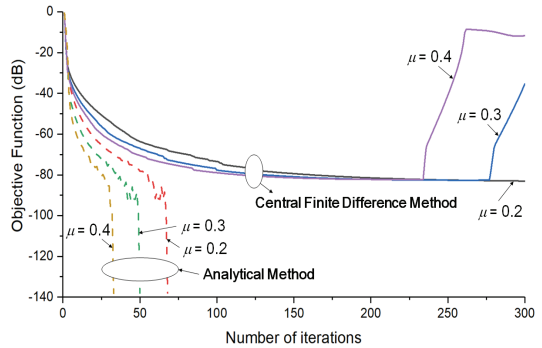


그림 4. 그림 3의 예에서 스텝 파라미터의 크기에 따른 수렴 특성 비교

Fig. 4 Comparison of convergence characteristics by size of step parameters in the example of Fig. 3

그림 4는 그림 3의 예에 대해  $\mu$ 의 값을 각각 0.2, 0.3, 0.4로 설정한 경우의 목적 함수의 수렴 특성을 비교한 것이다. 여기에서, 해석적인 방법(파선)을 이용한 때에는 반복 계산 과정에서  $\mu$ 의 값을 크게 설정할수록 수렴 완료에 이르는 속도가 더욱 빨라진다.

반면에, 중앙유한차분법(실선)에서  $\mu$ 의 값이 0.2로 설정한 경우에는 목적 함수의 값이 안정되게 감소하나 반복 300회(목적 함수  $-83.11\text{dB}$ )까지 수렴 완료치인  $-100\text{dB}$ 에는 이르지 못한다. 더욱이,  $\mu$ 의 값을 0.3으로 설정한 경우에는 반복 278회, 0.4로 설정한 경우에는 반복 235회째부터 발산 특성을 나타내고 있으며, 이로 인해 해석적인 방법과는 다르게 반복횟수 300회에서는 희망하는 빔포밍이 실현 불가능함을 알 수 있다. 또한, 그림 4의 결과는 해석적인 방법이 중앙유한차분법에 비해  $\mu$ 의 설정 폭에 여유가 있음을 나타낸다.

그림 5는 배열 음원에 대해서 중심 방향( $0^\circ$ )으로 빔을 방사하는 반치각  $40^\circ$ , 사이드로브 레벨을  $-30\text{dB}$  이하,  $\mu$ 의 값을 동일하게 0.1로 설정한 때의 준이상 빔에 대한 반복횟수 300회째에서 얻은 빔포밍 결과이다. 여기에서, 해석적인 방법(목적 함수  $-$

76.43dB)의 경우에는 사이드로브 레벨이 설정한 -30dB를 약간 상회하는 관측점이 있으나 반치각 40°와 더불어 리플 크기도 -1.88dB(설정치 -3dB 이하)로 희망하는 빔패턴을 거의 만족하고 있다.

반면에, 중앙유한차분법(목적 함수 -6.23dB)을 이용한 경우에는 희망하는 빔포밍이 실현 불가능함을 알 수 있다. 이것은  $\mu$ 의 값을 적정치보다 크게 설정한 것이 원인이라고 생각된다.

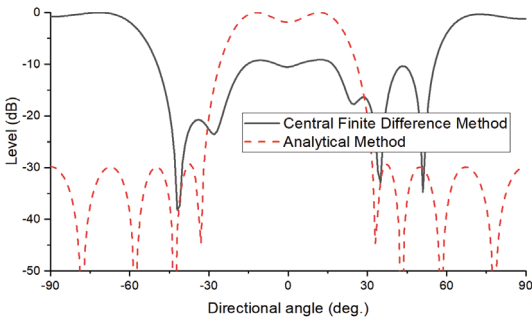


그림 5. 빔포밍 결과 비교( $\mu = 0.1$ , 반치각 40°)  
Fig. 5 Comparison of beamforming results ( $\mu = 0.1$ , beam width 40°)

그림 6은 그림 5의 예에 대해  $\mu$ 의 값을 각각 0.05, 0.07, 0.1로 설정한 경우의 수렴 특성을 비교한 것이다. 여기에서, 해석적인 방법(파선)을 이용한 경우에는  $\mu$ 의 값을 크게 설정할수록 더욱 빠른 속도로 수렴 완료됨을 나타낸다.

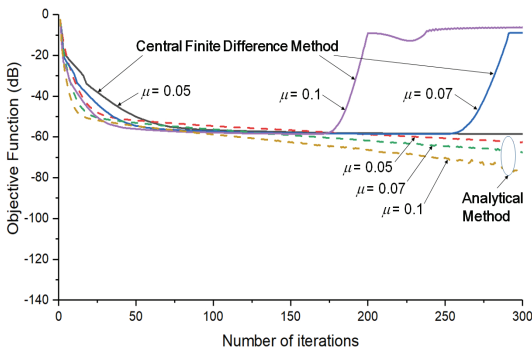


그림 6. 그림 5의 예에서 스텝 파라미터의 크기에 따른 수렴 특성 비교  
Fig. 6 Comparison of convergence characteristics by size of step parameters in the example of Fig. 5

반면에, 중앙유한차분법(실선)의 경우에는  $\mu$ 의 값이 0.05일 때에는 목적 함수가 완만하게 감소하여 반복 300회째에서 -58.57dB로 해석적인 방법에 비해 상대적으로 오차가 큼을 나타낸다. 또한,  $\mu$ 의 값을 0.07로 설정한 경우에는 반복 256회, 0.1로 설정한 경우에는 반복 174회째부터 발산되어 반복 300회째에서는 희망하는 빔포밍이 불가능하다.

결과적으로, 배열 음원에 대해서 중심 방향(0°)으로 빔을 방사하는 반치각 40°의 준이상 빔에 대한 빔포밍 예에서는 해석적인 방법이 중심유한차분법을 이용할 때에 비해 동일한 초기치를 설정한 경우에  $\mu$ 의 값에 대한 설정 여유도가 큼을 알 수 있다.

### 3.2 회전 빔에 대한 시뮬레이션 예

그림 7은 반치각 10°인 준이상 빔을 중심 방향에서 왼쪽으로 30° 회전시킨 준이상 빔에 대하여  $\mu$ 의 값을 동일하게 0.25로 설정한 때에 반복 300회째에서 얻어진 각각의 빔포밍 결과를 나타낸 것이다.

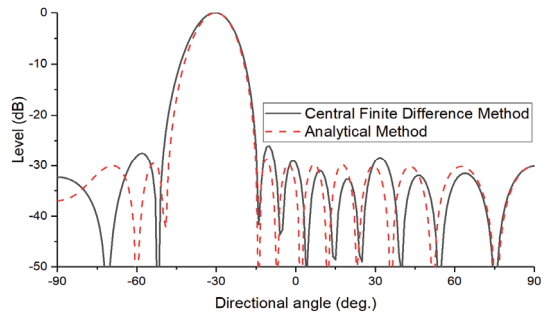


그림 7.  $\mu = 0.25$ 로 한 경우의 빔포밍 결과 비교 (반치각 10°, 회전각 -30°)

Fig. 7 Comparison of beamforming results ( $\mu = 0.25$ , beam width 10°, angle of rotation -30°)

여기에서, 두 방법 모두 설정한 방향으로의 빔 방사가 이루어지나, 해석적인 방법(목적 함수 -76.93dB)은 반치각은 12° 정도, 그리고 -53°, -11° 부근에서 사이드로브 레벨이 설정한 -30dB보다 약간 상회하고 있다. 반면에, 중심유한차분법(목적 함수 -65.82dB)의 경우에는 반치각 14° 정도, 사이드로브 레벨은 -59°, 11°, 32° 부근에서 설정치보다 약간 상회함을 나타내고 있다. 또한, 중심유한차분법을 이용한 경우에는 해석적인 방법을 이용한 때

보다 식(12)와 같이 계산량이 증가하는 알고리즘의 특성상 반복 계산에 시간이 많이 소요된다.

그림 8은 그림 7의 예에 대해  $\mu$ 의 값을 각각 0.25, 0.3, 0.4로 각각 설정한 경우의 목적 함수의 수렴 특성을 비교한 것이다.

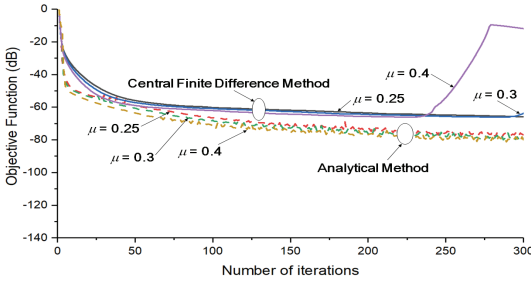


그림 8. 그림 7의 예에서 스텝 파라미터의 크기에 따른 수렴 특성 비교

Fig. 8 Comparison of convergence characteristics by size of step parameters in the example of Fig. 7

여기에서, 해석적인 방법(파선)을 이용한 때에는 반복 계산 과정에서  $\mu$ 의 값을 크게 설정할수록 전체적으로 반복 계산 과정에서 불안정한 수렴 특성을 보이나, 희망 빔패턴과 계산된 빔패턴과의 오차를 평가하는 목적 함수의 값이 작아짐을 알 수 있다.

반면에, 중앙유한차분법(실선)에서  $\mu$ 의 값을 0.2로 설정한 때에는 목적 함수의 값이 안정되게 감소하는 특성을 나타내지만 반복 300회까지 수렴 완료치에 이르지 못한다. 더욱이,  $\mu$ 의 값을 0.3, 0.4로 설정한 경우에는 각각 반복 290회, 230회까지는 목적 함수가 안정하게 감소하지만, 이후의 반복 과정에서 발산 특성을 나타낸다. 이로 인해 해석적인 방법과는 다르게 반복횟수 300회에서는 희망하는 빔포밍이 실현 불가능하게 된다. 이와 같이, 회전 빔에 대한 빔포밍 예에서도 해석적인 방법을 이용한 기울기 벡터 계산법이 중앙유한차분법에 비해  $\mu$ 의 설정 폭이 넓음을 알 수 있다.

### 3.3 멀티 빔에 대한 시뮬레이션 예

그림 9는 반치각 10°인 준이상 빔을 -30°와 30°의 양방향으로 방사하는 멀티 빔에 대하여  $\mu$ 의 값을 동일하게 0.075로 설정한 때에 반복 300회째에서 얻어진 각각의 빔포밍 결과이다. 그림 9에서, 해석적인 방법의 경우(목적 함수 -63.40dB)에는 설정한

-30°와 30°의 양방향으로 빔 방사가 이루어짐은 물론 사이드로브 레벨도 -30dB를 거의 만족하는 반면에, 반치각은 양방향 모두 13° 정도로 설정치보다 3° 정도 넓게 방사한다.

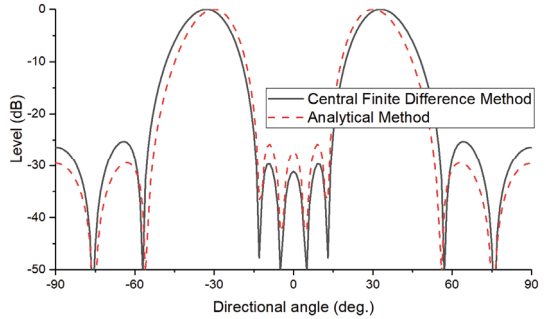


그림 9. 멀티 빔에 대한 빔포밍 결과 ( $\mu = 0.075$ , 반치각 10°, 방사각 -30°, 30°)

Fig. 9 Beamforming results for multi-beam ( $\mu = 0.075$ , beam width 10°, radiation angle -30°, 30°)

중앙유한차분법의 경우(목적 함수 -57.48dB)에는 빔 방사가 -33°와 33°의 양방향으로 빔 방사가 이루어져 양방향에서 각각 3°의 차이를 나타내며, 사이드로브 레벨도 설정한 -30dB에 비해 최대 5dB 정도 상회하고, 메인로브의 반치각은 양방향 모두 15° 정도로 설정치보다 5° 정도 넓게 방사한다. 따라서 중앙유한차분법이 해석적인 방법에 비해 희망하는 빔포밍에 있어서 적응성이 낮다는 것을 알 수 있다.

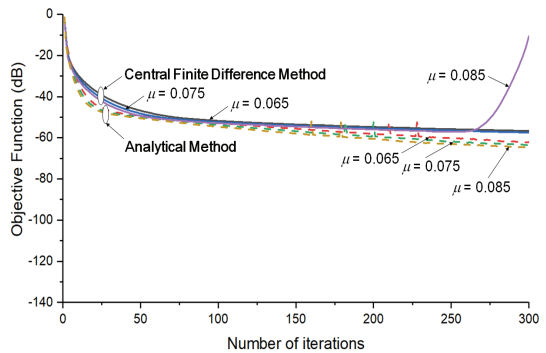


그림 10. 그림 9의 예에서 스텝 파라미터의 크기에 따른 수렴 특성 비교

Fig. 10 Comparison of convergence characteristics by size of step parameters in the example of Fig. 9

그림 10은 그림 9의 예에 대해  $\mu$ 의 값을 각각 0.065, 0.075, 0.085로 각각 설정한 경우의 목적 함수의 수렴 특성을 비교한 것이다. 그림에서, 해석적인 방법(파선)을 이용한 때에는 수렴 과정에서 약간 불안정한 수렴 특성을 보이나 목적 함수는  $\mu$ 의 값을 크게 설정할수록 약간이나마 개선됨을 보인다.

반면에, 중앙유한차분법(실선)에서  $\mu$ 의 값을 0.065, 0.075로 설정한 경우에는 반복 300회째에서도 목적 함수가 -57dB 정도에 이르지만,  $\mu$ 의 값을 0.085로 설정한 때에는 반복 252회(목적 함수 -57.12dB)까지 꾸준히 감소하다가 이후에 발생되어 반복 300회에서는 -10.64dB 값을 나타낸다. 이 예에서 중앙유한차분법은 -57dB 정도가 목적 함수의 수렴 한계라고 생각된다.

결과적으로, 기울기 벡터의 계산에 있어서 해석적인 방법이 중앙유한차분법을 이용할 때보다 적응성은 물론 수렴 특성이 뛰어나고, 스텝 파라미터의 여유도도 큼을 알 수 있다.

#### IV. 결 론

본 논문에서는 목적으로 하는 빔패턴을 실현하기 위하여 LMS 알고리즘에 반복 계산 과정에서 무게 분포를 조절하기 위한 기울기 벡터의 계산에 해석적인 방법과 중앙유한차분법을 적용한 경우에 적응 빔포밍에 미치는 영향을 수치 계산을 통하여 비교 검토하였다. 그 결과,

- ① 두 방법 모두 오차 제어를 이용하여 반치각이나 사이드로브 레벨, 그리고 메인로브의 반치각 내에서 리플에 대한 제어가 가능하다.
- ② 기울기 벡터의 계산에 있어서 해석적인 방법을 적용하면 중앙유한차분법을 적용할 때보다 희망 빔포밍에 대한 적응성, 수렴 특성이 양호하고, 스텝 파라미터의 설정 여유도가 큼을 확인할 수 있다.
- ③ 몇 가지 예에 대한 결과로부터 확률적 기울기 하강법인 LMS 알고리즘을 이용한 적응 빔포밍 문제에서 기울기 벡터 계산을 위한 해석적인 방법이 중앙유한차분법에 비해 효과적이지만, DFP법과 같은 준뉴턴법 등의 최적화 알

고리즘을 이용한 경우에는 또 다른 결과를 도출할 수 있다고 생각된다.

- ④ 중심유한차분법의 경우에 해석적인 방법을 이용한 때보다 매회의 반복 계산 과정에서 식 (12)의 계산을 반복하는 알고리즘의 특성 때문에 반복 계산에 시간이 많이 소요된다.
- ⑤ 결과적으로, 본 논문에서는 LMS 알고리즘을 이용하여 적응 빔포밍을 하는 경우에 필요한 기울기 벡터의 계산에 대한 데이터를 비교 분석하였으며, 이 결과를 토대로 더욱 효과적인 적응 빔포밍이 실현되기를 희망한다.

#### References

- [1] Y. Im, P. Lim, J. Lee, and C. Kim, "Interface Effect Analysis between Undersea Fiber Optic Cable and Underwater Acoustic channel," *J. of the Korea Institute of Electronic Communication Sciences*, vol. 10, no. 9, 2015, pp. 979-986.
- [2] G. Heo, D. Hwang, T. Kang, and H. Shin, "A study on the data transmission performance for the development of the telesounder based on LTE communication system," *J. of the Korean Society of Fisheries and Ocean Technology*, vol. 58, no. 2, 2022, pp. 153-158.
- [3] D. Kim, J. Ryu, J. Ju, J. Ahn, and J. Kim, "Study in the Development of Motion Recognition Tap-water using Ultrasonic Sensors," *J. of the Korea Institute of Electronic Communication Sciences*, vol. 17, no. 2, 2022, pp. 309-316.
- [4] C. Kim, "A Study on the Mac Protocol for Multichannel Network Underwater Acoustic Communication," *J. of the Korea Institute of Electronic Communication Sciences*, vol. 1, no. 1, 2006, pp. 49-55.
- [5] S. Hwang, "Channel Estimation Based on LMS Algorithm for MIMO-OFDM System," *J. of the Korea Institute of Electronic Communication Sciences*, vol. 7, no. 6, 2012, pp. 1455-1461.
- [6] J. Jung, K. Jung, T. Lee, S. Park, and Y. Son, "A Study on Vegetative Propagation by Runner



Optimization Algorithm-based Maximum Power Point Tracking for Photovoltaic," *J. of the Korea Institute of Electronic Communication Sciences*, vol. 16, no. 3, 2021, pp. 493-502.

- [7] K. Kim and D. Song, "Path Search Method using Genetic Algorithm," *J. of the Korea Institute of Electronic Communication Sciences*, vol. 16, no. 3, 2021, pp. 493-502.
- [8] S. Noh and H. Chun, "Beamforming Algorithms," *J. of the Korea Institute of Electromagnetic Engineering and Science*, vol. 31, no. 8, 2021, pp. 701-712.
- [9] K. Park, Y. Kagawa, T. Tsuchiya, and K. Cho, "Optimization of the Frequency Characteristics in SAW Filter Design," *Inverse Problem in Engineering*, vol. 8, 2000, pp. 473-493.
- [10] E. Jeong, S. Kim, O. Kim, and K. Cho, "Optimal Directivity Synthesis of Linear Array Sources," *J. of the Korean Institute of Communications and Information Sciences*, vol. 37-A, no. 4, 2012, pp. 250-259.
- [11] B. Widrow and S. D. Sterns, "Adaptive Signal Processing," *Prentice-Hall, Englewood Cliffs*, 1985, pp. 250-259.
- [12] K. Chae and K. Cho, "Effect of Initial value Setting on Convergence Characteristics and Margin of Step Parameters in an Adaptive Ultrasonic Beamforming System using LMS Algorithm," *J. of the Korea Institute of Electronic Communication Sciences*, vol. 18, no. 2, 2023, pp. 241-250.
- [13] K. Cho, T. Tsuchiya, Y. Kagawa, and K. Park, "Comparison of Gradient Calculation Methods for Directivity Optimization of Adaptive Ultrasonic Transducers," *J. of the Acoustical Society of Korea*, vol. 20, no. 5, 2001, pp. 61-68.
- [14] H. Yim and S. Yoo, "Techniques for Modelling of Ultrasonic Testing - The Finite Difference and Finite Element Methods -," *J. of the Korean Society for Nondestructive Testing*, vol. 20, no. 2, 2000, pp. 116-129.

## 저자 소개



### 채광철(Kwang-Cheol Chae)

1992년 목포해양전문대학 통신과 졸업(전문학사)  
2018년 호남대학교 대학원 경찰학과 졸업(경찰학석사)

2022년 전남대학교 대학원 전자통신공학과(박사과정 수료)

※ 관심분야 : 적응 빔포밍 문제에 대한 수치해석, 최적 제어 등



### 조기량(Ki-Ryang Cho)

1982년 광운대학교 통신공학과 졸업(공학사)  
1992년 건국대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학석사)

2002년 일본 오카야마대학 자연과학연구과 졸업(공학박사)

1983년 ~ 현재 전남대학교 전자통신공학과 교수

※ 관심분야 : 음성신호처리, 파동·압전 문제의 수치해석, 최적 제어 등

