

원주방향 관통형 균열을 가지는 중공축의
비틀림에 의한 균열성장수명 예측김연희¹ · 박정선^{2,†}¹한국항공대학교 대학원 항공우주 및 기계공학과²한국항공대학교 항공우주 및 기계공학부Crack Growth Life Prediction of Hollow Shaft
with Circumferential Through Type Crack by TorsionYeonhi Kim¹ and Jungsun Park^{2,†}¹Graduate School of Aerospace and Mechanical Engineering, Korea Aerospace University²School of Aerospace and Mechanical Engineering, Korea Aerospace University

Abstract

Power transmission shafts in rotary wing aircraft use a hollow shaft to reduce weight. We can apply linear elastic fracture mechanics to predict crack propagation behavior. This paper predicted crack growth life of a hollow shaft with a circumferential through-type crack by finite element analysis. A 2D finite element model was created by applying a torsion and forming elements considering cracks. We defined the initial crack length and performed the finite element analysis by increasing the crack length to derive stress intensity factor at crack tips. We defined the length just prior to the stress intensity factor exceeding the fracture toughness as the crack limit length. We calculated the crack limit length using a handbook and numerically integrated the crack growth rate equation to derive growth life of each crack. The growth life of each crack was compared to verify the proposed finite element analysis method.

초 록

회전의 항공기의 동력전달축은 경량화를 위하여 중공축을 적용하였으며 선형탄성 파괴역학을 이용해 균열 전파 거동을 예측할 수 있다. 본 논문에서는 유한요소해석을 통하여 원주방향 관통형 균열을 가지는 중공축의 균열성장수명을 예측하였다. 비틀림을 부여하고 균열을 고려한 요소를 형성하여 2차원 유한요소모델을 생성하였다. 초기 균열 길이를 정의하고 균열 길이를 증가시켜 유한요소해석을 수행해 균열 선단의 응력확대계수를 도출하였다. 응력확대계수가 중공축을 구성하는 재료의 파괴인성을 초과하기 직전의 길이를 한계 균열 길이로 정의한다. 응력확대계수 핸드북을 통해 응력확대계수를 계산하여 한계 균열 길이를 도출하고 균열성장속도식을 수치적분하여 각각의 균열성장수명을 비교해 제안한 유한요소 해석 기법을 검증하였다.

Key Words : Circumferential Crack(원주방향 균열), Linear Elastic Fracture Mechanics(선형탄성 파괴역학), Crack Growth Life(균열성장수명), Hollow Shaft(중공축)

1. 서 론

회전의 항공기에 사용되는 동력전달축은 경량화를 위하여 중공축으로 제작된다. 고속회전운동을 하는 동력전달축은 정상적인 작동 중 비틀림 방향의 반복하중을 받는다. 이는 축의 잠재적 파손 원인이 되므로 피로로 인한 균열 전파 거동을 잘 이해하고 정확하게 예측할 수 있어야 한다[1,2]. 선형탄성 파괴역학(linear

Received: Nov. 23, 2022 Revised: Jan. 20, 2023 Accepted: Jan. 27, 2023

† Corresponding Author

Tel: +82-02-300-0283, E-mail: jungsun@kau.ac.kr

© The Society for Aerospace System Engineering

elastic fracture mechanics, LFM) 이론을 통해 응력확대계수(stress intensity factor)를 계산하여 균열 선단 부근의 탄성 응력-변형 필드를 평가해 피로 균열 거동을 분석한다[3,4].

선형탄성 파괴역학과 유한요소법을 통해 균열이 존재하는 중공축의 균열 전과 거동을 파악하기 위하여 많은 연구가 진행되었다. Raju와 Newman은 3차원 유한요소 모델링을 사용해 가압 실린더 내의 축 방향 균열을 분석하였다[5]. Carpinteri는 굽힘 하중을 받는 중실축의 피로 균열 성장을 분석하기 위해 일정한 중횡비를 가지는 반타원형 균열에 대한 유한요소분석을 수행하였다[6]. Predan은 비틀림을 받는 중공축에 생성된 반타원형 균열을 3차원으로 모델링해 유한요소법을 통하여 응력확대계수를 예측하였다[7]. 본 연구에서의 동력전달축에 사용되는 중공축은 비틀림 하중을 받으며 얇은 두께를 가지므로 관통형 초기 균열을 가진다. 그러므로 2차원 쉘 요소를 통해 유한요소해석을 수행하여 계산비용을 줄이고 정확성을 높인다.

본 논문에서는 원주방향 관통형 균열이 존재하는 중공축의 비틀림에 의한 균열성장수명을 예측하기 위하여 유한요소법을 통한 균열진전해석을 제안하였다. 중공축의 재료인 Ti-6Al-4V는 연성재료이므로 원주 방향이 균열에 가장 취약하다[8]. 그러므로 비틀림 힘을 받는 중공축에 원주 방향의 균열을 생성해 균열성장수명 예측 모델을 정의하였다. 정의한 예측 모델의 유한요소해석을 위하여 다음과 같이 전처리 과정을 수행하였다. 원통형 쉘 형상 전체 길이에 대한 조건이 존재하지 않으므로 전체 길이가 다른 3종 모델의 유한요소해석을 통하여 응력확대계수가 수렴되는 모델을 전체 길이로 선정하였다. 응력확대계수 평가를 위해 균열을 고려하여 균열 선단의 요소를 형성하고 엔진 시동 토크를 주요 하중으로 부여한다. 균열 길이를 초기 균열에서부터 1 mm씩 증가시키며 유한요소해석을 수행해 재료의 파괴 인성을 초과하기 전 응력확대계수를 가지는 균열 길이를 도출하였다. 유한요소해석만으로는 정확한 예측이 불가하므로 선형보간법(linear interpolation)을 사용하여 한계 균열 길이를 정의하였다. 제안한 유한요소해석 기법을 검증하기 위하여 응력확대계수 핸드북(STRESS INTENSITY FACTORS HANDBOOK)을 통해 균열 선단의 응력확대계수를 계

산하고 한계 균열 길이를 도출하였다[9]. 마지막으로 균열성장속도식의 수치적분을 통해 균열성장수명을 예측하여 핸드북과 유한요소해석 결과를 비교함으로써 유한요소해석 기법의 타당성과 정확도를 판단하였다.

2. 중공축의 균열성장수명 예측 모델

비틀림을 받는 동력전달축의 중공축이 원주방향의 균열을 가질 때, 균열성장수명을 예측하기 위하여 Fig. 1과 같이 균열성장수명 예측 모델을 정의할 수 있다. 중공축은 원주방향으로 $2a$ 길이의 균열을 가지며 비틀림 방향으로 반복하중을 받는다. Fig. 2는 중공축의 단면이며 Table 1은 상세 치수이다. D_{out} 과 D_{in} 은 중공축의 외경과 내경이며 R 과 t 는 반경과 두께를 의미한다. 중공축의 초기 균열은 JSSG-2006에 의거하여 1.27 mm 길이의 관통형 균열로 정의하였다[10].

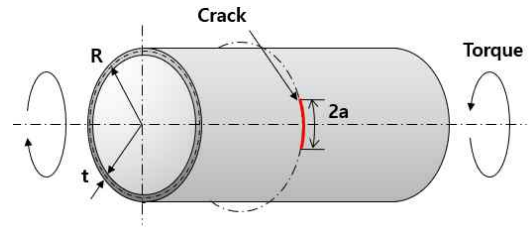


Fig. 1 Hollow Shaft Model of the Power Transmission Shaft

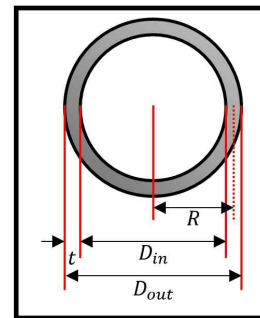


Fig. 2 Parameters of Hollow Shaft's Cross Section

Table 1 Dimensions of the Hollow Shaft

D_{out} [mm]	D_{in} [mm]	R [mm]	t [mm]
63.9	61.4	31.325	1.25

Table 2 Material Property (A-basis)

Young's modulus [GPa]	116.5
Ultimate strength [MPa]	882.5
Yield strength [MPa]	806.6
Poisson's ratio	0.31
Density [ton/mm ²]	4.43e-09
Fracture toughness [MPa√m]	36.26

중공축의 재료 물성은 Ti-6Al-4V이며 Table 2와 같이 MMPDS-08의 A-basis를 적용한다[11]. MMPDS-08의 A-basis는 확률적으로 소재의 99% 이상이 표에 제시된 물성을 충족함을 의미한다. 균열성장관계식인 Paris의 식을 이용하여 균열수명을 예측하였다. Paris의 식은 Eq. 1과 같다[12]. Fig. 3은 MMPDS-08에 제시된 Ti-6Al-4V의 응력확대계수에 대한 균열성장속도 그래프이다. 이를 통하여 Paris 상수는 $C=5.792 \times 10^{-9}$ 와 $m=3.567$ 으로 도출된다.

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m \quad (1)$$

균열수명에 영향을 주는 주요 피로하중은 엔진 시동 토크이며, Fig. 4와 같이 토크(T)는 $0 \leq T \leq 400$ [N·m]의 값을 가진다.

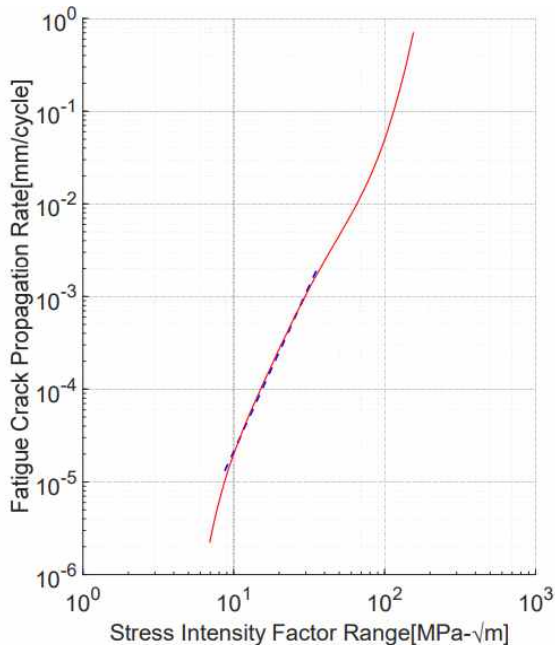


Fig. 3 Crack Growth Rate for Stress Intensity Factor of Ti-6Al-4V

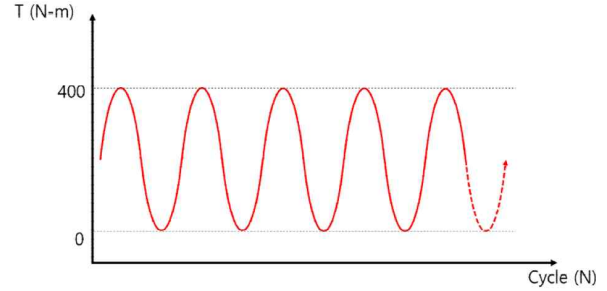


Fig. 4 Engine Starting Torque of the Power Transmission Shaft

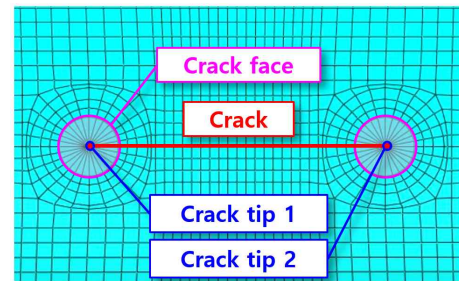


Fig. 5 Crack Mesh

3. 중공축의 균열성장수명 예측

원주 방향의 관통형 균열이 존재하는 중공축의 비틀림에 의한 균열성장수명을 예측하기 위하여 유한요소 해석 기법을 제시하였다. 제시한 해석 기법의 신뢰성 및 효율성을 확인하기 위하여 응력확대계수 핸드북에서 제공하는 함수식을 통해 응력확대계수를 계산해 한계 균열 길이와 균열성장수명을 비교 및 검증하였다.

3.1 유한요소해석을 통한 균열성장수명 예측

중공축은 원주 방향의 관통형 균열을 가지고 있으므로 Abaqus FEA 프로그램을 이용하여 유한요소해석을 수행하였다. 먼저 S4R 요소를 이용하여 전체 요소를 생성하였다. 균열의 양 끝단을 균열 선단 1, 2(crack tip 1, 2)로 지정하고 균열 선단 주변을 균열 면(crack face)으로 설정하였다. 중공축의 원주 방향 균열은 각각 두 개의 균열 선단과 균열 면을 가지며 균열 선단의 응력확대계수 평가를 위해 균열 선단과 가장 가까운 균열 면의 요소를 삼각형 요소인 S3R 요소로 축소하였다. 이는 Fig. 5와 같다.

원통형 쉘 형상의 전체 길이에 대한 제한이 없으므로 정확한 응력확대계수 도출을 위하여 먼저 전체 길

이를 설정하였다. Fig. 6과 같이 100 mm, 200 mm, 300 mm로 3종의 전체 길이 모델을 선정하여 초기 균열 1.27 mm의 균열이 존재할 때의 유한요소해석을 수행해 균열 선단에서의 응력확대계수를 도출하였다. 유한요소해석 수행 결과 전체 길이가 100 mm인 모델의 균열 선단 1과 2에서 각각 $36.69 \text{ MPa}\sqrt{m}$, $36.79 \text{ MPa}\sqrt{m}$ 의 응력확대계수를 가지고 200 mm인 모델에서 $18.36 \text{ MPa}\sqrt{m}$, $18.41 \text{ MPa}\sqrt{m}$ 의 응력확대계수를 가진다. 마지막으로 300 mm인 모델에서 $18.41 \text{ MPa}\sqrt{m}$, $18.40 \text{ MPa}\sqrt{m}$ 의 응력확대계수를 가지며 수렴한다. 이는 Fig. 7과 같다. 전체 길이가 300 mm일 때 응력확대계수가 수렴하므로 이를 유한요소해석 모델로 선정하였다.

경계 조건과 하중 조건은 reference point(RP)를 이용하여 부여한다. Fig. 8과 같이 RP1은 모든 자유도에 대하여 구속하고 RP2는 periodic load를 통하여 하중을 부여한다. 이와 같은 조건을 적용하여 한계 균열 길이를 구하기 위해 초기 균열인 1.27 mm에서부터 1 mm 씩 증가시켜 Fig. 9와 같이 균열 길이 별 증공축 모델을 형성한 뒤 유한요소해석을 수행한다. 각 균열은 빨간색으로 표현하였다.

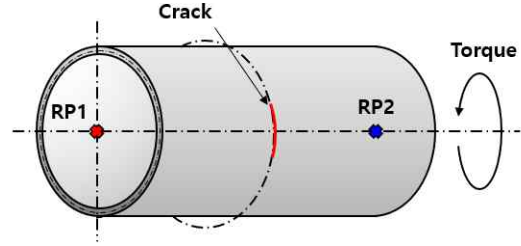


Fig. 8 Boundary and Load Conditions

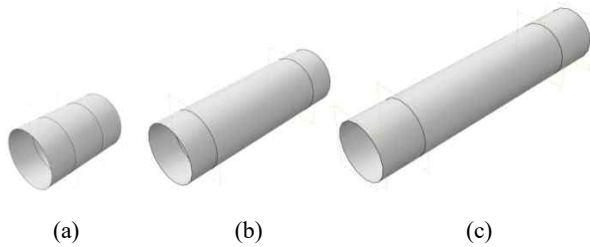


Fig. 6 Three Types of Total Length Models
(a) 100 mm, (b) 200 mm, (c) 300 mm

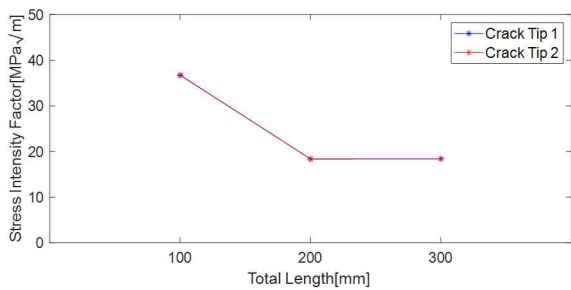


Fig. 7 Comparison of Stress Intensity Factor by Total Length

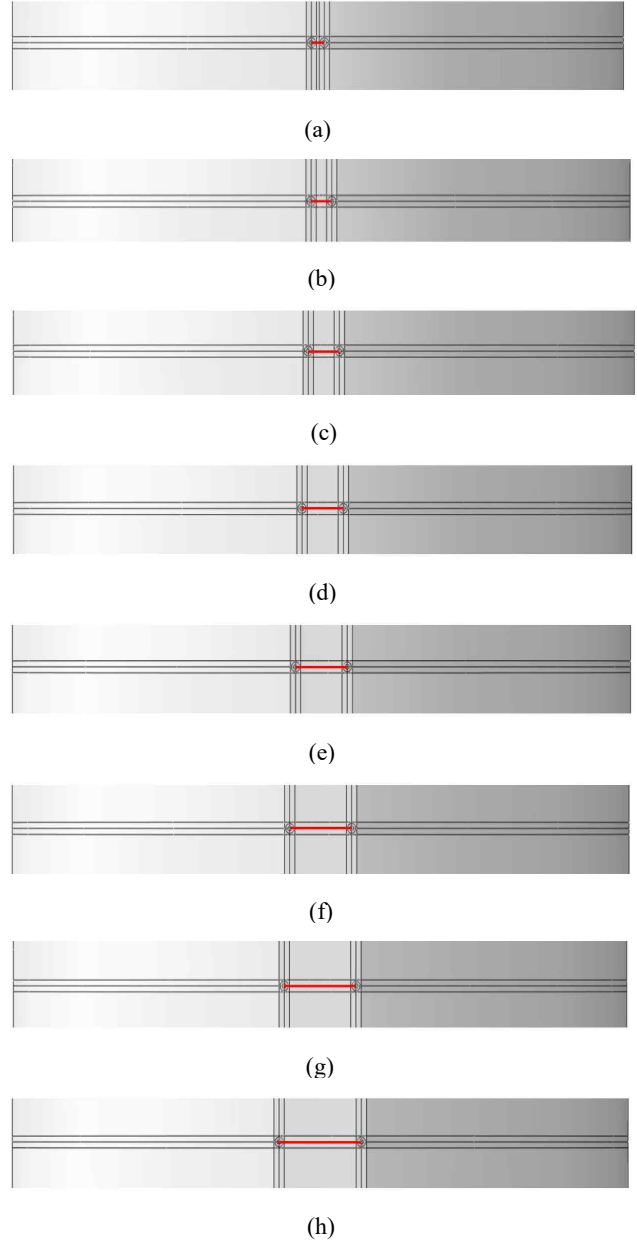


Fig. 9 Hollow Shaft Model by Crack Length
(a) 1.27 mm, (b) 2 mm, (c) 3 mm, (d) 4 mm, (e) 5 mm, (f) 6 mm, (g) 7 mm

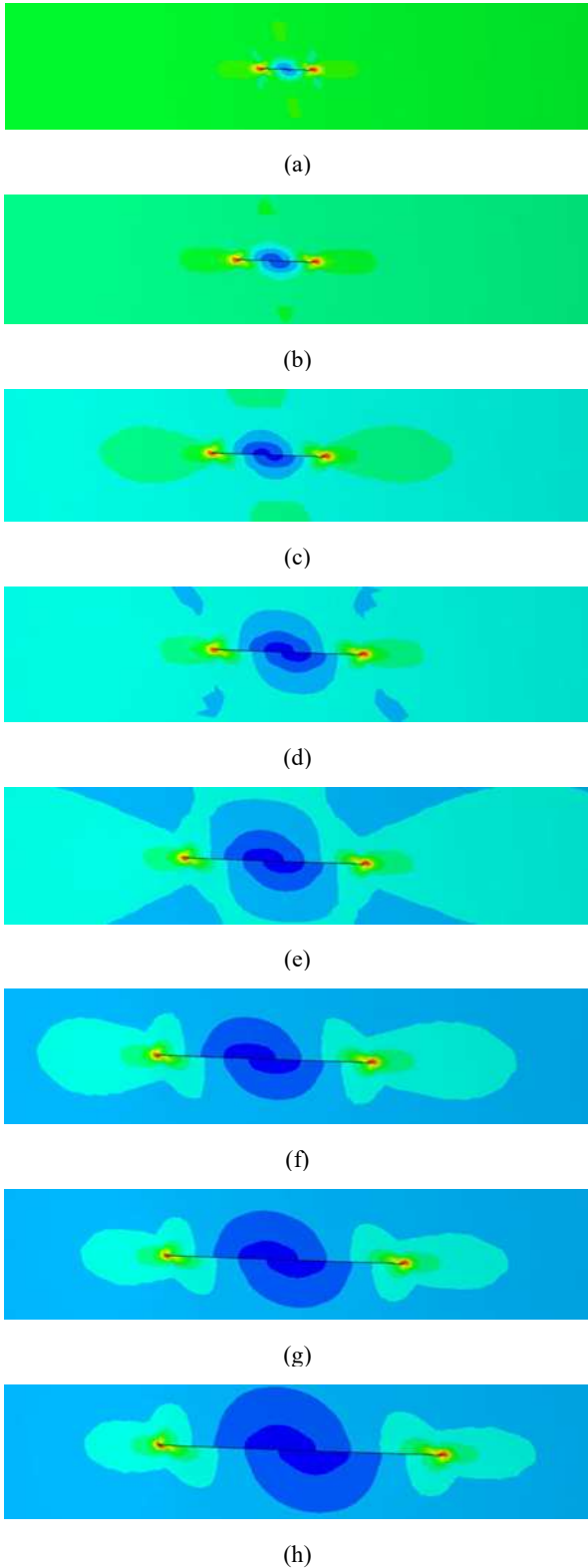


Fig. 10 Stress Distribution by Crack Length
 (a) 1.27 mm, (b) 2 mm, (c) 3 mm,
 (d) 4 mm, (e) 5 mm, (f) 6 mm,
 (g) 7 mm

균열 길이 별로 유한요소해석을 수행한 결과 균열 선단에서 최대 응력이 발생하는 것을 확인할 수 있다. 또한 균열 축에 대하여 대칭한 응력 분포를 가진다. 이는 Fig. 10을 통하여 확인할 수 있다. 균열 선단의 응력확대계수를 도출하였을 때 균열 선단 1과 2에서의 응력확대계수는 Fig. 11과 같이 서로 유사하다는 것을 확인할 수 있다. 균열 선단에서의 응력확대계수가 파괴 인성 값을 초과할 때 균열이 진전되므로 파괴 인성 값을 초과하기 직전의 균열 길이를 구한다. Table 3에서 확인할 수 있듯 균열 길이가 증가하면서 응력확대계수는 점진적으로 증가한다. 7 mm의 균열 길이에서 각 균열 선단이 $35.07 \text{ MPa}\sqrt{m}$, $34.90 \text{ MPa}\sqrt{m}$ 의 응력확대계수를 가지고 8 mm의 균열 길이에서 각 균열 선단이 $37.48 \text{ MPa}\sqrt{m}$, $37.61 \text{ MPa}\sqrt{m}$ 의 응력확대계수를 가지므로 한계 균열 길이는 7 mm와 8 mm의 사이에 위치한다고 판단할 수 있다.

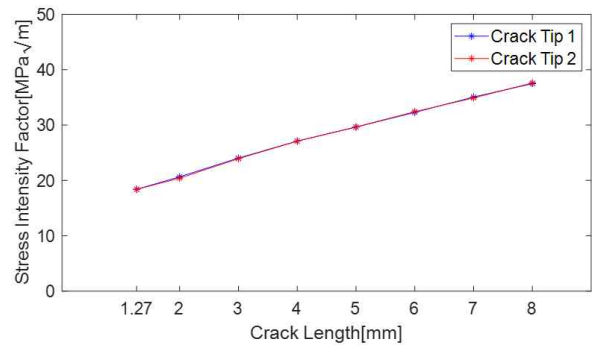


Fig. 11 Comparison of Crack Tip 1 and Crack Tip 2 Stress Intensity Factor

Table 3 Stress Intensity Factor and Von Mises Maximum Stress with Crack Length

Crack Length [mm]	Stress Intensity Factor [MPa√m]		Von Mises Stress [MPa]
	Crack Tip 1	Crack Tip 2	
1.27	18.41	18.40	93.51
2	20.66	20.41	112.5
3	24.04	23.93	138.7
4	27.11	27.09	160.1
5	29.64	29.65	179.0
6	32.29	32.42	196.1
7	35.07	34.90	211.8
8	37.48	37.61	225.8

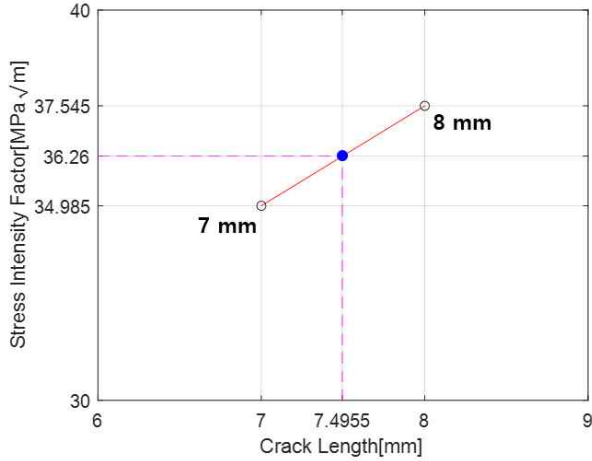


Fig. 12 Calculation of Critical Crack Length by Linear Interpolation

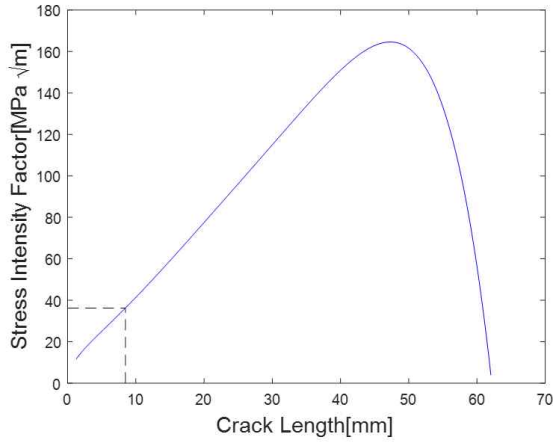


Fig. 13 Stress Intensity Factors and Limit Crack Length from the Handbook

유한요소해석을 통하여 정확한 한계 균열 길이를 계산할 수 없으므로 선형보간법을 사용하여 한계 균열 길이를 도출하였다. 균열 선단 1과 2의 응력확대계수가 다르므로 두 값의 평균 응력확대계수를 이용하였다. 균열 길이 7 mm, 8 mm일 때의 응력확대계수와 파괴 인성인 $36.26 \text{ MPa}\sqrt{m}$ 을 이용해 한계 균열 길이를 구하였다. 이는 Fig. 12와 같다. 그 결과 파괴 인성은 균열 길이 7 mm와 8 mm 사이의 49.55% 위치에 존재한다. 그러므로 한계 균열 길이는 7.4955 mm이다.

3.2 균열성장수명 검증

동력전달축은 비틀림을 받으므로 균열성장 모드 II

가 발생한다. 원주 방향의 균열이 존재하는 증공축에 대한 응력확대계수는 Eq. 2와 같이 나타낼 수 있다 [13,14]. 응력확대계수는 멤브레인(membrane) 구성요소의 응력확대계수인 K_{II}^M 와 굽힘(bending) 구성요소의 응력확대계수인 K_{II}^B 합과 같다.

$$K_{II} = K_{II}^M + K_{II}^B \quad (2)$$

$$K_{II}^M = F^M \tau \sqrt{a} \quad (3)$$

$$K_{II}^B = \frac{3+\nu}{1+\nu} F^B \tau \sqrt{a} \quad (4)$$

$$F^M = -0.0001845\lambda^5 + 0.000638\lambda^4 - 0.00856\lambda^3 + 0.0520\lambda^2 + 0.0001799\lambda + 0.99994 \quad (5)$$

$$\lambda = [12(1-\nu^2)]^{\frac{1}{4}} \frac{a}{\sqrt{Rt}} \quad (6)$$

$$\tau = \frac{T}{2\pi R^2 t} \quad (7)$$

K_{II}^M 는 Eq. 3과 같으며 K_{II}^B 는 Eq. 4와 같다. F^M 와 F^B 는 부품의 기하학적 형상에 따라 결정되는 멤브레인, 굽힘 형상함수이다. F^B 의 경우 F^M 와 비교하여 10^{-6} 수준이며, 해당 응력확대계수에 대응하는 균열성장속도는 더욱 작기 때문에 F^B 는 무시할 수 있다. 형상함수 F^M 는 Eq. 5이며 Eq. 6과 같은 λ 으로 구성되어 있다. τ 는 토크와 증공축의 반경, 두께로 이루어진 응력이며 Eq. 7과 같다. ν 는 포아송 비이다. 응력확대계수 핸드북으로 계산한 응력확대계수는 Fig. 13과 같고 한계 균열 길이는 8.4617 mm이다. 한계 균열 길이는 유한요소해석 결과와 핸드북의 결과를 비교하였을 때 0.9662 mm의 차이가 발생한다. 이는 11.42%의 오차를 가진다.

균열성장수명은 Eq. 8과 같이 균열성장속도 식의 적분으로 계산한다. 이러한 적분은 직접적으로 수행하기 어려우므로 균열치수증가법을 사용하여 수치적분을 통해 균열성장수명을 계산하였다.

$$N_f = \int_{a_i}^{a_f} \frac{1}{C(\Delta K)} da \quad (8)$$

균열치수증가법은 초기 균열 길이(a_i)에서 미소량 Δa 씩 균열을 증가시켜 최종 균열(a_f)까지의 하중 반복수 N 을 계산하는 방법이며 지정된 균열 길이에서만 응력확대계수를 계산하므로 유한요소법과 비교하기에 용이

하다. 유한요소해석 결과와 응력확대계수 핸드북의 결과를 비교하였을 때 균열성장수명은 각각 29,521 cycle, 30,061 cycle로 540 cycle의 차이가 발생하며 1.80%의 오차를 가진다. 이를 통하여 본 논문에서 제시한 유한요소해석 기법은 동력전달축의 중공축의 균열성장수명을 정확하게 예측할 수 있다고 판단된다. 또한 이를 이용하여 원주 방향 균열이 존재하는 동력전달축의 손상 허용 설계 데이터 베이스 구축이 가능하다.

4. 결 론

본 논문에서는 동력전달축을 구성하는 중공축에 원주 방향의 관통형 균열이 발생하였을 때 선형탄성 파괴역학과 유한요소법을 통하여 균열성장수명을 예측하였다. 비틀림 하중 하의 균열성장수명을 예측하기 위하여 균열성장수명 예측 모델을 정의하였다. 전체 길이가 다른 모델 3종의 유한요소해석을 통해 응력확대계수를 도출하고 응력확대계수가 수렴되는 모델을 유한요소모델로 선정하였다. 균열을 고려한 요소를 균열 선단에 생성하고 경계 및 비틀림 하중조건을 부여하였다. 초기 균열을 정의하고 1 mm씩 증가시켜가며 유한요소해석을 수행해 균열 선단에서의 응력확대계수를 도출하였다. 균열 선단에서의 응력확대계수가 재료의 파괴 인성을 초과하기 전의 균열 길이는 7 mm이므로 한계 균열 길이는 7 mm와 8 mm 사이에 존재한다고 판단할 수 있다. 선형보간법을 통하여 한계 균열 길이는 7.4955 mm로 도출된다. 유한요소해석을 통하여 예측한 균열성장수명을 검증하기 위하여 응력확대계수 핸드북을 통하여 한계 균열 길이를 계산하였다. 핸드북의 결과는 8.4617 mm로 유한요소해석 결과와 0.9662 mm의 차이가 발생하며 11.42%의 오차를 가진다. 균열치수증가법을 통하여 각각의 균열성장수명을 수치적분을 통해 계산하였을 때 유한요소해석 결과와 핸드북 결과는 29,521 cycle, 30,061 cycle로 540 cycle의 차이가 발생하였다. 이는 1.80%의 오차이다.

따라서 본 논문에서 제안한 유한요소해석 기법을 통하여 정확한 균열성장수명 예측이 가능하다. 또한 낮은 계산 비용으로 동력전달축의 중공축 손상 허용 설계의 데이터베이스 구축이 가능하다.

후 기

이 논문은 2022년도 국방기술진흥연구소 부품국산화 지원사업(과제번호: C210020)의 연구비 지원 및 2022년도 정부(교육부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임(과제번호: 2022R1A6A1A03056784)

References

- [1] S. K. Bhaumik, R. Rangaraju, M. A. Parameswara, M. A. Venkataswamy, T. A. Bhaskanran and R. V. Krishnan, "Fatigue failure of a hollow power transmission shaft," *Engineering Failure Analysis*, vol. 9, pp.457-467, August 2002.
- [2] R. Li, T. H. Hyde and W. Sun, "Finite element prediction of fatigue crack growth in super CMV hollow shafts with transverse holes under combined torsional and axial loading," *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, vol. 48, pp.457-469, July 2013.
- [3] D. Chandra, J. Purbbolaksono and Y. Nukman, "Surface crack growth in a solid cylinder under combined cyclic bending-torsion loading," *APRN Journal of Engineering and Applied Sciences*, vol. 13, pp.1033-1041, February 2018.
- [4] M. Da Fonte and M. De Freitas, "Stress intensity factors for semi-elliptical surface cracks in round bars under bending and torsion," *International Journal of Fatigue*, vol. 21, pp.457-463, May 1999.
- [5] I. S. Raju and J. C. Newman, Jr, "Stress-intensity factors for internal and external surface cracks in cylindrical vessels," *Journal of Pressure Vessel Technology*, vol. 104, pp.293-298, November 1982.
- [6] A. Carpinteri, R. Brighenti and A. Spagnoli, "Part-through cracks in pipes under cyclic bending," *Nuclear Engineering and Design*, vol. 185, pp.1-10, September 1998.
- [7] J. Predan, V. Mocilnik and N. Gubelj, "Stress intensity factors for circumferential semi-elliptical

- surface cracks in a hollow cylinder subjected to pure torsion,” *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 105, pp.152-168, June 2013.
- [8] M. Giglio, A. Manes and F. Vigano, “Ductile fracture locus of Ti-6Al-4V titanium alloy,” *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 54, pp.121-135, January 2012.
- [9] Y. Murakami, STRESS INTENSITY FACTORS HANDBOOK, Pergamon Press, 1988.
- [10] JSSG-2006, Department of Defense, Joint Service Guide, Aircraft Structures, October 1998.
- [11] R. C. Rice, J. L. Jackson, J. Bakuckas and S. Thompson, Metallic Materials Properties Development and Standardization(MMPDS), National Technical Information Service(NTIS), January 2003.
- [12] T. L. Anderson, Fracture mechanics, 3rd Ed., Taylor and Francis, 2004.
- [13] Y. Murakami, Stress intensity factors handbook, vol. 2, The Society of Materials Science, Japan, 1988.
- [14] F. Erdogan and M. Ratwani, “Fracture of cylindrical and spherical shells containing a crack,” *Nuclear Engineering and Design*, vol. 20, pp.265-286, June 1972.