기하학적 정밀 보 모델을 이용한 무힌지 로터 구조/공력 하중 검증

류한열^{1,†}

¹,LIG 넥스원 PGM기계융합연구소

Validation of the aeromechanics for hingeless rotor using geometrically exact beam model

Han-Yeol Ryu^{1,*}

¹PGM Mechanical R&D, LIG Nex1 Co., Ltd., Korea

Abstract

This paper studied HART II in descending flight using rotorcraft analysis code based on geometrically exact beam (GEB) model. The present GEB model expressed by a mixed variational formulation could capture the geometrically nonlinear behavior of the blade without arbitrary assumptions. In previous results, correlation of airloads with structural moments for HART II was not as good as blade deflections. However, in present results, predictions of airloads and structural loads are fairly correlated with measured data.

초 록

본 논문에서는 기 개발된 로터 블레이드 해석 모델 중 구조 모델을 보완하여 기존에 수행한 HART II 의 연구결과와 비교하였다. 구조 모델은 혼합변분 정식화 기반의 기하학적 정밀 보 모델이며, 블레이드 의 기하학적 비선형 거동을 정밀하게 예측할 수 있다. 기존 해석 결과에서는 비틀림 변형과 구조하중 결과에서 실험결과 대비 위상차가 발생하였는데 본 연구에서는 기존 결과 대비 위상차가 현저히 감소 한 결과를 도출하였다.

Key Words : aeromechanics(구조공력결합), Geometrically exact beam model(기하학적 정밀 보 모델), BVI(Blade-Vortex-Interaction, 블레이드-와류 상호작용), HART II

1. 서 론

헬리콥터는 고세장비를 갖는 로터 블레이드가 회전 하면서 전진방향과 후퇴방향에서 발생되는 공기역학적 비대칭 환경에서 운용된다. 이러한 환경에서 로터 블 레이드는 기하학적 비선형을 갖는 변형이 발생되며, 이는 다시 로터 블레이드에 작용하는 공력에 영향을 준다. 즉, 헬리콥터는 구조-공력 상호작용이 발생하는 복잡한 환경에서 거동한다. 또한, 헬리콥터 비행 시 발 생하는 주요 현상 중 하나인 블레이드-와류 상호작용 (BVI: Blade vortex interaction)은 앞서 진행하는 로 터 블레이드에서 발생한 와류가 뒤따라오는 블레이드 에 영향을 주는 현상인데 주로 저속 비행과 기동 비행 에서 발생하며 진동 및 소음의 원인이 된다. 이러한 BVI 현상을 확인하고자 국제 공동 연구 프로그램인 HART II가 실행되었다[1,2]. HART II에서는 BO-105 무힌지 로터의 40% Mach scaled 축소로터 를 이용하여 HHC(Higher harmonic pitch control)기 법 적용 유무에 대해 로터 블레이드에서 발생하는 공 력하중, 구조 변형과 구조하중, 트림각 변화 등을 확인 하였다. 이후, HART II에서 측정된 실험 결과를 바탕 으로 BVI를 포함한 공력하중과 구조 변형 및 구조 하

Received: Oct. 13, 2022 Revised: Nov. 09, 2022 Accepted: Nov. 21, 2022 † Corresponding Author Tel: +82-31-8026-7369, E-mail: hanyeol.ryu@lignex1.com © The Society for Aerospace System Engineering

중을 해석을 통해 검증하는 연구들이 수행되었다. 먼 저 상용해석 프로그램인 CAMRAD II, UMARC, DYMORE 등을 이용하여 얻은 해석 결과와 실험 결과 를 비교, 검증하는 연구들이 수행되었다[3]. 이후, BVI 현상을 정밀하게 예측하기 위해 CFD-CSD 결합 해석을 이용하였다. NASA를 포함한 대부분의 연구기 관들은 자체 개발한 CFD code와 상용 로터 해석 프 로그램과의 결합 해석을 수행하여 얻은 해석 결과와 실험결과를 비교 검증하는 연구를 진행하였다[4-5]. 위에서 언급한 상용 로터 해석 프로그램들의 경우, 공 력 모델은 자유후류 모델(free wake model)을 포함한 다양한 모델을 포함하고 있다. 구조해석 모델의 경우, 대부분의 상용프로그램은 기하학적 비선형성을 고려할 수 있는 보 모델을 적용하였다[6-8]. 세부적인 특징을 살펴보면, UMARC은 블레이드의 굽힘과 비틀림 변형 2^{nd} 을 order로 가정하는 근사적 해석모델 (approximated formulation)을 적용하였다[6]. 반면, CAMRAD II와 DYMORE는 비선형 구조 변형을 근사 적 기법을 적용하지 않은 기하학적 정밀 보 모델 (geometrically exact beam model)을 적용하였다[7, 8]. 하지만 변위 기반 모델을 적용하였기에 구조하중 (internal forces, linear/angular momenta)을 계산하 기 위해서는 후처리 과정이 추가적으로 필요하다. 이 에 대해 저자는 구조 변형과 하중을 동시에 구할 수 있는 혼합변분 정식화 기반의 기하학적 정밀 보 모델 을 적용한 로터 해석 프로그램을 개발하여 HART II 실험결과와 비교/검증하는 연구를 기존에 수행한 바 있다[9]. 기존 연구에서의 결과는 HART II의 실험결 과 대비 비교적 유사한 경향성을 확인 하였으나 구조 하중의 경우, 다소 상이한 결과를 도출하였다. 이에 대 해, 본 논문에서는 구조하중 결과의 정확성 향상을 목 적으로 기존 로터 해석 프로그램의 구조모델을 면밀히 검토하여 수정 및 검증하는 작업을 진행하였다. 수정 된 사항은 구조모델에서의 수식 오류를 바로 잡고 시 간적분법은 범용으로 쓰이는 Newmark beta method 를 적용하였다. 이와 더불어 블레이드 dissimilarity를 고려할 수 있게 multi-blade 모델을 적용하였다. 수정 된 해석 프로그램의 결과를 기존의 해석결과와 비교하 기 위해 공력모델은 동일한 모델인 유한상태 동적 유 입류 모델을 적용하였다[10]. 유한상태 동적 유입류

모델은 고주기성을 갖는 BVI 현상은 예측하기 힘들지 만 로터 블레이드에 작용하는 공기력을 비교적 정밀하 게 예측할 수 있다[11]. 본 논문에서는 HART II의 하강 비행 조건에 대해, 수 정된 해석프로그램의 해석결과를 실험결과 및 기존 연 구 결과와 비교하였다.

Table 1 General properties of the HARRT II rotor

Rotor type	Hingeless	
Number of blades, N	4	
Rotor radius, R	2.0m	
Chord length, c	0.075R	
Solidity, σ	0.077	
Airfoil section	NACA23012 mod	
Blade built in twist	-8.0°	
Precone angle	2.5°	
Nominal rotor speed, $\mathcal{Q}_{\mathrm{ref}}$	109.0rad/s	

2. 해석 모델

2.1 기하학적 정밀 보 모델

로터 해석 프로그램에 적용된 구조 모델은 기하학적 정밀 보 이론을 적용하였다. 로터 블레이드와 같이 회 전하는 보에 대해서 아래 fig. 1과 같이 글로벌 좌표 계, 변형전/후 좌표계로 구분하여 이론을 전개한다. 여 기서 $a_i(=1,2,3)$ 은 글로벌 좌표계, b는 변형 전 좌표 계, B는 변형 후 좌표계를 나타낸다. 블레이드의 거동 은 글로벌 좌표계 기준으로 표현하며, 공기력과 같은 외력은 변형 후 좌표계 기준으로 적용한다.



Fig. 1 Schematic of the beam deformation

기하학적 정밀 보 모델은 Hamilton's principle로부터 정리하면 다음과 같다.

$$\left[\delta(K-U) + \overline{\delta W}\right] dx dt = \overline{\delta A} \tag{1}$$

internal force(*F, M*)과 inertial force(*P, H*)는 변형 에너지와 운동에너지로부터 얻을 수 있다.

$$\int_{0}^{t} \delta K dx_{1} = \int_{0}^{t} \left[\delta V^{T} \left(\frac{\partial K}{\partial V_{B}} \right)^{T} + \delta \Omega^{T} \left(\frac{\partial K}{\partial \Omega_{B}} \right)^{T} \right] dx_{1}$$
(2)

$$\int_{0}^{t} \delta U dx_{1} = \int_{0}^{t} \left[\delta \gamma^{T} \left(\frac{\partial U}{\partial \gamma} \right)^{T} + \delta \kappa^{T} \left(\frac{\partial U}{\partial \kappa} \right)^{T} \right] dx_{1}$$
(3)

$$F = \left(\frac{\partial U}{\partial \gamma}\right) , \quad M = \left(\frac{\partial U}{\partial \kappa}\right)$$

$$P = \left(\frac{\partial K}{\partial V}\right) , \quad H = \left(\frac{\partial K}{\partial \Omega}\right)$$
(4)

위의 식에서 *V, Q*는 linear/angular velocity, *r*, *κ*는 strain/curvature를 의미한다.

Equation 4를 Eq. 1에 대입하면 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\int_{t_1}^{t_2} \int_{0}^{t} \left[\delta V_B^{*T} P_B + \delta \Omega_B^{*T} H_B - \delta \gamma^{*T} F_B - \delta \kappa^{*T} M_B \right] + \int_{t_1}^{t_2} \overline{\delta W} dt = \overline{\delta A}$$
(5)

아래의 기하학적 정밀 방정식 Eq. 6을 위의 Eq. 5에 적용면 최종적으로 Eq. 7과 같이 얻을 수 있으며 이를 단순화하면 Eq. 8과 같다.

$$\gamma^{*} = C^{Ba} \Big(C^{ab} e_{1} + u'_{a} \Big) - e_{1}$$

$$\kappa^{*} = C^{ba} \Bigg(\frac{\Delta - \frac{\theta}{2}}{1 + \frac{\theta^{T} \theta}{2}} \Bigg) \theta^{T}$$

$$V_{B}^{*} = C^{Ba} (v_{a} + u_{a} + w_{a} u_{a})$$

$$\Omega_{B}^{*} = C^{ba} \Bigg(\frac{\Delta - \frac{\theta}{2}}{1 + \frac{\theta^{T} \theta}{2}} \Bigg) \theta^{T} + C^{Ba} w_{a}$$
(6)

$$\int_{t_1}^{t_2} \int_0^t [\delta V_B^* P_B + \delta \Omega_B^* H_B - \delta \gamma_B^* F_B - \delta \kappa_B^* M_B + \delta F_B^T (\gamma - \gamma^*) \\ + \delta M_B^T (\kappa - \kappa^*) - \delta P_B^T (V_B - V_B^*) + \delta H_B^T (\Omega_B - \Omega_B^*)] dx_1 dt \quad (7) \\ + \int_{t_1}^{t_2} \int_0^t \overline{\delta W} dx_1 dt = \overline{\delta A}$$

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta X^T [F_S(X, \hat{X}) - F_L(X, \hat{X})] dt = 0$$
(8)

$$X = [\hat{F}_{1}^{T} \hat{M}_{1}^{T} u_{1}^{T} \theta_{1}^{T} F_{1}^{T} M_{1}^{T} P_{1}^{T} H_{1}^{T} \dots \dots u_{N}^{T} \theta_{N}^{T} F_{N}^{T} M_{N}^{T} P_{N}^{T} H_{N}^{T} \hat{u}_{N+1}^{T} \hat{\theta}_{N+1}^{T}]^{T}$$
(9)

위의 Eq. 8에서 Fs는 구조 연산자, FL은 공력 연산자, X는 구조변수를 의미한다.

구조모텔에 적용한 기하학적 정밀 보 정식화 모텔은 변위, 회전각, 내력과 모멘트, 선형/각 운동량들을 동 시에 계산되기 때문에 내력과 모멘트를 추가 절차 없 이 구할 수 있는 장점이 있다.

2.2 유한상태 동적유입류 모델

공력 모델에서 유입류 모델은 유한상태 동적 유입류 (finite state dynamic inflow)모델을 적용하였다. 유 한상태 동적 유입류 모델은 유입류와 양력의 관계식으 로 표현할 수 있으며 유입류는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$w(\overline{r},\psi,\overline{t}) = \sum_{r=0}^{\infty} \sum_{j=r+1,r+3,\dots}^{\infty} \phi_j^r(\overline{r}) \times \left[\alpha_j^r(\overline{t})\cos(r\psi) + \beta_j^r(\overline{t})\sin(r\psi)\right]$$
(10)

$$\phi_{j}^{r}(\overline{r}) = \sqrt{(2j+1)H_{j}^{r}} \times \sum_{q-r,r+2,\dots}^{j-1} \overline{r}^{q} \frac{(-1)^{(q-r)/2}(j+q)!!}{(q-r)!!(q+r)!!(j-q-1)!!}$$
(11)

로터 디스크에 작용하는 유입류는 w로 표현되며, φ_j 는 radial expansion 함수로 표현된다. 유한상태 동적 유입류 모델을 행렬 형태의 지배방정식은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$()^* = \frac{d}{dt}, \qquad V = \frac{\mu^2 + (\lambda + \lambda_m)\lambda}{\sqrt{\mu^2 + \lambda^2}}$$
(13)

$$[M] = \begin{bmatrix} \ddots & \\ & K_n^m \\ & \ddots \end{bmatrix}, \quad K_n^m = \frac{2}{\pi} H_n^m$$
(14)

$$H_n^m = \frac{(n+m-1)!!(n-m-1)!!}{(n+m)!!(n-m)!!}$$

위 행렬식에서 *a, β*를 계산할 수 있고 최종적으로 유 입류 *w*는 계산된 *a, β*를 적용하여 구할 수 있다.

공력모델에서, 블레이드 단면에 작용하는 공기력을 계산하기 위해 깃요소이론(blade element theory)를 적용하였고, Mach수에 따른 받음각에 대한 양력, 항 력, 피칭모멘트는 C81 table을 적용하였다.

3. 수치해석 결과

3.1 구조 동특성 결과 비교

먼저, 실험모델와 해석모델의 동적 유사성을 검증하 기 위해 fanplot 결과를 비교하였다. 회전 속도는 기준 속도의 1.2배까지 증가하여 각 회전주파수를 도시하였 다. 기존 연구결과는 실험결과 대비 비교적 일치함을 확인할 수 있었다. 현재의 결과 또한 실험결과 및 기 존 연구결과 대비 큰 차이점은 없었다. 다만 1차 비틀 림 주파수가 실험결과 대비 다소 높게 나오는 것을 확 인하였다. 이는 다음에 비교할 트림각 및 비틀림 변형 이 실험결과 및 타 해석결과 대비 peak-to-peak 값 이 상대적으로 높게 예측되는 영향을 준 것으로 판단 된다.



Fig. 2 results of rotating frequencies

3.2 트림 각 결과 비교

트림 각에 대한 비교를 아래의 Table 2에 정리하였 다. 기존 해석결과에서 예측된 트림각은 주로 collective pitch, θ_0 가 실험값 대비 다소 높게 예측되 었다. 현재의 해석결과는 모든 케이스에 대해 collective pitch, θ_0 가 기존 해석결과보다 실험값에 더 일치하는 것을 확인하였다. 특히 BL케이스에서 기 존의 해석결과는 실험결과 대비 0.69도 높게 예측되었 으나 현재 해석결과는 0.25도 차이를 보이며 실험값에 더 일치함을 확인하였다.

Table 2 The results of the trimmed angles

Baseline(BL)			
	coll. Θ_0	lat. θ_{lc}	longi. θ_{1s}
Measurement	3.80	1.92	-1.34
Previous	4.49	2.07	-1.74
Present	4.05	2.17	-1.54
Minimum noise(MN)			
	coll. Θ_0	lat. θ_{1c}	longi. θ_{1s}
Measurement	3.91	2.00	-1.35
Previous	4.52	2.04	-1.32
Present	4.19	2.18	-1.29
Minimum vibration(MV)			
	coll. Θ_0	lat. θ_{1c}	longi. θ_{1s}
Measurement	3.80	2.00	-1.51
Previous	4.33	2.18	-1.76
Present	3.97	2.19	-1.61

3.3 공력하중 결과 비교

공력하중의 결과는 각각 BL/MN/MV 케이스에 대해 다음의 Fig. 3-5에 도시화 하였다. 블레이드 길이방향 의 r/R=0.87에서 section normal force, $C_n M^2$ 를 측정 한 실험 결과와 해석결과를 비교하였다. 실험결과를 보면 0~90도, 270~360도 사이에서 고주기 거동인 BVI 현상이 보이는 것을 확인할 수 있다. 앞서 서론에 서 언급한 바와 같이 기존과 현재의 연구 결과는 동적 유입류 모델을 사용하여 얻은 것으로 BVI 현상을 확 인 할 수는 없지만 전체적인 거동은 확인이 가능하다 는 것을 볼 수 있다. 기존 해석결과에서는 BL 케이스 의 경우, 동적 유입류 모델을 적용한 타 해석결과와 동일한 현상인 C_nM² 최저점의 위치가 약 20도 앞서 발생하는 것을 확인하였다. 하지만 HHC를 적용한 MN/MV 케이스에서는 타 해석결과에서는 CnM² 최저 점의 위치가 실험결과와 유사성을 보였으나 기존 해석 결과에서는 여전히 앞서 발생하는 상이한 결과를 얻었 다[3]. 현재의 해석결과에서는 BL 케이스에서는 C.M 최저점의 위치가 앞서 발생하지만 MN/MV 케이스에서 는 실험결과와 유사한 거동을 보이는 것을 확인하였 다. 특히 MN 케이스에서 기존 결과는 최저점의 위치 가 시험 결과 대비 약 15도 앞서 발생하였으나, 현재 의 결과는 해석결과와 동일한 위치에서 발생함을 확인 하였다. 현재의 공력하중 해석결과 또한 기존 해석결 과 대비 향상되었음을 확인하였다.



Fig. 3 Section normal force, $C_n M^2$ in BL



Fig. 4 Section normal force, $C_n M^2$ in MV



Fig. 5 Section normal force, $C_n M^2$ in MN

3.4 블레이드 끝단 변위 결과 비교

블레이드 끝단에서의 변형결과는 다음의 Fig. 6-11 에 도시하였다. HART II 보고서에서는 블레이드 1의 물성치 정보를 제공하였다. 현재의 해석 결과와 기존 결과를 비교하는 것과 더불어 대표적인 타 해석 결과 와 비교하기 위해 DYMORE와 자유후류모델을 결합한 해석 결과를 추가하였다[12]. Flap변형에 대한 현재 해석결과는 BL케이스에서 90도 인근에서 최저점이 나 타나고 270도 인근에서 최대점이 발생하는 현상은 기 존 해석결과와 경향이 유사하다. 하지만 기존 해석결 과는 블레이드 2의 거동과 유사함을 보인 반면 현재 해석결과는 블레이드 1의 거동과 유사한 결과를 보이 는 것을 확인하였다. MN/MV케이스에서는 기존 해석 결과와 뚜렷한 차이점이 발생하진 않았다. 하지만 비 틀림 변형의 경우 기존 해석결과 대비 차이점이 발생 하였는데, 현재 해석결과에서는 BL 케이스에서 비틀림 변형이 최저가 되는 위치가 180도 부근에서 발생하며 비틀림 변형의 경향성이 기존 해석결과 보다 실험 결

과에 조금 더 일치함을 확인하였다. MN/MV 케이스에 서도 비틀림 변형의 거동 및 최저점이 현재의 해석결 과가 실험결과에 더 일치함을 확인하였다. 타 해석결 과 또한 실험결과 대비 phase lead현상이 발생하지 않는 것을 확인할 수 있었고, 현재 해석결과도 이와 유사함을 확인하였다.



Fig. 6 Flap tip deflection in BL



Fig. 7 Flap tip deflection in MV



Fig. 8 Flap tip deflection in MN



Fig. 9 Elastic twist in BL



Fig. 10 Elastic twist in MV



Fig. 11 Elastic twist in MN

3.5 블레이드 구조하중 결과 비교

블레이드 구조하중에 대한 결과 비교는 Fig. 12-20 에 도시화하였다. 실험결과에서 flap/lag bending moment는 블레이드의 길이방향의 0.17R 위치에서 측 정된 결과이며 torsional moment는 0.33R 위치에서 측정된 결과이다. 타 해석결과와 마찬가지로, 실험결과 대비, 해석결과의 수치적 크기가 상당히 발생하여, 해 석 결과에서는 평균값을 제외한 값을 사용하였다. 기 존 해석결과에서는 모든 케이스에서 flap bending moment의 경향성이 실험 결과와 다소 상이함을 보였

다. 현재 해석결과는 flap bending moment, torsional moment 모두 실험 결과와 비교적 유사한 거동을 보 이는 것을 확인하였다. 먼저 flap bending moment의 경우, 기존 결과는 BL/MN/MV 케이스 모두 peak-to-peak의 결과가 실험결과와 비교하여 다소 상이함을 확인할 수 있다. 현재의 해석결과는 실험결 과와 비교하여 peak-to-peak 경향성이 비교적 일치 함을 확인하였다. Torsional moment의 경우, BL 케 이스에서는 peak-to-peak 경향성이 현재의 해석결과 가 기존 해석결과보다 실험값에 더 유사함을 확인하였 다. MN/MV케이스의 경우에는 기존 해석결과는 최대 점과 최저점의 위치가 실험결과 대비 약 15도의 phase lead 현상이 발생하였는데 현재 해석결과에서 는 phase lead 현상이 발생하지 않았고 실험결과 및 타 해석결과와 유사함을 확인하였다. 추가적으로, 기존 연구결과에서는 제시하지 않은 lag bending moment 의 결과 비교를 하였다. Lag bending moment의 경 우, 기존 연구결과에서는 peak-to peak 값이 실험 결 과 대비 높은 수준으로 예측되었는데 현재의 결과는 peak-to-peak 값이 현저히 낮아졌으며, 타 해석 결과 와 비교적 유사한 결과를 얻었다. 다만 MV 케이스에 서는 peak-to-peak 값이 시험결과 및 타 해석결과 대비 높은 수준으로 예측됨을 확인하였다.



Fig. 12 Flap bending moment in BL



Fig. 13 Flap bending moment in MV



Fig. 14 Flap bending moment in MN







Fig. 16 Lag bending moment in MV



Fig. 17 Lag bending moment in MN



Fig. 18 Torsional moment in BL



Fig. 19 Torsional moment in MV



Fig. 20 Torsional moment in MN

4. 결 론

본 논문에서는 기존 로터 블레이드 구조 해석 모델 을 수정, 보완하여 기존 해석결과와 현재의 해석 결과 를 HART II 실험결과와 비교하였다. 현재 해석결과는 기존 해석결과와 비교하여 트립각, torsion변형, 구조 하중 결과가 실험결과와 더 일치함을 확인하였다. 특 히, $C_n M^2$ 결과와 torsional moment 결과에서 기존에 phase lead 현상이 발생했던 것이 개선되었음을 확인 하였다. 그리고 유한상태 동적 유입류 모델을 적용하 여도 wake모델을 적용한 타 해석 결과와 비교적 유사 한 결과를 얻을 수 있음을 확인하였다. 하지만 BVI 결 과는 고주기 거동을 확인할 수 없기 때문에 향후 BVI 에 대한 정밀 예측을 위해 자유후류 모델을 적용하여 결합해석을 수행할 계획이며, 추가로 블레이드 불평형 성을 고려한 로터의 거동 및 진동저감에 대한 연구를 수행할 계획이다.

후 기

본 연구에 사용한 실험 결과를 도출한 HART II team의 노고에 감사함을 전합니다.

References

- B. G. van der Wall, "2nd HHC Aeroacoustic Rotor Test(HART II) - Part I: Test Documentation-, Institute Report IB 111-2003/31," *German Aerospace Center(DLR), Braunschweig*, Germany, 2003.
- [2] B. G. van der Wall, "2nd HHC Aeroacoustic Rotor Test(HART II) - Part II: Representative Results-, Institute Report IB 111-2005/03," German Aerospace Center(DLR), Braunschweig, Germany, 2005.
- [3] B. G. van der Wall, J. W. Lim, et al., "An Assessment of Comprehensive Code Prediction State-of-Art Using the HART II International Workshop Data," *American Helicopter Society International 68th Annual Forum*, TX, May, 2012.
- [4] M. J. Smith, et al., "An Assessment of CFD/CSD Prediction State-of-Art Using the HART II International Workshop Data," *American Helicopter*

Society International 68th Annual Forum, TX, May, 2012.

- [5] J. W. Lim, and A. C. B. Dimanlig, "An Investigation of the Fuselage Effect for HART II Using a CFD/CSD Coupled Analysis," Proc. of the American Helicopter Society Specialist's Meeting, 2nd International Forum on Rotorcraft Multidisciplinary Technology, Seoul, Korea, October, 2009.
- [6] W. Johnson, "CAMRAD II, Comprehensive Analytical Model of Rotorcraft Aerodynamics and Dynamics," *Johnson Aeronautics, Palo Alto*, California, 1992-2005.
- [7] G. Bir, et al., "University of Maryland Advanced Rotor Code(UMARC): Theory Manual, Technical Report UMAERO94-18," Center for Rotorcraft Education and Research, University of Maryland, College Park, July, 1994.
- [8] O. A. Bauchau, "DYMORE Users' Manual," School of Aerospace Engineering, Georgia Institute of Technology, Atalanta, May, 2006.
- [9] D. H. Hodges, "A Mixed Variational Formulation based on Exact Intrinsic Equations for Dynamics of Moving Beams," *International Journal of Solids and Structures*, vol. 26, no. 11, pp. 1253-1273, 1990.
- [10]Han-yeol, Ryu and Sang-Joon, Shin, "Prediction of the Aeromechanics for HART II rotor in descending flight using Mixed Variational Geometrically Exact Beam Analysis," *Journal of Mechanical Science and Technology*, vol. 29, no. 1, pp. 141-150, 2015.
- [11]D. A. Peters, and C. J. He, "Finite State Induced Flow Models Part II: Three-Dimensional Rotor Disk," *Journal of Aircraft*, vol. 32, no. 2, pp. 1493-1511, 1995.
- [12] Jae-Sang, Park and et. al., "Loosely coupled multibody dynamics-CFD analysis for a rotor in descending flight," *Aerospace Science and Technology*, vol. 29, pp. 262-276, 2013.