

선분, 직선, 반직선의 학습 내용과 학습 계열 분석

김 상 미 (춘천교육대학교, 교수)

이 연구는 초등학교 수준에서 '선'의 학습 내용 즉, 선분, 직선, 반직선 등의 학습 내용과 학습 계열을 분석하였다. 수학과 교육과정 및 수학 교과서에서 1차부터 7차까지, 그 이후 2007 개정, 2009 개정, 2015 개정, 2022 개정에 이르기까지 각 시기에 선분, 직선, 반직선을 도입하는 시기와 그 표현을 통하여 학습 내용을 분석하였고, 그 학습 순서 및 활동 중점을 통하여 학습 계열을 분석하였다. 학습 내용의 도입 시기와 정의 방식의 변화 분석에서 본다면, 선분, 직선, 반직선을 주로 2차원 평면도형의 그 구성 요소로서 즉, 다각형의 변이나 각의 변으로서 다루어왔지만, 수학과 교과서에 비추어 볼 때 기초 도형으로서 선분, 직선, 반직선이라는 다양한 선을 탐색할 기회가 부족하였다. 둘째, 선분, 직선, 반직선의 정의에서 점과 선의 관계 설정 및 선들 사이의 관계 설정에 따라 개념 형성에 영향을 주며 이들을 비교하여 그 장단점을 교수학습 관련 연구 및 근거들이 요구된다. 셋째, 선분에서 끝은 선(최단거리)의 아이디어와 직선과 반직선에서 끝없이 나아가는 선(무한성)의 아이디어는 수학의 핵심적인 아이디어로서, 생활 주변의 여러 사물에서 선의 개념을 형성하고 점차 구체적인 선을 이상화하여 유클리드 기하의 도형으로 나아가도록 상상하고 경험하는 활동이 필요하다.

I. 서론

초등학교 수학은 유클리드 기하 체계에서의 도형을 주로 다루고 있다. 유클리드 기하의 공리에서 점과 선은 크기가 없는 것으로 마음으로 그려야 하는 것이다. 하지만 기하는 또 다른 한편으로 물리적 세계를 이상화한 것이다(Goldenberg & Clements, 2014). 공리 체계를 접하기 이전의 초등학생에게 점과 선을 도입하는 방식으로 구체화 또는 시각화하고, 이때 형성하는 개념과 개념 이미지는 이후 수학교육에서 유클리드 기하 공리계의 기하 학습과 연계하게 된다. 초등학교 수학에서 다루는 직선, 반직선, 선분의 개념은 기하 학습의 전 영역에서 기초 도형으로서 중요한 학습 내용이며 기하 추론 및 문제해결에도 깊이 관련된다.

수학교육에서 산술적 계산이 강조되는 것과 비교할 때 기하적 사고는 소홀하게 다루어져 왔고, 기하적 사고가 강조되고 있지만 여전히 기하 학습에 관한 연구는 수와 연산의 학습에 관한 연구 문헌에 비하여 매우 적은 것으로 나타났다(Goldenberg & Clements, 2014, 나장함 2021). 특히 기하 학습에서 2차원 평면도형이나 3차원 입체도형의 연구는 찾을 수 있지만, 1차원의 기초 도형인 점이나 선의 연구는 드물고 학습 내용으로서 직선, 반직선, 선분의 연구도 찾아보기 어렵다. 드물지만 직선, 반직선, 선분과 관련하여 우리나라 수학교육의 연구로 점과 선분에 관한 교사의 인식 연구(최근배 외, 2011)와 점, 선, 각의 교과서 분석 연구(이규희 2021; 김상미, 2018)가 있었다. 최근배 외(2011)는 점, 선분, 각에 관한 초등교사의 인식을 분석하면서 이들을 도형으로 인식하지 않는 경향이 있다고 밝히고 그 원인과 해결 방안을 분석하였다. 분석한 결과에 따라 선분을 도형으로 인식하지 못하는 원인으로, 도형을 학습 경험 및 생활 주변 경험에서 넓이가 있는 평면도형만을 도형으로 한정하고 있다는 것, 교과과정에서 점, 선분, 각이 잘 언급되지 않는다는 것, 도형의 구성 요소로만 취급하고 있다는 것 등을

* 접수일(2023년 11월 8일), 심사(수정)일(2023년 11월 21일), 게재확정일(2023년 12월 1일)

* MSC2000분류 : 97D20

* 주제어 : 선분, 직선, 반직선, 학습 내용, 학습 계열, 기하 학습

밝히고 있다. 김상미(2018)는 초등학교 수학 교과서에서 각 개념과 그 도입 방식을 분석하고 교육과정 시기별로 각의 변으로서 반직선을 다루는 방식을 분석하였다. 초등학교의 각 개념 도입에서 각의 다면적 측면을 즉, 각의 회전량이라는 양적 측면과 기하적 도형이라는 질적 측면, 각의 구성으로서 반직선으로 만들어지는 관계적 측면을 경험하도록 해야 한다고 주장하였고, 반직선과 관련한 논의로서 각의 구성 요소인 반직선은 선분처럼 그리지만 무한히 뻗어가는 반직선을 상상해야 한다고 제언한다. 이규희(2021)는 중학교 수학 교과서에서 점과 선에 관하여 서술 방식을 분석한 결과, 실생활 맥락을 소재로 하여 점과 선을 도입한 후에 점과 선의 관계에 초점을 맞추어 서술하고 있다고 밝혔다. 또한 미국 기하 교과서와 비교한 결과, 미국 기하 교과서와 달리 우리나라 중학교 교과서는 ‘두께가 없는 선’을 명시적으로 서술하지 않고 있으며 추가적인 서술을 통하여 유클리드 기하의 관점을 생성하도록 도와야 한다고 제언한다.

이 연구는 초등학교 수준에서 ‘선’의 학습 내용 즉, 선분, 직선, 반직선 등이 수학과 교육과정과 그에 따른 교과서에서 어떤 방식으로 도입하고 어떤 활동을 어떻게 순서화하고 있는가를 분석하여 선분, 직선, 반직선이라는 학습 내용 및 학습 계열의 시기별 의도 및 그 변화를 밝혀보고자 한다. 1차부터 7차까지, 그 이후 2007 개정, 2009 개정, 2015 개정, 2022 개정에 이르기까지 우리나라 수학과 교육과정 및 수학 교과서를 수집하여 첫째로, 각 시기별로 학습 내용을 어느 학년에 설정하고 있는지 도입 시기와 표현의 변화를 분석하고 둘째로, 수학 교과서에 제시된 학습 순서 및 활동 중점을 통하여 학습 계열의 초점 및 그 변화를 분석하였다.

II. 연구의 배경

1. 이론적 배경

가. 기하 학습 목표에서 선분, 직선, 반직선

초등학교 수학과 교육과정은 기하를 간과하고 있다고 지적하고, 특히 초등학교의 기하 교육의 연구들은 추상적이고 정의에 입각하여 접근하는 것을 비판해 왔다(Reys, et al, 2017). 기하 교육의 방향은 기하적 사고와 공간 감각 등을 강조하고 있다. 최근 기하 교육의 초점 및 방향을 제시하고 있는 것으로서 수학과 교육과정에서 주로 인용되는 NCTM(2000)과 CCSSM(2010)의 기하 기준을 통하여 도형 영역의 교수학습과 관련된 방향과 그 중점을 알아보기로 한다.

NCTM(2000)은 수와 연산, 대수, 기하, 측정, 자료 분석과 확률 등의 5개 내용 기준과 문제해결, 추론과 증명, 의사소통, 연결성, 표현 등 5개 과정 기준을 설정하였다. <표 II-1>은 NCTM(2000)이 제시한 pre-K~12학년까지의 기하 기준이다. 기하 아이디어는 수학의 다른 영역 및 실세계 상황을 표현하고 이해하는 데 유용하며, 도형을 정의하는 것 이상의 추론이나 문제해결과 깊이 관련된다. 기하 기준에서 보는 바와 같이, 초등학교에서 기하 학습은 주로 2차원과 3차원 도형을 중심으로 서술하고 있다. 3차원 공간의 도형을 인식하는 것에서 시작하여 2차원 도형을 이해하고, 2차원 도형과 3차원 도형의 특징과 성질을 분석하는 데에서 1차원 도형의 선이나 0차원 도형의 점을 다루게 된다. 초등 기하 기준에서 이들 도형을 어떻게 연계하는지에 대한 해설은 나타나지 않는다. 그러나 선과 점의 학습 내용은 기준에서 명시적으로 명명되지는 않았지만, 직선, 반직선, 직선의 학습 내용은 2차원과 3차원 도형의 성질과 관련한 기초 도형이고, 변환과 대칭이나 추론과 모델링 활용에서도 필수적인 학습 요소이다. 따라서 점과 선과 관련된 학습 내용을 명시적으로 또는 다른 내용과 연계를 드러내어 제시될 필요가 있다.

<표 II-1> 기하 기준 (NCTM, 2000; 류희찬 외, 2007, p. 47)

기하 기준	
• 2차원, 3차원 도형의 특징과 성질을 분석하고, 기하 관계에 대해 수학적으로 논쟁할 수 있다.	
• 좌표 기하와 다른 표현 체계를 이용하여 위치를 확인하고 공간적 관계를 기술할 수 있다.	
• 수학적 상황을 분석하기 위해 변환을 적용하고 대칭을 활용할 수 있다.	
• 문제를 해결하기 위하여 시각화, 공간적 추론, 기하 모델링을 활용할 수 있다.	

<표 II-2>는 Common Core State Standards Initiative(CCSSD)(2010)의 공통 핵심 수학 기준(Common core state standards for mathematics: CCSSM)에서 기하와 관련된 기준이다. 선분, 직선, 반직선 등이 본격적인 학습 내용으로 명시된 것은 4학년 ‘평면도형에서 점, 선, 선분, 직선, 각, 수선, 평행선을 이해할 수 있다.’에서 찾을 수 있다. 4학년부터 평면도형에서 선의 학습이 드러나지만, 그 이전과 이후의 기하 학습에서 예를 들어, 4학년 이전의 ‘다각형의 변과 각의 변’, ‘도형의 속성 이해’, ‘도형의 합성과 분해’ 등에서 선분, 직선, 반직선은 기초 도형으로서 핵심적인 개념이다. 그러나 CCSSM의 기하 기준을 살펴보면 1학년~3학년에서 다각형의 변이나 2학년의 각의 변을 다루는 방식은 잘 드러나지 않고 있다. 이와 관련하여 ‘선분’, 사각형의 ‘변’, 직육면체의 ‘모서리’는 어느 공간에서 어떤 기하 대상을 중심으로 이름 짓는가와 연계된 이름이지만, 초등학생들은 그 이름을 서로 다르게 부리는 상황과 그 관계를 파악하는 데 혼동스러워한다. 예를 들어, 초등학생들이 삼각형 $\triangle ABC$ 에서 ‘선분 AB ’이라고 부르지 않고 왜 ‘변 AB ’이라고 부르는지 또는 직육면체에서 ‘선분 AB ’이라고 부르지 않고 ‘모서리 AB ’이라고 부르는지 질문하곤 한다. 도형이 위치하는 공간이나 상황에 따라 그 이름을 달리 지칭한다는 것을 경험하고, 2차원과 3차원 도형의 구성에서 이러한 기초 도형들을 연계하여 다룰 필요가 있다.

<표 II-2> CCSSM에서 기하와 관련한 성취기준 (CCSSI, 2010; 박성선 외, 2019, p. 374)

학년	기하 기준
유치원	입체도형(3차원)과 평면도형(2차원)을 인식하고, 묘사하고, 이름 지을 수 있다. 사물의 상대적 위치를 묘사할 수 있다.
1학년	속성에 초점을 둘 수 있다. 정의하는 속성(예를 들어, 삼각형은 변이 세 개인 단일폐곡선)과 정의하지 않는 속성(예를 들어, 방향과 색깔)의 차이점을 구분할 수 있다. 정의된 속성을 갖고 있는 도형을 만들거나 그릴 수 있다. 도형을 비교하고, 도형을 분해하거나 합성하여 다른 도형을 만들 수 있다.
2학년	각의 수 또는 변의 수와 같이 특정한 속성을 갖고 있는 도형을 인식하고 그릴 수 있다.
3학년	서로 다른 범주에 속하는 도형이라도, 같은 속성을 갖고 있으면 같은 속성은 더 큰 범주로 정의된다는 것을 이해할 수 있다. 마름모, 직사각형, 정사각형을 사각형의 예로 인식하고, 여기에 속하지 않는 사각형의 예를 그릴 수 있다.
4학년	평면도형에서 점, 선, 선분, 직선, 각, 수선, 평행선을 이해할 수 있다. 수선이나 평행선의 유무, 또는 특정한 크기의 각의 유무에 따라 평면도형을 분류할 수 있다. 평면도형의 대칭선을 인식하고 그릴 수 있다.
5학년	평면도형의 한 범주에 속하는 속성은 그 범주의 모든 하위 범주에도 적용된다는 것을 이해할 수 있다. 도형의 성질에 따라 평면도형을 위계적으로 분류할 수 있다.
6학년	좌표평면에 주어진 다각형을 그릴 수 있다. 입체도형의 전개도를 그릴 수 있다.

Goldenberg & Clements(2014)는 기하적 관점을 통하여 세계에 대한 지각을 강조하면서 핵심 아이디어와 필

수 이해를 제시하였다. <표 II-3>은 기하와 측정 영역에서 pre-K~2학년이 학습해야 할 핵심 아이디어의 목록 예시이다. ‘대상 분류하기’, ‘공간 구조화 및 위치 파악하기’, ‘공간과 대상을 변환하기’, ‘기하 속성을 측정하기’ 등을 설정하고, 핵심 아이디어에 따른 세부 필수 이해를 구체화하였다. 이들 중에서 직선에 대한 언급이 명시적으로 표시된 것으로, ‘대상 분류하기’의 ‘필수 이해 1a. 수학적 분류는 ‘변’, ‘각’, ‘직선’이라고 불리는 것 또는 수학적 대상을 범주화하여 얻은 특성을 더욱 명확하게 함으로써 일상적인 범주화를 확장하고 세련되게 한다.’(Goldenberg & Clements, 2014; 류성림 외, 2019, pp. 4-5)라고 밝혔다.

<표 II-3> 기하와 측정의 핵심 아이디어 (Goldenberg & Clements, 2014; 류성림 외 공역, 2019, pp.4-6)

핵심 아이디어 (pre-K~2학년)	
1. 대상 분류하기	분류 체계는 공간이나 대상을 특정 목표 및 의도와 관련된 성질로 구체화한다. 1a. 수학적 분류는 ‘변’, ‘각’, ‘직선’이라고 부르는 것 또는 수학적 대상을 범주화하여 얻은 다른 특성들을 보다 명확히 함으로써 일상적인 범주화를 확장하고 세련되게 한다. 1b. 같은 대상들의 모임을 다른 방식으로 분류할 수 있다.
2. 공간을 구조화하고 위치 파악하기	기하를 이용하여 공간을 구조화하고 공간에서의 위치를 나타낼 수 있다.
3. 공간과 대상을 변환하기	공간과 대상을 여러 가지 방법으로 변환할 때 변화하는 것과 변화하지 않는 것을 밝힘으로써 공간과 대상에 대한 통찰과 이해를 얻을 수 있다.
4. 기하의 속성을 측정하기	기하의 대상들, 그들 사이의 관계 또는 그들이 점유하고 있는 공간을 분석하고 기술하는 한 가지 방법은 그들이 갖는 하나 또는 그 이상의 속성을 제거나 측정하여 수량화 하는 것이다.

나. 학습 내용으로서 선분, 직선, 반직선

학교 수학은 기하학의 여러 체계 중 유클리드 기하 체계를 중심으로 다루고 있고, 특히 초등수학은 유클리드 기하의 관점에서 도형을 다룬다. 유클리드 기하에서 ‘점(point)’과 ‘선(line)’은 무정의 용어로 사용한다(Euclid & Heath, 이무현(역), 1998). 유클리드 원론은 점과 선의 정의에서 시작된다.

Definition 1. A point is that which has no part.

Definition 2. A line is breadthless length.

Definition 4. A straight line is a line which lies evenly with the points on itself.

(Joyce, 1996)

유클리드 기하에서 점은 부분을 갖지 않고 즉 쪼갤 수 없이 위치만 나타내고, 선은 폭이 없이 길이만 나타낸다. 기하 학습의 ‘공간을 구조화하고 위치 파악하기’라는 핵심 아이디어에서 ‘필수 이해 2c. 기하의 대상들은 우리의 마음에 존재하는 것들이다. 그 대부분은 물리적 세계에 존재하는 것을 이상화한 것이다.’(Goldenberg & Clements, 2014; 류성림 외, 2019, p. 31)라고 밝히고 있다. 기하의 모양은 이상화하고 단순화하면서 마음에서 만들어 내기도 하고 물리적 세계에서 활용하기도 한다. 예를 들면, 그 두께를 지각할 수 없더라도 이상화하고 또는 우툴두툴한 선이라고 하더라도 이를 단순화하여 직선으로 다룬다.

유클리드 기하의 정의상 점과 선은 크기를 갖지 않는 개념이지만, 학교 수학에서 시각화 및 여러 표현을 통하여 드러난다. 또한 개념이 정의되어 있더라도 떠오르는 것은 개념의 정의가 아니라 개념 이미지이다(Tall & Viner, 1981). 개념 이미지는 개념의 이름과 결합된 비언어적인 것으로, 시각적 표상, 상상, 인상, 경험 등과 관련

되며 주어진 상황에 따라 떠오르는 개념 이미지는 달라질 수 있다(Vinner, 1991). 초등학생들은 도형 영역에서 선의 학습 과정을 통하여 ‘두께가 있는 선’의 개념 이미지를 생성한다. 이것은 개념 이해 부족으로 인한 오류가 아니라 다른 수학적 관점인 집합론의 관점에서 ‘비표준적 개념화(nonstandard conception)’(Ely, 2010; 이규희, 2021)라고 볼 수 있다.

앞의 정의 4(Joyce, 1996)에서 보는 바와 같이 직선에서 ‘곧은(straight)’은 핵심적인 의미이다. ‘곧은’이란 기하학적으로 ‘최단 거리’를 말하고, 실제로 이 의미는 실이나 고무줄을 늘여서 ‘직선’을 만드는 데에 활용한다. 보통 평면에서 생각하는 속성은 휘거나 굽은 것이 없이 같은 방향으로 연장되는 것으로 볼 수 있지만, 지구와 같은 구 모양 출발점에서 출발점으로 돌아가는 경로가 된다(Goldenberg & Clements, 2014). 구면 기하에서 설정하는 최단 거리는 대원 상의 경로를 말하고, 곧은 선이라는 의미는 휘거나 굽어지지 않은 것으로서가 아니라 구면에서 측지선(geodesic) 대원을 따라가는 최단 거리를 따라가는 경로를 말한다. 유클리드 평면에서 직선은 모든 점에서 선에 대한 반사, 모든 점에서 반 바퀴 회전, 선을 따라 평행이동 등과 같이 ‘대칭’이다(Henderson & Taimina, 2010, p.63).

현재 우리나라 초등수학과 교과서는 직선과 반직선을 주어진 선분에서 양 방향으로 또는 한 방향으로 늘여가는 것으로 다루고 있다. 반면에 직선을 시작으로 선분과 반직선을 도입한다면 직선을 한 점에서 절단하거나 직선의 일부를 잘라내어 해설할 수도 있다. 또는 점의 집합으로 선을 해설한다면 또 다른 방식으로 도입할 수도 있을 것이다. 선분과 반직선이라는 학습 내용은 선을 그 자체로 하나의 기본 도형으로서 다루기보다는 주로 평면도형의 구성 요소로서 다루어왔다. 예를 들면, 삼각형은 세 개의 선분으로 이루어진 도형이라는가 작은 두 개의 반직선으로 이루어진 도형이라는 학습 내용에서 ‘다각형의 변’이나 ‘각의 변’으로서 언급되어왔다. 학교수학에서 선분, 직선, 반직선의 기초 도형들이 정의되고 도입되는 방식은 다양할 수 있으며 그 정의와 도입 방식에 따라 학생들의 개념 형성에도 영향을 줄 것이다.

2. 연구 방법 및 절차

가. 분석 대상

이 연구는 수학과 교육과정(국가교육과정정보센터: NCIC, 2023) 시기별 수학과 교육과정 및 그에 따른 수학 교과서를 분석하였다. 교수요목기의 수학교과서 ‘셈본’을 비롯하여 1차~7차 수학과 교육과정, 2007 개정, 2009 개정, 2015 개정, 2022 개정 수학과 교육과정 및 그에 따른 수학(산수) 교과서를 수집하였다.¹⁾ 선분, 직선, 반직선이 제시되는 학년-학기-단원을 조사하여 분석 대상으로 설정하였다. <표 II-4>는 수학과 교육과정 시기별 수학 교과서에서 선분, 직선, 반직선 학습 내용이 제시된 목록이다. 이 외에 학습 계열 분석에서 관련된 학습 내용이 포함된 단원을 추가적으로 참조하였다.

¹⁾ 이 연구가 진행되고 있는 2023년도는 2022 개정 수학과 교육과정은 고시되었지만, 그에 따른 교과서는 개발 과정에 있으며 2024학년도부터 학년군별로 연차적으로 시행될 예정이다. 따라서 분석 자료에서 2022 개정 교육과정은 포함하였으나, 그에 따른 교과서는 포함되지 않았다.

<표 II-4> 수학과 교육과정 및 교과서에서 선분, 직선, 반직선

수학과 교육과정	수학 교과서 (학년-학기-단원명)	용어 (쪽수)
2차	산수 3-2-4. 점과 선	선분(p. 41), 직선(p. 42)
3차	산수 2-2-5. 도형	선분(p. 80)
	산수 3-1-3. 점과 선	선분(p. 44), 직선(p. 46), 사선(p. 48)
4차	산수 2-1-5. 평면도형	선분(p. 51)
	산수 3-1-6. 선과 각	선분(p. 94), 직선(p. 96), 반직선(p. 98)
5차	산수 2-1-4. 도형	선분(p. 34), 직선(p. 35)
6차	수학 2-1-3. 도형	선분(p. 25), 직선(p. 25)
7차	수학 2-가-3. 도형과 도형 움직이기	선분(p. 37), 직선(p. 37)
2007 개정	수학 2-1-3. 여러 가지 모양	선분(p. 33), 직선(p. 33)
2009 개정	수학 3-1-2. 평면도형	선분(p. 57), 반직선(p. 58), 직선(p. 59)
2015 개정	수학 3-1-2. 평면도형	선분(p. 31), 반직선(p. 32), 직선(p. 33)

나. 분석 준거

이 연구는 수학과 교육과정 및 수학 교과서 변화 과정에서 선을 다루는 학습 계열 및 도입 방식을 분석하였다. 학습 내용으로서 선을 보는 관점과 도입 방식에 따른 학습 계열이라는 두 가지 방향의 분석 틀을 설정하였다. 첫째로, 수학 교육과정과 수학 교과서에서 학습 내용으로서 선을 도입하는 시기와 표현 방법을 분석한다. 둘째로 수학 교과서에서 선분, 직선, 반직선과 관련된 학습 계열을 교육과정 시기별 변화 과정을 비교 분석한다.

1) 선분, 직선, 반직선의 학습 내용 및 표현의 분석 준거

첫째로, 수학과 교육과정 및 수학 교과서에서 선분, 직선, 반직선이 제시되는 학년 및 단원을 조사하고 교육과정 시기별 흐름에서 나타나는 학습 내용의 특징을 따라 경향성을 분석한다. 둘째로, 수학과 교육과정 시기별 수학 교과서에서 선분, 직선, 반직선을 도입할 때 어떻게 정의하고 이 도형들을 시각적으로 어떻게 표현하는가를 분석한다.

2) 선분, 직선, 반직선의 학습 계열의 분석 준거

첫째로, 수학과 교육과정 시기별 수학 교과서에서 관련 학습 순서를 분석하여 학습 계열을 분석한다. 둘째로, 선의 도입과 전개에서 설정하는 활동을 중심으로 중점을 분석한다. 선분, 직선, 반직선을 어떤 도형으로 접근하고 있는지 또는 그 구성 요소를 어떻게 다루고 있는지를 분석한다.

III. 연구 결과 및 논의

1. 선분, 직선, 반직선의 학습 내용 분석 결과

가. 시기별 수학과 교육과정에서 학습 내용으로서 선분, 직선, 반직선

<표 III-1>은 수학과 교육과정 시기별 2차(1963)부터 2022 개정 교육과정까지 선분, 직선, 반직선에 관한 학습 내용(또는 성취 기준)이다. 수학과 교육과정에서 교수요목기(1946) 시기와 1차(1955) 시기는 선분, 직선, 반직선의 학습 내용이 명시적으로 나타나지 않았다. 2차 시기는 교육과정에는 학습 내용으로서 직선, 직각의 이름만 서술되어 있다. 수학과 교육과정 시기별 흐름에서 선분, 직선, 반직선이 기본 도형으로서 학습 내용을 본격적으로 드러내기 시작한 3차 시기부터 2022 개정 교육과정 시기까지 나타난 유사한 특징에 따라 네 가지 흐름으로 구분할 수 있었다.

첫째로 3차(1973), 4차(1981) 시기는 2학년에서 두 점의 연결로 선분을 도입하고 여러 개의 점을 연결하여 다각형을 학습한다. 이때 선분은 평면도형의 구성 관계를 알아보는 데에 활용된다. 3학년에서 선의 종류로서 선분, 직선, 반직선을 학습한다.

둘째로, 5차(1987)와 6차(1992) 시기는 3학년에서 선분이나 직선을 도입하여 평면도형을 다룬다. 이전 시기의 2학년 과정에서 다각형의 구성으로서 다루었던 선분의 학습은 제외되었고, 이전 시기의 3학년에 있었던 반직선이라는 용어는 삭제되었다. 2학년에서 선분과 직선을 도입하고 선분과 직선의 개념을 다각형과 각의 구성 요소로 활용하여 평면도형을 학습하는 데 활용한다. 각은 반직선을 대신하여 선분(또는 직선)의 구성으로 학습한다. 이때 선분과 직선은 평면도형의 구성을 학습하기 위한 구성 요소의 역할을 한다.

셋째로, 7차(1997), 2007 개정의 시기로 ‘기본적인 평면도형’ 세부 항목에 선분, 직선, 삼각형, 사각형, 원을 설정하고 있다. 선분과 직선은 1차원 도형으로서 2차원의 평면도형은 아니지만, 평면도형의 세부 내용으로 서술하고 있다. 선분과 직선이 평면도형이 아니라는 점에서 그 세부 내용 항목으로서 적절하지 않다고 문제를 제기할 수 있다. 이것은 이전 시기와 달리 선분과 직선을 삼각형, 사각형, 원 등의 평면도형의 구성 요소로서 뿐만 아니라, 중요한 기본 도형으로 부각하는 효과는 있지만 1차원 도형이 평면도형에 배치되어 있어서 조정이 필요한 곳이다.

넷째로, 2009 개정, 2015 개정, 2022 개정의 시기는 3~4학년군에서 이전 교육과정에서 삭제되었던 반직선 용어를 재도입하였고, 이전 교육과정의 평면도형 항목에서 ‘도형의 기초’라는 항목을 신설하여 직선, 선분, 반직선을 배치하였다. 이때 반직선을 재도입하면서 선의 종류 순서를 직선, 선분, 반직선으로 변경하고 있다. 물론 교육과정에서 배열되는 순서가 학습의 순서를 명시하는 것은 아니지만, 암묵적으로 학습 순서와 종종 연계하여 읽힐 수 있다. 그 순서 변경의 의도는 문서상으로 드러나지 않는다.

<표 III-1> 선분, 직선, 반직선에 관한 수학과 교육과정 시기별 학습 내용

수학과 교육과정	학년(군)	영역	학습 내용 (또는 성취 기준)
2차(1963)	3학년	4. 도형	(6) 직선, 직각
3차(1973)	2학년 3학년	4. 도형 4. 도형	가 (1) 기본적인 평면도형의 점, 선분의 구성 관계를 알아보기 가 (1) 점과 선을 알아보기 (2) 선의 여러 가지 종류를 알아보기
4차(1981)	2학년 3학년	다) 도형 다) 도형	(1) 직관을 통하여 기본 도형의 구성 요소인 변, 꼭지점, 모서리를 알아보게 한다. (가) 평면도형의 변, 꼭지점 (1) 선과 각을 이해한다. (가) 선분, 반직선, 직선 (나) 선분의 합동
5차(1987)	2학년	다) 도형	(1) 삼각형, 사각형, 원 모양의 구체물을 이용하여, 기본 평면 도형을 그릴 수 있게 하고, 그 구성 요소를 알아보게 하며, 여러 가지 모양을 만들어 보게 한다. (가) 선분과 직선
6차(1992)	2학년	(3) 도형	선분, 직선의 도형 개념을 이해하게 하고, 삼각형, 사각형의 구성 요소인 변과 꼭지점을 알게 한다.
7차(1997)	2-가 단계	(나) 도형	㉠ 기본적인 평면도형 ㉠ 선분, 직선, 삼각형, 사각형, 원을 이해하고, 그 모양을 그리거나 만들 수 있다.
2007 개정	2학년	(나) 도형	㉠ 기본적인 평면도형 ㉠ 선분, 직선, 삼각형, 사각형, 원을 이해하고, 그 모양을 그리거나 만들 수 있다.
2009 개정	3-4학년군	(나) 도형	㉠ 도형의 기초 ㉠ 직선, 선분, 반직선을 알고 구별할 수 있다.
2015 개정	3-4학년군	(2) 도형	㉠ 도형의 기초 [4수02-01] 직선, 선분, 반직선을 알고 구별할 수 있다.
2022 개정	3-4학년군	(3) 도형과 측정	㉠ 도형의 기초 [4수03-01] 직선, 선분, 반직선을 이해하고 구별할 수 있다.

나. 시기별 수학 교과서에서 학습 내용으로서 선분, 직선, 반직선

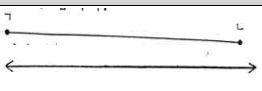
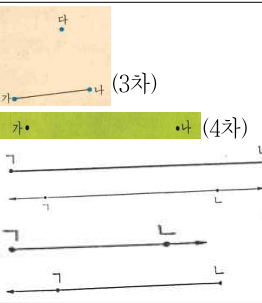
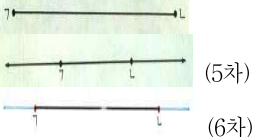
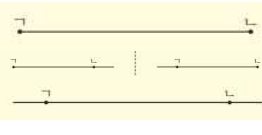
<표 III-2>는 수학 교과서에서 선분, 직선, 반직선이 제시된 시기이다.

<표 III-2> 수학 교과서에서 선분, 직선, 반직선에 관한 도입 시기

수학과 교육과정	2-1	2-2	3-1	3-2
2차(1963)				선분, 직선
3차(1973)		선분	선분, 직선, 사선	
4차(1981)	선분		선분, 직선, 반직선	
5차(1987)	선분, 직선			
6차(1992)	선분, 직선			
7차(1997)	선분, 직선			
2007 개정	선분, 직선			
2009 개정			선분, 반직선, 직선	
2015 개정			선분, 반직선, 직선	

<표 III-3>은 수학 교과서에서 선분, 직선, 반직선에 관한 정의와 시각적 표현이다. 시기별 수학과 교과서에서 학습 내용으로서 선분, 직선, 반직선에 관한 정의 및 시각적 표현을 조사한 결과, 유사한 특징을 따라 네 가지 흐름으로 구분할 수 있었다.

<표 III-3> 선분, 직선, 반직선의 정의 및 시각적 표현

수학과 교육과정	선분	직선	반직선	시각적 표현
2차	자를 대고 실의 자리를 나타내는 선을 그어 봅시다. 이것은 “선분”이라고 합니다. (3-2, p. 41)	선분을 끝없이 늘인 것을 “직선”이라고 합니다. (3-2, p.42)		
3차 4차	두 점 가와 나를 끈게 이어 봅시다. 이것을 선분이라고 합니다. (3차, 2-1, p. 51) 두 점 기과 니을 이은 끈은 선을 ‘선분’이라고 합니다. (3차, 3-1, p. 44)	선분을 끝없이 늘인 끈은 선을 ‘직선’이라고 합니다. (3차, 3-1, p. 44)	선분을 한 끝점 방향으로만 끝없이 늘인 끈은 선을 ‘사선’(반직선)이라고 합니다. (3차, 3-1, p. 48)	
5차 6차 7차 2007 개정	두 점을 끈게 이은 선을 선분이라고 합니다. (5차, 2-1, p. 35)	선분을 양쪽으로 끝없이 늘인 끈은 선을 직선이라고 합니다. (5차, 2-1, p. 36)		
2009 개정 2015 개정	두 점을 끈게 이은 선을 선분이라고 합니다. (2009 개정, 3-1, p. 57)	양쪽으로 끝없이 늘인 끈은 선을 직선이라고 합니다. (2009 개정, 3-1, p. 59)	한 점에서 (시작하여) 한쪽으로 끝없이 늘인 끈은 선을 반직선이라고 합니다. (2009 개정, 2-1, p. 58)	

첫째로, 2차 시기는 수학(산수) 교과서 3-2에서 '선분'과 '직선'이 등장하였다. 3차와 4차 시기는 수학(산수) 2-2에서 두 점을 끝개 이은 선으로서 '선분'을 도입하고 다각형을 학습한다. 수학(산수) 3-1에서 선분, 직선, 반직선(사선)의 순으로 도입되었다. 정의하는 방식은 선분을 끝없이 늘린 것으로서 '직선', 선분에서 한 끝점 방향으로만 늘린 것으로서 '반직선'을 정의하고 있다. 시각화 표현은 '점(point)'은 끝점으로 표시하고, 나아가는 표시로서 화살표로 나타내고 있다.

둘째로, 5차, 6차, 7차, 2007 개정 시기는 수학(산수) 2-1(2-가)에서 선분과 직선을 모두 다루었고, '반직선'이라는 용어는 삭제되었다. 두 점을 이은 곧은 선으로 '선분', 선분을 양쪽으로 끝없이 늘린 선으로서 '직선'을 정의하였다. '반직선'이라는 용어가 교육과정에서 삭제됨으로써, 이전 시기의 수학 교과서는 각의 도입을 '반직선'의 구성으로 정의하였던 것과 달리, 5차 시기 이후 2007 개정 시기의 수학 교과서는 선분의 구성(5차)이나 직선의 구성(6차, 7차, 2007 개정)으로 각을 정의하였다. 직선의 시각화 표현에서 화살표는 삭제되었고 직선은 선분에서 곧은 선이 이어져 나간 것으로 나타낸다.

셋째로, 2009 개정, 2015 개정 시기는 이전 시기에 수학 2-1에서 선분 또는 직선을 다루었던 것과는 달리, 그동안 삭제되었던 반직선을 재도입하고 수학 3-1에서 선분, 반직선, 직선을 다룬다. '선분'은 두 점을 이은 곧은 선으로서, '반직선'은 두 점 중 한 점에서 다른 점을 지나 끝없이 곧게 늘린 선으로서, '직선'은 선분에서 양쪽으로 끝없이 늘린 곧은 선'으로서 정의한다. 3차와 4차 시기에 있었던 반직선이 재도입되었지만, 이때와 학습 순서는 다르게 선분과 직선 사이에 배열되었다. 직선의 시각화 표현은 이전의 방식을 유지하여 화살표는 없이 선분에서 이어진 것으로 표시되었다. 반직선의 시각적 표현은 한 끝점을 고정하고 다른 쪽의 끝점에서 이어간다. 반직선과 직선의 시각적 표현은 선분에서 늘린 것으로 보이지만, 그 정의에서 도입하는 방식에는 차이가 있다. 반직선은 두 점에서 이어가는 선으로서 다룬다면 직선은 선분에서 양쪽으로 늘이는 것으로서 다루고 있다. 3차와 4차에 있었던 반직선 개념이 2009 개정 이후 재도입되었고, 그러나 그 정의 방식에는 서로 차이가 있다.

2. 선분, 직선, 반직선의 학습 계열 분석 결과

가. 시기별 수학 교과서에서 선분, 직선, 반직선과 관련한 학습 내용의 배열 순서

선분, 직선, 반직선의 도입 시기는 관련 학습 내용과 연계하는 방식과 관련되어 있다. <표 III-4>는 선을 학습 내용으로 하는 선분, 직선, 반직선을 다루는 단원 내에서 설정하고 있는 학습 내용을 선분, 직선, 반직선을 중심으로 이전과 이후에 제시하는 학습 내용의 순서 배열이다. 3차 시기부터 2022 개정 교육과정 시기까지 선분, 직선, 반직선의 학습 내용의 배열에서 점과 선을 연계하는 방식, 선의 분류와 연계하는 방식, 다각형이나 각의 변으로서 연계하는 방식, 입체도형의 모서리와 연계하는 방식 등을 따라 나타난 유사한 특징이 나타났다.

첫째로, 3차와 4차 시기의 수학 교과서는 수학(산수) 2-2(3차 시기) 또는 2-1(4차 시기)에서 '선분'을 삼각형과 사각형의 변이라는 점에서 연계하여 도입한다. 이후 3차에서는 입체도형의 모서리를 다루었으나 4차에서는 모서리는 연결되지 않는다. 산수 2-2는 평면도형 또는 입체도형의 구성 요소로서 선분을 다루었다. 수학(산수) 3-1에서 주어진 점을 연결하여 선분을 그리고, 겹침을 통하여 '선분의 합동'을 다룬다. 선분을 늘린 것으로서 직선, 선분을 한쪽으로 늘린 것으로서 반직선(사선)을 다룬다. 반직선을 활용하여 각을 정의하고 각의 합동, 직각을 다루었다. 3차에서 곡선, 폐곡선을 다루었지만 4차에서는 별도로 곡선이나 폐곡선을 다루지는 않았다. 3차와 4차 시기는 산수 3-1의 단원명 '점과 선'이 보여주는 바와 같이, 도형의 기초로서 점을 연결하는 것에서 선분, 직선, 반직선을 정의하고 이들을 시각화하고 읽기 방법을 학습하고, 각으로 연계한다.

둘째로, 5차, 6차, 7차, 2007 개정 교육과정 시기의 수학 교과서는 수학(산수) 2-1(2-가)에서 선을 곧은 선과 굽은 선으로 분류하고 이 중 곧은 선에서 선분을 도입한다. 다시 선분을 양쪽으로 늘여서 직선을 다루고, 반직선은 삭제되었다. 이후 삼각형이나 사각형을 도입하고, 선분을 이 평면도형의 변으로서 다룬다. 여러 가지 모양이

라는 중점에서 전개되었고, 특히 7차는 도형의 움직이기가 이어졌고 2007 개정에서는 쌓기나무가 이어졌다. 이전의 3차와 4차는 2학년에서 다각형의 변으로서 선분, 3학년에서 점과 선으로서 선분, 직선, 반직선 및 각의 변을 다룬 것과 비교해 본다면, 이 시기는 2학년에서 선분은 평면도형의 구성 요소라는 측면이 강조되었고, 직선의 성격은 부각되지 않았으며 반직선은 학습 내용으로 다루어지지 않았다.

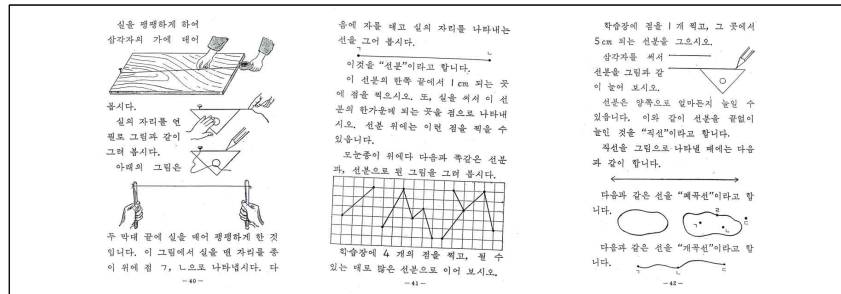
<표 III-4> 선분, 직선, 반직선 관련 단원 내에서 학습 내용의 배열 순서

수학 교과서	학년-학기-단원	(이전)	선분, 직선, 반직선	(이후) 관련 학습 내용
2차	산수 3-2 4. 점과 선	○ 곧은 선	○ 선분 ○ 직선, 폐곡선과 개곡선	○ 다각형, 변, 꼭지점 ○ 원, 중심, 원주, 반지름, 내부, 외부 ○ 다각형, 각, 사선, ○ 직각, 직각삼각형, 정사각형, 직사각형
3차	산수 2-2 5. 도형		○ 곧은 선, 선분, 삼각형, 꼭지점, 변	○ 사각형, 꼭지점, 변 ○ 삼각형과 사각형의 내부와 외부 ○ 동그란 모양, 원, 직사각형, ○ 짧은 모양 ○ 상자 모양, 직육면체, 면, 모서리, 꼭지점
	산수 3-1 3. 점과 선	○ 점, 곧은 선	○ 선분, 끝점 ○ 합동인 선분 ○ 직선 / ○ 사선	○ 각, 각의 꼭지점, 합동인 각 ○ 직각 ○ 곡선, 폐곡선, 폐곡선의 영역
4차	산수 2-1 5. 평면도형		○ 선분, 삼각형, 꼭지점, 변, 사각형, 꼭지점, 변	○ 직사각형, 동그란 모양, 원 ○ 모양과 크기가 같은 도형 ○ 여러 가지 모양 만들기
	산수 3-1 6. 선과 각	○ 점, 사각형 그리기 ○ 점과 선분	○ 선분, 합동인 선분 ○ 직선 / ○ 반직선	○ 각, 각의 꼭지점 ○ 합동인 각 ○ 직각
5차	산수 2-1 4. 도형		○ 곧은 선, 선분, 직선	○ 삼각형, 꼭지점, 변, 사각형 ○ 동그란 모양, 원 ○ 여러 가지 모양
6차	수학 2-1 3. 도형		○ 곧은 선과 굽은 선, 선분, 직선	○ 삼각형, 꼭지점, 변, 사각형 ○ 동그란 모양, 원 ○ 여러 가지 모양
7차	수학 2-가 3. 도형과 도형 움직이기		○ 곧은 선과 굽은 선, 선분, 직선	○ 사각형, 변, 꼭지점 / ○ 삼각형, 변, 꼭지점 ○ 동그란 모양, 원 / ○ 여러 가지 모양 ○ 모양 옮기기 / ○ 모양 뒤집기 ○ 모양 돌리기 / ○ 규칙 찾기
2007 개정	수학 2-1 3. 여러 가지 모양		○ 선분, 직선	○ 사각형, 꼭지점, 변 / ○ 삼각형, 꼭지점, 변 ○ 동그란 모양, 원 / ○ 여러 가지 모양 ○ 쌓기나무로 똑같이 쌓기 ○ 쌓기나무로 모양 만들기 / ○ 규칙 찾기
2009 개정	수학 3-1 2. 평면도형		○ 선의 분류, 선분, 반직선, 직선	○ 각, 꼭지점, 변 / ○ 직각 / ○ 직각삼각형 ○ 직사각형 / ○ 정사각형 ○ 도형 밀기 / ○ 도형 뒤집기 ○ 도형 돌리기 / ○ 도형 뒤집고 돌리기
2015 개정	수학 3-1 2. 평면도형		○ 곧은 선과 굽은 선, 선분, 반직선, 직선	○ 각, 꼭지점, 변 / ○ 직각 / ○ 직각삼각형 ○ 직사각형 / ○ 정사각형

셋째로, 2009 개정, 2015 개정 교육과정 시기는 학년군제이며, 선분, 직선, 반직선은 3-4학년군의 학습 내용이다. 수학 3-1의 선의 분류에서 곧은 선을 다루고, 두 점을 이은 곧은 선으로 선분을 도입한다. 한 점에서 다음 점으로 지나가면서 만들어지는 선으로서 반직선을 먼저 다루고, 그다음 선분에서 양쪽으로 늘린 선으로서 직선을 다룬다. 이어서 각을 다루면서 반직선은 각의 변으로 제시된다. 이전 시기와 차이점을 살펴본다면, 5차부터 2007 개정 시기와는 달리 반직선을 제도입하여 각의 구성 요소로서 반직선을 활용하고 있다. 또한 3차와 4차에 있었던 반직선 개념은 2009 개정에서 제도입하면서 그 정의 방식이 점에서 이어진 선으로 도입하였다. 이와 연계하여 볼 때 선분, 반직선은 두 점을 연결해가는 것으로 도입하고 직선은 선분을 연장하는 것으로 도입한다는 점에서 이들의 순서는 선분, 반직선, 직선으로 조정된 것으로 보인다.

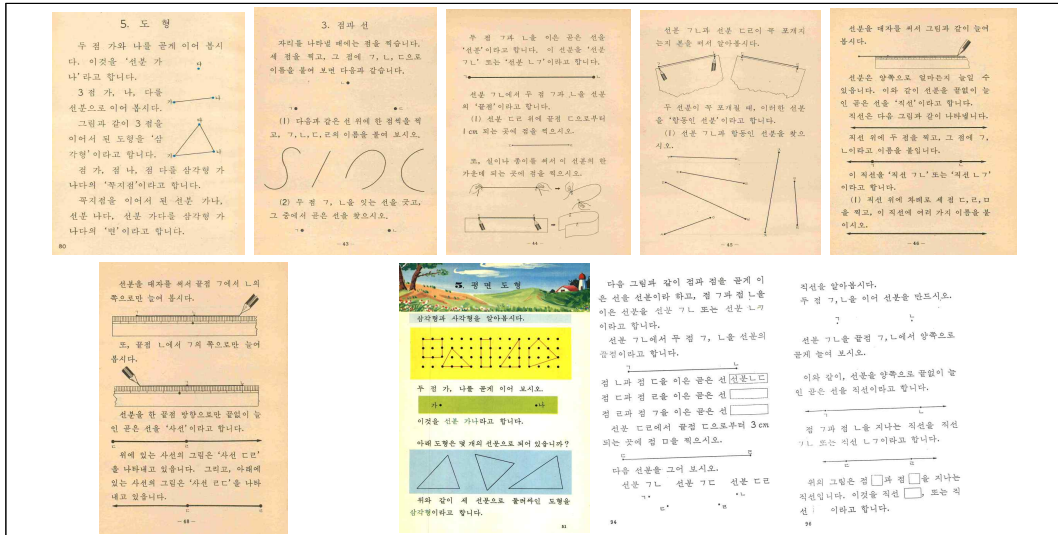
나. 시기별 수학 교과서에서 선분, 직선, 반직선의 과제 및 활동 분석

시기별 수학 교과서에서 선분, 직선, 반직선의 학습 내용을 어떤 학습 활동으로 전개하고 있는가를 분석하였다. 2차 수학과 교육과정에는 선분과 직선이라는 학습 내용의 명시는 없지만, 수학 교과서에서 [그림 III-1]에서 보는 바와 같이 학습 내용으로서 선분과 직선을 찾을 수 있었다. 2차 산수 3-2는 팽팽한 줄을 따라 그리는 활동을 통하여 두 점과 그 연결로서 '선분'을 도입한다. 선분에서 한쪽을 늘리고 양쪽을 늘려 그려보는 활동으로 '직선'을 도입한다. 이후 두 직선이 만나는 '점', 선분으로 된 폐곡선으로 '다각형'을 도입한다. 이때 선분을 다각형의 '변', 변의 끝점을 '꼭지점'으로 정의한다. 팽팽하게 연결하는 선에서 선분을 그리고, 선분에서 양쪽으로 늘어가면서 직선을 도입한다.



[그림 III-1] 2차. 산수 3-2, pp. 40-42

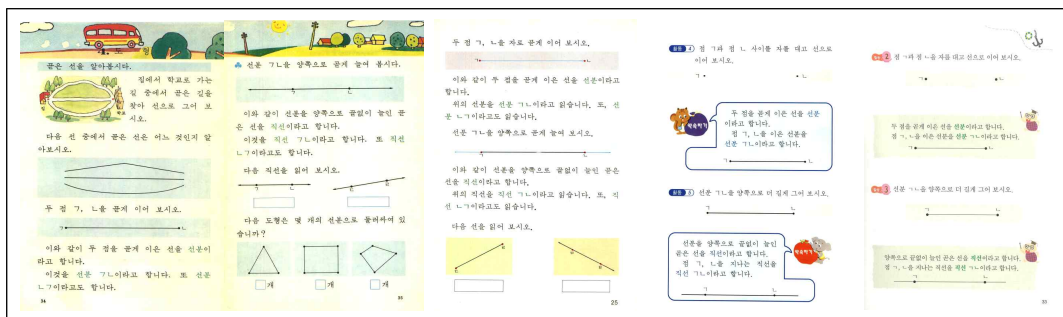
[그림 III-2]는 3차와 4차에서 선분, 직선, 반직선이 도입되고 있는 수학 교과서 2-2 (3차) 또는 2-1(4차)와 수학 교과서 3-1(3차, 4차)이다. 3차와 4차 산수 2-2 (또는 2-1)은 두 점을 곧게 연결하는 것에서 시작하여 선분을 그리고 이어 3점으로 확장하여 연결하면서 '삼각형'을 다룬다. 이 활동은 삼각형을 이해하는 데에 초점을 두고, '꼭지점', '변'의 순서로 다룬다. 산수 3-1은 '점'에서 시작하여 '곧은 선'을 긋고 '선분'을 정의한다. 선분의 두 점을 '끝점'이라고 도입하고, 두 선분이 포개진다는 통하여 '합동인 선분'을 다룬다. 선분을 끝없이 늘린 곧은 선으로 '직선'을 도입하고, 선분을 한 끝점 방향으로 늘린 곧은 선으로 '사선'(반직선)을 다루고 있다. 이어서 끝점이 같은 두 사선의 구성으로서 '각'으로 도입하여 전개한다. 2학년에서 선분을 도입하고 삼각형으로 전개하고, 3학년에서 직선과 반직선을 도입하고 반직선의 구성으로 각을 전개한다.



[그림 III-2] 3차~4차 시기 수학 교과서

(3차, 산수 2-1, p. 80, 산수 3-1, pp. 44-48, 4차, 산수 2-1, p. 51, 산수 3-1, pp. 94-98)

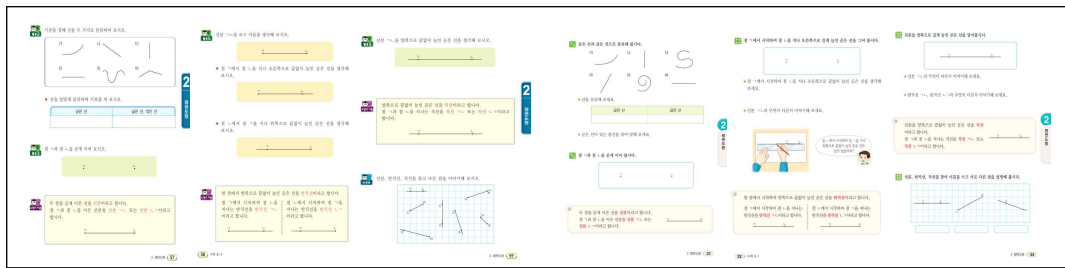
[그림 III-3]은 5차, 6차, 7차, 2007 개정 수학 교과서에서 선분과 직선을 도입하는 수학 교과서 2-1이다. 두 점을 끝으로 이어 '선분'과 그 선분에서 양쪽으로 늘이는 '직선'을 정의하고 선분과 직선을 읽는 방법을 소개하고 있다. 이전 시기의 교과서와 비교할 때, 3학년에서 다루었던 '직선'을 2학년에서 선분과 함께 다루고 반면에 3학년에서 다루었던 '반직선'은 삭제하였다. 2학년에서 끝은 선에서 선분과 직선을 그리고, 선분과 직선의 읽는 방법을 다루고 있다. 반직선을 삭제하게 됨으로써 3학년에서 각의 변을 두 선분의 구성(5차) 또는 두 직선의 구성(6차, 7차, 2007 개정)으로 해설해야 하는 어려움이 발생하고 있다.



[그림 III-3] 5차~2007 개정 시기 수학 교과서

(5차, 산수 2-1, pp. 34-35, 6차, 수학 2-1, p. 25, 7차 수학 2-가, p.37, 2007 개정, 2-1, p.33)

[그림 III-4]는 2009 개정과 2015 개정 수학 교과서에서 선분, 직선, 반직선을 도입하는 수학 교과서 3-1이다. 생활 주변에서 선의 모양을 찾아가면서 선을 도입하고 곧은 선과 굽은 선을 구별하는 활동을 한다. 곧은 선을 연결하여 두 점을 곧게 연결하기로 ‘선분’을 도입한다. 두 점에서 하나의 점 예를 들어 점 Γ 에서 시작하여 점 Δ 를 지나서 끝없이 늘어가고 다시 점 Δ 에서 시작하여 점 Γ 를 지나서 끝없이 늘어가는 것으로 ‘반직선’을 도입한다. 선분에서 양쪽으로 늘이는 곧은 선으로 ‘직선’을 도입한다. 마무리하면서 이들 세 도형을 서로 비교하고 설명하는 활동이 추가되어있다. 이전 시기 교과서와 비교할 때, 반직선이 재도입되었고, 학습 내용의 전개 순서는 선분, 반직선, 직선의 순으로 제시되어 있다. 평면도형의 구성 요소로서 ‘변’을 도입하기 위하여 ‘선분’과 ‘직선’ 자체를 탐색하는 활동은 드러나지 않았던 것과 비교할 때, 기초 도형으로서 선의 성격을 탐색하는 활동이 부각하고 있다.



[그림 III-4] 2009 개정과 2015 개정 수학 교과서
(2009 개정, 수학 3-1, pp. 57-59, 2015 개정, 수학 3-2, pp. 40-42)

IV. 결론 및 제언

초등학교 수준에서 ‘선’의 학습 내용 즉, 선분, 직선, 반직선 등의 학습 내용과 학습 계열을 분석하였다. 수학과 교육과정 및 수학 교과서에서 1차부터 7차까지, 그 이후 2007 개정, 2009 개정, 2015 개정, 2022 개정에 이르기까지 각 시기에 따른 도입하는 시기와 그 표현을 통하여 학습 내용을 분석하였고, 그 학습 순서 및 활동 중점을 통하여 학습 계열을 분석하였다.

학습 내용의 도입 시기 분석 결과에서, 1차에서 2022 개정 교육과정에 이르기까지 선분, 직선, 반직선과 관련하여 학습 내용의 도입 학년의 측면과 표현 방식에서 유사성이 있는 시기별로 그 특징을 찾을 수 있었다. 첫째로 도입 학년의 측면에서 본다면, 3차와 4차 교육과정 시기는 선분을 수학 2-1의 모양 단원에서 다각형의 변으로서 선분을 다루었고, 3-1의 도형 단원에서 도형의 기초로서 선들을 다루면서 선분, 직선, 반직선(사선)과 연계하면서 다루고 이어서 각의 변으로서 반직선을 다룬다. 5차 교육과정부터 2007 개정 교육과정까지는 2학년에서 선분을 직선과 다루고 이때 선분을 정의하고 그리기와 양쪽으로 늘이기로 직선과 연계한다. 이전 시기의 3학년에서 다루었던 기초 도형으로서 선은 2학년의 학습 내용으로 다루고 평면도형의 구성 요소인 다각형의 변을 연계한다. 3학년에서 별도로 선을 다루지 않았고, 특히 반직선이 삭제되어 각의 구성 요소인 각의 변을 선분의 구성 또는 직선의 구성으로 연계한다. 2009 개정 이후 2022 개정 교육과정은 3-4학년군에서 선분, 직선, 반직선을 도입하였고, 수학 교과서는 3-1(2009 개정, 2015 개정)에서 찾을 수 있었다. 기초 도형으로서 선의 종류를 선분, 반직선, 직선의 순으로 도입한다. 이후 이어진 각의 학습에서 반직선을 각의 변으로서 다루었다. 이전의 교육과

정에서 선의 탐색이 2학년 시기에 있던 것과 비교할 때 3-4학년군으로 배치되면서 주변 사물과 연계하여 다양한 선의 관찰의 측면은 축소되었다. 반면에 선분의 한 끝점을 연장하는 반직선과 양 끝점을 연장되는 활동이 부각되었고, 이전 3차와 4차의 직선과 반직선의 순서에서 2009 개정과 2015개정은 반직선과 직선의 순서로 변경되었다. 기초 도형으로서 세 가지 종류의 선을 강조하고 이 중의 반직선을 각의 변으로 연계하고 있다. 선분이 다각형의 변으로 도입되고 강조되었던 것과 비교할 수 있다.

선의 정의와 표현 방식에서 변화를 본다면, 3차와 4차 시기에는 직선과 반직선의 끝없이 나아가는 방향성을 나타내는 화살표를 표시하고 있다. 5차 이후에는 화살표의 표시는 삭제되었고, 두 점 Γ 와 Λ 에서 연결되어 이어지는 것으로 나타내고 있다. 정의 방식에서 변화를 살펴본다면, 선분은 주어진 두 점을 곧게 이은 선으로 정의하고, 직선은 선분을 양쪽으로 끝없이 늘린 곧은 선으로 정의한다. 반면에 반직선을 정의하는 방식에는 차이점이 나타났다. 2차, 3차, 4차 시기는 반직선을 선분의 끝점에서 한쪽으로 끝없이 늘리는 곧은 선으로 정의했지만, 2009 개정과 2015 개정은 반직선을 주어진 선분의 끝점 둘 중 하나의 점에서 시작하여 다른 점을 지나면서 한쪽으로 늘린 곧은 선으로 정의하고 있다. 즉, 선분에서 늘어가는 것으로서가 아니라 시작점에서 두 점을 연결하고 (선분의 개념을 확장하여) 하나의 점을 넘어서 연장해 가는 것이었다. 반직선의 정의를 선분과 연계하여 점과 점의 연결로 접근하는 방식이 있다면, 이전의 직선과 연계하여 직선의 한 점에서 절단하는 방식도 있다. 이것은 어떤 관련 개념을 연계할 것인가 뿐만 아니라 점의 확장으로 도입하는가 또는 선의 절단으로 도입하는가의 논의도 남겨져 있다. 선이라는 기초 도형을 접근하는 여러 방식 간의 차이와 후속 학습 간의 후속 연구가 필요하다.

학습 계열의 측면에서 본다면, 2차, 3차, 4차 시기는 2학년에서 선분을 다루면서 평면도형이나 입체도형의 구성 요소를 중점으로 도입하고, 선분을 2차원 평면도형과 3차원 입체도형의 구성 요소로 (예를 들어, 삼각형이나 사각형의 변, 각의 변, 직육면체나 정육면체의 모서리 등으로) 주로 다루었고 한편 주변 사물과 연계하여 활동하였다. 3학년에서는 학습 내용으로서 다른 평면도형 또는 입체도형의 구성(변이나 모서리)만이 아니라 일종의 기초 도형으로서 다양한 관찰과 곧은 선과 굽은 선을 탐색하는 활동과 이들 선을 서로 비교하는 활동이 있었다. 반면에 5차 이후 2007 개정 시기까지는 2학년에서 선분과 직선을 동시에 다루었고, 반직선이 삭제된 것만이 아니라 3학년의 선과 관련 학습 내용이 삭제되면서 선을 기초 도형으로 탐색하는 내용은 축소되었다. 2009 개정과 2015 개정 시기는 3학년에서 선분, 직선, 반직선이 도입되면서 선으로서 기하적 성격 및 선들 간의 비교는 강화되었지만, 이전 시기의 2학년에서 보였던 여러 가지 선을 탐색하는 활동이나 선분이 평면도형의 변으로서 또는 입체도형의 모서리로서 연계하는 부분은 명시적으로 나타나지 않고 있다.

선분, 직선, 반직선의 학습 내용 및 학습 계열의 분석 결과 다음과 같은 제언을 하고자 한다.

첫째, 선의 학습 내용으로서 선분, 직선, 반직선을 다각형의 변, 각의 변 등의 평면도형의 변으로서만 부각하였던 측면에서 기초 도형으로서 다양한 선을 경험하고 그 특성을 파악하는 탐색 활동을 추가되어야 할 것이다. 최근배 외(2011)연구에서 선분이나 직선을 도형으로 인식하지 않는 이유로서 평면도형의 구성요소만 다루고 있다는 점을 지적한 바 있다. 현행 교과서에서 3학년에서 반직선을 각의 변과 연계하고, 이전 시기 교과서는 2학년에서 다각형의 변으로서 선분을 연계하고 있다. 이 도입 방식은 2차원 평면도형에서 단지 그 구성 요소로서만 학습하게 될 수 있다. 이에 대하여 적절한 교육과정의 학습 시기를 설정하여 기초 도형으로서 선분, 직선, 반직선을 경험하고 강화하고, 도형의 기초로서 주변 생활에서 다양한 선의 탐색할 기회를 제공해야 할 것이다.

둘째, 선분, 직선, 반직선의 도입에서 점이나 선과의 관계 설정과 관련된 문제이다. 2015 개정 교육과정에 따른 교과서는 두 점에서 연결하여 '선분'을 정의하고 두 점 중 한 점에서 시작하여 다른 한 점을 지나 연장하는 것으로 '반직선'을 정의하고, 그다음 선분에서 연장하는 것으로 '직선'을 도입 및 정의하고 있다. 선분, 반직선, 직선을 정의하는 방식에 따라 이전 시기의 선분, 직선, 반직선이었던 배열의 순서를 선분, 반직선, 직선의 순서를 변경하고 있다. 또 한편 이전 시기 교과서에서 선분의 도입을 점을 연결하여 선분의 개수를 늘려가면서 삼각형

을 만드는 것으로 2차원 도형에서 선분을 찾는 것으로 다루었다. 점과 선의 관계를 설정하는 방식에 따라 개념 형성에 어떤 장단점이 있을지 또는 점을 연결하여 선을 구성할 경우 또는 선에서 점을 찾아가는 구성의 경우 교수학습에서 어떤 장단점이 있을지 교수학습 관련 연구 및 근거들이 보강되어야 한다.

셋째, 초등수학교육에서 학습 내용으로서 선은 구체화하여 생활 주변의 여러 사물에서 접근하지만 점차로 학년이 높아지면서 구체적인 선을 이상화하여 유클리드 기하의 도형으로 나아간다. 선분에서 곧은 선(최단거리)의 아이디어와 직선과 반직선에서 끝없이 나아가는 선(무한성)의 아이디어는 도형 영역만이 아니라 타영역 및 수학의 핵심적인 아이디어로서, 초등 수학 학습에서 이에 대한 개념 및 개념이미지를 형성할 수 있도록 여러 가지 선을 상상하고 경험하는 활동이 필요하다. 또한 현재 초등 수학과 교육과정은 '점'이라는 성분에 대한 논의는 없으며 선과 관련하여 '점'의 기하적 성격을 학습 내용으로 어떻게 다룰 것인지에 대한 후속 연구 및 추가적인 논의가 요구된다.

참 고 문 헌

- 교육과학기술부 (2009). (2007 개정 수학과 교육과정에 따른) 수학 2-1. 두산동아(주).
- Ministry of Education, Science and Technology (2009). *Mathematics 2-1*. Doosan.
- 교육과학기술부 (2011). (2009 개정) 수학과 교육과정: 교육과학기술부 고시 제2011-361호 [별책 8]. <https://ncic.re.kr/>
- Ministry of Education, Science and Technology (2011). *Mathematics curriculum. Notification of the Ministry of Education No. 2011-361 [supplement 8]*. Retrieved from <https://ncic.re.kr/>
- 교육부 (1992). (제6차) 국민학교 교육과정: 교육부 고시 제1992-16호. Retrieved from <https://ncic.re.kr/>
- Ministry of Education (1992). *Mathematics curriculum. Notification of the Ministry of Education No. 1992-16*. Retrieved from <https://ncic.re.kr/>
- 교육부 (1995). (6차 수학과 교육과정에 따른) 수학 2-1. 국정교과서주식회사.
- Ministry of Education (1995). *Mathematics 2-1*. The National Political Textbook Co., Ltd.
- 교육부 (1997). (제7차) 수학과 교육과정: 교육부 고시 제1997-15호 [별책 8]. Retrieved from <https://ncic.re.kr/>
- Ministry of Education (1997). *Mathematics curriculum. Notification of the Ministry of Education No. 1997-15 [supplement 8]*. Retrieved from <https://ncic.re.kr/>
- 교육부 (2000). (7차 수학과 교육과정에 따른) 수학 2-가. 천재교육.
- Ministry of Education (2000). *Mathematics 2-Ga*. Chunjae Education.
- 교육인적자원부 (2007). (2007 개정) 초등학교 교육과정: 교육인적자원부 고시 제2007-79호 [별책 2]. Retrieved from <https://ncic.re.kr/>
- Ministry of Education and Human Resources Development (2007). *Mathematics curriculum. Notification of the Ministry of Education No. 2007-79 [supplement 2]*. Retrieved from <https://ncic.re.kr/>
- 교육부 (2014). (2009 개정 수학과 교육과정에 따른) 수학 3-1. 천재교육.
- Ministry of Education (2014). *Mathematics 3-1*. Chunjae Education.
- 교육부 (2020). (2015 개정) 수학과 교육과정: 교육부 고시 제2020-225호 [별책 8]. Retrieved from <https://ncic.re.kr/>
- Ministry of Education (2015). *Mathematics curriculum. Notification of the Ministry of Education No. 2020-225 [supplement 8]*. Retrieved from <https://ncic.re.kr/>

- 교육부 (2018). (2015 개정 수학과 교육과정에 따른) 수학 3-1. 천재교육.
- Ministry of Education (2018). *Mathematics 3-1*. Chunjae Education.
- 교육부 (2022). (2022 개정) 수학과 교육과정: 교육부 고시 제2022-33호 [별책 8]. Retrieved from <https://ncic.re.kr/>
- Ministry of Education (2022). *Mathematics curriculum. Notification of the Ministry of Education No. 2022-33 [supplement 8]*. Retrieved from <https://ncic.re.kr/>
- 문교부 (1955). (제1차) 국민학교 교육과정: 문교부령 제44호. Retrieved from <https://ncic.re.kr/>
- Ministry of Education (1955). *Mathematics curriculum. Notification of the Ministry of Education No. 44*. Retrieved from <https://ncic.re.kr/>
- 문교부 (1963). (제2차) 국민학교 교육과정: 문교부령 제119호. Retrieved from <https://ncic.re.kr/>
- Ministry of Education (1963). *Mathematics curriculum. Notification of the Ministry of Education No. 119*. Retrieved from <https://ncic.re.kr/>
- 문교부 (1965). (2차 수학과 교육과정에 따른) 산수 3-2. 국정교과서주식회사.
- Ministry of Education (1965). *Arithmetic 3-2* the National Political Textbook Co., Ltd.
- 문교부 (1972). (3차 수학과 교육과정에 따른) 산수 3-1. 국정교과서주식회사.
- Ministry of Education (1972). *Arithmetic 3-1*. the National Political Textbook Co., Ltd.
- 문교부 (1973). (제3차) 국민학교 교육과정: 문교부령 제310호. Retrieved from <https://ncic.re.kr/>
- Ministry of Education (1973). *Mathematics curriculum. Notification of the Ministry of Education No. 310*. Retrieved from <https://ncic.re.kr/>
- 문교부 (1973). (3차 수학과 교육과정에 따른) 산수 2-2. 국정교과서주식회사.
- Ministry of Education (1973). *Arithmetic 2-2* the National Political Textbook Co., Ltd.
- 문교부 (1981). (제4차) 국민학교 교육과정: 문교부 고시 제442호, [별책 2]. Retrieved from <https://ncic.re.kr/>
- Ministry of Education (1981). *Mathematics curriculum. Notification of the Ministry of Education No. 442 [supplement 2]*. Retrieved from <https://ncic.re.kr/>
- 문교부 (1985). (4차 수학과 교육과정에 따른) 산수 2-1. 국정교과서주식회사.
- Ministry of Education (1985). *Arithmetic 2-1*. the National Political Textbook Co., Ltd.
- 문교부 (1985). (4차 수학과 교육과정에 따른) 산수 3-1. 국정교과서주식회사.
- Ministry of Education (1985). *Arithmetic 3-1*. the National Political Textbook Co., Ltd.
- 문교부 (1987). (제5차) 국민학교 교육과정: 문교부 고시 제87-9호, [별책 2]. Retrieved from <https://ncic.re.kr/>
- Ministry of Education (1987). *Mathematics curriculum. Notification of the Ministry of Education No. 87-9 [supplement 8]*. Retrieved from <https://ncic.re.kr/>
- 문교부 (1989). (5차 수학과 교육과정에 따른) 산수 2-1. 국정교과서주식회사.
- Ministry of Education (1989). *Arithmetic 2-1*. the National Political Textbook Co., Ltd.
- 김상미 (2018). 초등학교 수학 교과서에 제시된 각의 개념과 도입. 초등수학교육, **21(2)**, 209-221.
- Kim, S. (2018). *Angle concepts and introduction methods of angles in elementary mathematics textbooks. Education of Primary School Mathematics*, **21(2)**, 209-221.
- 나장함 (2021). 수학교육에서의 질적연구법 활용에 대한 분석: 연구결과의 타당성 증진 방안을 중심으로. 수학교육논문집, **35(1)**, 137-152.
- Na, J. H. (2021). An analysis on qualitative research in mathematics education in Korea: Focusing on increasing validity in qualitative research. *Communications of Mathematical Education*, **35(1)**, 137-152.
- 이규희 (2021). '점'과 '선'에 관한 수학적 분석과 교과서 분석. 한국학교수학회논문집, **24(1)**, 39-57.
- Yi, G. (2021). Mathematical analysis and textbooks analysis of 'point' and 'line'. *Journal of the Korean School*

Mathematics Society **24(1)**, 39-57.

- 정순원 (2023). 직선, 선분, 반직선에 대한 두 관점과 점의 특성에 관한 연구. 서울대학교 대학원 석사학위논문.
- Jung, S. W. (2023). *A study of two perspectives on straight lines, line segments, and rays and the properties of points* [Master's thesis. Seoul National University].
- 최근배 · 김해규 · 김대진 (2011). 점, 선분, 각에 대한 초등교사의 인식분석에 따른 내용학적 고찰. *수학교육*, **50(1)**, 27-40.
- Choi, K., Kim, H. G., & Kim, D. (2011). A study on the content knowledge via analysis of elementary teachers' cognition about fundamental figures (point, line segment, angle). *The Mathematical Education*, **50(1)**, 27-40.
- Clements, D. H. (2004). Teaching and learning geometry. In J. Kilpatrick, W. G. Martin, & D. Schifter (Eds.), *A research companion to principles and standards for school mathematics* (pp. 151-178). NCTM.
- Clements, D. H. & Sarama, J. (2009). *Learning and teaching early math: The learning trajectories approach (3rd Edition)*. Routledge.
- Common Core State Standards Initiative (CCSSI) (2010). *Common core state standards for mathematics(CCSSM)*. Retrieved from <https://www.corestandards.org/Math/>
- Ely, R. (2010). Nonstandard student conceptions about infinitesimals. *Journal for Research in Mathematics Education*, **41(2)**, 117-146.
- Euclid & Heath, T. *Euclid's Elements*. 이무현(역)(1998) 기하학원론. 교우사.
- Henderson, D. W. & Taimina, D. (2010). Experiencing meanings in geometry. In N. Sinclair, D. Pimm and W. Higginson (Eds.), *Mathematics and the aesthetic: New approaches to an ancient affinity* (pp. 58-83). Springer Science+Business Media.
- Goldenberg, E. P. & Clements, D. H. (2014). *Developing essential understanding of geometry and measurement for teaching mathematics in Pre-K-Grade 2*. NCTM. 류성림, 고정화, 김상미, 이종학 (공역)(2019). 기하와 측정의 필수 이해: 유아유치원-2학년. 경문사.
- Joyce, D. E. (1996). *Euclid's Elements*. Retrieved from <http://aleph0.clarku.edu/~djoyce/java/elements/bookI/bookI.html#defs>
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2000). *Principles and standards for school mathematics*. NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics (2014). *Principles to actions: Ensuring mathematical success for all*. NCTM.
- Reys, R. E., Lindquist, M. M., Lambdin, D. V., & Smith, N. L. (2015). *Helping children learn mathematics (11th Edition)*. John Wiley & Sons. 박성선, 김민경, 방정숙, 권점례 (공역)(2017). 초등교사를 위한 수학과 교수법. 경문사.
- Tall, D., & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, **12(2)**, 151-169
- Vinner, S. (1991). The role of definitions in the teaching and learning of mathematics, In D. Tall (Ed.), *Advanced mathematical thinking*. 65-79, Kluwer Academic Publisher. 류희찬, 조완영, 김인수(공역)(2003). 고등수학적 사고. 경문사.

Contents and Sequences for Line Segments, Straight Lines, and Rays in Elementary Mathematics Curricula and Textbooks

Kim, Sangmee

Chuncheon National University of Education

E-mail : sangmee@cnu.ac.kr

This study conducts a comprehensive analysis of the curricular progression of the concepts and learning sequences of 'lines', specifically, 'line segments', 'straight lines', and 'rays', at the elementary school level. By examining mathematics curricula and textbooks, spanning from 2nd to 7th and 2007, 2009, 2015, and up to 2022 revised version, the study investigates the timing and methods of introducing these essential geometric concepts. It also explores the sequential delivery of instruction and the key focal points of pedagogy. Through the analysis of shifts in the timing and definitions, it becomes evident that these concepts of lines have predominantly been integrated as integral components of two-dimensional plane figures. This includes their role in defining the sides of polygons and the angles formed by lines. This perspective underscores the importance of providing ample opportunities for students to explore these basic geometric entities. Furthermore, the definitions of line segments, straight lines, and rays, their interrelations with points, and the relationships established between different types of lines significantly influence the development of these core concepts. Lastly, the study emphasizes the significance of introducing fundamental mathematical concepts, such as the notion of straight lines as the shortest distance in line segments and the concept of lines extending infinitely (infiniteness) in straight lines and rays. These ideas serve as foundational elements of mathematical thinking, emphasizing the necessity for students to grasp concretely these concepts through visualization and experiences in their daily surroundings. This progression aligns with a shift towards the comprehension of Euclidean geometry. This research suggests a comprehensive reassessment of how line concepts are introduced and taught, with a particular focus on connecting real-life exploratory experiences to the foundational principles of geometry, thereby enhancing the quality of mathematics education.

* 2000 Mathematics Subject Classification : 97D20

* Key words : line segment, straight line, ray, geometry learning, mathematics curriculum, mathematics textbook