

Reallocation of Force in the Lanchester (3,3) Combat Model

Jong-Hyeon Hwang · Dong-Hyung Lee[†]

Department of Industrial & Management Engineering, Hanbat National University

란체스터 (3,3) 전투모형의 전투력 재할당 방안에 관한 연구

황종현 · 이동형[†]

한밭대학교 산업경영공학과

In the (3,3) close combat model based on the Lanchester Square Law, this study proposes a plan to optimally allocate residual combat power after the battle to other battlefields. As soon as the two camps of three units can grasp each other's information and predict the battle pattern immediately after the battle began, the Time Zero Allocation of Force (TZAF) scenario was used to initially allocate combat power to readjust the combat model. It reflects travel time, which is a "field friction" in which physical distance exists from battlefields that support combat power to battlefields that are supported. By developing existing studies that try to examine the effect of travel time on the battlefield through the combat model, this study forms a (3,3) combat model, which is a large number of minimum units. In order to achieve the combat purpose, the principle of optimal combat force operation is presented by examining the aspect that support combat power is allocated to the two battlefields and the consequent battle results. Through this, various scenarios were set in consideration of the travel time and the situation of the units, and differentiated results were obtained. Although the most traditional, it can be used as the basic logic of the training or the commander's decision-making system using the actual war game model.

Keywords : Close Combat Model, Lanchester Sqaure Law, Time Zero Allocation of Force(TZAF)

1. 서 론

전쟁에서 승리하기 위해서는 지휘관의 역할이 무엇보다도 중요하다. 그중 직접 전투에 참가하는 '전투력'의 할당에 대한 의사결정은 전쟁의 승패에 영향을 미치는 매우 중요하고도 어려운 일이다. 왜냐하면 다수의 전장에서 벌어지는 복잡하고 불확실한 전장 상황을 끊임없이 예측하고 통합적인 관점에서 최적의 의사결정을 내려야 하기 때문이다. 따라서 전투력의 할당은 지휘관의 경험과 직관에만 전적으로 의존하는 것보다는 과학적 방법을 활용한 논리적 근거에 기반하여 이루어져야만 리스크를

줄일 수 있다[4].

현재 휴전 중인 우리 군은 전쟁이 발발되었을 때 공격해 오는 상대방의 전투력 규모를 미리 예측하여 우리 전투력을 휴전선 연해 거점에 배치하고 있는데 만약 전쟁이 시작된 후 상대방의 전투력이 예측과 다르다면 우리 군의 전투력도 신속히 재할당해야만 한다.

그동안 전투력 할당문제에 대한 연구들은 대부분이 양측 모두의 전투력 현황을 알고 있음을 가정하고, 할당된 전투력이 전환되는 시간은 고려하지 않았다. 이러한 연구들은 핵무기 등 고도의 무기체계 개발이 이루어지고 있는 한반도 전장의 특수성과 불확실성을 감안할 때 적합성이 떨어지고 있음을 부정할 수 없다.

이에 본 연구에서는 기존연구에서 제시된 (2,2) 모형을 다수 대 다수 기본모델인 (3,3) 전투모형으로 확장하여 이동시간과 전투결과의 상관관계를 파악할 뿐만 아니라

다양한 전투력 할당방안이 전투양상에 미치는 영향을 분석하고자 한다. 즉, 란체스터 제곱 방정식을 활용하여 현대 재래전의 대대급 이하 소부대 전투양상인 직사화기 간 전투결과를 평가하고 그 양상을 예측한다.

2. 이론적 배경

2.1 란체스터 전투모형

란체스터는 1차 세계 대전에서 전투기간 교전을 관찰하여 전투력이 소모되는 현상을 미분방정식으로 모델링하였다. 이 방정식은 전투를 하는 양 진영의 단위 시간별 전투력 변화와 교전결과를 예측할 수 있게 해주었으며, 현재까지도 꾸준히 활용되고 있다[1].

란체스터 방정식은 교전중인 두 개의 부대가 시간에 따라 소모되는 모습을 묘사한 모형이다. 전투력 규모와 전투계수 2가지 요소로 방정식을 표현한다. 부대 간 전투결과는 소부대 간 직사화기 전투에 대해 란체스터 제곱방정식을 활용하여 파악한다. 이는 실제 육군에서 운영하는 M&S 위게임 모델 내 전투결과 모의 기본 논리로서 실제 전투를 설명하는 합리적인 모델이라 할 수 있다[7].

2.1.1 (1,1) 전투모형

란체스터 방정식의 기본 단위인 (1,1) 전투모형은 많은 전투력 할당 연구에서 전투피해평가의 규칙으로 활용된다. 본 연구에서는 현대 재래전을 가정했으므로 직사화기 교전 간 적용할 수 있는 란체스터 제곱모형을 활용하였다. 제곱 모형은 병력을 제공한 값과 전투력이 비례하기 때문에 양 부대의 병력 차가 전투의 결과에 큰 영향을 미치는 요소이다. 이는 병력을 분산시켜 전투를 수행하는 것보다 집중하는 것이 보다 효과적인 ‘집중의 원칙’에 부합하고, 현대의 소부대 전투모습과 가장 유사한 직사화기를 사용하는 재래전을 잘 묘사할 수 있다.

란체스터 제곱 법칙을 적용한 (1,1)전투모형은 식 (1)과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{dR(t)}{dt} &= -\alpha B(t), & R(t_0) &= M \\ \frac{dB(t)}{dt} &= -\beta R(t), & B(t_0) &= N \end{aligned} \quad (1)$$

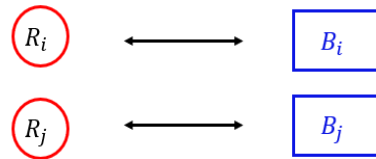
홍군(R)을 공격부대, 청군(B)을 방어부대로 가정한다면 공격부대의 전투력 규모와 전투효율에 영향을 받아 방어부대의 전투력이 소모되는 정도가 결정된다. 즉, 방어부대의 전투효율 α 와 공격부대의 전투효율 β 는 상대를 소모하는 효율이라 할 수 있다. $R(t), B(t)$ 는 각각 t

시점의 공격부대와 방어부대의 규모, M, N 은 각각 전투를 시작하는 시점(t_0)의 공격부대와 방어부대의 규모를 나타낸다. 식 (2)는 미분방정식 식 (1)을 R 와 B 에 대해 일반적인 식으로 표현한 형태이며, 상대군의 전투력을 감소시키는 능력은 부대 규모의 제곱 및 전투효율에 비례한다.

$$\alpha(M^2 - B(t)^2) = \beta(N^2 - R(t)^2) \quad (2)$$

2.1.2 (2,2) 전투모형

(2,2) 전투모형은 <Figure 1>과 같이 (1,1) 모형의 전투가 2개의 전장에서 이루어지고 있는 상황을 가정한다. 두 전장은 별개의 부대들이 각각 전투를 수행하는 것이 아니라 동일한 지휘통제를 받는 부대들이 서로 다른 전장으로 나뉘어져 전투를 수행하고 있을 뿐이다. 따라서 2개의 전장에 있는 부대들은 필요하다면, 서로 전투력 지원도 가능하다[4].



<Figure 1> (2,2) Combat Model

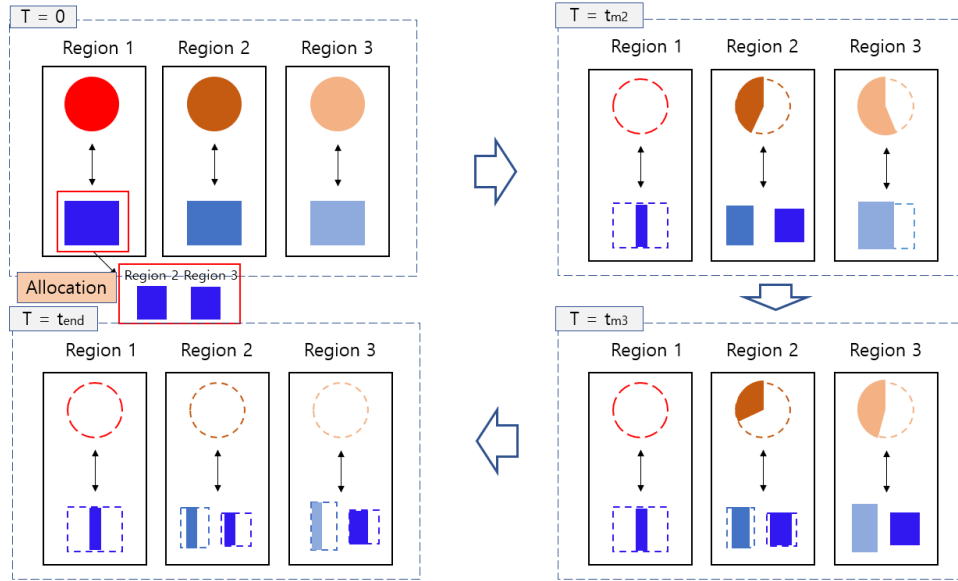
2.1.3 (3,3) 전투모형

본 연구에서 다루는 (3,3) 전투모형은 <Figure 2>와 같이 (2,2) 전투모형을 확장하여 3개 전장에서의 전투상황을 다룬다. 교전 시작과 동시에 정확한 인지한 공격부대의 규모를 근거해 교전의 결과를 예측한다. 작전목적 달성 극대화를 위해 전투력 재할당방안을 판단해 즉시 재할당을 실시한다. 이를 본 논문에서는 Time Zero Allocation of Force(이하 TZAF) 전략이라 정의하였다. 이동 중인 전투력은 이동하는 동안 전투에 참여할 수 없고, 각 전장으로 이동하는 거리가 서로 다르므로 인해 발생하는 손익 딜레마를 고려해 전투력을 조정 할당한다.

2.2 기존연구 고찰

그동안 란체스터 방정식을 활용한 전투력 할당방안 연구가 다음과 같이 많이 진행되어왔다.

Roberts and Conolly[16]는 두 개 부대로 구성되어 있는 공격부대와 한 개 부대로 구성된 방어부대가 교전하는 (2,1) 모형에서 공격부대 지휘관 입장을 가정하여 방어부대를 전멸하는데 최소로 필요한 전투력을 구하려고



<Figure 2> Time Zero Allocation of Force(TZAF) in (3,3) Combat Model

하였다.

Kaup[9]은 확장된 (n,1) 모형을 정의한 후 방어부대의 입장에서 공격부대를 효율적으로 상대하기 위한 전투력 최적할당 방안을 연구하였다.

Sheeba[17]는 기본 (2,1) 전투모형의 방어군 입장에서 손실을 최소화하기 위한 효율적인 전투력 할당 방안을 제시하고, 한 전장에서 전투가 종료되면 잔여 전투력을 다른 전장으로 전환하여 양 전장의 피해 정도를 줄이기 위한 방안을 제시했다.

황중현 등[4]은 전장의 대표적인 불확실성인 전투력 이동시간과 적의 불확실성을 반영한 기본 (2,2) 전투모형을 구성하여 전투결과에 미치는 영향을 분석하였다.

Beak and Hong[1]은 란체스터 전투모형으로 시간에 따른 각 부대의 피해 정도와 교전의 결과를 예측할 수 있게 하였고, 이 모형은 현재까지도 꾸준히 활용되고 있다.

Kress. et. al.[11]은 세 개의 부대가 서로를 소모하는 새로운 형태의 모형을 설정하여 시리아 전과 같이 다자간 갈등이 일어날 수 있는 현대의 전쟁 양상을 반영한 연구를 수행하였다.

Park et al.[14]은 전투효율을 확률변수로 설정하여 좀더 현실적으로 접근하였다. 또한 Jing et al.[7]은 (2,1) 전투모형 중 방어측이 우세하지 못한 상황에서는 병력을 집중하는 것이 효과적이라는 점을 영국과 프랑스가 갈등한 트라팔가 해전을 예로 들어 설명하였다.

이 외에도 란체스터 전투모형에서의 전투력 할당 방안에 대한 연구가 많이 존재한다[2, 3, 6, 10, 11, 12].

뿐만 아니라 란체스터 방정식을 이용해 전투의 결과

를 예측함으로써 전투의 양상을 예측하는 연구도 지속되고 있다.

지금까지 기존 연구를 고찰해 본 결과 대부분이 이동 시간과 적의 불확실성은 직접적으로 고려하지 않았거나 가장 기본이 되는 (2,2) 전투모형만을 고려하였다. 본 연구에서는 기동시간, 적의 불확실성을 고려한 (2,2) 모형을 확장시켜 기존 연구에서 찾아볼 수 없는 (3,3) 전투모형을 설정하여 전투력 할당 양상을 분석하고자 한다.

3. 연구 방법

3.1 문제 정의 및 가정

본 연구는 지리적으로 떨어진 3개 전장에서 공격부대와 방어부대가 전투를 벌이고 있는 상황을 가정한다. 전투력 운용을 위한 의사결정은 방어부대의 3개 전장을 통합관리하는 상황을 가정하였다($i=1,2,3$). 공격부대와 방어부대, 양 진영은 전투가 시작되기 이전에는 서로의 전투력 규모를 알지 못하다가 전투가 시작되는 시점(t_0)에 정확히 알 수 있다. 전투가 시작되고 란체스터 방정식에 의해 전투 양상이 예측되면, <Figure 2>와 같이 한 전장의 방어부대의 전투력을 나머지 2개 전장에 지원한다.

지원 전투력은 이동하는 동안 전투에 참여하지 못하고, 각 전장까지 거리가 서로 다르기 때문에 두 전장의 전투 양상을 예측해 할당 비율을 결정해야 한다. 지원 전투력이 도착하는 시점 t_{mi} , 전투가 끝나는 시점 t_{end_i} 으로 나누어 계산한다.

부대 간 교전규칙은 란체스터 제곱모형을 적용하는데, 이는 현대전에서 근접한 교전을 실시할 때 사용하는 무기가 주로 소총과 같은 직사화기이기 때문이다. 실제 전장에서는 지원 전투력이 도착해 교전 중인 부대에 합류할 때, 복잡한 절차와 많은 과정이 필요하지만, 본 연구에서는 지원 전투력이 도착함과 동시에 전투에 참가하는 것으로 가정하였다.

전투력의 상태는 생존, 전사 2가지 경우만 존재하며, 소부대는 편성이 기관총, 소총, 유탄발사기 등 다양한 양 진영이 동일한 직사화기 무기체계로 전투 수행함을 가정하였다.

3.2 목적함수 설정

본 연구의 목적함수는 식 (3)과 같이 전투를 수행하는 기본 목적인 생존전투력 최대화이다. 이는 란체스터 전투모형을 다룬 대부분 기존 연구들의 목적함수이자 전쟁에서 가장 궁극적으로 추구해야 할 목적 중 하나이다.

다만, 본 연구의 전투모형은 모든 전장이 방어부대가 유리한 경우를 가정하기 때문에 전투가 종료되었을 때 공격부대가 전멸한다는 가정이 가능하다.

$$Max Z = \sum Surviving Force of Defender \quad (3)$$

3.3 전장별 전투력 규모 계산

3.3.1 전투력 지원 전장

다른 전장($i=2,3$)에 전투력을 지원하는 전장($i=1$)은 전투시작과 동시에 지원 전투력을 출발시키기 때문에 이를 고려하여 초기 전투력을 산정한다. 지원전장을 별도로 고려하는 것은 지원받는 전장과 시간 구간을 정의하는 것에 차이가 있어 별도의 교전 방정식이 필요하기 때문이다. 다른 전장의 지원 전투력의 합을 y_m 으로 정의한다면 식 (4)와 같다.

$$\begin{aligned} \frac{dR_1(t)}{dt} &= -\alpha_1 R_1(t), & R_1(t_0) &= M_1 \\ \frac{dB_1(t)}{dt} &= -\beta_1 R_1(t), & B_1(t_0) &= N_1 - y_m \end{aligned} \quad (4)$$

이를 풀면, 시점 t 에서 전투력 현황은 식 (5), (6)과 같다.

$$\begin{aligned} B_1(t) &= \sqrt{\frac{\beta_1}{\alpha_1}} [-c_1 e^{\sqrt{\alpha_1 \beta_1} t} + d_1 e^{-\sqrt{\alpha_1 \beta_1} t}] \\ R_1(t) &= [c_1 e^{\sqrt{\alpha_1 \beta_1} t} + d_1 e^{-\sqrt{\alpha_1 \beta_1} t}] \end{aligned} \quad (5)$$

단,

$$\begin{aligned} c_1 &= [-\frac{N_1 - y_m}{2} \sqrt{\frac{\alpha_1}{\beta_1}} + \frac{M_1}{2}] \\ d_1 &= [\frac{N_1 - y_m}{2} \sqrt{\frac{\alpha_1}{\beta_1}} + \frac{M_1}{2}] \end{aligned} \quad (6)$$

지원하는 전장에서 R 군의 전멸로 전투가 종료되는 시점인 t_{end_1} 은 식 (5)~(7)과 같이 표현할 수 있다.

$$t_{end_1} = \frac{1}{2\sqrt{\alpha_1 \beta_1}} \ln\left(\frac{d_1}{-c_1}\right) \quad (7)$$

또한 t_{end_1} 가 유한한 실수(實數)로 존재하기 위해서는 $-c_1 \geq 0$ 을 만족해야 하며, 이는 $y_m \leq N_1 - M_1 \sqrt{\frac{\beta_1}{\alpha_1}}$ 과 필요충분조건이다. 식 (5)과 식 (7)를 이용하여 전투 종료 후 B_1 군의 생존전투력을 계산하면 식 (8)과 같다.

$$B_1(t_{end_1}) = \sqrt{\frac{\beta_1}{\alpha_1}} [2\sqrt{(-c_1)d_1}] \quad (8)$$

3.3.2 피지원 전장의 시간 구간별 전투력

방어군 중 지원받는 전장($i=2,3$)은 전투시작 직후부터 지원 전투력 도착 전($t_0 \leq t \leq t_{mi}$)과 후($t_{mi} \leq t \leq t_{end_i}$)로 나누어 교전을 통한 피해를 평가해 볼 수 있다.

(1) 지원 전투력 출발~도착($t_0 \leq t \leq t_{mi}$)

지원 전투력이 i 전장에 도착하기 전, 해당 전장의 초기병력(B_i)으로 전투를 실시하는 첫번째 시간 구간의 양 진영 교전결과를 계산하면 식 (9), (10)과 같다.

$$\begin{aligned} B_i(t) &= \sqrt{\frac{\beta_i}{\alpha_i}} [-c_i e^{\sqrt{\alpha_i \beta_i} t} + d_i e^{-\sqrt{\alpha_i \beta_i} t}] \\ R_i(t) &= [c_i e^{\sqrt{\alpha_i \beta_i} t} + d_i e^{-\sqrt{\alpha_i \beta_i} t}] \end{aligned} \quad (9)$$

단,

$$\begin{aligned} c_i &= [-\frac{N_i}{2} \sqrt{\frac{\alpha_i}{\beta_i}} + \frac{M_i}{2}] \\ d_i &= [\frac{N_i}{2} \sqrt{\frac{\alpha_i}{\beta_i}} + \frac{M_i}{2}] \end{aligned} \quad (10)$$

(2) 지원 전투력 도착~전투종료($t_{mi} \leq t \leq t_{end_i}$)

y_m 중 i 전장으로 할당된 전투력을 y_{mi} 로 정의한다. 지원 전투력이 전장에 도착 즉시 기존 전투력과 병합되어 전투가 가능하다면, 병합되는 시점까지 소모된 B_i 의 기존 전투력과 지원받은 전투력이 서로 합쳐진 부대 ($B'_i(t_{mi}) = B_i(t_{mi}) + y_{mi}$)의 전투력으로 전투를 지속하게 된다. 따라서 i 전장의 시점 t_{mi} 부터는 식 (11)~(13)의 새로운 교전 피해평가식을 적용해야 한다.

$$B'_i(t) = \sqrt{\frac{\beta_i}{\alpha_i}} [-p_i e^{\sqrt{\alpha_i \beta_i} t - t_{mi}} + q_i e^{-\sqrt{\alpha_i \beta_i} t - t_{mi}}] \quad (11)$$

$$R'_i(t) = [p_i e^{\sqrt{\alpha_i \beta_i} t - t_{mi}} + q_i e^{-\sqrt{\alpha_i \beta_i} t - t_{mi}}]$$

단,

$$p_i = [-\frac{B'_i(t_{mi})}{2} \sqrt{\frac{\alpha_i}{\beta_i}} + \frac{R'_i(t_{mi})}{2}] \quad (12)$$

$$q_i = [\frac{B'_i(t_{mi})}{2} \sqrt{\frac{\alpha_i}{\beta_i}} + \frac{R'_i(t_{mi})}{2}]$$

또한

$$B_i(t_{mi}) = \sqrt{\frac{\beta_i}{\alpha_i}} [-c_i e^{\sqrt{\alpha_i \beta_i} t_{mi}} + d_i e^{-\sqrt{\alpha_i \beta_i} t_{mi}}] + y_{mi} \quad (13)$$

$$R'_i(t_{mi}) = c_i e^{\sqrt{\alpha_i \beta_i} t_{mi}} + d_i e^{-\sqrt{\alpha_i \beta_i} t_{mi}}$$

지원받는 전장에서 공격군의 전멸로 인해 전투가 종료되는 시점 t_{end_i} 을 계산하면 식 (7)과 유사하게 식 (14)로 표현 가능하다.

$$t_{end_i} - t_{mi} = \frac{1}{2\sqrt{\alpha_i \beta_i}} \ln\left(\frac{q_i}{-p_i}\right) \quad (14)$$

식 (14)에서 t_{end_i} 가 존재하기 위해 $(\frac{q_i}{-p_i}) \geq 1 \Leftrightarrow -p_i \geq 0 \Rightarrow \frac{R'_i(t_{mi})}{B'_i(t_{mi})} \sqrt{\frac{\beta_i}{\alpha_i}} \leq 0$ 을 만족해야 한다. 식 (11)과 (14)를 이용하여 전장 i 에서 방어군인 청군의 생존전투력을 계산하면 식 (15)와 같다.

$$B'_i(t_{end_i}) = \sqrt{\frac{\beta_i}{\alpha_i}} [2\sqrt{(-p_i)q_i}] \quad (15)$$

3.4 지원 전투력 최적 할당방안 결정

목적함수 최적화를 위해 결정해야 할 변수는 ‘지원 전

투력의 총규모’와 ‘두 전장으로의 할당 비율’이다. 그중 지원전장의 관점에서 본다면, 이미 전투결과가 예측된 상황에서 지원해 줄 수 있는 전투력은 가용 범위가 정해져 있을 것이다. 따라서 본 논문에서는 ‘지원 전투력의 총규모’를 주어진 전투상황의 일부로 가정하고 파라미터로 정의할 것이다.

목적함수는 앞서 제시한 바와 같이 ‘생존전력의 최대화’이다. 지원 전투력의 총규모를 상수로 둔다면, 전투력을 지원받는 두 전장 생존전투력의 합을 최대화하는 할당 비율이 결정변수가 된다. 식 (15)를 이용해 생존전투력의 합을 식 (16)과 같이 구할 수 있다.

$$Z = \sum_{i=2}^3 \sqrt{\frac{\beta_i}{\alpha_i}} [2\sqrt{(-p_i)q_i}] \quad (16)$$

앞서 전장 2에 지원되는 전투력을 y_{m2} 로 정의하였으므로 전장 3에 지원되는 전투력은 $y_m - y_{m2}$ 로 표현할 수 있다. 목적함수의 최대값을 찾기 위해 식 (16)을 y_{m2} 로 미분하면 식 (17), (18)과 같이 된다.

$$\frac{dZ}{dy_{m2}} = (b-d)y_{m2}^2 + (-2ad-2bc)y_{m2} + (bc^2 - a^2d) \quad (17)$$

단,

$$a = B'_2(t_{m2}) - y_{m2}, \quad b = \frac{\beta_2}{\alpha_2} R'_2(t_{m2})^2 \quad (18)$$

$$c = B'_3(t_{m3}) - (y_m - y_{m2}), \quad d = \frac{\beta_3}{\alpha_3} R'_3(t_{m3})^2$$

미분값이 0이 되도록 하는 y_{m2} 는 이차 방정식을 푸는 근의 공식을 이용해 식 (19)와 같이 구할 수 있다.

$$y_{m2}^* = \frac{-(-2ad-2bc)}{2(b-d)} + \frac{\sqrt{(-2ad-2bc)^2 - 4(b-d)(bc^2 - a^2d)}}{2(b-d)} \quad (19)$$

4. 연구 결과

제시된 수리모형을 검증하기 위해 다양한 상황을 가정하여 실험을 진행하였다. 전투력 지원 양상 관찰을 위해 지원전장은 방어부대가 공격부대보다 유리하고, 전투력을 지원받는 전장은 3가지 경우를 고려하였다. 방어부

대의 입장에서는 두 전장 모두 유리한 경우, 한 전장만 유리한 경우, 두 전장 모두 불리한 경우이다. 다양한 경우에 대하여 지원 전투력 할당 의사결정과 그에 따른 목적함수의 양상을 관찰하고자 하였다. 원활한 실험을 위해 전장 2가 전장 3보다 지원전장으로부터 근거리에 있다고 가정했다.

실험계획 모형은 <Table 1>과 같다. 전투효율은 양 진영 모두 0.001로 설정하고, 실험목적을 달성하기 위해 지원전장의 전투력은 고정하였다. 또한 양 진영의 초기 전투력이 조금 차이 나는 경우는 10%, 매우 차이 나는 경우는 50% 차이를 두는 것으로 설정하였다. 이는 랜체스터 제공 방정식의 전투실험 결과를 반영하였기 때문이다. 즉, 두 진영이 조금 차이 나는 경우는 우세한 진영이 상대를 전멸시키는 시간이 매우 차이 나는 경우보다 약 2배 필요했고, 생존전투력은 각각 30%, 65%로 절반 수준이었다. 따라서 초기 전투력 규모 상황에 따른 확연한 전투 양상을 관찰할 수 있었다.

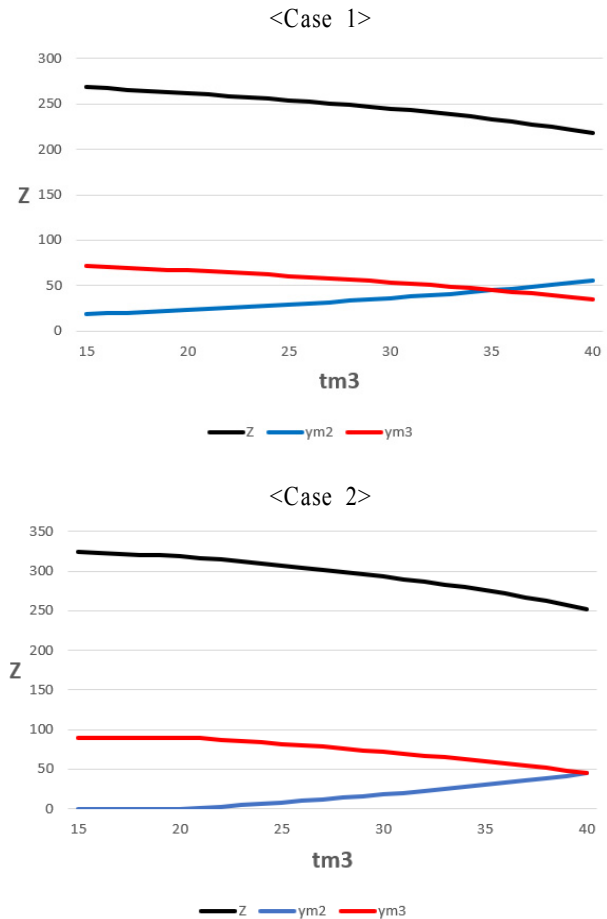
<Table 1> Experimental Design Model

Situation		bf	Case (blue vs red)	Moving Time
2 Blue Troops Dominant	Case 1 (a little bit)	2	<u>110</u> vs 100	10
		3	120 vs 90	15 ~ 40
	Case 2 (a lot of)	2	<u>150</u> vs 100	10
		3	120 vs 90	15 ~ 40
1 Blue Troops Dominant (2nd Battlefield)	Case 3 (a little bit)	2	<u>110</u> vs 100	10
		3	75 vs 90	15 ~ 40
	Case 4 (a lot of)	2	<u>150</u> vs 100	10
		3	75 vs 90	15 ~ 40
1 Blue Troops Dominant (3rd Battlefield)	Case 5 (a lot of)	2	<u>45</u> vs 90	10
		3	150 vs 100	15 ~ 40
	Case 6 (a little bit)	2	<u>80</u> vs 90	10
		3	150 vs 100	15 ~ 40
0 Blue Troops Dominant	Case 7 (a little bit)	2	95 vs 100	10
		3	<u>90</u> vs 100	15 ~ 40
	Case 8 (a lot of)	2	95 vs 100	10
		3	<u>50</u> vs 100	15 ~ 40

4.1 피지원 두 전장이 모두 우세한 경우

지원받는 두 전장의 방어부대가 모두 우세한 경우에 대한 실험결과는 <Figure 3>과 같다. 2개 부대가 모두 우세한 두 경우에는 유사한 양상으로 전투력이 할당되는 것을 관찰할 수 있었다. Case 1, 2에서 알 수 있듯이 목적함수 최적화를 위해 전장 3이 이동시간이 짧은 경우 ‘전투력 집중’ 효과를 얻을 수 있는 전장 3으로 전투력을 많이 할당하지만, 멀어질수록 상대적으로 이동시간이 짧

은 전장 2로 점점 전투력이 많이 할당되는 것을 알 수 있다. 이는 이동시간에 따른 전투력의 효율적 측면에서 손실이 커지기 때문이다.



<Figure 3> 2 Blue Troops Dominant

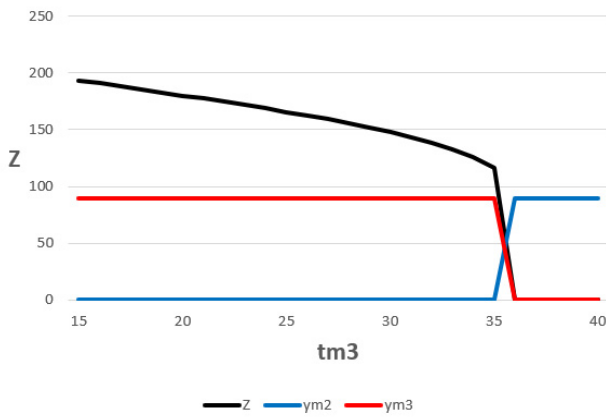
4.2 피지원 전장 중 한 전장만 우세한 경우

지원받는 두 전장의 방어부대 중 한 전장만 우세한 경우에 대한 실험결과는 <Figure 4>와 같다. Case 3과 4는 유사한 양상을 보였으나 특이한 점은 지원전장으로부터 전장 3까지의 단위 거리가 35가 되는 상황에서는 전장 3으로 전투력을 지원하지 않았다는 것이다. 이는 거리가 멀어진 만큼 길어진 이동시간으로 인해 지원 전투력이 도착하기 전에 전장 3의 전투력이 전멸하기 때문이다. 전멸된 전장에 뒤늦게 도착하는 것은 전장을 점령한 공격부대에게 훨씬 더 큰 피해를 입을 수 있기 때문에 지원하지 않는 것이 합리적이다. 3개 전장의 통합적 지휘통제 관점에서 작전에 실패한 경우라 할 수 있다.

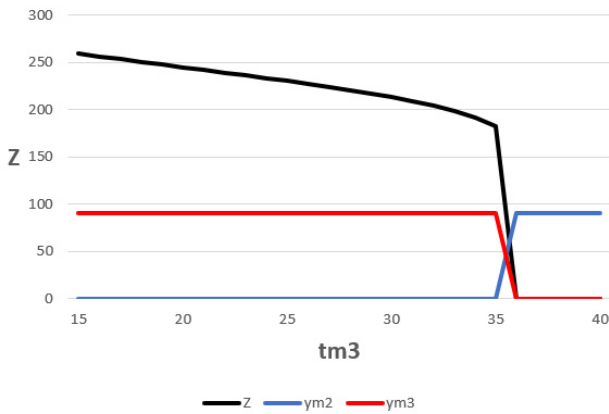
Case 5, 6의 실험결과는 Case 3, 4와 비교해 볼 때 이

동거리에 따른 의사결정 차이를 확인할 수 있다. 전장 2는 상대적으로 가깝기 때문에 이동 간 발생하는 전투력 손실이 적기 때문이다. 따라서 이 경우에는 이동하는 동안 피지원 전장의 전투력이 전멸하는 경우가 없었다. 그 결과, 전장 3의 거리가 멀어질수록 전장 2로의 전투력 지원규모가 커짐을 알 수 있다. 전장 2가 전멸할 위험이 없음에도 전장 3의 ‘전투력 집중’보다 이동시간 최소화를 위해 전장 2에 전투력 지원 결정을 하는 것이다.

<Case 3>



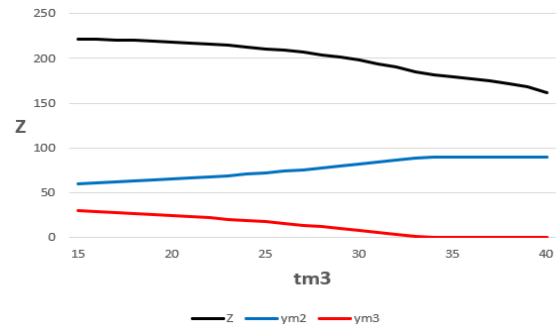
<Case 4>



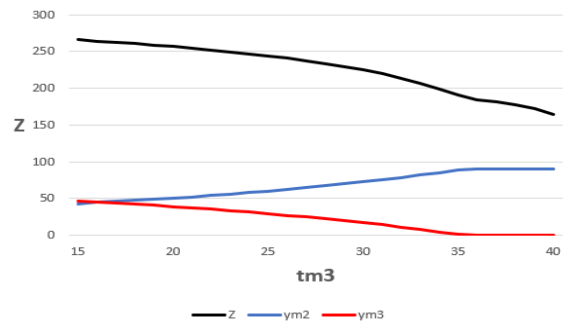
4.3 피지원 두 전장이 모두 열세한 경우

지원받는 두 전장이 모두 열세한 경우에 대한 실험 결과는 <Figure 5>와 같다. 두 전장으로 할당하는 전투력은 Case 7, 8이 서로 다르지만, 전장 3까지의 거리가 멀어질수록 y_{m2} 는 커지고, y_{m3} 는 작아짐을 알 수 있다. 또한 전장 3의 거리가 멀어질수록 전투력이 이동하는 시간이 길어지므로 목적함수 값은 감소하는 것을 관찰할 수 있다.

<Case 5>

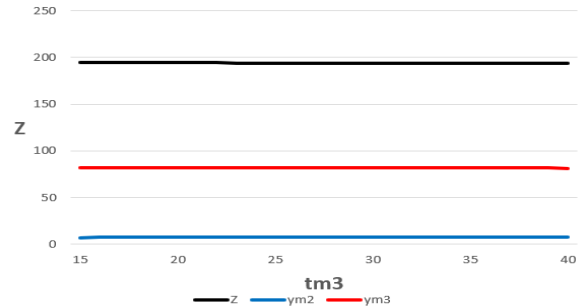


<Case 6>

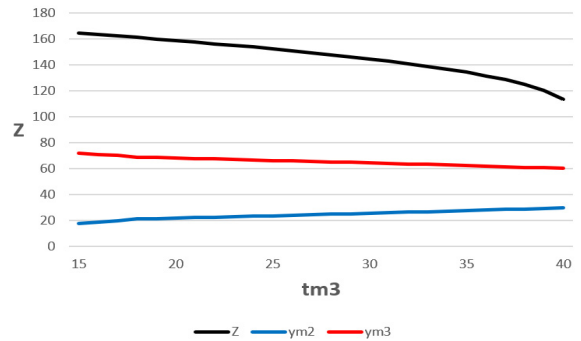


<Figure 4> 1 Blue Troops Dominant

<Case 7>



<Case 8>



<Figure 5> 0 Blue Troop Dominant

4.4 연구결과

본 연구에서는 피지원 전장의 3가지 상황을 고려하여 다음과 같은 결과를 얻었다.

첫째, 피지원 두 전장이 모두 우세한 경우에는 ‘전투력 집중’ 효과를 위해 좀 더 우세한 전장에 많은 전투력을 할당하지만, 해당 전장의 거리가 멀어질수록 비전투손실을 줄이기 위해 가까운 전장으로 할당하는 비율을 늘려갔다.

둘째, 피지원 두 전장 중 한 전장만 우세한 경우에는 열세한 전장이 전멸하지 않도록 노력하는 전투력 할당 양상을 보였다. 다만, 기동 거리가 과도하게 커져 지원 전투력이 도착하기 전에 피지원 전장의 방어군이 전멸하는 경우에는 지원하지 않는 의사결정 양상을 관찰할 수 있었다.

셋째, 피지원 전장이 모두 열세한 경우에는 전장 3의 거리가 멀어질수록 할당하는 비율이 줄어들고, 전장 2에 할당하는 전투력이 커짐을 알 수 있었다.

5. 결 론

본 논문은 다른 세 곳의 전장에서 부대들의 전투를 고려하는 (3,3) 전투모형을 제시하였다. 부대 간 전투 결과를 판단하는 근거는 직사화기 기반의 현대 소부대 전투 양상을 고려하여 란체스터 제곱법칙을 활용하였다. 세 전장을 통합적으로 지휘통제하는 입장에서 선정한 목적 함수는 적을 전멸시킨 후 생존한 방어부대의 전투력을 최대화하는 것이다. ‘방어부대의 생존전투력 최대화’를 달성하기 위해 본 논문에서는 새롭게 정의한 TZAF 전략을 사용하여 불확실한 전장에서 발생가능한 여러 상황에 적용할 수 있는 해를 도출하였고, 수리실험을 통해 검증하였다.

결론적으로 전투력은 분산하는 것보다 집중하는 것이 생존전투력을 최적화하기에 용이한 것으로 나타났다. 또한 상대 진영에 대한 불확실성은 전투력 할당계획을 지속적으로 변경하게 만드는 요소이며 물리적인 거리이동에 따른 비전투손실은 전투력을 할당하는 의사결정에 영향을 미칠 수 있다는 것을 알게 되었다.

따라서 본 연구는 다수 대 다수 최소단위 모델이라 할 수 있는 (3,3) 전투모형에서 전투력의 이동시간과 적의 불확실성 고려하여 최적 전투력 할당비율을 방정식 형태로 산출하고, 이를 통해 전투양상을 관찰할 수 있다는 점에서 연구의 의의가 있다고 사료된다.

향후에는 실제에 기반하여 다양한 전투요소가 포함된 전투모형으로 확장 또는 리더십과 같은 전장의 추가적인

불확실성을 반영한 연구가 필요하다고 본다.

References

- [1] Baek, S. W. and Hong, S. P., A Pragmatic Method on Multi-Weapon Lanchester's Law, *Journal of the Korean Operations Research and Management Science Society*, 2013, Vol. 38, No. 4, pp. 1-9.
- [2] Colegrave, R. K. and Hyde, J. M., The Lanchester square-law model extended to a (2, 2) conflict, *IMA Journal of Applied Mathematics*, 1993, Vol. 51, No. 2, pp. 95-109.
- [3] Deitchman and Seymour J. A., Lanchester model of guerilla warfare, *Operations Research*, 1962, Vol. 10, No. 6, pp. 818-827.
- [4] Hwang, J.H., Choi, Y. H., Park, S. H., and Lee, Y. H., Optimal Support of Military Force Based on (2, 2) Lanchester Square Attrition Model, *Journal of the Korean Institute of Industrial Engineers*, 2018, Vol. 44, No. 3, pp. 198-205.
- [5] Im, J. S., Yoo, B. C., Kim, J. H., and Choi, B. W., A Study of Multi-to-Majority Response on Threat Assessment and Weapon Assignment Algorithm: by Adjusting Ballistic Missiles and Long-Range Artillery Threat, *Journal of the Society of Korea Industrial and Systems Engineering*, 2021, Vol. 44, No. 4, pp. 43-52.
- [6] Jing Yuanwei, Zhang Siying, Dimirovski and Georgi M., Complexity of Warfare Command, Communication and Control Systems Simplified: Optimal Resource Partitioning via Lanchester equations, In: *Smart Technologies, IEEE EUROCON 2017-17th International Conference on. IEEE*, pp. 611-617.
- [7] Jung, M. S. and Park, S. H., A Study on the Israeli Military Strategy and Defense Acquisition System, *Journal of Next-generation Convergence Technology Association*, 2022, Vol. 6, No. 1, pp. 139-144.
- [8] Im, H., Kim, J. H., Kong, J., and Kyung, J. H., Reinforcement Learning-based Dynamic Weapon Assignment to Multi-Caliber Long-Range Artillery Attacks, *Korean Society of Industrial and Systems Engineering*, 2022, Vol. 45, No. 4, pp. 42-52.
- [9] Kaup, Galen T., Kaup, D. J., and Neal M. Finkelstein. The Lanchester (n, 1) problem, *Journal of the Operational Research Society*, 2005, Vol. 56, No. 12, pp. 1399-1407.
- [10] Krichman, M., Ghose, D., Speyer, J. L., and Shamma, J. S., Theater level campaign resource allocation, In

- Proceedings of the 2001 American Control Conference. IEEE*, Vol. 6, pp. 4716-4721
- [11] Kress, M. and Talmor. I. A., new look at the 3: 1 rule of combat through Markov stochastic Lanchester models, *Journal of the Operational Research Society*, 1999, Vol. 50, No. 7, pp. 733-744.
- [12] Kress, M., Caulkins, J. P., Feichtinger, G., Grass, D., and Seidl, A., Lanchester model for three-way combat, *European Journal of Operational Research*, 2018, Vol. 264, No. 1, pp. 46-54.
- [13] Lim, K. T. and Lee, H. I., A Study on Military Drone Threat Factors and Their Countermeasures, *Journal of Next-generation Convergence Technology Association*, 2021, Vol. 5, No. 5, pp. 710-720.
- [14] Park, D., Kim, D., Moon, H., and Shin, H., Gaussian approximation of stochastic Lanchester model for heterogeneous forces, *Journal of Korean Institute of Industrial Engineers*, 2016, Vol. 42, No. 2, pp. 86-95.
- [15] Park, S. H., Coastline Correction Method in Terrain Modeling using Heightmap, *Journal of Next-generation Convergence Technology Association*, 2021, Vol. 5, No. 6, pp. 965-974.
- [16] Roberts, D. M., and Conolly, B. W., An extension of the Lanchester square law to inhomogeneous forces with an application to force allocation methodology, *Journal of the Operational Research Society*, 1992, Vol. 43, No. 8, pp. 741-752.
- [17] Sheeba, P. S., and Debasish Ghose., Optimal resource allocation and redistribution strategy in military conflicts with Lanchester square law attrition, *Naval Research Logistics (NRL)*, 2008, Vol. 55, No. 6, pp. 581-591.
- [18] Sheeba, P. S., and Debasish Ghose., Optimal resource partitioning in conflicts based on Lanchester (n, 1) attrition model, *2006 American Control Conference, IEEE*.
- [19] Wu, Shi-hui, and Jian-jun Yang., Optimal military strength allocation for campaign between single-kind arms and multi-kind arms, *2009 International Conference on Management Science and Engineering, IEEE.*, pp. 303-308.

ORCIDJong-Hyeon Hwang | <https://orcid.org/0009-0009-7138-8042>Dong-Hyung Lee | <http://orcid.org/0000-0001-8743-858X>