



Research Article

Reflections on the instruction of even and odd numbers in elementary mathematics textbooks

Kim, Leena¹ · Pang, JeongSuk^{2*}

¹Graduate student, Graduate School of Korea National University of Education

²Professor, Korea National University of Education

*Corresponding Author: Pang, JeongSuk (jeongsuk@knue.ac.kr)

ABSTRACT

Even and odd numbers are taught in elementary school mathematics, but the introductory activities, definitions, and properties of sum on even and odd numbers vary depending on which grade they are presented. The purpose of this study was to compare and analyze the activities related to even and odd numbers presented in Korean mathematics textbooks developed under the different curriculum revisions, and to further analyze the related activities in foreign textbooks to draw implications for the teaching of even and odd numbers. In Korean textbooks, from the time of the fourth mathematics curriculum until the 2007 revision, even and odd numbers were covered in the multiples and divisors unit of the fifth grade textbook, while since the 2009 revision, the first grade textbook has covered the topic along with teaching numbers up to 50 or 100. In addition, the definitions of even and odd numbers varied depending on the grade level and the nature of the unit being taught, and activities addressing the properties of sum were only presented in the mathematics textbook under the third curriculum along with a few mathematics workbooks. In foreign textbooks, even and odd numbers were introduced in Grades 1, 2, or 5, and their related activities varied accordingly. Based on these findings, this study discusses the implications for the teaching of even and odd numbers.

Key words: even and odd numbers, elementary school mathematics textbooks, comparative analysis

초등학교 수학 교과서에 제시된 짝수와 홀수의 지도 내용에 대한 고찰

김리나¹ · 방정숙^{2*}

¹한국교원대학교 대학원생 ²한국교원대학교 교수

*교신저자: 방정숙 (jeongsuk@knue.ac.kr)

초록

짝수와 홀수는 초등학교 수학에서 다루지는 내용이지만 어느 학년에서 제시하느냐에 따라 도입하는 활동 및 정의 방식, 짝수와 홀수에 대한 합의 성질을 다루는 활동이 달라진다. 이에 본 연구는 우리나라 수학과 교육과정별 교과서에 제시된 짝수와 홀수 관련 활동을 비교 분석하고, 국외 교과서의 관련 활동을 추가적으로 분석하여 짝수와 홀수의 지도 방안에 대한 시사점을 도출하는 것을 목적으로 하였다. 우리나라 교과서에서는 제4차 수학과 교육과정 시기부터 2007 개정 교육과정까지는 5학년 교과서의 배수와 약수 단원에서 짝수와 홀수를 다루었다. 반면 2009 개정 교육과정 이후로는 1학년 교과서에서 50 또는 100까지의 수를 지도하면서 해당 내용을 다루었다. 또한 짝수와 홀수의 정의는 지도하는 학년과 단원의 특성에 따라 달라졌으며 합의 성질을 다루는 활동은 제3차 수학과 교육과정에 따른 교과서와 일부 수학 익힘에만 제시되었다. 국외 교과서에서는 짝수와 홀수의 지도 시기가 1, 2, 5학년으로 다양하게 나타났으며 그에 따라 제시하는 활동이 모두 다르게 나타났다. 이와 같은 연구의 결과를 바탕으로 본 연구에서는 짝수와 홀수의 지도에 대한 시사점을 논의하였다.

주요어: 짝수와 홀수, 초등학교 수학 교과서, 비교 분석

Received November 02, 2023

Revised November 16, 2023

Accepted November 24, 2023

2000 Mathematics Subject Classification : 97H20

Copyright © 2023 The Korean Society of Mathematical Education.

This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

서론

수를 짝수와 홀수로 분류하는 것은 우리나라 초등학교 1학년 학생들이 수의 성질에 대해서 학습하는 내용 중 하나이다. 하지만 수학교육에서 짝수와 홀수라는 주제는 연구의 주요한 내용 초점이 될 만큼 풍부하지 않다고 여겨질 수 있고(Zazkis, 1998), 실제 주목 받는 연구 주제도 아니다(Edwards, 1992). 그럼에도 불구하고 수 또는 수의 합이 짝수인지 홀수인지를 지칭하는 패리티(parity)는 수학뿐만이 아닌 컴퓨터 공학과 같은 분야에 활용될 수 있어 짝수와 홀수에 대한 이해가 중요하다(Strachota et al., 2023).

그동안 초등학생이나 초등학교 수학 교과서를 대상으로 한 짝수와 홀수 연구는 많지 않았다. 국내에서는 초등학교 수학 교과서에 제시된 짝수와 홀수의 개념 및 성질을 수학적 정당화 관점에서 분석한 Paek (2021)의 연구와 2009 개정 교육과정에 따른 초등학교 1학년 수학 교과서의 수와 연산 영역의 지도 내용 중 일부로 짝수와 홀수에 대해 다룬 Lee 외 (2015)의 연구를 찾아볼 수 있다. 이 중 Paek (2021)은 짝수와 홀수의 정의에 대하여 분석하였는데 2015 개정 교육과정에 따른 1학년 2학기 수학 교과서에 제시된 짝수와 홀수의 직관적인 정의, 즉 “2, 4, 6, 8, 10과 같이 둘씩 짝을 지을 수 있는 수를 짝수라고 합니다. 1, 3, 5, 7, 9와 같이 둘씩 짝을 지을 수 없는 수를 홀수라고 합니다.”(MOE, 2022b, p. 29)를 이후 학년에서 ‘2로 나눈 나머지가 0인 수를 짝수, 1인 수를 홀수’와 같이 다른 방식으로 도입할 것을 제안하였다. 이는 짝수와 홀수 개념을 언제 지도하느냐에 따라서 정의하는 방식이 다를 수 있음을 나타낸다. 다시 말해 나눗셈 및 나머지의 학습 여부에 따라서 짝수와 홀수 개념의 정의 방식이 달라진다. 최근 2022 개정 수학과 교육과정에서는 초등학교 1-2학년군에서 짝수와 홀수에 대하여 다루게 제시되어 있으며 활동에 대한 개괄적인 안내가 포함되어 있다. 이에 우리나라 교육과정 개정 시기 별로 어느 학년 또는 학년군에서 짝수와 홀수 용어를 다루는지, 그에 따라 교과서에서는 어떤 활동을 바탕으로 짝수와 홀수의 개념을 정의하는지를 확인하는 것은 짝수와 홀수의 지도 시기와 그에 따른 내용을 파악하는데 용이하므로 살펴볼 필요가 있다.

한편, 국외 교과서에서도 짝수와 홀수를 다루므로, 본 연구에서의 분석 및 논의를 풍부히 하기 위해 국외 교과서도 보조적으로 분석한다. 구체적으로, 교과서 비교 연구에서 주로 다루는 싱가포르, 일본, 핀란드 교과서를 선정하여 짝수와 홀수 지도 내용을 비교 분석하였다. 또한 짝수와 홀수를 다루는 국외 선행 연구에서는 주로 초등학교 3학년 이하의 학생들을 대상으로 짝수와 홀수를 스스로 정의하게 하고 짝수와 홀수에 대한 합의 성질을 탐색하여 일반화하고 그 과정을 정당화하는 것에 초점을 둔 연구가 있었다(예, Bastable & Schifter, 2017; Strachota et al., 2023). 이러한 연구들은 대체로 짝수와 홀수의 개념을 도입하는 활동은 초등학교 1-3학년에서, 짝수와 홀수에 대한 합의 성질을 다루는 활동은 초등학교 2-3학년에서 제시하고 있었다. 특히 우리나라 교과서에서 연산의 성질을 암묵적으로 다루고 있음을 고려하면, 짝수와 홀수와 관련 있는 성질을 일반화할 수 있는 사례를 논의하는 것은 교육적으로 의미가 있다(Blanton et al., 2011; Paek, 2021). 이에 짝수와 홀수의 지도 내용을 분석할 때, 그 개념을 도입하는 활동과 짝수와 홀수에 대한 합의 성질을 다루는 활동으로 구분하여 분석하였다. 이를 통하여 짝수와 홀수의 개념을 도입하는 활동에 이어 짝수와 홀수에 대한 합의 성질을 탐색하고 정당화하기에 적절한 활동을 학년 수준에 알맞게 살펴보고자 하였다.

이와 같은 연구 배경 및 필요성을 바탕으로 본 연구에서는 초등학교 수학 교과서에 제시된 짝수와 홀수의 지도 내용을 분석하는 것을 주된 목적으로 하였다. 구체적인 연구 문제는 다음과 같다. 첫째, 초등학교 수학 교과서에서 짝수와 홀수의 지도 시기 및 정의는 어떠한가? 둘째, 초등학교 수학 교과서에서 짝수와 홀수의 개념을 도입하는 활동은 어떻게 제시되어 있는가? 셋째, 짝수와 홀수에 대한 합의 성질을 다루는 활동은 어떻게 제시되어 있는가? 이를 위하여 선행 연구를 검토한 결과를 토대로 우리나라 수학과 교육과정별 교과서에 제시된 짝수와 홀수 관련 활동을 그 지도 시기 및 정의, 개념을 도입하는 활동, 짝수와 홀수에 대한 합의 성질을 다루는 활동으로 나누어 분석하였다. 또한 국외 교과서에 제시된 짝수와 홀수 지도 내용도 유사한 기준으로 구분하여 분석하였다. 이를 통하여 학생들에게 짝수와 홀수를 언제 지도할 수 있는지, 지도 시기에 따라 학생들에게 제시할 수 있는 짝수와 홀수의 적절한 정의는 무엇인지, 그리고 어떠한 활동 및 성질을 다루는 것이 가능한지 등에 대해 탐색하고자 하였다. 결과적으로 본 연구에서는 초등학교 학생들을 대상으로 짝수와 홀수에 대한 개념과 합의 성질을 효과적으로 다룰 수 있는 지도 방안을 제안하고자 하였다.

이론적 배경

짝수와 홀수의 지도 내용에 대한 선행 연구 고찰

국내에 비해 짝수와 홀수에 대한 연구가 활발한 국외 연구를 분석한 결과 크게 짝수와 홀수의 개념을 도입하는 활동과 짝수와 홀수에 대한 합의 성질을 다루는 활동으로 나눌 수 있었다. 이에 본 절에서는 이 두 가지 활동에 대한 문헌 분석 결과를 정리한다. 다만 짝수와 홀수의 개념을 도입하는 활동은 지도 시기 및 정의 방식과 직접적으로 연계되어 함께 다루었다.

짝수와 홀수의 개념을 도입하는 활동 및 정의

선행 연구에서 학생들은 짝수와 홀수의 개념을 도입하는 다양한 활동을 통하여 여러 가지 방식으로 짝수와 홀수를 정의할 수 있는 것으로 드러났다. 짝수와 홀수의 개념을 도입하기 위한 활동과 학생들이 활동을 통하여 스스로 정의한 짝수와 홀수의 개념이 무엇인지 제시한 연구를 살펴보면 다음과 같다. 첫째, 짝수와 홀수의 개념을 도입하기 위하여 짝수와 홀수의 개념을 다룰 수 있는 맥락을 제시하거나 돌씩 짝을 만드는 구체적 조작 활동을 통하여 지도한 연구들이 있다. 예를 들어 Bastable와 Schifter (2017)는 학생들의 수학적 사고에 초점을 맞춘 교수 방법의 개발을 지원하기 위해 고안된 프로젝트에 참여했던 교사들의 수업 사례 모음에서 에피소드를 추출하여 정리하였다. 연구에 참여한 한 교사는 1학년 학생들에게 눈사람이 파티에 참석하라는 초대를 받았지만, 파트너 없는 갈 수 없다는 상황을 제시하고, 학생들에게 짝수와 홀수에 대하여 생각해 보도록 하였다. 학생들은 특정한 사례로 눈사람이 6개인 상황과 7개 상황을 가정하여 짝수와 홀수의 개념이 무엇인지 추론하며 규칙을 발견하였고 이후 더 많은 경우에 대해 자신들이 발견한 규칙을 적용하였다.

Strachota 외 (2023)는 짝수와 홀수의 연산에 대한 학생들의 이해에 초점을 두고 구체물을 활용한 수업을 설계하고 분석하였는데, 학생들이 큐브를 세는 것에 의존하지 않고 두 개씩 쌍을 짓는 ‘짝과 남은 것’(pairs and leftovers) 전략을 통해 짝수와 홀수를 분류할 수 있다는 것을 밝혔다. 특히 짝수와 홀수의 의미를 이해하기 어려워하는 1학년 학생에게 특정한 사례인 큐브 5개와 6개를 제시하고, ‘짝과 남은 것’ 전략을 사용하여 주어진 수가 짝수인지 홀수인지 판단하게 하였다. 이후 여러가지 사례를 일반화하면 남은 것이 없는 것은 짝수이고 1개가 남으면 홀수라는 것을 인식할 수 있도록 지도하였다. 그 결과 학생은 임의의 큐브 더미가 주어졌을 때 큐브를 세지 않고 쌍으로 구성하여 주어진 큐브가 짝수인지 홀수인지 확인할 수 있었다. 이외에도 학생들이 분할을 하는 상황을 언급한 경우도 있었는데, 똑같이 나눌 수 있으면 짝수이고 남은 것이 있으면 홀수라고 이야기하였다. 또한 학생들은 주어진 큐브를 타워 형태로 구성하여 타워 2개의 높이가 같으면 짝수이고 다르면 홀수라고 하였다. 연구자들은 학생들에게 ‘점 카드’(dot card)도 제시하였는데 학생들은 정신적 활동을 통하여 점을 재배치하며 주어진 수가 짝수인지 홀수인지 유연하게 판단하였다. 그 외에도 10개 미만의 양에 대하여 손가락을 사용하여 짝수와 홀수를 표현할 수 있었다. 이때 한 손의 손가락을 2개씩 붙여 쌍을 만드는 경우와 양손에서 각각 손가락을 하나씩 붙여 쌍을 만드는 경우가 모두 나타났다.

Isler 외 (2013)는 3학년 학생들을 대상으로 짝수와 홀수의 성질을 탐구하기 위한 수업을 실행하였는데, 학생들은 연결 큐브를 사용하여 특정한 사례에서 짝을 이루는 큐브와 남은 큐브의 수를 세어 함수표에 나타내었다. 그 결과 학생들은 큐브의 짝을 모두 만든 후 짝수는 큐브가 남지 않고 홀수는 큐브 한 개가 남는다는 것을 인식하였다.

정리하면, 짝수와 홀수의 개념을 도입할 때 학생들이 흥미를 보일만한 상황 또는 큐브, 점 카드 등과 같은 구체물을 제시하여 지도하는 것은 짝수와 홀수가 무엇인지 학생들 스스로 알 수 있게 하는데 도움이 되었다. 특히 짝을 이루어야만 하는 상황을 제시하는 것은 1학년 학생들이 짝수와 홀수의 개념을 이해하는데 효과적이었다. 또한 학생들이 큐브로 짝을 짓는 활동은 나눗셈을 학습하지 않은 학생들도 ‘남은 것’에 대한 개념을 자연스럽게 습득하는데 도움이 되었다.

둘째, 짝수와 홀수의 개념을 도입하는 활동에 이어 학생들이 활동을 바탕으로 짝수와 홀수를 스스로 어떻게 정의했는지를 다룬 연구가 있다. Keith (2006)는 2학년 학생들을 대상으로 하여 수학적 논의를 통한 짝수와 홀수의 일반화된 표현을 생성하고 정당화하는 과정을 살펴보았는데, 학생들은 활동을 통하여 짝수와 홀수가 무엇인지 다음과 같이 정의하였다. 1) 블록을 두 개의 동일한 집단

으로 나눌 수 있는 것은 짝수이며 한 집단에 추가 블록이 1개 있는 경우는 홀수이다. 2) 동등하게 분할을 하는 것으로 짝수는 둘로 나누었을 때 남는 것이 없으나 홀수는 하나를 쪼개거나 1개를 남기지 않는 이상 둘로 나눌 수 없다. 3) 두 사람이 공유할 수 있는 금액이 있고 각 사람이 동일한 금액을 갖는 것이 짝수이며 홀수의 경우 금액을 2로 나누면 1이 남는다.

Lin과 Tsai (2016)는 3학년 학생들을 대상으로 짝수와 홀수에 대한 수학적 추측과 정당화를 연구하였는데, 이 연구에서 교사는 1부터 100까지 순서대로 나열한 10×10 수 배열표를 학생들에게 제시하고 패턴을 발견하도록 하였다. 학생들은 ‘짝수에는 친구가 있고 홀수에는 친구가 없다’, ‘짝수는 이중이고 홀수는 단일이다’, ‘짝수는 2, 4, 6, 8, 10, ... 이고 홀수는 1, 3, 5, 7, 9, ... 이다’, ‘짝수는 0, +2, +2, ... 이고 홀수는 1, +2, +2, ... 이다’, ‘짝수는 2개의 집단으로 나누면 1개가 남지 않고 홀수는 1개가 남는다’ 등 다양한 방법으로 짝수와 홀수를 정의하였다. 연구자들은 학생의 응답을 다음과 같이 크게 세 가지로 정리하였다. 1) 두 집단으로 나누었을 때 남지 않으면 짝수이고 하나가 남으면 홀수이다. 2) 두 개씩 묶어냈을 때 남지 않으면 짝수이고 1개가 남으면 홀수이다. 3) 짝수는 0, +2, +2, ... 이고 홀수는 1, +2, +2, ... 이다.

Ball (1993)의 연구에서는 3학년 학생들이 짝수와 홀수를 활동을 통하여 스스로 어떻게 정의하는지 살펴보았는데 연구 결과를 정리하면 다음과 같다. 1) 어떠한 것을 2개씩 동그라미로 묶었을 때 1개가 남는 것은 홀수이고 2개씩 묶인 집단만이 존재하면 짝수이다. 2) 2의 배수는 짝수이고 2의 배수에 1을 더한 것은 홀수이다.

정리하면, 학생들은 짝수와 홀수의 개념을 도입하는 활동을 통하여 스스로 짝수와 홀수가 무엇인지 정의할 수 있었으며, 이를 정리하면 다음과 같다. 1) 둘씩 짝을 지었을 때 남는 것이 없으면 짝수이고 남는 것이 있으면 홀수이다. 2) 2로 나누어떨어지는 수는 짝수이고 2로 나누었을 때 나머지가 1인 수는 홀수이다. 3) 수를 동등하게 분할을 하여 남는 것이 없으면 짝수이고 하나를 쪼개야 하거나 남는 것이 있으면 홀수이다. 4) 0에서 2씩 뛰어 세기를 한 수는 짝수이고 1에서 2씩 뛰어 세기를 한 수는 홀수이다. 5) ‘2, 4, 6, 8, 10, ...’은 짝수이고 ‘1, 3, 5, 7, 9, ...’는 홀수이다.

짝수와 홀수에 대한 합의 성질을 다루는 활동

선행 연구에서 짝수와 홀수에 대한 합의 성질은 기본적으로 ‘(홀수)+(홀수)=(짝수)’, ‘(홀수)+(짝수)=(홀수)’, ‘(짝수)+(홀수)=(홀수)’, ‘(짝수)+(짝수)=(짝수)’를 포함하여 ‘(홀수)+(홀수)+(홀수)=(홀수)’를 다루는 경우가 있었다. 학생들은 짝수와 홀수에 대한 합의 성질을 이해하는 과정에서 우선 구체적 조작 활동을 하였다. 이후 학생들은 특정한 사례를 언급하며 일반화된 결과를 도출하려는 경향이 있었으나 교사가 합의 성질에 대한 정당화를 요구했을 때 모든 사례에 대하여 짝수와 홀수에 대한 합의 성질을 일반화할 수 있었다. 짝수와 홀수에 대한 합의 성질을 다루는 활동의 과정을 구체적으로 살펴보면 다음과 같다.

첫째, 구체적 조작 활동을 통하여 짝수와 홀수에 대한 합의 성질을 다루는 연구가 있다. 이러한 연구에서는 학생들이 큐브 막대나 색연필을 사용하여 합에 대한 성질을 직관적으로 확인할 수 있었다. Strachota 외 (2023)에서 2학년 학생은 두 수의 합이 짝수인지 홀수인지 묻는 질문에 대하여 두 손가락을 짝짓는 전략을 한 번 이상 사용하여 합의 성질을 설명하였다. Schifter 외 (2017)는 3학년 학생들을 대상으로 짝수와 홀수에 대한 수업 사례를 소개하였다. 교사는 짝수와 짝수의 합이 짝수인지 홀수인지 예측하는 활동을 제시하였는데 학생들은 큐브 막대를 활용하여 짝수의 경우 2씩 묶을 수 있으며 두 짝수의 합은 큐브 막대를 이어 하나로 만든 후 다시 2씩 묶어 보면 짝수임을 알 수 있기 때문에 짝수와 짝수의 합은 언제나 짝수라는 것을 알아냈다. Lin과 Tsai (2016)는 3학년 학생들에게 짝수와 홀수에 대한 합의 성질을 알아보는 활동에서 짝수는 검은색, 홀수는 빨간색으로 표시하고 임의의 다양한 수를 써 보게 하여 귀납적으로 성질을 추론할 수 있도록 하였다. 예를 들어 ‘ $17+98=115$ ’를 쓴 학생은 98은 검은색, 17과 115는 빨간색으로 표시하여 직관적으로 규칙을 발견할 수 있게 하였다.

둘째, 수학적 논의를 통하여 짝수와 홀수에 대한 합의 성질을 탐색하는 연구가 있다. 이러한 연구에서는 학생들이 특정한 사례를 통하여 짝수와 홀수에 대한 합의 성질을 일반화하려는 경향을 보였다. 예를 들어 Keith (2006)에서 2학년 학생들은 ‘(짝수)+(짝수)=(짝수)’라는 성질을 탐색할 때 31개의 사례를 제시하였는데 ‘ $68+50=118$ ’, ‘ $88+26=114$ ’, ‘ $46+70=116$ ’과 같은 30개의 사례와 ‘ $0+0=0$ ’까지 언급하였다. 이때 0이 짝수인지 홀수인지에 대한 이견이 발생하였는데 학생들은 홀수와 짝수가 반복되는 패턴이기 때문에 0은 짝수라는 의견, 0을 두 개의 동일한 집단으로 나누면 각 집단에 0이 똑같이 있기 때문에 0이 짝수라는 의견을 제시하였다. 이러

한 방법으로 학생들은 '(홀수)+(홀수)=(짝수)', '(홀수)+(홀수)+(홀수)=(홀수)'에 대해서도 특정한 사례를 제시하며 합의 성질을 정당화하여 설명하였다. 이와 관련하여 Bastable과 Schifter (2017)에서는 2학년 학생들이 0이 짝수인지 홀수인지에 대한 의문을 제기했고 더해지는 두 수 중 하나가 0인 몇 가지 사례를 확인하고 규칙이 유지되기 위해서는 0이 짝수가 되어야 한다고 결정하였다. 이렇듯 학생들이 짝수와 홀수에 대한 합의 성질을 특정한 사례를 활용하여 일반화한다는 것은 실태 조사에서도 나타났다. 구체적으로, Isler 외 (2013)에서는 짝수와 홀수에 대한 수업을 하기 전 실시한 3학년 학생 170명을 대상으로 한 사전 조사에서 '(홀수)+(홀수)+(홀수)'의 결과가 왜 항상 홀수인지 설명하는 문항을 제시하였다. 21%의 학생들은 '3+5+7=15'와 같은 특정한 사례를 근거로 들어 결과가 홀수라고 설명한 반면 단 5%의 학생만이 두 개의 홀수를 더하면 짝수가 되고 거기에 세 번째 홀수를 더하면 홀수이기 때문에 항상 결과는 홀수라고 설명하였다.

한편, 학생들은 자신이 추측한 짝수와 홀수에 대한 합의 성질을 모든 사례에 적용할 수 있는지 확인하도록 하는 교사의 안내에 따라 자신들의 주장을 정당화할 수 있었다. Lin과 Tsai (2016)에서 교사는 3학년 학생들이 발견한 짝수와 홀수에 대한 합의 성질이 사실인지 확인하기 위해 학생들의 추측에 대한 정당화를 요구하였고 학생들은 스스로 찾은 정의를 사용하여 자신들의 언어로 성질을 설명하였다. 예를 들어 '(홀수)+(홀수)=(짝수)'에 대한 정당화 과정에서 학생들은 '홀수는 친구가 없지만 두 홀수가 모이면 친구가 된다', '홀수를 2로 나누고 나면 1이 더 생기기 때문에 홀수와 홀수를 더하면 짝수이다', '홀수는 1+2+2+... 이므로 (홀수)+(홀수)=1+2+2+...+1+2+2+... 이므로 짝수가 된다'와 같이 설명하였다. 학생들은 '1234'가 짝수인지 홀수인지 묻는 교사의 발문에 대하여 '1234=1000+200+300+4'이고 1000, 200, 30, 4가 모두 짝수이므로 짝수끼리의 합은 짝수라고 설명하기도 하였다. Isler 외 (2013)에서는 교사가 학생들이 생성한 '(짝수)+(짝수)=(짝수)'라는 추측에 대하여 그것이 항상 모든 수에 적용되는지 생각하게 하였다. 학생들은 그에 관한 수학적 논의를 거쳐 짝수는 남은 큐브가 없기 때문에 항상 짝을 이루는 큐브만 있고 이를 합하여도 항상 짝을 이루는 큐브만 있다고 말하며, 특정한 사례에 초점을 두지 않고 모든 사례에 대하여 성질을 일반화할 수 있었다. Ball (1993)에서의 학생들은 짝수와 홀수를 더하면 항상 홀수라는 것을 증명하는 문제에 대하여 교사가 그렇게 생각하는 이유를 물었을 때 수는 영원히 계속되기 때문에 모든 것을 확인할 수 없어 항상 참이라고 이야기할 수 없다고 하는 사례도 있었다.

정리하면 초등학교 3학년 이하의 학생들에게 짝수와 홀수에 대한 합을 일반화하여 표현하게 하고 정당화하게 하는 활동은 가능함을 알 수 있다. 또한 짝수와 홀수에 대한 합의 성질을 학습할 때는 주로 짝수와 홀수의 개념을 도입하는 활동의 연장선에서 구체적인 조작 활동을 하는 경우가 많았다. 학생들은 합의 성질을 설명할 때 주로 귀납적인 추론을 사용하였는데 다양한 사례를 제시하고 이를 바탕으로 설명하려고 하는 경향이 있었다. 이후 교사가 학생들이 추측한 합의 성질에 대한 정당화를 요구하였을 때 비로소 학생들은 모든 사례에 대하여 자신의 추측이 옳다는 것을 증명하고자 하였으며 일반화하여 규칙을 표현할 수 있었다.

교육과정에 제시된 짝수와 홀수에 대한 내용

본 연구는 초등학교 수학 교과서에서 짝수와 홀수에 대한 내용을 어떻게 다루고 있는지 분석하는 것을 목적으로 하므로 우선 우리나라 역대 수학과 교육과정에서 해당 내용이 어떻게 제시되었는지 살펴보았다. 제3차 수학과 교육과정에 따른 교과서에서부터 짝수와 홀수가 다루졌으나, 짝수와 홀수에 대한 내용이 교육과정에 처음 포함된 시기는 제7차 수학과 교육과정의 3번째 부분 개정 때였고(MEHRD, 2003c), 후속 교육과정에서는 지속적으로 포함되었다. 다만 성취기준에 짝수와 홀수가 포함되지는 않았고, 용어와 기호, 학습 요소 등에서 언급되고 있었다. 이를 자세히 살펴보면 다음과 같다.

우선 제7차와 2007 개정 수학과 교육과정에서는 5학년의 수와 연산 영역에서 용어와 기호로 짝수와 홀수를 제시하였으나 이에 따른 교수·학습상의 유의점은 제시되지 않았다. 2009 개정 수학과 교육과정에서는 1~2학년군의 수와 연산 영역에서 용어와 기호로 짝수와 홀수를 제시하였다. 또한 교수·학습상의 유의점으로 “수 세기가 필요한 장면에서 묶어 세기, 뛰어 세기의 방법으로 수를 세어 보고, 실생활 장면에서 짝수와 홀수를 직관적으로 이해하게 한다.”(MEST, 2012b, p. 12)라고 제시하였다. 이는 기존에 5학년에서 다루던 내용과는 달리 학년 수준에 적합하게 짝수와 홀수를 실생활 맥락에서 직관적으로 이해하게 할 필요가 있음을 의도한 것으로 간주할 수 있다. 2015 개정 수학과 교육과정에서는 학습 요소로 짝수와 홀수를 제시하였고 교수·학습 방법 및 유의 사항은 2009 개정 수학과 교육과정과 동일한 내용이 제시되었다. 2022 개정 수학과 교육과정에서는 성취기준 적용시 고려 사항으로 수와 연산

영역에서 용어와 기호로 짝수와 홀수를 다룬다는 내용이 포함되었다. 또한 “짝수와 홀수는 20 이하의 수의 범위에서 다루고, 실생활 상황에서 돌씩 묶어 보는 활동을 통하여 짝수와 홀수를 직관적으로 이해하게 한다.”(MOE, 2022b, p. 12)라고 제시하였다. 이는 짝수와 홀수에 대한 학습 내용, 즉 다루어야 하는 수의 범위 및 실생활 맥락을 고려하여 주어진 대상을 돌씩 묶어보는 활동으로 짝수와 홀수의 개념을 도입하는 방법을 안내한 것으로 간주할 수 있다.

정리하면 우리나라 역대 수학과 교육과정에서는 짝수와 홀수에 대한 성취기준을 제시하고 있지는 않았지만 점차적으로 용어와 기호(또는 학습 요소), 교수·학습상의 유의점(또는 교수·학습 방법 및 유의 사항), 성취기준 적용시 고려사항에서 해당 내용이 구체화되고 있음을 알 수 있다. 특히 2022 개정 수학과 교육과정에서는 학습 내용에 대하여 가장 구체적으로 제시하였다.

연구 방법

분석 대상

본 연구는 짝수와 홀수의 지도 내용을 중심으로 국내의 수학 교과서를 분석한 것이다. 이때 우리나라의 수학과 교육과정별로 짝수와 홀수를 다루는 시기가 다르고 어느 학년에서 지도하느냐에 따라 개념의 정의 방식이나 관련 활동이 달라지므로, 역대 수학과 교육과정별로 개발된 교과서 및 수학 익힘을 분석하였다. 다만 제1차, 제2차 수학과 교육과정에서는 짝수와 홀수를 다루지 않아 제3차 수학과 교육과정에 따른 교과서(이하 제3차 교과서)부터 2015 개정 교과서까지 분석하였다. 제3차 교과서는 2학년 1학기(MOE, 1979), 제4차 교과서는 5학년 1학기(MOE, 1983), 제5차 교과서는 5학년 1학기(MOE, 1993), 제6차 교과서는 5학년 1학기(MOE, 1997a), 제7차 교과서는 5학년 1학기(MEHRD, 2003a), 2007 개정 교과서는 5학년 1학기(MEST, 2012a), 2009 개정 교과서는 1학년 1학기(MOE, 2015), 2015 개정 교과서는 1학년 2학기(MOE, 2022a)를 분석 대상으로 선정하였다. 이때 추가적인 활동을 살펴보기 위하여 수학 익힘과 지도서를 보조적으로 살펴보았다.

국외 교과서는 교과서 국제 비교연구에서 주로 다루는 싱가포르, 일본, 핀란드의 수학 교과서를 분석하여 짝수와 홀수 지도와 관련된 다양한 활동을 살펴보고자 하였다. 구체적으로 싱가포르는 ‘My pals are here! Maths 2A, Pupil’s Book’ (Kheong et al., 2015), 일본은 ‘Study with your friends Mathematics, 5-1’ (Hitotsumatsu et al., 2020), 핀란드는 ‘핀란드 1학년 수학 교과서, 1-1, 1-2’ (Forsback et al., 2014, 2015)를 분석하였다. 이들 교과서는 다양한 학년에서 짝수와 홀수를 다루기 위한 활동을 담고 있어 비교 분석하기에 적절하다고 판단하였다.

자료 분석

본 연구에서는 선행 연구에서 제시된 짝수와 홀수를 지도하는 방법에 대하여 살펴본 결과를 참고하여 짝수와 홀수의 지도 시기 및 정의, 짝수와 홀수의 개념을 도입하기 위한 활동, 짝수와 홀수에 대한 합의 성질을 다루는 활동으로 나누어 분석하였다. 우리나라 교과서의 경우 일반적으로 짝수와 홀수에 대한 정의는 짝수와 홀수의 개념을 도입하는 활동 이후에 제시되지만, 먼저 교육과정별로 정의의 변천을 분석하는 것이 짝수와 홀수 지도에 대한 전반적인 흐름을 이해하기에 용이하다고 판단하여 분석의 결과를 먼저 제시하였다. 국외 교과서의 경우도 같은 흐름으로 분석하면서 우리나라 교과서에 제시된 짝수와 홀수의 지도 내용에 대해 대안적인 활동이나 시사점을 제공할 수 있는지 부가적으로 탐색하였다.

연구 결과

우리나라 교과서에 제시된 짝수와 홀수의 지도 내용 분석

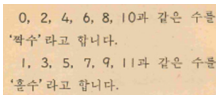
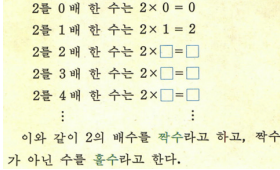
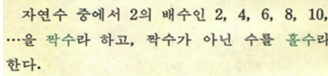
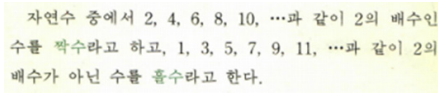
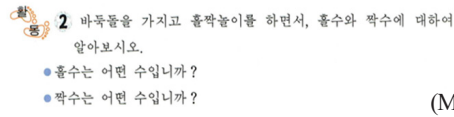
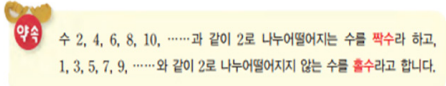
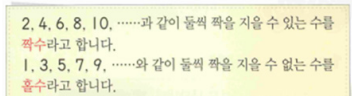
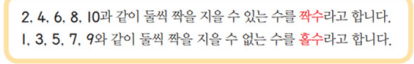
우리나라 교과서에 제시된 짝수와 홀수의 지도 내용을 분석하기 위하여 제3차 교과서부터 2015 개정 교과서까지 살펴본 결과, 대

개 짝수와 홀수의 개념을 도입하기 위한 활동을 제시한 후 짝수와 홀수를 정의하였다. 그 이후 제시된 수에서 짝수나 홀수를 고르거나 짝수나 홀수를 쓰는 활동을 제시하였으나 교과서별로 큰 차이가 없었다. 짝수와 홀수에 대한 합의 성질은 제3차 교과서에서만 다루었으며, 특정 교육과정 시기의 수학 익힘에서 합의 성질을 다루는 내용이 제시되어 있었다.

짝수와 홀수의 지도 시기 및 정의

Table 1 은 제3차 교과서부터 2015 개정 교과서에 제시된 짝수와 홀수의 지도 시기 및 정의를 정리한 것이다. 제3차 교과서는 2학년, 제4차부터 2007 개정 교과서는 5학년, 2009 개정과 2015 개정 교과서에서는 1학년에서 짝수와 홀수에 대한 내용을 제시하였다. 짝수와 홀수의 정의는 지도하는 학년에 따라서 다르게 나타났다.

Table 1. When to teach and how to define even and odd numbers in the textbooks developed according to the mathematics curriculum revisions

Curriculum	When to teach*	How to define
3rd	2-1-4. Sets and partitions (Unspecified lesson)	 <p>(MOE, 1979, p. 60)</p>
4th	5-1-3. Multiples and divisors (Lesson 7) Let's think about multiples of 2	 <p>(MOE, 1983, p. 52)</p>
5th	5-1-1. Multiples and divisors (Lesson 1) Multiples, even and odd numbers	 <p>(MOE, 1993, p. 10)</p>
6th	5-1-1. Multiples and divisors (Lesson 2) Even and odd numbers	 <p>(MOE, 1997a, p. 6)</p>
7th	5-1-1. Multiples and divisors (Lesson 3) Let's think about the relationship between multiples and divisors	 <p>(MEHRD, 2003a, p. 11)</p>
2007 revision	5-1-1. Divisors and multiples (Lesson 2) Let's think about the multiples	 <p>(MEST, 2012a, p. 7)</p>
2009 revision	1-1-5. Numbers up to 50 (Lesson 8) Let's think about even and odd numbers	 <p>(MOE, 2015, p. 169)</p>
2015 revision	1-2-1. Numbers up to 100 (Lesson 8) Let's think about even and odd numbers	 <p>(MOE, 2022a, p. 29)</p>

*2-1-4 means 2nd grade, 1st semester, 4th unit.

먼저 지도 시기를 살펴보면 제3차 교과서에서는 2학년 1학기 집합과 분할 단원에서 짝수와 홀수를 다루었으나 제4차 교과서부터 2007 개정 교과서에서는 공통적으로 5학년 1학기 배수와 약수(또는 약수와 배수) 단원에서 짝수와 홀수를 다루었다. 2009 개정 교육과정 이후에는 1학년 1학기나 2학기에서 50 또는 100까지의 수를 다루는 단원에서 짝수와 홀수를 다루었다. 이는 2009 개정 수학과 교육과정에서 초등학교 1~2학년군의 용어로 짝수와 홀수가 포함되고, 교수·학습상의 유의점으로 “실생활 장면에서 짝수와 홀

수를 직관적으로 이해”하게 한다는 내용이 포함되어 있어 짝수와 홀수의 도입 시기가 5학년에서 1학년으로 이동한 것으로 이해할 수 있다. 그러나 Lee 외 (2015)에서 지적한 바와 같이 1학년에서 짝수와 홀수가 도입된 근거는 명확하지 않다.

다음으로 교육과정 시기별로 교과서에 제시된 짝수와 홀수의 정의를 살펴보면, 제7차 교과서를 제외하고 모든 교과서에서 짝수와 홀수에 대한 정의를 제시하고 있는 것을 알 수 있다. 이에 제7차 교과서를 먼저 살펴보면, 5학년에 1학기에 배수와 약수의 관계를 이용하여 약수를 구하는 활동을 제시한 후 홀수와 짝수에 대하여 알아보게 하였다. Table 1에서 알 수 있듯이 ‘홀짝놀이’를 통하여 학생들이 홀수와 짝수의 개념을 알고 있다는 전제하에 활동을 구성한 것으로 보인다. 해당 지도서에 학습 목표로 짝수가 2의 배수임을 아는 것과 짝수가 아닌 자연수가 홀수임을 안다고 제시한 것으로 보아 2로 나누어떨어지는 수와 그렇지 않은 수로 짝수와 홀수를 정의하고자 의도한 것으로 보인다(MEHRD, 2003b).

제7차 교과서 이외의 교과서에서 제시된 짝수와 홀수의 정의를 살펴보면, 제3차, 제4차 교과서를 제외하고 0은 다루지 않고 있다. 또한 ‘2, 4, 6, 8, 10’, ‘1, 3, 5, 7, 9’와 같은 표현은 제4차, 제7차 교과서를 제외하고 모두 사용하였다. 이와 같은 유사점에도 불구하고 정의를 설명하는 방식이 다른 점이 있어서 이에 대하여 자세히 살펴볼 필요가 있다.

교육과정 개정 시기별로 교과서에 제시한 짝수와 홀수의 정의는 크게 세 가지로 정리할 수 있다. 첫째, 2의 배수는 짝수이고 짝수가 아닌 수는 홀수이다. 이때 2의 배수는 2로 나누어떨어지는 수, 짝수가 아닌 수는 2의 배수가 아닌 수 또는 2로 나누어떨어지지 않는 수와 동일한 의미를 갖는다고 볼 수 있다. 이러한 정의는 제4차, 제5차, 제6차, 2007 개정 교과서에서 사용하였다. 이들 교과서는 5학년 1학기 약수와 배수(배수와 약수)를 다루는 과정에서 다루어졌는데 배수에 대하여 다루는 과정에서 짝수와 홀수를 도입하였다. 대부분 2의 배수를 다루는 과정에서 해당 내용을 제시하고 있었다. 하지만 제4차 교과서의 경우 제3차 교과서에서 제시한 것과 유사하게 집합의 관점도 포함하여 내용을 제시하였는데, 다음 차시에서 배우는 내용을 살펴보면 짝수 집합과 홀수 집합의 교집합이 공집합이라는 내용을 다루고 있어 짝수와 홀수의 개념과 공집합에 대한 학습을 연계한 것을 알 수 있다.

둘째, 둘씩 짝을 지을 수 있는 수는 짝수이고 둘씩 짝을 지을 수 없는 수는 홀수이다. 이러한 정의는 2009, 2015 개정 교과서에서 사용하였으며 각각 1학년 1학기 2학기에 짝수와 홀수를 도입하였다. 두 교과서에서는 각각 50까지의 수, 100까지의 수를 다루는 단원이라는 차이점이 있지만 수의 순서와 크기를 알아본 후 짝수와 홀수를 제시하였다는 공통점이 있었다. 또한 2015 개정 교과서에서는 제3차 교과서와 마찬가지로 ‘...’을 사용하지 않았다는 특징이 있다.

셋째, 2, 4, 6, 8, 10, 12와 같은 수는 짝수이고 1, 3, 5, 7, 9, 11과 같은 수는 홀수이다. 이러한 정의는 제3차 교과서에서 사용하였다. 제3차 교과서는 2학년 1학기 집합과 분할 단원을 학습하며 짝수와 홀수를 제시하였는데 ‘0’을 짝수에 포함하여 정의하였다는 것이 가장 특징적이다. 제5차, 제6차 교과서에서는 다루는 수를 ‘자연수’로 한정하여 0을 다루지 않았지만 다른 교육과정에 따른 교과서에서 수의 범위를 한정하지 않고 ‘0’에 대한 언급이 없는 것과 구별되는 부분이라고 볼 수 있다.

짝수와 홀수의 개념을 도입하는 활동

짝수와 홀수의 개념을 도입하는 활동은 앞 절에서 살펴본 짝수와 홀수의 정의와 밀접하게 연관된다. 구체적으로, 2의 배수(또는 2로 나누어떨어지는 수)를 짝수로 정의하는 경우는 개념을 도입하는 활동으로 2의 배수를 포함하는 곱셈식을 제시하거나 수 배열표를 제시하였다. 둘씩 짝을 지을 수 있는 수를 짝수로 정의하거나 2, 4, 6, 8, 10, 12와 같은 수를 짝수로 정의하는 경우는 둘씩 짝을 짓는 활동이나 2씩 묶는 활동을 제시하였다. 짝수와 홀수의 개념을 도입하는 활동을 자세히 살펴보면 다음과 같다.

첫째, 제4차와 제5차 교과서에서는 ‘2의 배수’에 초점을 두고 짝수와 홀수를 분류하기 위하여 2의 배수를 포함하는 곱셈식을 활용한 활동을 제시하였다. Table 2와 같이 제4차 교과서에서는 짝수와 홀수를 정의하기 위한 몇 가지 특정한 사례를 제시하였다. 즉 짝수와 홀수의 개념을 도입하는 활동은 별반 제시하지 않은 것으로 볼 수 있다. 이에 비하여 제5차 교과서에서는 서 있는 어린이와 앉아 있는 어린이를 번갈아 가며 제시하였고 앉아 있는 어린이의 번호를 곱셈식으로 만들어 그 수들이 모두 2의 배수임을 알게 하였다. 이를 통해 학생들은 짝수와 홀수가 번갈아 나온다는 성질도 학습할 수 있을 것으로 보인다. 다만 두 활동 모두 짝수의 성질만을 다루고 있어 이 활동을 통해서 홀수의 성질을 알기 어렵다. 이러한 이유로 두 교과서에서는 홀수를 짝수가 아닌 수로 정의한 것으로 보인다.

Table 2. Activities to introduce even and odd numbers with a focus on ‘multiples of 2’

Curriculum	4th	5th
Activity	<p>2를 0 배 한 수는 $2 \times 0 = 0$ 2를 1 배 한 수는 $2 \times 1 = 2$ 2를 2 배 한 수는 $2 \times \square = \square$ 2를 3 배 한 수는 $2 \times \square = \square$ 2를 4 배 한 수는 $2 \times \square = \square$ ⋮ 이와 같이 2의 배수를 짝수라고 하고, 짝수가 아닌 수를 홀수라고 한다.</p>	<p>짝수와 홀수를 알아보자.</p> <p>앞아 있는 어린이의 번호를 써 보아라.</p> <p>2의 배수</p>
	(MOE, 1983, p. 52)	(MOE, 1993, p. 10)

둘째, 제6차와 제7차 및 2007 개정 교과서에서는 ‘2의 배수’에 초점을 두고 짝수와 홀수를 분류하기 위하여 수 배열표를 활용한 활동을 제시하였다. 제6차 교과서에서는 2의 배수에 ○표가 되어 있는 수 배열표를 제시한 후 ‘2의 배수는 2, 4, 6, 8, 10, 12, … 이다’라고 정리하고 특별한 발문은 제시하지 않았다. 즉, 수 배열표를 활용하였으나 짝수와 홀수의 개념을 도입하기 위해 학생들이 할 수 있는 활동은 많지 않아 보인다. 제7차 교과서에서는 Table 3 과 같이 수 배열표의 짝수에 표시하고 짝수가 2의 배수인지, 짝수가 아닌 자연수가 홀수라고 할 수 있는지를 제시하였다. 이때 짝수가 아닌 자연수를 홀수라고 명시하였으나 홀수의 성질에 대해서 알아보는 발문을 제시하지는 않았다. 다만 약수와 배수의 관계를 알아보는 차시라는 점, 활동 2에서 Table 1 에 제시한 것과 같이 짝수와 홀수를 학생들이 미리 알고 있다고 가정한 점을 고려하였을 때 해당 활동이 개념 도입으로 간주할 수 있는지는 재고의 여지가 있다.

이에 비하여 2007 개정 교과서에서는 동일한 수 배열표를 제시하였지만 귀납적인 추론을 의도한 것으로 보인다. 구체적으로 1부터 20까지의 수 중 ○표를 한 수를 살펴보고 그 특징을 추측하여 이야기하도록 하였으며, ○가 되지 않은 수에 대해서도 특징을 이야기하게 하였다. 이는 짝수와 홀수의 개념을 각각 탐색하게 의도한 것으로 볼 수 있다. 또한 학생들은 배수를 알아보는 차시에 해당 내용이 포함되어 있고 활동 1, 2에서 배수에 대하여 학습하였기 때문에 ○한 수들의 특징이 ‘2의 배수’라는 것을 어렵지 않게 발견할 수 있을 것으로 볼 수 있다. 다만 해당 발문에 대해 예상되는 학생들의 응답인 ‘2의 배수’, ‘2의 배수가 아닌 수’를 정의에서 사용하지 않고 ‘2로 나누어떨어지는’, ‘2로 나누어떨어지지 않는’으로 바꾸어 제시하였다.

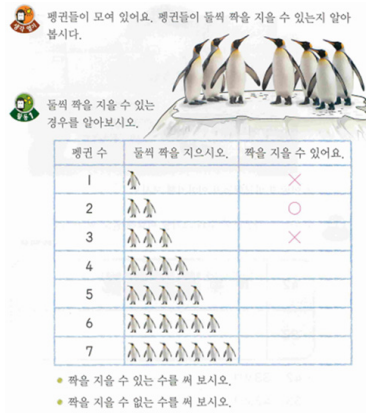
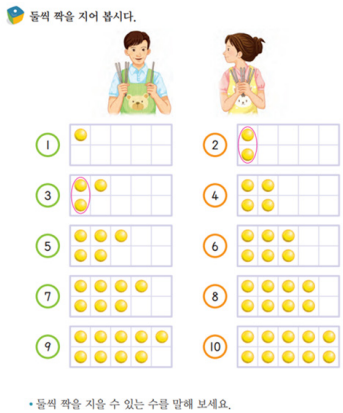
Table 3. Other activities to introduce even and odd numbers with a number chart

Curriculum	7th	2007 revision																																																																																																				
Activity	<p>활동 3 수 배열표를 보고, 홀수와 짝수에 대하여 알아보시오.</p> <p>● 1에서 50까지의 자연수 중에서 짝수에 ○표 하시오.</p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td></tr> <tr><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td></tr> <tr><td>21</td><td>22</td><td>23</td><td>24</td><td>25</td><td>26</td><td>27</td><td>28</td><td>29</td><td>30</td></tr> <tr><td>31</td><td>32</td><td>33</td><td>34</td><td>35</td><td>36</td><td>37</td><td>38</td><td>39</td><td>40</td></tr> <tr><td>41</td><td>42</td><td>43</td><td>44</td><td>45</td><td>46</td><td>47</td><td>48</td><td>49</td><td>50</td></tr> </table> <p>● 짝수는 2의 배수입니까? ● 짝수가 아닌 자연수를 홀수라고 할 수 있습니까?</p>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	<p>활동 3 수 배열표를 보고 짝수와 홀수에 대하여 알아보시오.</p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td></tr> <tr><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td></tr> <tr><td>21</td><td>22</td><td>23</td><td>24</td><td>25</td><td>26</td><td>27</td><td>28</td><td>29</td><td>30</td></tr> <tr><td>31</td><td>32</td><td>33</td><td>34</td><td>35</td><td>36</td><td>37</td><td>38</td><td>39</td><td>40</td></tr> <tr><td>41</td><td>42</td><td>43</td><td>44</td><td>45</td><td>46</td><td>47</td><td>48</td><td>49</td><td>50</td></tr> </table> <p>● 1부터 20까지의 수 중에서 ○표 한 수들은 어떤 특징이 있습니까? ● 1부터 20까지의 수 중에서 ○표 하지 않은 수들은 어떤 특징이 있습니까? ● 21부터 50까지의 수 중에서 ○표 한 수들의 특징에 맞는 수를 찾아 ○표 하시오.</p>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10																																																																																													
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20																																																																																													
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30																																																																																													
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40																																																																																													
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50																																																																																													
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10																																																																																													
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20																																																																																													
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30																																																																																													
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40																																																																																													
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50																																																																																													
	(MEHRD, 2003a, p. 75)	(MEST, 2012a, p. 7)																																																																																																				

셋째, 제3차와 2009 개정과 2015 개정 교과서에서는 ‘둘씩 짝을 지을 수 있는’에 초점을 두고 짝수와 홀수를 분류하기 위하여 제시된 그림을 두 개씩 묶는 활동을 제시하였다. 하지만 2009 개정과 2015 개정 교과서에서 사용한 정의와 제3차 교과서에서 사용한 정의는 달랐다. 우선 2009 개정과 2015 개정 교과서에서는 ‘둘씩 짝을 지을 수 있는’이라는 것에 초점을 두고 짝수와 홀수를 분류하였다. Table 4 와 같이 두 교과서에서는 직접 둘씩 짝을 짓게 활동을 구성하였는데 2009 개정 교과서에서는 Bastable와 Schifter (2017)의


연구에서 제시한 수학적 상황보다는 구체적이지 않지만 펭귄이 짝을 짓는다는 상황을 의도한 것으로 보인다. 2015 개정 교과서에서는 특별한 수학적 상황을 제시하지는 않았지만 수판을 제시하여 학생들이 구체적 조작 활동을 할 수 있게 하였다. 두 교과서의 발문은 모두 ‘둘씩 짝을 지을 수 있는 수’에 초점을 두고 있는데 홀수의 경우도 1을 제외하고 다른 홀수들은 짝이 된 쌍이 존재한다. 예를 들어 3의 경우 2개가 한 쌍이 되었고 1개가 남는다. 또한 2015 개정 교과서에서는 정의에서 ‘둘씩 짝을 지을 수 없는 수’를 홀수라고 명명하였는데 짝을 지을 수 없는 수를 말해보는 발문은 제시되지 않았다.

Table 4. Activities to introduce even and odd numbers with a focus on ‘being able to pair up’

Curriculum	2009 revision	2015 revision																								
Activity	 <p> 펭귄들이 모여 있어요. 펭귄들이 둘씩 짝을 지을 수 있는지 알아보시다. 둘씩 짝을 지을 수 있는 경우를 알아보시오. </p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>펭귄 수</th> <th>둘씩 짝을 지으시오.</th> <th>짝을 지을 수 있어요.</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td></td> <td>×</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td></td> <td>○</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td></td> <td>×</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>5</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>6</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>7</td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p> • 짝을 지을 수 있는 수를 써 보시오. • 짝을 지을 수 없는 수를 써 보시오. </p>	펭귄 수	둘씩 짝을 지으시오.	짝을 지을 수 있어요.	1		×	2		○	3		×	4			5			6			7			 <p> 둘씩 짝을 지어 봅시다. </p> <p> 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 </p> <p>• 둘씩 짝을 지을 수 있는 수를 말해 보세요.</p>
펭귄 수	둘씩 짝을 지으시오.	짝을 지을 수 있어요.																								
1		×																								
2		○																								
3		×																								
4																										
5																										
6																										
7																										
	(MOE, 2015, p. 168)	(MOE, 2022a, p. 29)																								

제3차 교과서는 다른 교육과정에 따른 교과서와는 달리 ‘0, 2, 4, 6, 8, 10과 같은 수는 짝수이고 1, 3, 5, 7, 9, 11과 같은 수는 홀수’라는 예시적 정의를 사용하였다. 구체적으로 Table 5와 같이 ‘2씩 묶어 보세요’라는 활동을 제시하였으며 모두 짝수인 경우만을 제시하였다. 이후 바로 짝수와 홀수를 정의하였으며 빈 칸에 짝수와 홀수를 차례로 각각 쓰게하여 수를 분류하는 활동을 제시하였다. 다만 정의에서 짝수에 0이 들어가는 이유와 홀수는 어떠한 개념이 있는지 해당 활동만으로는 알기 어렵다.

Table 5. Activities to introduce even and odd numbers with a focus on ‘nothing left after pairing up’

Curriculum	3rd																	
Activity	 <p>2씩 묶어 보시오.</p> <p>(MOE, 1979, p. 59)</p>	<p>(1) 빈 칸에 짝수를 차례로 쓰시오.</p> <table border="1"> <tr> <td>0</td> <td>2</td> <td>4</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <p>(2) 빈 칸에 홀수를 차례로 쓰시오.</p> <table border="1"> <tr> <td>1</td> <td>3</td> <td>5</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <p>(MOE, 1979, p. 60)</p>	0	2	4						1	3	5					
0	2	4																
1	3	5																

짝수와 홀수에 대한 합의 성질을 다루는 활동

제3차 교과서부터 2015 개정 교과서까지 살펴본 결과 대부분의 활동은 짝수와 홀수의 개념을 도입하는 활동과 주어진 수들에서 짝수와 홀수를 고르거나 쓰는 활동으로 구성되어 있었으며 제3차 교과서에서만 짝수와 홀수에 대한 합의 성질에 대한 활동을 다루었다. Table 6을 살펴보면 짝수와 홀수에 대한 합의 성질을 순차적으로 제시하고 있음을 알 수 있다. 우선 짝수의 덧셈표를 제시한 후 두 짝수의 합이 무슨 수인지 찾게 하는 발문을 통하여 ‘(짝수)+(짝수)=(짝수)’라는 성질을 알 수 있게 제시하였다. 다음으로 홀수의 덧셈표를 제시한 후 같은 방법으로 ‘(홀수)+(홀수)=(짝수)’라는 성질을 학생들이 스스로 발견할 수 있도록 하였다. 이후 짝수와 홀수의 덧셈표를 제시하여 ‘(홀수)+(짝수)=(홀수)’라는 성질을 다루었다. 이러한 일련의 과정을 통하여 학생들은 귀납적인 추론을 통하여 짝수와 홀수에 대한 합의 성질을 단계적으로 학습할 수 있었을 것으로 유추된다.

Table 6. Activities dealing with the properties of operations on even and odd numbers (1)

Curriculum	3rd																																																																																																																																																																																																																																																					
Activity	<p>(4) 다음은 짝수의 덧셈표입니다.</p> <table border="1"> <tr><th>+</th><th>0</th><th>2</th><th>4</th><th>6</th><th>8</th><th>10</th><th>12</th><th>14</th></tr> <tr><th>0</th><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><th>2</th><td></td><td></td><td>6</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><th>4</th><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><th>6</th><td></td><td></td><td></td><td></td><td>14</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><th>8</th><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><th>10</th><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><th>12</th><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><th>14</th><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table> <p>(가) 빈 칸에 알맞은 수를 넣으시오. (나) 두 짝수의 합은 무슨 수입니까?</p> <p>(MOE, 1979, p. 60)</p>	+	0	2	4	6	8	10	12	14	0									2			6						4									6					14				8									10									12									14									<p>(5) 다음은 홀수의 덧셈표입니다.</p> <table border="1"> <tr><th>+</th><th>1</th><th>3</th><th>5</th><th>7</th><th>9</th><th>11</th><th>13</th><th>15</th></tr> <tr><th>1</th><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><th>3</th><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><th>5</th><td></td><td></td><td>8</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><th>7</th><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><th>9</th><td></td><td></td><td></td><td>14</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><th>11</th><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><th>13</th><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><th>15</th><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table> <p>(가) 빈 칸에 알맞은 수를 넣으시오. (나) 두 홀수의 합은 무슨 수입니까?</p> <p>(MOE, 1979, p. 61)</p>	+	1	3	5	7	9	11	13	15	1									3									5			8						7									9				14					11									13									15									<p>(6) 다음은 덧셈표입니다.</p> <table border="1"> <tr><th>+</th><th>0</th><th>2</th><th>4</th><th>6</th><th>8</th><th>10</th><th>12</th><th>14</th></tr> <tr><th>1</th><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><th>3</th><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><th>5</th><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><th>7</th><td></td><td></td><td></td><td>11</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><th>9</th><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><th>11</th><td></td><td></td><td></td><td></td><td>17</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><th>13</th><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><th>15</th><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table> <p>(가) 빈 칸에 알맞은 수를 넣으시오. (나) 홀수와 짝수의 합은 무슨 수입니까?</p> <p>(MOE, 1979, p. 62)</p>	+	0	2	4	6	8	10	12	14	1									3									5									7				11					9									11					17				13									15								
+	0	2	4	6	8	10	12	14																																																																																																																																																																																																																																														
0																																																																																																																																																																																																																																																						
2			6																																																																																																																																																																																																																																																			
4																																																																																																																																																																																																																																																						
6					14																																																																																																																																																																																																																																																	
8																																																																																																																																																																																																																																																						
10																																																																																																																																																																																																																																																						
12																																																																																																																																																																																																																																																						
14																																																																																																																																																																																																																																																						
+	1	3	5	7	9	11	13	15																																																																																																																																																																																																																																														
1																																																																																																																																																																																																																																																						
3																																																																																																																																																																																																																																																						
5			8																																																																																																																																																																																																																																																			
7																																																																																																																																																																																																																																																						
9				14																																																																																																																																																																																																																																																		
11																																																																																																																																																																																																																																																						
13																																																																																																																																																																																																																																																						
15																																																																																																																																																																																																																																																						
+	0	2	4	6	8	10	12	14																																																																																																																																																																																																																																														
1																																																																																																																																																																																																																																																						
3																																																																																																																																																																																																																																																						
5																																																																																																																																																																																																																																																						
7				11																																																																																																																																																																																																																																																		
9																																																																																																																																																																																																																																																						
11					17																																																																																																																																																																																																																																																	
13																																																																																																																																																																																																																																																						
15																																																																																																																																																																																																																																																						

수학 익힘의 경우 예외적으로 제6차와 제7차 교육과정에 따른 수학 익힘에서 짝수와 홀수에 대한 합의 성질을 다루는 문항이 제시되어 있었다. 두 수학 익힘 모두 Table 7 과 같이 ‘(짝수)+1’, ‘(홀수)+1’, ‘(짝수)+(홀수)’, ‘(홀수)+(홀수)’가 짝수인지 홀수인지 판단하는 문항을 제시하였다. 이는 짝수에 1을 더하면 항상 홀수, 홀수에 1을 더하면 항상 짝수, 짝수와 홀수를 더하면 항상 홀수, 홀수와 홀수를 더하면 항상 홀수라는 성질을 다루고 있는 문항이다. 제6차 교육과정에서 따른 수학 익힘에서는 이러한 문항을 제시하기 전 짝수와 홀수에서 일의 자리에 오는 수가 어떤 수인지 생각하게 하는 문항을 제시하였다. 이는 짝수에서 일의 자리에 오는 수는 ‘2, 4, 6, 8, 0’이고 홀수에서 일의 자리에 오는 수는 ‘1, 3, 5, 7, 9’라는 사실을 일반화할 수 있게 의도한 문항으로 간주할 수 있다.

Table 7. Activities dealing with the properties of operations on even and odd numbers (2)

Curriculum	6th	7th
Activity	<p>짝수는 일의 자리가 어떤 수들인가? 또, 홀수는 일의 자리가 어떤 수들인가?</p> <p><input type="checkbox"/> 안의 수가 짝수일 때에는 ‘짝’, 홀수일 때에는 ‘홀’을 써라.</p> <p>(짝수)+1=□ (홀수)+1=□ (짝수)+(홀수)=□ (홀수)+(홀수)=□</p> <p>(MOE, 1997b, p. 6)</p>	<p><input type="checkbox"/> 안의 수가 짝수일 때에는 ‘짝’, 홀수일 때에는 ‘홀’이라고 <input type="checkbox"/> 안 에 써 넣으시오.</p> <p>(짝수)+1=□ (홀수)+1=□ (짝수)+(홀수)=□ (홀수)+(홀수)=□</p> <p>(MEHRD, 2003d, p. 11)</p>

국의 교과서에 제시된 짝수와 홀수의 지도 내용 분석

짝수와 홀수의 지도 시기 및 정의

본 절에서는 싱가포르, 일본의 교과서에 제시된 짝수와 홀수의 지도 시기 및 정의를 살펴보았다. 핀란드의 경우 1학년 1학기에 해당 내용을 다루고 있으나 짝수와 홀수를 명시적으로 정의하지 않고 짝수와 홀수의 개념을 도입하는 활동만 제시하였다. 싱가포르와 일본의 교과서에서 제시한 짝수와 홀수의 정의는 Table 8 과 같으며 지도 시기와 정의에서 서로 차이를 보였다. 싱가포르 교과서는 2학년 1학기, 일본 교과서는 5학년 1학기에 짝수와 홀수를 지도하였다.

Table 8. When to teach and how to define even and odd numbers in Singaporean, Japanese, and Finnish mathematics textbooks

Textbook	When to teach*	How to define
Singaporean	2-1-1. Number to 1000 (Lesson 5) Even and odd numbers	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="border: 1px solid gray; border-radius: 10px; padding: 5px; width: 45%;"> Even numbers have 2, 4, 6, 8 or 0 in the ones place. </div> <div style="border: 1px solid gray; border-radius: 10px; padding: 5px; width: 45%;"> Odd numbers have 1, 3, 5, 7 or 9 in the ones place. </div> </div> <p style="text-align: center;">These numbers are even numbers. (Khcong et al., 2015, p. 24)</p> <p style="text-align: center;">These numbers are odd numbers. (Khcong et al., 2015, p. 25)</p>
Japanese	5-1-10. Let's think about the multiples and divisors. (Lesson 1) Even numbers and odd numbers	<p>Also, even and odd numbers have the following representation.</p> <p>Even number: number multiplied by 2. Odd number: Add 1 to a number multiplied by 2.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="border: 1px solid gray; padding: 2px 5px;">$2 \times \square$</div> <div style="border: 1px solid gray; padding: 2px 5px;">$2 \times \square + 1$</div> </div> <div style="border: 1px solid gray; border-radius: 10px; padding: 5px; margin-top: 10px; text-align: center;"> <p>For whole numbers, the numbers that are divisible by 2 are called even numbers, and numbers that are not divisible by 2 are called odd numbers. 0 is an even number.</p> </div> <p style="text-align: right;">(Hitotsumatsu et al., 2020, p. 126)</p>
Finnish	1-1-2. Play math *2-1-1 means 2nd grade, 1st semester, 1st unit.	Not explicitly defined.

싱가포르 교과서에서는 1000까지의 수를 지도하는 단원의 마지막 차시에서 짝수와 홀수를 제시하였다. 이전 차시는 수 패턴에 대한 학습으로 1씩 증가하는 수 패턴(예, 243, 244, 245, ...), 2씩 증가하는 수 패턴(예, 650, 652, 654, ...) 등을 다루었다. 짝수와 홀수를 정의하는 방식을 살펴보면 연결 큐브를 활용하여 짝수와 홀수를 구체물로 표현하였고 구체물 아래 연결 큐브의 수를 표기한 후 Table 8 과 같이 ‘이러한 수들은 짝수이다.’, ‘이러한 수들은 홀수이다.’로 정의하였다. 눈에 띄는 부분은 정의 위에 제시된 말풍선의 내용인데 ‘짝수의 일의 자리 숫자는 2, 4, 6, 8, 0이다.’, ‘홀수의 일의 자리 숫자는 1, 3, 5, 7, 9이다.’와 같이 짝수와 홀수의 성질을 추가로 제시하였다.

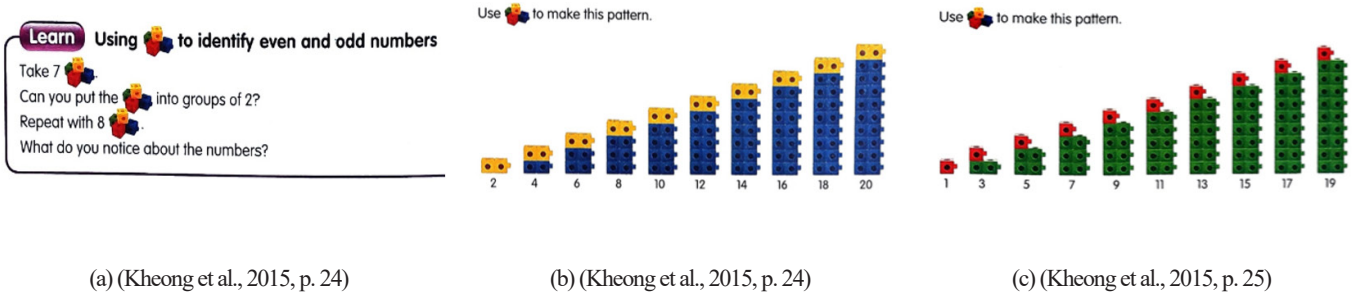
일본 교과서에서는 약수와 배수를 지도하는 단원의 첫 차시에서 짝수와 홀수를 제시하였다. 이는 우리나라의 제4차부터 2007 개정 교과서에서도 약수와 배수 단원에서 다룬 것과 같은 맥락으로 볼 수 있으며 정의의 방식도 일부 유사한 점이 있다. 일본 교과서에서는 짝수와 홀수를 ‘범자연수 중에서 2로 나누어떨어지는 수를 짝수라 하고, 2로 나누어떨어지지 않는 수를 홀수라고 한다. 0은 짝수이다.’라고 제시하였는데 이는 우리나라 2007 개정 교과서에서 제시한 정의와 거의 유사하다. 다만 수의 범위를 범자연수로 한정하면서 0이 짝수라는 것을 추가로 설명했다는 차이가 있다. 일본 교과서에서 주목할만한 점은 짝수와 홀수에 대하여 정의한 후 이를 변수를 사용한 일반화된 표현으로 나타냈다는 것이다. 짝수는 2에 어떤 수를 곱하는 것, 홀수는 어떤 수에 2를 곱하고 1을 더하는 것으로 각각 ‘ $2 \times \square$ ’, ‘ $2 \times \square + 1$ ’로 일반화하여 표현하였다.

짝수와 홀수의 개념을 도입하는 활동

본 절에서는 국외 교과서에서 짝수와 홀수의 개념을 도입하는 활동을 제시한 방법을 각각 살펴보았다. 짝수와 홀수를 지도하는 시기와 정의가 모두 다르게 나타남에 따라 짝수와 홀수의 개념을 도입하는 활동에 많은 차이를 보였다. 명시적으로 짝수와 홀수를 정의한 싱가포르와 일본 교과서를 살펴본 후 핀란드 교과서의 내용을 제시하였다.

싱가포르 교과서에서는 연결 큐브를 사용하여 짝수와 홀수가 무엇인지 확인하는 활동을 제시하였다. 우선 Figure 1의 (a)와 같이 7개의 연결 큐브를 2개의 집단으로 나눌 수 있는지 묻는 발문을 제시하였다. 다음으로 8개의 연결 큐브를 2개의 집단으로 나누어보게 하였다. 이후 이 두 사례에서 어떠한 점을 알아챌 수 있는지 묻는 발문을 제시하였다. 이는 활동을 통하여 2개의 집단으로 나눌 수 있는 수는 짝수이고 나눌 수 없는 수는 홀수라는 것을 알게 의도한 것으로 보인다. 다음으로는 Figure 1의 (b)와 같이 2, 4, 6, ..., 20까지의 짝수를 나타내는 연결 큐브를 제시하고 연결 큐브 아래 해당하는 수를 표기하였다. 이때 맨 위의 연결 큐브의 색을 다르게 하여 짝수들의 공통점은 각 연결 큐브의 맨 위에 2개의 큐브가 있다는 사실을 시각적으로 확인할 수 있게 하였다. 이 활동을 통하여 연결 큐브 아래 표기된 숫자를 관찰하여 짝수와 홀수의 성질(짝수의 일의 자리 숫자는 2, 4, 6, 8, 0이다)을 발견할 수 있도록 유도한

것으로 보인다. 홀수의 경우도 비슷한 맥락으로 제시되었는데 Figure 1의 (c)와 같이 다른 색으로 된 맨 위의 연결 큐브는 1개인 것을 확인할 수 있다. 이는 연결 큐브를 두 집단으로 나누었을 때 1개의 큐브가 남는 상황과 연결하여 구체적 조작 활동을 통해 짝수와 홀수의 개념을 도입하고자 한 것으로 보인다. 또한 짝수와 마찬가지로 연결 큐브 아래 표기된 수(1, 3, 5, 7, ..., 19)를 관찰하여 일의 자리 숫자가 1, 3, 5, 7, 9임을 발견할 수 있도록 의도한 활동이라고 볼 수 있다.



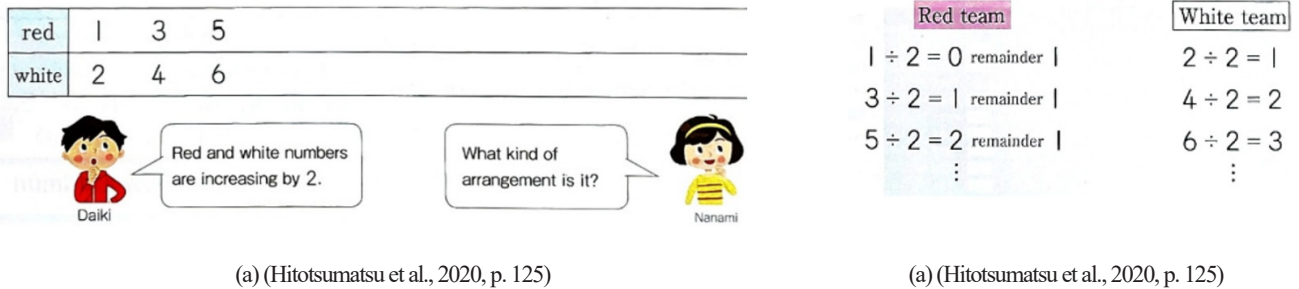
(a) (Kheong et al., 2015, p. 24)

(b) (Kheong et al., 2015, p. 24)

(c) (Kheong et al., 2015, p. 25)

Figure 1. Activities to introduce even and odd numbers in the Singaporean textbook

일본 교과서에서는 범자연수를 어떻게 범주화시킬 수 있는지를 탐색하기 위하여 실생활 상황을 설정하였다. 구체적으로 학급의 학생 32명을 빨강 팀과 하양 팀으로 나누고자 하는 상황에서 출석 번호를 사용하여 ‘빨강, 하양, 빨강, 하양, ...’와 같이 나누면 각 팀 별로 어떤 번호의 집합이라고 생각할 수 있는지 묻는 상황이다. 이 상황에 대하여 Figure 2의 (a)와 같이 빨강 팀과 하양 팀에 포함되는 학생의 출석 번호를 표에 쓰면서 수를 분류하는 활동을 제시하였다. 이때 말풍선을 사용하여 빨강과 하양에 있는 수가 각각 2씩 커진다는 사실을 명시하였고 수의 배열에 대하여 탐색할 수 있게 유도하는 발문을 제시하였다. 이후 각 빨강 팀과 하양 팀에 있는 각각의 수를 2로 나누어보는 활동을 제시하고 Figure 2의 (b)와 같이 정리하였다. 이러한 활동을 통하여 ‘2로 나누어떨어지는 수는 짝수이고 2로 나누어떨어지지 않는 수는 홀수이다’라고 짝수와 홀수를 정의하였으며 변수를 사용하여 일반화된 식으로 표현하였다. 다만 이 활동을 통해서 0에 대해서 다룰 수 없다는 한계가 있어 보인다.



(a) (Hitotsumatsu et al., 2020, p. 125)

(b) (Hitotsumatsu et al., 2020, p. 125)

Figure 2. Activities to introduce even and odd numbers in Japanese textbooks

핀란드 교과서에서는 1학년 1학기 2권 놀이 수학에서 짝수와 홀수를 다루고 있으며 명시적으로 정의를 내리지 않았다. 1학년 1학기 2권의 내용은 6부터 10을 알아보는 것과 덧셈과 뺄셈에 대하여 종합적으로 다루고 있으며 그 이후 놀이 수학과 탐구 과제가 제시되어 있다. 또한 놀이 수학의 특성상 놀이를 통하여 짝수와 홀수의 개념을 도입하는 활동만 제시하고 정확한 정의는 내리지 않은 것으로 보인다. 구체적인 놀이 방법은 Figure 3의 (a)와 같으며 학생들이 이전의 학습을 통하여 10까지 학습한 것을 바탕으로 놀이를 구성한 것으로 보이며 둘씩 짝을 짓는 활동이다. Figure 3의 (b)를 살펴보면 둘씩 짝을 지은 후 가장 마지막 동그라미가 있는 칸의 1열을 확인하면 그 수가 짝수인지 홀수인지 알 수 있게 활동을 구성하였다. 학생들은 이 활동을 통하여 짝을 지어 묶었을 때 남는 것이 있으면 홀수이고 남는 것이 없으면 짝수라는 것도 귀납적으로 알 수 있다. 또한 1부터 10까지 하나의 표에 차례대로 표현하는 과정에서 홀수와 짝수가 반복된다는 것도 알 수 있는 활동으로 볼 수 있다. Figure 3의 (c)와 같이 짝수와 홀수의 차이점에 대하여 이야기를 나누는 발문을 추가로 제시하여 학생들이 표에서 발견할 수 있는 추가적인 사실을 통하여 짝수와 홀수의 개념을 도입하도록 의도한 것으로 보인다.

놀이 방법

1. 1부터 10까지 수에 맞게 동그라미를 그려요.
2. 5의 예시처럼 2개씩 짝을 지어 묶어 주세요.
3. 가장 마지막의 동그라미에서 왼쪽 끝으로 쪽 따라가면 짝수인지 홀수인지 알 수 있어요.

짝수										
홀수										
짝수										
홀수										
짝수										
홀수										
짝수										
홀수										
짝수										
홀수										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



(a) (Forsback et al., 2014, p. 104)

(b) (Forsback et al., 2014, p. 104)

(c) (Forsback et al., 2014, p. 104)

Figure 3. Activities to introduce even and odd numbers in Finnish textbooks

짝수와 홀수에 대한 합의 성질을 다루는 활동

우리나라 교과서와 마찬가지로 국외 교과서에서도 짝수와 홀수에 대한 합의 성질을 다루는 활동은 거의 제시되지 않았다. 예외적으로 핀란드 1학년 2학기 교과서에서는 짝수와 홀수에 대한 합의 성질을 다루는 차시가 별도로 구성되어 있었다. 이는 1학년 1학기에 짝수와 홀수의 개념을 도입한 뒤의 후속 학습이라고 볼 수 있다. 핀란드 교과서에서는 ‘(홀수)+(홀수)=(짝수)’, ‘(홀수)+(짝수)=(홀수)’, ‘(짝수)+(홀수)=(홀수)’, ‘(짝수)+(짝수)=(짝수)’를 시각적으로 확인할 수 있는 활동을 제시하였다. 이는 Lin과 Tsai (2016)에서 제시한 활동과 비슷한 방식으로 계산 결과가 짝수이면 파란색, 홀수이면 초록색으로 수 주위의 사각형 테두리를 색칠하는 활동이다. Figure 4 를 살펴보면 ‘4+14’의 경우 4와 14에 파란색 테두리, ‘5+11’의 경우 5와 11에 초록색 테두리, ‘12+7’의 경우 12는 파란색 테두리이고 7은 초록색 테두리가 이미 색칠되어있는 것을 발견할 수 있다. 이와 같은 방법에 따라 계산한 결과가 짝수이면 파란색, 홀수이면 초록색으로 테두리를 칠하는 활동이다. 계산과 색칠을 마치고 모든 경우를 관찰하게 되면 색칠된 결과에 따라 1행에서는 모두 파란색이므로 ‘(짝수)+(짝수)=(짝수)’라는 것을 추론할 수 있다. 2행에서는 ‘초록색+초록색=파란색’이므로 ‘(홀수)+(홀수)=(짝수)’이고, 3행에서는 파란색과 초록색이 하나씩 있을 때 계산 결과가 초록색이므로 ‘(홀수)+(짝수)=(홀수)’ 또는 ‘(짝수)+(홀수)=(홀수)’라는 사실을 추론할 수 있다.

3. 계산 결과가 짝수이면 파란색, 홀수이면 초록색으로 색칠해 보세요.

$4 + 14 = \square$	$5 + 11 = \square$	$12 + 7 = \square$
$6 + 10 = \square$	$7 + 13 = \square$	$4 + 11 = \square$
$14 + 6 = \square$	$15 + 3 = \square$	$5 + 12 = \square$
$12 + 2 = \square$	$13 + 1 = \square$	$11 + 2 = \square$

(Forsback et al., 2015, p. 51)

Figure 4. Activities dealing with the properties of operations on even and odd numbers in Finnish textbooks

결론 및 논의

본 연구에서는 초등학교 수학에서 짝수와 홀수 내용을 다룬 선행 연구를 검토한 결과를 토대로 우리나라 역대 교과서 및 국외 교과서를 분석하였다. 이때 짝수와 홀수의 개념을 도입하는 활동에는 어떠한 것이 있으며 정의는 어떠한 방식으로 하였는지, 짝수와 홀수에 대한 합의 성질을 다루는 활동을 어떻게 제시하였는지에 초점을 두었다. 본 연구의 주된 결과를 바탕으로 짝수와 홀수를 의미 있게 지도하기 위한 시사점을 논의하면 다음과 같다.

첫째, 짝수와 홀수를 지도할 때 다루고자 하는 내용에 따라 학년을 달리하되, 학생들 스스로 짝수와 홀수를 정의하게 하는 활동을 고려할 필요가 있다. 초등학교 1학년이나 2학년 학생들을 대상으로 짝수와 홀수를 지도하는 경우, 주된 학습 목표는 학생들이 수학적 상황이나 구체적 조작 활동을 통하여 짝수와 홀수의 개념에 대하여 아는 것이다. 특히 다양한 구체적 조작 활동을 통하여 짝수와 홀수의 개념을 도입하는 것은 학생들의 이해를 증진할 수 있다(예, Bastable & Schifter, 2017). 이때, 구체적 조작 활동을 통하여 학생들이 짝수와 홀수의 정의를 스스로 도출하게 지도하는 것을 고려할 필요가 있다. 저학년 학생들은 구체적 조작 활동을 통하여 자신이 생각하는 짝수와 홀수가 무엇인지 표현하고 친구들과 그에 대한 의견을 나누는 일련의 과정에서 짝수와 홀수의 개념을 명확히 할 수 있다(Keith, 2006). 또한 학생들에게 동일한 구체적 조작 활동을 제시하더라도 학생들은 짝수와 홀수에 대하여 각자 다른 정의를 도출할 수 있다(Lin & Tsai, 2016). 여기서 학생들이 생성한 짝수와 홀수에 대한 다양한 정의를 비교하고 확인하는 활동은 짝수와 홀수의 개념에 대한 학생들의 이해를 함양하는 데 도움이 될 것이다.

한편, 초등학교 중·고학년의 경우, 짝수와 홀수를 학생들이 스스로 정의하게 하는 활동을 보다 풍성하게 제시할 수 있다. 저학년에서는 구체적인 상황이나 조작 활동을 바탕으로 한 반면에, 중·고학년에서는 학생들이 짝수와 홀수의 개념을 수학적으로 정의할 때 활용할 수 있는 나눗셈, 배수 등의 지식을 토대로 짝수 또는 홀수의 성질을 탐구하게 하는 활동을 제시할 수 있을 것이다. 이에 학생들에게 짝수와 홀수의 개념을 어떤 수준에서 도입하려고 하는지에 따라 학년 및 활동을 결정하되, 학생들이 그러한 조작 및 탐구 활동을 통하여 스스로 짝수와 홀수의 개념을 정의해 보는 것이 중요하다.

둘째, 짝수와 홀수를 정의하는 방식을 학년 수준에 맞게 제시하되, 추가로 고려해야 할 요소가 있다. 국내의 교과서에서 짝수와 홀수를 정의하는 방식을 살펴보면 크게 ‘2의 배수’를 사용한 정의, ‘둘씩 짝을 지을 수 있는’을 사용한 정의, 구체적인 수를 사용한 예시적 정의로 나누어 볼 수 있었다. 저학년 학생들의 경우 전체를 2개로 똑같이 나눈다는 등분제의 의미를 학습한 적이 없어 ‘2의 배수’를 사용한 정의를 이해하기에 무리가 있다. 이에 주어진 수를 둘씩 여러 묶음으로 만드는 상황을 제시하는 것이 학생들이 짝수와 홀수의 개념에 대해 이해하는 데 도움이 될 것이다. 다만 홀수의 경우 ‘둘씩 짝을 지을 수 없는 수’라는 표현이 적절한지에 대한 고민이 필요해 보인다(Lee et al., 2015). 또한 저학년에서는 나눗셈의 나머지에 대한 개념을 학습하지 않기 때문에 ‘둘씩 짝을 지었을 때 1개가 남는’과 같은 표현은 사용하기 어렵다. 이에 홀수를 정의할 때 ‘둘씩 짝을 지었을 때 짝을 짓지 못한 것이 있는 수’ 또는 ‘둘씩 짝을 지었을 때 남는 것이 있는 수’와 같이 상황을 표현하거나, 제4차와 제5차 교과서에서 제시한 ‘짝수가 아닌 수’와 같은 표현을 고려할 필요가 있다. 제3차 교과서와 같이 짝수와 홀수를 예시적으로 정의하는 경우, 제6차 수학 익힘이나 싱가포르 교과서와 같이 짝수의 일의 자리 숫자는 2, 4, 6, 8, 0이고 홀수의 일의 자리 숫자는 1, 3, 5, 7, 9라는 수의 성질도 다양한 사례의 관찰을 통해서 알 수 있게 추가적으로 지도하여 짝수와 홀수에 대한 개념 도입에 도움을 줄 필요가 있다(Table 7, 8 참고). 이에 1학년에서 짝수와 홀수를 다룰 때는 음식을 집기 위한 한 쌍의 젓가락, 신발 가게에 진열된 한 쌍의 신발 등과 같이 실생활에서 접할 수 있으며 두개가 하나의 묶음이 되는 것이 어색하지 않은 상황을 제시하고 예시적 정의를 사용하여 학생들이 짝수와 홀수의 개념을 직관적으로 이해할 수 있게 지도하는 것이 효과적일 수 있다. 특히 홀수의 경우 ‘짝을 짓지 못한 것이 있는 수’ 또는 ‘남는 것이 있는 수’와 같이 나머지를 학습하지 않고도 직관적인 의미로 홀수의 의미를 탐색하게 하는 것이 가능해 보인다. 또한 2학년에서 짝수와 홀수를 다루는 경우, 대안적인 지도 방안으로 뛰어 세기에 대한 학습과 연결하여 지도할 수 있다. 즉, Lin과 Tsai (2016)에서 학생들이 기존에 학습한 내용을 바탕으로 ‘0에서 2씩 뛰어 세기를 한 수는 짝수이고 1에서 2씩 뛰어 세기를 한 수는 홀수’와 같이 짝수와 홀수를 정의하는 것을 고려하면 이러한 도입도 학년 수준에 적합해 보인다.

중학년의 경우 나눗셈을 학습하는 과정에서 전체를 2로 나누었을 때 나머지가 0이면 짝수, 1이면 홀수라는 정의를 사용하는 것이 가능하다. Keith (2006)에서 학생들은 짝수와 홀수의 성질을 스스로 탐색하여 전체를 2로 나누었을 때 남는 것이 없으면 짝수이고 하나가 남거나 그 하나를 쪼개야 하면 홀수라는 정의를 스스로 도출하였다. 즉 나눗셈과 나머지에 대한 개념이 형성된 3학년 이상의 학생에게는 수를 분할하는 상황으로 짝수와 홀수의 개념을 도입할 수 있다. 고학년의 경우 배수를 학습하는 과정에서 ‘2의 배수’의 관점으로 짝수와 홀수를 설명하는 것이 충분히 가능하다. 2로 나눌 수 있는 수와 나눌 수 없는 수를 짝수와 홀수로 표기하는 것은 개념적 스키마를 생성하는 데 도움이 되며 특히 짝수의 경우 ‘쌍을 이루는’과 같은 뜻을 드러낼 수 있다는 장점이 있다(Zazkis, 1998). 또한 2022 개정 교육과정에서는 5~6학년군의 수와 연산 영역에서 배수를 구하는 것과 변화와 관계 영역에서 변수를 사용하여 규칙을

식으로 나타내는 것이 성취기준으로 제시되어 있다(MOE, 2022b). 이에 일본 교과서와 같이 5~6학년군에서 짝수와 홀수에 대해 다루며 변수를 사용하여 짝수를 $2 \times \square$, 홀수를 $2 \times \square + 1$ 로 일반화하여 표현하는 것을 고려할 수 있다(Table 8 참고).

셋째, 짝수와 홀수에 대한 합의 성질을 명시적으로 다룰 필요가 있다. 짝수와 홀수의 학습에서 중요한 것은 단순히 짝수와 홀수를 고르거나 쓰는 활동은 아닐 것이다. 결국 $(\text{짝수}) + (\text{짝수}) = (\text{짝수})$ 등과 같은 성질을 학생들이 알고 활용할 수 있어야 할 것이다. 이를 위하여 짝수와 홀수에 대한 개념을 도입한 이후 학생들에게 짝수와 홀수에 대한 합의 성질을 정당화하는 기회를 의도적으로 제시할 필요가 있다(Paek, 2021). 학생들이 생각하는 짝수와 홀수의 정의는 짝수와 홀수에 대한 합의 성질을 정당화하는 근거가 되기 때문이다(Lin & Tsai, 2016). 이와 관련하여 Blanton 외 (2022)는 학생들의 수의 패리티에 대한 논의가 어떻게 발달하는지 연구하였는데, 학생에게 주어진 수가 짝수인지 홀수인지 물었을 때 가장 높은 수준의 학생은 주어진 수를 두 수의 합으로 표현하고 그 수의 패리티를 정당화할 수 있었다. 예를 들어, 어떤 학생은 15가 홀수인 이유에 대하여 15를 $5+10$ 으로 분해하여 5는 홀수이고 10은 짝수이므로 홀수가 된다고 응답하며 수의 패리티와 짝수와 홀수의 합을 연결시켜 생각할 수 있었다. 이와 같이 짝수와 홀수에 대한 개념과 짝수와 홀수의 합의 성질을 연결하여 제시하는 것은 자연스럽다고 볼 수 있다.

이를 위하여 학년별로 제시할 수 있는 활동은 저학년의 경우 제3차 교과서(Table 6)나 핀란드 교과서(Figure 4)와 같이 수배열표 또는 다양한 사례에서 귀납적으로 짝수와 홀수에 대한 합의 성질을 추론하는 활동을 제시할 수 있다. 고학년의 경우 거기서 더 나아가 자신이 추측한 성질이 사실인지 정당화하기 위하여 말, 그림, 변수 등으로 성질을 표현하고 확인하는 활동을 할 수도 있다. 학생들은 서로 다른 표현을 사용하여 자신의 추측을 정당화하거나(Carpenter et al., 2003; Keith, 2006), 그림을 이용하여 자신의 추측이 참이라는 것을 주장할 수 있다(Bastable & Schifter, 2017). 변수로 자신이 추측한 성질이 옳다는 것을 증명하는 사례도 있다(Carpenter et al., 2003). 예를 들어, 짝수와 짝수의 합이 짝수라는 성질을 학생들이 알고 있는 수업 상황에서 홀수와 홀수의 합이 짝수라는 것을 정당화하라는 과제를 학생들에게 제시하였다고 가정해보자. 학생들은 이에 대하여 다음과 같이 변수를 사용하여 자신의 추측을 정당화할 수 있을 것이다: 홀수 $2 \times \square + 1$ 와 $2 \times \square + 1$ 를 더하면 $(2 \times \square + 2 \times \square) + 1 + 1$ 이 되고 $2 \times \square$ 은 각각 짝수이므로 우선 $2 \times \square + 2 \times \square$ 은 짝수이다. 또한 $1 + 1$ 은 2이므로 $(\text{짝수}) + (\text{짝수})$ 가 되기 때문에 결과는 짝수이다. 이와 같은 활동을 통하여 학생들은 짝수와 홀수에 대한 합의 성질에 대해 학습할 뿐만 아니라 자신의 수학적 추측을 정당화해보는 기회를 가질 수 있을 것이다.

본 연구는 초등학교 수학에서 짝수와 홀수의 지도 내용에 대한 연구가 거의 없다는 측면에서 짝수와 홀수의 지도에 대한 관심을 증진하는 데 기여할 것으로 기대된다. 특히 선행 연구를 비롯한 국내외 교과서에서 제시한 짝수와 홀수의 정의뿐만 아니라 짝수와 홀수의 개념을 도입하는 활동과 합의 성질을 다루는 활동까지 다양하게 살펴보았다는 점에서 의미가 있다. 이와 같은 연구를 바탕으로 초등학교 수학 교과서에서 짝수와 홀수를 지도하는 내용이 더욱 풍부해지고 실제 초등학교 학생들을 대상으로 짝수와 홀수에 대한 이해를 탐구하는 연구가 파생되기를 기대한다.

References

- Ball, D. L. (1993). With an eye on the mathematical horizon: Dilemmas of teaching elementary school mathematics. *The Elementary School Journal*, 93(4), 373-397. <https://doi.org/10.1086/461730>
- Bastable, V., & Schifter, D. (2017). Classroom stories: Examples of elementary students engaged in early algebra. In J. J. Kaput, D. W. Carraher, & M. L. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades* (pp. 165-184). Routledge.
- Blanton, M., Gardiner, A. M., Ristorph, I., Stephens, A., Knuth, E., & Stroud, R. (2022). Progressions in young learners' understandings of parity arguments. *Mathematical Thinking and Learning*, 1-32.
- Blanton, M., Levi, L., Crites, T., Dougherty, B. J., & Zbiek, R. M. (2011). *Developing essential understanding of algebraic thinking for teaching mathematics in grades 3-5*. National Council of Teachers of Mathematics.
- Carpenter, T. P., Franke, M. L., & Levi, L. (2003). *Thinking mathematically*. Heinemann.
- Edwards, L. (1992). Reasoning and representation in first year high school students. In Geeslin, W. & Graham, K. (Eds.), *Proceeding of the 16th Annual Meeting of the International Group for Psychology of Mathematics Education*, 1, 209-216.

- Forsback, M., Kalliola, A., Tikkanen, A., & Waneus, M. (2014). *Star Maths 1A*. Otava.
- Forsback, M., Kalliola, A., Tikkanen, A., & Waneus, M. (2015). *Star Maths 1B*. Otava.
- Hitotsumatsu, S., Okada, Y., Akai, T., Ikeda, T., Kurosawa, S., Tanaka, H., Mashaki, K., & Yanase, Y. (2020). *Study with your friends mathematics for elementary school 5-1*. GAKKOH TOSHO.
- Isler, I., Stephens, A., Gardiner, A. M., Knuth, E., & Blanton, M. (2013). Third graders' generalizations about even numbers and odd numbers: The impact of an early algebra intervention. In M. Martinez, & A. Superfine (Eds.), *Proceedings of the 35th Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 140–143). PME-NA.
- Keith, A. (2006). Mathematical argument in a second-grade class: Generating and justifying generalized statements about odd and even numbers. *Teachers Engaged in Research, Inquiry Into Mathematics Classrooms, Grades Pre-K-2*, 35-68.
- Kheong, F. H., Ramakrishnan, C., & Choo, M. (2015). *My pals are here! Maths 2A, Pupil's Book*. Marshall Cavendish Education.
- Lee, S. E., Chio, K. A., & Park, K. S. (2015). A review on teaching contents in area <Number and Operation> of Korean math textbook for first grade - even and odd number, composition and decomposition of numbers, calculation with carrying or with borrowing -. *Journal of the Korean School Mathematics Society*, 18(1), 1-14.
- Lin, P. J., & Tsai, W. H. (2016). Enhancing students' mathematical conjecturing and justification in third-grade classrooms: The sum of even/odd numbers. *Journal of Mathematics Education*, 9(1), 1-15.
- Ministry of Education (1979). *Mathematics 2-1*. Gukjeong Textbook.
- Ministry of Education (1983). *Mathematics 5-1*. Gukjeong Textbook.
- Ministry of Education (1993). *Mathematics 5-1*. Gukjeong Textbook.
- Ministry of Education (1997a). *Mathematics 5-1*. Gukjeong Textbook.
- Ministry of Education (1997b). *Mathematics Workbook 5-1*. Gukjeong Textbook.
- Ministry of Education (2015). *Mathematics 1-1*. Cheonjae Education.
- Ministry of Education (2022a). *Mathematics 1-2*. Visang Education.
- Ministry of Education (2022b). *Mathematics Curriculum*. 2022-33 (Book 8).
- Ministry of Education Human Resources Development (2003a). *Mathematics 5-ga*. Daehan Textbook.
- Ministry of Education Human Resources Development (2003b). *Mathematics 5-ga teachers guidebook*. Daehan Textbook.
- Ministry of Education Human Resources Development (2003c). *Mathematics Curriculum*. 2006-75 (Book 8).
- Ministry of Education Human Resources Development (2003d). *Mathematics Workbook 5-ga*. Daehan Textbook.
- Ministry of Education, Science and Technology (2012a). *Mathematics 5-1*. Doosan.
- Ministry of Education, Science and Technology (2012b). *Mathematics Curriculum*. 2011-361 (Book 8).
- Paek, D. H. (2021). Even and odd numbers in elementary school mathematics and their applications. *Journal of Elementary Mathematics Education in Korea*, 25(4), 357-370. <https://doi.org/10.54340/kseme.2021.25.4.2>
- Schifter, D., Monk, S., Russell, S. J., & Bastable, V. (2017). Early algebra: What does understanding the laws of arithmetic mean in the elementary grades?. In J. J. Kaput, D. W. Carraher, & M. L. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades* (pp. 413-448). Routledge.
- Strachota, S., Stephens, A., Morton, K., Veltri-Torres, R., Blanton, M., Gardiner, A. M., Sung, Y., Stroud, R., & Knuth, E. (2023). How tools mediate elementary students' algebraic reasoning about evens and odds. *Mathematics Education Research Journal*, 1-26. <https://doi.org/10.1007/s13394-023-00457-x>
- Zazkis, R. (1998). Odds and ends of odds and evens: An inquiry into students' understanding of even and odd numbers. *Educational Studies in Mathematics*, 36(1), 73-89. <https://doi.org/10.1023/A:1003149901409>

Authors' Information

Leena Kim, Graduate School of Korea National University of Education, Graduate student, 1st Author. <https://orcid.org/0000-0002-6095-9243>

JeongSuk Pang, Korea National University of Education, Professor, Corresponding Author. <https://orcid.org/0000-0002-1636-7275>