

비선형 상태공간 모델을 위한 Point-Mass Filter 연구

A Study on the Point-Mass Filter for Nonlinear State-Space Models

최영권^a

Yeongkwon Choe^a

^a Department of Smart Health Science and Technology, Graduate School, Kangwon National University, Assistant Professor, Chuncheon, 24341, Republic of Korea

Received 18 December 2023; Revised 26 December 2023; Accepted 26 December 2023

Abstract

In this review, we introduce the non-parametric Bayesian filtering algorithm known as the point-mass filter (PMF) and discuss recent studies related to it. PMF realizes Bayesian filtering by placing a deterministic grid on the state space and calculating the probability density at each grid point. PMF is known for its robustness and high accuracy compared to other nonparametric Bayesian filtering algorithms due to its uniform sampling. However, a drawback of PMF is its inherently high computational complexity in the prediction phase. In this review, we aim to understand the principles of the PMF algorithm and the reasons for the high computational complexity, and summarize recent research efforts to overcome this challenge. We hope that this review contributes to encouraging the consideration of PMF applications for various systems.

Keywords: Point-Mass Filter, Bayes Filter, Estimation, Nonlinear State-Space Model

1. 서론

베이지 필터는 예측 모델로부터 사전 확률 분포를 시간 예측하고, 베이지 정리에 따라 측정치 모델로부터 사후 확률 분포를 재귀적으로 도출한다. 이러한 구조 덕에 베이지 필터는 직접적으로 관측되지 않는 상태 변수를 추정하거나, 다양한 센서로부터의 측정치를 융합하여 특정 상태에 대한 추정 정확도를 높일 수 있다. 1960년대 미국의 달착륙 프로젝트인 아폴로 프로젝트의 항법 장치에 사용된 이래로 증강현실(augmented reality), 가상현실(virtual reality) 기기, 자율주행 시스템, 항공우주시스템 등 현재에도 다양한 시스템에 적용되고 있다^[1-3].

베이지 필터는 일반적으로 시스템을 상태공간 모델(state-space model)로 표현하여 처리한다. 이 상태공간 모델이 만약 선형적이고

가산 백색 가우시안 잡음으로 모델링 된다면, 베이지 필터 문제의 닫힌 형태의 해인 칼만필터(Kalman filter)가 존재한다. 하지만 실제 문제들은 선형적인 문제보다는 비선형적인 문제가 일반적이기 때문에 다양한 비선형 베이지안 필터링 알고리즘들이 연구되어왔다^[4]. 비선형 베이지안 필터링 알고리즘은 크게, 전체 분포를 특정 분포로 가정하여 분포의 모수를 추정하는 구조인 모수적 기법(parametric approach)과 분포에 대한 가정을 최소한으로 하는 비모수적 기법(non-parametric approach)이 있다. 모수적 기법의 대표적인 확장칼만필터(extended Kalman filter)는 상태공간 모델을 선형화하여 칼만필터 구조를 이용해 풀어내는 방법인데, 비선형성이 큰 모델에서는 필터의 일관성(consistency)이 크게 떨어지기 때문에 추정치 오차도 일반적으로 크다.

* Corresponding author. Tel.: +82-33-250-6372

E-mail address: ychoe@kangwon.ac.kr (Yeongkwon Choe).

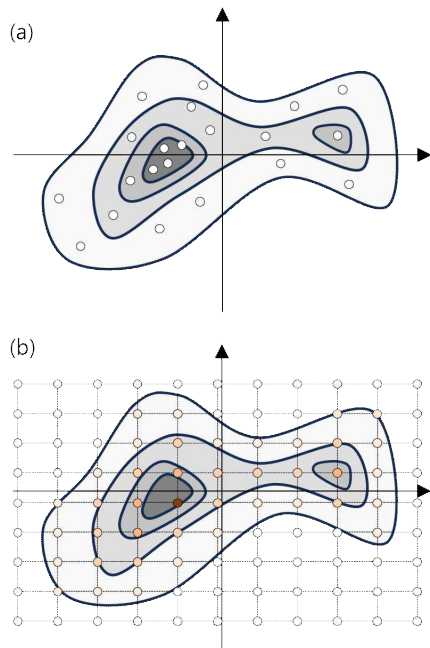


Fig. 1 Example of probability distribution approximation of non-parametric Bayesian filtering algorithms. Circles represent samples. (a) Particle filter (b) Point-mass filter

비모수적 베이지안 필터링 알고리즘의 대표적인 사례는 파티클 필터(particle filter, PF)로 알려진 순차적 중요도 샘플링(sequential importance sampling, SIS) 기법이 있다. 파티클 필터는 몬테카를로(Monte Carlo) 기법을 이용하여 베이스룰에 따른 사후 확률 분포를 무작위 표집(random sampling)으로써 도출한다(Fig. 1a). 이때 사후 분포를 모르기 때문에, 사후 분포와 근사할 것으로 판단되는 제안 분포(proposal distribution)를 이용하여 무작위 표집하고, 각 표본(sample)에서의 제안 분포와 사후 분포 간의 차이를 각 표본의 중요도로 나타낸다. 제안 분포를 적절히 선택한다면 높은 성능을 얻을 수 있지만, 제안 분포가 사후 분포와 차이가 크다면 성능이 매우 낮아질 수 있다⁵⁾.

질점 필터(point-mass filter, PMF)는 파티클 필터와 마찬가지로 비모수적 베이지안 필터링 알고리즘이다. PMF는 파티클 필터와 달리 무작위 표집이 아닌 결정론적 규칙을 갖는 그리드를 배치하여 각 그리드 점에서의 확률 밀도 값을 도출함으로써 사후 확률 분포를 얻는다(Fig. 1b). PMF는 결정론적 그리드를 이용하기 때문에 연산 복잡도를 예측할 수 있고, 파티클 필터와 달리 상태공간에 대해 비교적 균질하게 질점이 분포하기 때문에 일반적으로 파티클 필터보다 강건하며, 이에 따라 정확도도 높을 수 있다고 알려져 있다⁶⁻⁸⁾.

PMF는 주로 지형참조항법 시스템에서 사용되는 것으로 알려져 있다. 지형참조항법 시스템은 관성항법시스템(inertial navigation system)을 이용하여 항체의 위치, 속도, 자세 등을 예측하고, 탑재된 레이더 거리계를 이용하여 현재 위치의 지형과 미리 확보된 수치표고모형(digital elevation model, DEM)과의 대조를 통해 위치를 보정한다. 지형참조항법의 관측모델은 DEM이 되는데, 자연적으로 생성된 지형은 위치에 대한 표고 변화가 매우 비선형적이며 동일한 표고를 갖는 수많은 위치가 존재하기 때문에, 이를 적절하게 다루기 위해 비선형 베이지안 필터링 알고리즘인 PMF가 주로 채택된다. 또한 DEM은 일반적으로 그리드 형태로 구성되기 때문에 PMF가 별다른 가공 없이 바로 적용할 수 있다. 이런 연유로 PMF 연구는 지형참조항법 시스템 연구와 궤를 같이한다⁹⁻¹¹⁾.

본 총설에서는 파티클 필터에 비해 비교적 알려지지 않은 PMF를 소개하고, PMF의 확산에 걸림돌이 되는 연산량 문제와 PMF 성능 향상을 위한 연구 동향을 소개한다.

2. Point-Mass Filtering 알고리즘

연구 동향에 대한 이해를 높이기 위해 PMF에 대한 기본적 내용은 저자의 다른 논문을 요약하며, 자세한 내용은 해당 논문을 참고하길 권한다¹²⁾.

2.1 베이지 필터 문제

본 총설에서는 다음과 같은 비선형 가산 백색 잡음 모델을 기준으로 설명한다.

$$\mathbf{x}_k = f_{k-1}(\mathbf{x}_{k-1}) + \boldsymbol{\omega}_{k-1} \tag{1}$$

$$\mathbf{z}_k = h_k(\mathbf{x}_k) + \boldsymbol{\nu}_k \tag{2}$$

여기서 $\mathbf{x}_k \in \mathbb{R}^n$ 는 k 시점에서의 n 차원 상태 변수를 나타내며, $f_k : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ 는 상태 천이 함수, $\boldsymbol{\omega}_{k-1} \in \mathbb{R}^n$ 는 $k-1$ 시점에서의 예측 가산 백색 잡음, $\mathbf{z}_k \in \mathbb{R}^m$ 는 k 시점에서의 m 차원 측정치, $h_k : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ 는 관측 모델, $\boldsymbol{\nu}_k \in \mathbb{R}^m$ 는 가산 백색인 측정 잡음이다.

재귀적 베이지 필터는 (1), (2)와 같은 모델에 대해 예측 단계에서는 다음과 같은 Chapman-Kolmogorov 방정식에 따라 사전 확률 분포 $p(\mathbf{x}_k | \mathbf{Z}_{0:k-1})$ 를 도출한다.

$$p(\mathbf{x}_k | \mathbf{Z}_{0:k-1}) = \int p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}) p(\mathbf{x}_{k-1} | \mathbf{Z}_{0:k-1}) d\mathbf{x}_{k-1} \quad (3)$$

여기서 $\mathbf{Z}_{0:k-1}$ 는 $k-1$ 시점까지의 전체 측정치 집합 $\{\mathbf{z}_i\}_{i=0}^k$ 을 나타낸다. 보정 단계에서는 다음과 같은 베イズ 방정식에 따라 사후 확률 분포 $p(\mathbf{x}_k | \mathbf{Z}_{0:k})$ 를 도출한다.

$$p(\mathbf{x}_k | \mathbf{Z}_{0:k}) = \frac{\hat{p}(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k) p(\mathbf{x}_k | \mathbf{Z}_{0:k-1})}{\int \hat{p}(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k) p(\mathbf{x}_k | \mathbf{Z}_{0:k-1}) d\mathbf{x}_k} \quad (4)$$

PMF는 (1)과 (2)의 모델에 대한 (3)의 사전 확률 분포와 (4)의 사후 확률 분포를 그리드를 이용하여 재귀적으로 추정하는 것이 목표다.

2.2 Point-Mass 확률 밀도 근사법

PMF는 베イズ 필터를 계산하기 위해 point-mass 확률 밀도 근사법을 이용한다. 이 근사법은 확률 밀도 함수를 이산적 그리드 점 집합 $\mathcal{E}_k = \{\xi_k^{(i)} \in \mathbb{R}^n\}_{i=1}^N$ 을 이용하여 상태공간 상에서 각 그리드 점 $\xi_k^{(i)}$ 에 이웃한 다음과 같은 부분집합 $\Psi_k^{(i)}$ 을 대표하도록 한다.

$$\Psi_k^{(i)} = [\xi_k^{(i)}(1) - \Delta_k(1)/2, \xi_k^{(i)}(1) + \Delta_k(1)/2) \times \dots \times [\xi_k^{(i)}(d) - \Delta_k(d)/2, \xi_k^{(i)}(d) + \Delta_k(d)/2) \subseteq \mathbb{R}^n \quad (5)$$

여기서 $\Delta(d)$ 는 상태공간의 d 번째 차원의 그리드 간격을 나타내며, $\xi_k^{(i)}(d)$ 는 그리드 점의 d 번째 차원의 원소를 나타낸다. 이러한 표현법을 이용하여 사후 확률 밀도 함수 $p(\mathbf{x}_k | \mathbf{Z}_{0:k})$ 는 Fig. 2처럼 각 그리드 점에서의 확률 밀도 $\hat{p}(\xi_k^{(i)} | \mathbf{Z}_{0:k})$ 을 이용해 다음과 같이 근사할 수 있다.

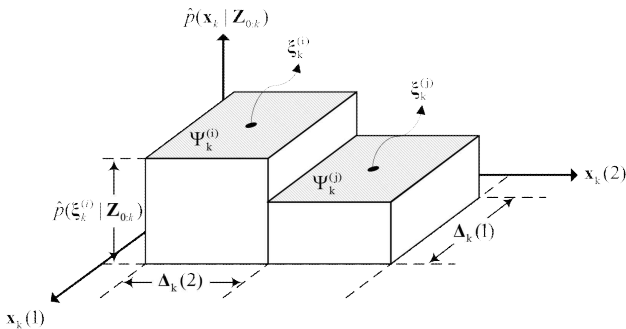


Fig. 2 Point-mass approximation. © 2023 IEEE. Reprinted, with permission, from[13].

$$p(\mathbf{x}_k | \mathbf{Z}_{0:k}) \approx \hat{p}(\mathbf{x}_k | \mathbf{Z}_{0:k}; \mathcal{E}_k) = \sum_{i=1}^{N_k} c_k^{-1} \hat{p}(\xi_k^{(i)} | \mathbf{Z}_{0:k}) \mathbf{1}_{\Psi_k^{(i)}}(\mathbf{x}_k) \quad (6)$$

여기서 c_k 는 정규화 인자이며 $\mathbf{1}_{\Psi_k^{(i)}}(\mathbf{x}_k)$ 은 $\Psi_k^{(i)}$ 에 \mathbf{x}_k 가 속하는지를 나타내는 표시함수(indicator function)를 의미한다.

2.3 PMF의 예측 단계와 보정 단계

PMF의 예측 단계에서는 그리드 \mathcal{E}_{k-1} 에 대해 (1)의 모델에 따라 다음과 같이 시간 변환시킨 그리드 $H = \{\eta_k^{(i)} \in \mathbb{R}^n\}_{i=1}^{N_{k-1}}$ 를 먼저 얻는다.

$$\eta_k^{(i)} = f(\xi_{k-1}^{(i)}) \quad (7)$$

이후 k 시점에 맞춰 새롭게 제안된 그리드 \mathcal{E}_k 에 대해 (1)의 가산 잡음 ω_{k-1} 을 반영하기 위해 식(3)의 Chapman-Kolmogorov 방정식을 다음과 같은 합성곱(convolution) 과정으로 근사한다.

$$\hat{p}(\mathbf{x}_k | \mathbf{Z}_{0:k-1}; \mathcal{E}_k) = \sum_{j=1}^{N_k} c_k^{-1} \hat{p}(\xi_k^{(j)} | \mathbf{Z}_{0:k-1}) \mathbf{1}_{\Psi_k^{(j)}}(\mathbf{x}_k) \quad (8)$$

$$\begin{aligned} & \hat{p}(\xi_k^{(j)} | \mathbf{Z}_{0:k-1}) \\ &= \sum_{i=1}^{N_{k-1}} \Delta \xi_{k-1}^{(i)} \hat{p}(\xi_{k-1}^{(i)} | \mathbf{Z}_{0:k-1}) p_{\omega_k}(\xi_k^{(j)} - \eta_k^{(i)}) \end{aligned} \quad (9)$$

여기서 $p_{\omega_k}(\cdot)$ 는 ω_k 의 확률 밀도 함수를 나타낸다.

PMF의 보정 단계에서는 (4)의 베イズ 정리에 따라 다음과 같이 각 그리드 점에서의 확률 밀도 $\hat{p}(\xi_k^{(i)} | \mathbf{Z}_{0:k})$ 를 보정한다.

$$\hat{p}(\xi_k^{(i)} | \mathbf{Z}_{0:k}) = c_k^{-1} \hat{p}(\xi_k^{(i)} | \mathbf{Z}_{0:k-1}) p_{\nu_k}(\mathbf{z}_k - h_k(\xi_k^{(i)})) \quad (10)$$

여기서 $p_{\nu_k}(\cdot)$ 는 ν_k 의 확률 밀도 함수를 나타낸다.

3. PMF의 성능 향상 연구

PMF는 비모수적 기법이기 때문에 연산 능력에 따라 성능이 크게 제한될 수 있다. 따라서 PMF에 관한 대다수의 연구는 연산 효율과 직·간접적으로 연관되어 있으며, 크게 그리드 설계 방안과 합성곱 연산 효율화로 나뉘볼 수 있다.

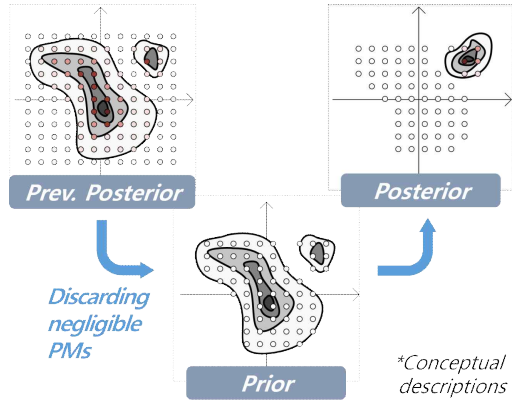


Fig. 3 Methods of expanding and contracting a grid support.

3.1 그리드 설계

그리드 설계 기법은 크게 확장·축소 기법, 공분산 기반 기법, 보조 필터를 이용한 방법, 경계흐름(boundary flow) 방법으로 나눌 수 있다. 먼저 그리드 확장·축소 기법은 판단 기준을 이용해 현재의 그리드를 확장하거나 축소하는 기법이다(Fig. 3). Bergman의 방법은 각 그리드 포인트의 추정 확률 밀도 값이 문턱 값 이하일 경우 해당 그리드 포인트를 삭제하고, 반복적인 삭제를 통해 전체 그리드 포인트 수가 문턱 값 이하가 되면 이중선형보간법을 이용하여 해상도를 두 배로 키워주는 형태다^[14]. 예측 단계의 합성곱 과정에서 예측 잡음에 의해 그리드는 점차 확장된다. 박용곤중 외의 방법은 사전 분포와 사후 분포 간의 상호의존정보(mutual information)를 모니터링 하여, 상호의존정보 값이 양으로 커지면 유의한 측정치라 판단하여 그리드를 축소하고, 음으로 작아지면 반대로 그리드를 확대하도록 한다^[15]. Matoušek 외의 방법은 그리드 점으로 구성된 작은 집합과 문턱값을 비교하고 비교조건을 만족시킬 때까지 그 집합을 이동시킨다. 이러한 확장·축소 기법들은 대체로 특정 문턱값에 대한 의존도가 높아서 문턱값 테스트 구성에 따라 성능이 쉽게 저하될 수 있다^[16].

Šimandl 외가 제안한 공분산 기반 기법은 시간 변형한 사전 분포의 공분산과 모델로 주어진 예측 잡음의 공분산 등을 고려하여 그리드를 설계하는 방법이다^[17, 18]. 이 방법은 확장·축소 방법과 같이 현재 얻어진 측정치는 고려하지 않기 때문에 사후 분포 근사라는 최종 목표의 관점에서는 사후 분포상 확률적으로 중요한 영역에 대해 고려가 충분하지 못할 수 있다(Fig. 4).

보조 필터를 이용하는 방법으로는 unscented 파티클 필터 등과 마찬가지로 보조 필터를 먼저 수행하여 확률적 중요영역 사전에 근사적으로 파악하여, 이를 기준으로 그리드를 설계하는 방법이다^[19]. 이 방법은 보조 필터가 잘 맞을 때는 효과적일 수 있으나, 보조 필터가

잘못된 추정 결과를 낳았을 때, 주요 필터인 PMF의 추정 실패로까지 이어질 수 있다.

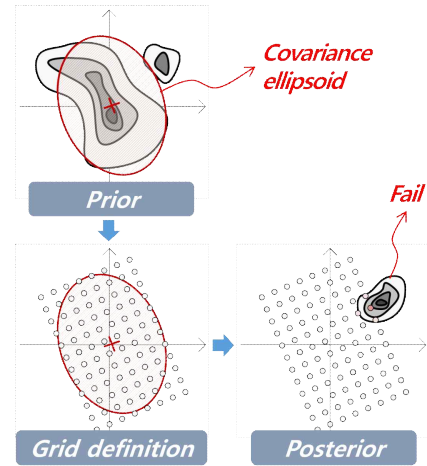


Fig. 4 Methods Based on Prior Mean and Covariance.

최영권 외의 경계흐름 방법은 베이스 정리에 대한 로그 호모토피 함수를 구성하여 이전 시점의 그리드의 경계를 현재 시점의 사후 확률 분포의 확률적 중요영역에 경계가 되도록 이동시킨다^[13]. 이후 이렇게 이동된 경계를 경계로 갖는 그리드를 설계하는 방식이다. 이 방식은 사전 분포에 기반하여 일단 그리드를 도출하고 그 위에서 사후 분포를 근사하는 기존 방법들과 달리, 사후 분포의 확률적 중요영역에 맞춰 그리드를 제시하기 때문에 정확도와 강건성이 좋은 것으로 알려져 있다. 다만 이 방법은 구현이 다소 복잡할 수 있다.

3.2 합성곱 연산

다른 비모수적 베이지안 필터링 알고리즘과 PMF 간 차이가 두드러진 부분은 인위적으로 고정된 표본(PMF의 그리드 점)을 사용한다는 점이다. 앞서 설명한 그리드 설계규칙에 따라 매 시점마다 서로 달리 고정된 그리드를 이용하기 위해서 (8)과 같은 합성곱 연산을 수행하여야 한다. 합성곱 연산 복잡도는 일반적으로 상태공간의 차원에 대해 지수적으로 증가한다. 따라서 이러한 연산 복잡도를 낮추려는 시도의 연구가 주를 이루고 있다. 한편으로는 (8)의 계산에서 그리드 점이 대표하는 이웃한 영역의 (초)부피를 고려하지 않음으로 인한 성능 저하를 개선하는 연구들이 존재한다.

합성곱 연산의 복잡도를 낮추기 위한 연구로서 초창기 PMF 연구인 Bergman의 방법은 기존의 그리드 점과 충분히 가까운 새로운 그리드 점에만 유의미한 영향을 끼친다고 가정하여 희소행렬(sparse matrix) 형태의 커널을 구성하여 연산량을 낮췄다^[14]. 하지만

Bergman의 방법은 그리드의 축이 모든 시점에서 정렬되어있다는 가정하에 제안되었다. Šimandl 외의 절약 합성곱(thrifty convolution) 방법은 Bergman의 방법과 유사하게 기존 그리드 점과 새로운 그리드 점 간의 거리가 가까운 경우에만 합성곱 계산을 하도록 한다^[17]. 다만 Šimandl 외의 그리드 주축의 회전까지 고려한 방법이다.

Duník 외의 copula 기반 합성곱 연산 기법은 전체 상태벡터를 L개의 부분적 상태벡터로 나누어, (8)을 각각의 상태벡터에 관한 주변후 확률밀도함수와 copula 밀도 함수로 분해한다^[20]. 이를 통해 각각의 상태벡터를 따로 예측하고 copula 밀도 함수를 전파시켜 원래의 사전 분포를 도출할 수 있도록 한다. Tichavsky 외의 방법은 비음수 행렬 분해(non-negative matrix factorization)을 이용해 상태전이 확률 밀도 함수 $p(\mathbf{x}_{k+1}|\mathbf{x}_k)$ 를 다음과 같이 분해한다^[21].

$$p(\mathbf{x}_{k+1}|\mathbf{x}_k) \approx \sum_{r=1}^R F_1^r(\mathbf{x}_{k+1}) F_2^r(\mathbf{x}_k) \quad (11)$$

이를 (8)에 적용하면 각각의 그리드 내에서의 계산으로 분리가 되기 때문에 연산 복잡도를 크게 낮출 수 있다.

Duník 외의 신뢰할만한 합성곱(reliable convolution) 방법은 그리드 점의 이웃한 영역의 (초)부피를 고려하여 합성곱 계산을 수행한다^[22]. 그리드 점의 간격이 (1)의 예측 잡음의 편차보다 클 경우 (9)의 계산에서 대부분의 그리드 점 간의 천이 확률이 매우 작게 계산될 수 있다. 이는 (9)에서 일반적으로 (초)부피를 고려하지 않았기 때문인데 Duník 외의 연구에서는 이를 고려하기 위해 누적분포함수를 이용한다.

4. 결 론

다양한 분야에서 적극적으로 활용되고 있는 또 다른 비모수적 베이지안 필터링 알고리즘인 파티클 필터와 달리 point-mass filter는 주로 지형참조항법 시스템 연구에 국한되어왔다. 본 총설에서는 PMF 활용 촉진을 위해 1990년대 후반 이래로 발전해온 PMF 알고리즘을 기본 개념을 소개하고, 주요 연구 이슈인 그리드 설계 방법과 합성곱 연산에 관한 연구들을 소개했다. PMF의 주요 난점이었던 연산 복잡도 문제가 여러 분해(decomposition) 기법의 적용으로 개선되어가고 있는 상황에서, 다양한 문제에 대한 적극적인 PMF 적용이 이뤄진다면 기존 시스템의 추정 정확도 및 강건성 증대가 이뤄질 수 있을 것으로 기대된다.

References

- [1] Tuncer, B., Orguner, U., Ozkan, E., 2022, Multi-Ellipsoidal Extended Target Tracking With Variational Bayes Inference, IEEE Transactions on Signal Processing 70 3921-3934.
- [2] Kuutti, S., Fallah, S., Katsaros, K., Dianati, M., McCullough, F., Mouzakitis, A., 2018, A Survey of the State-of-the-Art Localization Techniques and Their Potentials for Autonomous Vehicle Applications, IEEE Internet of Things Journal 5:2 829-846.
- [3] Gallego, G., Lund, J. E.A., Mueggler, E., Rebecq, H., Delbruck, T., Scaramuzza, D., 2018, Event-Based, 6-DOF Camera Tracking from Photometric Depth Maps, IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence 20:10 2402-2412.
- [4] Daum, F., 2005, Nonlinear filters: beyond the Kalman filter, IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine 20:8 57-69.
- [5] Li, T., Sun, S., Sattar, T. P., Corchado, J. M., 2014, Fight sample degeneracy and impoverishment in particle filters: A review of intelligent approaches, Expert Systems with Applications 41:8 3944-3954.
- [6] Dunik, J., Sotak, M., Vesely, M., Straka, O., Hawkinson, W., 2019, Design of Rao-Blackwellized Point-Mass Filter With Application in Terrain Aided Navigation, IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems 55:1 251-272.
- [7] Park, J., Park, Y.-g., Park, C. G., 2020, Parameter Estimation of Radar Noise Model for Terrain Referenced Navigation Using a New EM Initialization Method, IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems 56:1 107-112.
- [8] Ånonsen, K.B., Hallingstad, O., 2006, Terrain Aided Underwater Navigation Using Point Mass and Particle Filters, 2006 IEEE/ION Position, Location, And Navigation Symposium 1027-1035.
- [9] Jeon, H. C., Park, W. J., Park, C. G., 2018, Grid Design for Efficient and Accurate Point Mass Filter-Based Terrain Referenced Navigation, IEEE Sensors Journal 18:4 1731-1738.
- [10] Vaman, D., 2012, TRN history, trends and the unused potential, 2012 IEEE/AIAA 31st Digital Avionics Systems Conference (DASC) 1A3-1-1A3-16.
- [11] Yoo, Y. M., Park, C. G., 2015, Improvement of terrain referenced navigation using a Point Mass Filter with grid adaptation, International Journal of Control, Automation and Systems 13:5 1173-1181.

- [12] Choe, Y., 2022, Numerical Methods for the Nonlinear Bayesian Filtering Problem of Terrain Referenced Navigation: Efficiency and Robustness Perspectives, Doctorate Thesis, Seoul National University, Republic of Korea.
- [13] Choe, Y., Park, C. G. 2021, Point-Mass Filtering With Boundary Flow and Its Application to Terrain Referenced Navigation, IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems 57:6 3600-3613.
- [14] Bergman, N., 1999, Recursive Bayesian Estimation - Navigation and Tracking Applications, Doctorate Thesis, Linköping University, Sweden.
- [15] Park, Y.-G., Park, C. G., 2018, Grid Support Adaptation for Point Mass Filter Based Terrain Referenced Navigation Using Mutual Information, IEEE Sensors Journal 18:18 7603-7610.
- [16] Matoušek, J., Duník, J., Straka, O., 2020, Density Difference Grid Design in a Point-Mass Filter, Energies 13:16 4080.
- [17] Šimandl, M., Královec, J., Söderström, T., 2006, Advanced point-mass method for nonlinear state estimation, Automatica 42:7 1133-1145.
- [18] Šimandl, M., Královec, J., Söderström, T., 2002, Anticipative grid design in point-mass approach to nonlinear state estimation, IEEE Transactions on Automatic Control 47:4 699-702.
- [19] Dunik, J., Straka, O., Matousek, J., 2020, Conditional Density Driven Grid Design in Point-Mass Filter, ICASSP 2020 - 2020 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP) 9180-9184.
- [20] Duník, J., Straka, O., Matoušek, J., Blasch, E., 2020, Copula-based convolution for fast point-mass prediction, Signal Processing 192 108367.
- [21] Tichavsky, P., Straka, O., Dunik, J., 2020, Grid-Based Bayesian Filters With Functional Decomposition of Transient Density, IEEE Transactions on Signal Processing 71 92-104.
- [22] Dunik, J., Straka, O., Matousek, J., Brandner, M., 2021, Accurate Density-Weighted Convolution for Point-Mass Filter and Predictor, IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems 57:6 3574-3584.

대표저자소개

최영권(Yeongkwon Choe)



- 2017년 2월 : 서울대학교 기계항공공학부 우주항공공학전공 (공학석사)
- 2022년 2월 : 서울대학교 기계항공공학부 우주항공공학전공 (공학박사)
- 2022년 3월 : 한국전자기술연구원(KETI) 모빌리티플랫폼연구센터 (선임연구원)
- 2023년 3월 ~ 현재 : 강원대학교 메카트로닉스공학전공 (조교수)

<주요 연구 분야>

- 비선형 베이저안 필터링 알고리즘, 항공우주 항법시스템, 자율주행 인지/측위/센서 융합, SLAM