

## 등가 이방성 복합재 평판에 대한 파손 특성에 관한 연구

윤재호<sup>1</sup> · 김한준<sup>1</sup> · 김용하<sup>2,†</sup><sup>1</sup>(주)한화 방산부문 대전사업장 추진기술팀<sup>2</sup>충남대학교 기계공학부

## A Study on the Failure Characteristics of Equivalent Anisotropic Composite Plates

Jaeho Yun<sup>1</sup>, Hanjun Kim<sup>1</sup> and Yongha Kim<sup>2,†</sup><sup>1</sup>Propulsion Technology Team, Hanwha Corporation Daejeon Plant<sup>2</sup>School of Mechanical Engineering, Chungnam National University

## Abstract

This paper deals with predicting comparable mechanical properties of laminated composite plates. The stiffness of an equivalent anisotropic composite plate is derived based on classical lamination theory. A novel failure criterion is defined to describe the failure behaviour of laminated composite plates based on micro-mechanics failure criteria. Finally, the theory's validation of finite element analysis results was verified. We concluded that this theory is very suitable for failure analysis of laminated composite plates for aerospace applications due to their relative simplicity and computational efficiency.

## 초 록

본 논문에서는 효율적인 파손해석을 위해 등가 이방성 복합재 평판으로 가정된 복잡한 적층 패턴을 가진 복합재 적층판의 기계적 등가 물성을 예측하였다. 등가 이방성 복합재 평판의 강성은 고전적층판 이론을 기반으로 정의하였으며, 미시역학적 파손이론이 적용된 복합재 적층판의 파손 거동을 묘사할 수 있는 등가 파손방정식을 새롭게 정의하였다. 최종적으로 유한요소해석 결과와 비교하여 제안된 이론을 검증하였으며, 제안된 이론은 높은 계산 효율성과 단순성이라는 이점 때문에 항공우주분야 복합재 적층판의 파손 특성 분석에 적합하다고 판단된다.

**Key Words** : Equivalent Anisotropic Composite Plate(등가 이방성 복합재 평판), Laminated Composite Plate(복합재 적층판), Failure Analysis(파손 해석), Hashin Failure Criteria(Hashin 파손 기준)

## 1. 서 론

항공우주 산업분야에서 복합재료가 동일 중량대비 다른 소재에 비해 구조적인 특성이 우수하기 때문에 구조적 성능 확보 및 경량화를 위해 빈번히 사용된다. 특히 탄소를 강화제로 사용하는 탄소섬유강화플라스틱(CFRP)은 다른 복합재와 비교하여 밀도가 낮으면서도

높은 강성과 강도를 가지고 있어 추진기관 연소관, 배기노즐 등과 같은 비강성과 비강도가 중요한 무기체계 구성품에서 자주 적용되고 있다[1~4]. 이러한 복합재 적층 구조는 체계 운용조건에 따라 다양한 적층패턴으로 설계되며, 이 과정에서 복합재 적층 구조의 구조강건성 분석이 요구된다. 구조강건성 분석 방법은 크게 수치적 방법과 시험적 방법으로 분류된다. 수치적 방법은 구조 특성을 분석하는데 비교적 높은 정확도와 높은 계산 효율성을 가지기 때문에 기존 복합재 적층 구조의 구조 특성 관련 연구[5, 6]와 기초 설계 단계

Received: Jun. 29, 2022 Revised: Aug. 03, 2022 Accepted: Aug. 19, 2022

† Corresponding Author

Tel: +82-42-821-6574, E-mail: yongha\_kim@cnu.ac.kr

© The Society for Aerospace System Engineering

에서 자주 활용되지만, 적층 패턴이 복잡할 경우 모델링 작업에서 많은 시간이 소비되고 계산 시간도 늘어나는 어려움이 있다. 따라서 효율적인 구조해석을 위해 복잡한 적층 패턴을 가진 복합재 적층 구조를 등가 기계적 물성을 가진 이방성 복합재 구조 모델로 정립하는 연구가 진행되고 있다[7~9]. 본 논문에서는 효율적인 파손해석을 위해 등가 이방성 복합재 평판으로 가정된 복잡한 적층 패턴을 가진 복합재 적층판의 기계적 등가 물성을 예측하였다. 등가 이방성 복합재 평판의 강성은 고전적층판 이론을 기반으로 정의하였으며, 미시역학적 파손이론인 Hashin 파손기준이 적용된 복합재 적층판의 파손 거동을 묘사할 수 있는 등가 파손방정식을 새롭게 정의하였다. 최종적으로, 3차원 유한요소법을 이용한 파손해석을 통해 제안된 파손방정식을 검증하였으며, 이에 대한 계산 효율성과 정확도를 검토하였다.

## 2. 복합재 적층판의 등가 파손방정식 정의

### 2.1 복합재 적층판의 구조 문제 정의

본 논문에서는 Fig. 1과 같이  $n$ 개의 플라이로 구성된 복합재 적층판의 등가 파손방정식을 정의하였다. 이 복합재 적층판은 3종류의 면하중( $N_x$ ,  $N_y$ ,  $N_{xy}$ )이 가해지며, Kirchhoff-Love 평판 이론[10]을 기반하여 등가 기계적 물성을 가진 이방성 복합재 평판으로 가정되었다.

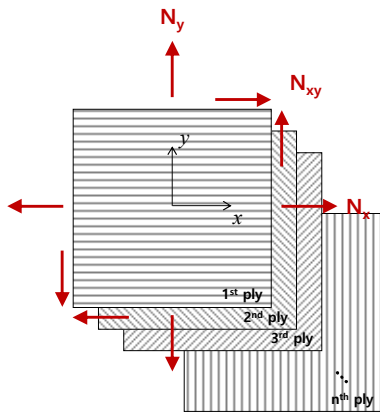


Fig. 1 Laminated Composite Plate

### 2.2 등가 강성 변수 정의

복합재 적층판의 등가 강성 변수는 고전적층판 이론(Classical Laminate Theory, CLT)을 기반으로 아래 식과 같이 정의된다[11].

$$E_L = \frac{|A|}{\sum_{k=1}^n t_k (A_{22} A_{66} - A_{26}^2)} \quad (1)$$

$$E_T = \frac{|A|}{\sum_{k=1}^n t_k (A_{11} A_{66} - A_{16}^2)} \quad (2)$$

$$G_{LT} = \frac{|A|}{\sum_{k=1}^n t_k (A_{11} A_{22} - A_{12}^2)} \quad (3)$$

$$\nu_{LT} = -\frac{A_{16} A_{26} - A_{12} A_{66}}{A_{22} A_{66} - A_{26}^2} \quad (4)$$

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^n t_k \bar{Q}_{ij}^{[k]} \quad (5)$$

$$[\bar{Q}]^{[k]} = ([T]^{[k]})^{-1} [Q]^{[k]} [T]^{[k]} \quad (6)$$

$$[T]^{[k]} = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta_k & \sin^2 \theta_k & 2 \cos \theta_k \sin \theta_k \\ \sin^2 \theta_k & \cos^2 \theta_k & -2 \cos \theta_k \sin \theta_k \\ -\cos \theta_k \sin \theta_k & \cos \theta_k \sin \theta_k & \cos^2 \theta_k - \sin^2 \theta_k \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$[Q]^{[k]} = \begin{bmatrix} \frac{E_1}{1 - \nu_{12} \nu_{21}} & \frac{\nu_{12} E_2}{1 - \nu_{12} \nu_{21}} & 0 \\ \frac{\nu_{21} E_1}{1 - \nu_{12} \nu_{21}} & \frac{E_2}{1 - \nu_{12} \nu_{21}} & 0 \\ 0 & 0 & G_{12} \end{bmatrix} \quad (8)$$

여기서,  $E_L$ ,  $E_T$ ,  $G_{LT}$ ,  $\nu_{LT}$ 는 등가 이방성 복합재 평판의 탄성계수, 전단계수 포아송비를 의미한다. 또한,  $t_k$ ,  $\theta_k$ 는  $k$ 번째 플라이의 두께와 적층각도를 의미하며,  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $G_{12}$ ,  $\nu_{12}$ 는 플라이의 탄성계수, 전단계수, 포아송비를 의미한다.

### 2.3 Hashin 파손이론을 통한 복합재 적층판의

#### 파손 강도 예측

복합재 적층판의 미시역학적 파손 특성을 묘사하기 위한 등가 파손방정식은 복합재 적층판의 파손강도 데이터베이스를 기반으로 정의된다. 이에 따라 본 논문에서는 미시역학적 파손이론 중 하나인 Hashin 파손방정식을 이용하여 아래와 같은 절차로 복합재 적층판의 파손강도 데이터베이스를 구축하였다.

#### 1) 초기 하중조건 정의

$$[N]_i = [N]_{i-1} + \begin{bmatrix} n_x \Delta N \\ n_y \Delta N \\ n_{xy} \Delta N \end{bmatrix} \quad (9)$$

여기서,  $\Delta N$ 은 하중증분 값이며,  $n_x, n_y, n_{xy}$ 는 다축 하중 조건을 정의하기 위한 계수이고 -1에서 1 사이의 값을 가진다.

2) 전체 좌표계에 대한 변형률 계산

$$\begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}_i = ([A])^{-1} [N]_i \quad (10)$$

3)  $k$ 번째 플라이의 국부 좌표계에 대한 변형률 및 응력 계산

$$\begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix}_i^{[k]} = ([T]^{[k]})^{-1} \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}_i \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix}_i^{[k]} = [Q]^{[k]} \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix}_i \quad (12)$$

4) 파손지수(Hashin's failure criterion) 계산 및 파손여부 판단

$$f_{ft} = \left( \frac{\sigma_1}{X_T} \right)^2 + \left( \frac{\tau_{12}}{S} \right)^2 \quad (13)$$

$$f_{fc} = \left| \frac{\sigma_1}{X_C} \right| \quad (14)$$

$$f_{mt} = \left( \frac{\sigma_2}{Y_T} \right)^2 + \left( \frac{\tau_{12}}{S} \right)^2 \quad (15)$$

$$f_{mc} = \left( \frac{\sigma_2}{2S_T} \right)^2 + \left[ \left( \frac{Y_C}{2S_T} \right)^2 - 1 \right] \frac{\sigma_2}{Y_C} + \left( \frac{\tau_{12}}{S} \right)^2 \quad (16)$$

여기서,  $f_{ft}, f_{fc}, f_{mt}, f_{mc}$ 는 섬유인장파손지수, 섬유압축 파손지수, 기지인장파손지수, 기지압축파손이며,  $X_T, X_C, Y_T, Y_C, S_T, S$ 는 플라이의 섬유방향 인장/압축 강도, 기지방향 인장/압축 강도, 전단 강도를 의미한다. 파손 지수가 1이상일 경우, 수치해석을 중단하며 이 때의 하중 값을 파손강도로 채택한다. 또한, 파손지수가 1미만일 경우, 1)단계로 돌아가 하중증분을 하여 파손지수가 1이상일 때 까지 1) ~ 4)의 절차를 반복한다.

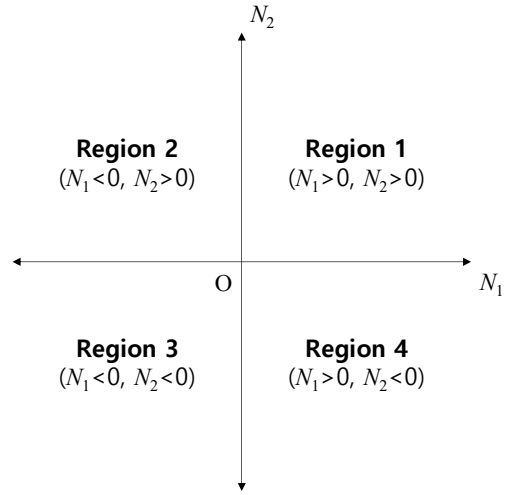


Fig. 2 Region according to load directions

### 2.4 등가 파손방정식 정의

본 논문에서 등가 파손지수는 아래 식과 같이 정의하였다. 제안된 등가 파손지수는 Hashin 파손포락선을 기반으로 하여 섬유방향 응력, 기지방향 응력, 섬유-기지방향 전단응력의 종속 관계를 수학적으로 모델링하였다.

$$f = \left( \frac{\sigma_1}{S_1} \right)^m + \left( \frac{\sigma_2 + \alpha \frac{\sigma_1}{S_1}}{S_2} \right)^n + \left( \frac{\tau_{12}}{S_{12}} \right)^k \quad (17)$$

여기서,  $S_1, S_2, S_{12}$ 는 단축 하중조건에서 Hashin 파손이론으로 계산된 복합재 적층판의 파손강도이다.  $m, n, k, \alpha$ 는 복합재 적층판의 파손특성을 묘사하기 위한 등가 파손포락선을 구성하는 계수이며, 계수  $m, n, k$ 는 각각 섬유방향 응력, 기지방향 응력, 섬유-기지방향 전단응력에 대한 등가 파손지수의 영향성을 나타낸다.  $\alpha$ 는 섬유방향 응력과 기지방향 응력의 커플링 정도를 나타내며, 이러한 계수들은 Hashin 파손이론으로 계산된 다축 하중조건에서의 복합재 적층판의 파손강도 데이터베이스와 아래와 같이 정의된 최적화 문제를 풀이 하면서 계산된다.

$$\text{Minimize : } R = \left( \frac{f_{hashin} - f_{EQ}}{f_{hashin}} \right)^2 \quad (18)$$

$$\text{Side constraints : } 2 \leq m \leq 10 \quad (19)$$

$$2 \leq n \leq 10$$

$$2 \leq k \leq 10$$

$$-0.1 \leq \alpha \leq 0.5$$

여기서,  $R$ 은 목적함수이며, Hashin 파손이론으로 계산된 복합재 적층판의 파손강도와 등가 파손방정식으로 계산된 이방성 복합재 평판의 파손강도의 유사성을 나타내는 계수이다. 설계 변수는 등가 파손방정식을 구성하는 계수  $m, n, k, \alpha$ 이고, 최적화 문제에 대한 경계조건은 식 (19)와 같이 정의하였다. 파손강도 데이터베이스는 Fig. 2와 같이 하중의 방향에 따라 총 4가지 영역으로 구분되며,  $m, n, k, \alpha$  값은 각 영역에서 별도로 계산된다.

### 3. 등가 파손방정식 검증

본 논문에서는 2절에서 정의된 등가 파손방정식을 검증하기 위해, Hashin 파손이론을 적용한 복합재 적층판과 등가 파손방정식이 적용된 이방성 복합재 평판에 대하여 유한요소해석을 수행하였다.

#### 3.1 수치적 예제

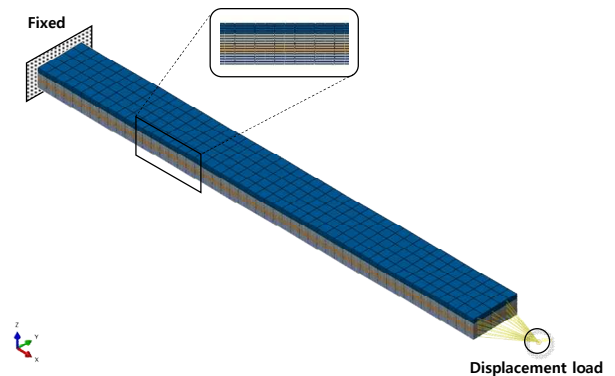
등가 파손방정식의 수치적 예제로서, 인장/압축 하중을 받고 한쪽 끝단이 고정된 CFRP 복합재 적층판의 파손해석을 위한 유한요소모델링을 Fig. 3과 같이 수행하였다. 유한요소모델은 Hashin 파손이론을 적용한 복합재 적층판 모델과 등가 파손방정식을 적용한 이방성 복합재 평판 모델 2가지로 분류되며, 두께가 비교적 두꺼운 무기체계 구성품(배기노즐, 연소관 등)에 적용할 수 있는 이차고체요소(C3D20)로 구성되어 있다. 요소 사이즈는 수렴성 분석을 통해 결정하였으며, 각각의 플라이가 묘사된 복합재 적층판 모델이 이방성 복합재 평판 모델보다 요소가 조밀하게 구성되어 있다. 또한, 경계조건은 한쪽 끝단 면을 변위 고정하여 적용하였으며, 하중조건은 끝단에서 MPCs(Multiple Point Constraints)요소를 사용하여  $x$ 방향의 변위하중 형태로 적용하였다. 수치적 예제의 기하학적 변수와 재료물성은 Table 1, 2에 표기하였다.

**Table 1** Geometric parameters

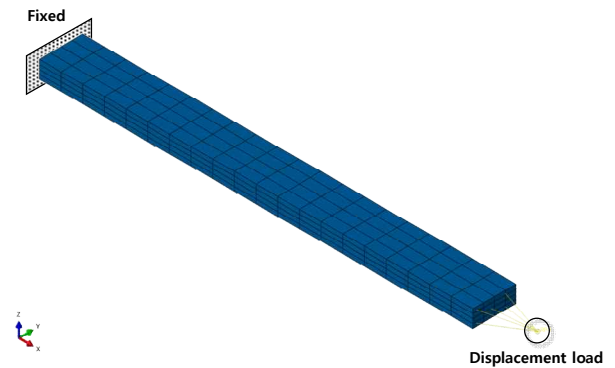
	Value	Unit
Length	100	mm
Width	10	
Ply thickness	1	
Stacking sequence	$[0/90/90/0]_T$	degree

**Table 2** Material properties [12]

		Value	Unit
Modulus of elasticity	$E_1$	134	GPa
	$E_2$	8.08	
	$G_{12}$	5.33	
Poisson ratio	$\nu_{12}$	0.33	-
Strength	$X_T$	2,480	MPa
	$X_C$	1,170	
	$Y_T$	43.9	
	$Y_C$	129	
	$S$	82.4	
	$S_T$	77.3	



a) Case 1 (Hashin failure criteria)



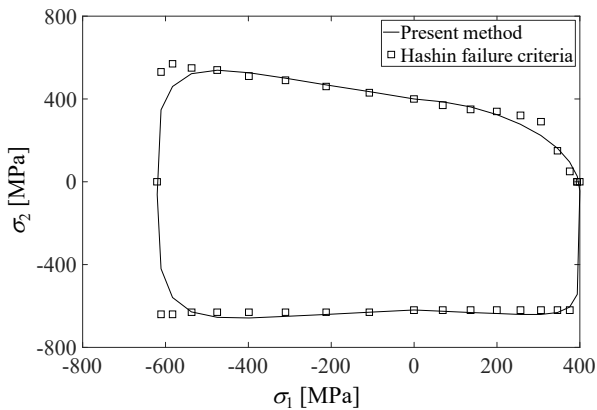
b) Case 2 (Present method)

**Fig. 3** Finite element models

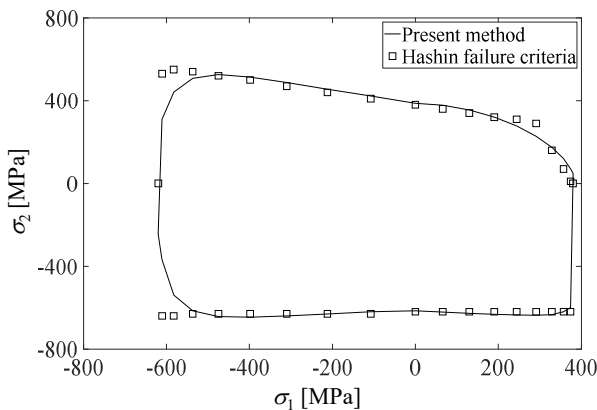
#### 3.2 등가 파손방정식의 계수 정립

파손해석을 수행하기 전에 등가 파손방정식의 계수 ( $m, n, k, \alpha$ )를 1D 파손해석 및 최적화를 수행하여 도출하였다. 첫 번째로 Hashin 파손이론을 이용하여 다축 하중조건에서의 복합재 적층판의 1D 파손강도를 계산하였다. 여기서, 다축 하중조건은 섬유방향 하중과 기지방향 하중 그리고 섬유-기지방향 전단하중이 동시

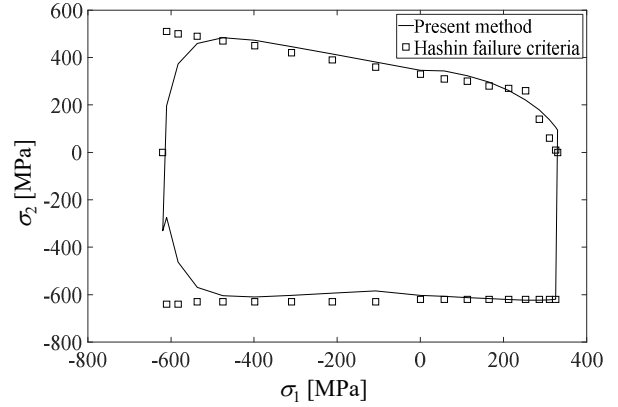
에 부여된 하중조건을 의미한다. 그 다음 2.4절에서 정의된 최적화 문제를 풀이하여 각 영역에 대한  $m$ ,  $n$ ,  $k$ ,  $\alpha$  값을 Table 3에 명시하였다. 최적화 알고리즘은 유전자 알고리즘을 사용하였으며, 유전자 알고리즘의 세대 수, 개체 군, 변이율, 교차율은 200, 20, 0.15, 0.5로 설정하였다. 다축 하중조건에 대한 Hashin 파손 포락선과 등가 파손포락선은 Fig. 4에 나타내었으며, 섬유-기지방향 전단 하중이 크기가 클수록 섬유방향 파손응력과 기지방향 파손응력의 크기가 감소하는 것을 확인할 수 있다. 게다가, Fig. 4의 파손포락선에서 기지방향 응력이 압축 상태일 때는 섬유방향 응력과 기지방향 응력의 커플링 정도가 낮지만, 기지방향 응력이 인장 상태일 때는 섬유방향 응력과 기지방향 응력의 커플링 정도가 높은 것을 확인할 수 있다. 또한, 정의된 등가 파손방정식이 다축 하중조건에서의 Hashin 파손이론과 유사한 파손포락선을 계산하는 것을 확인할 수 있다.



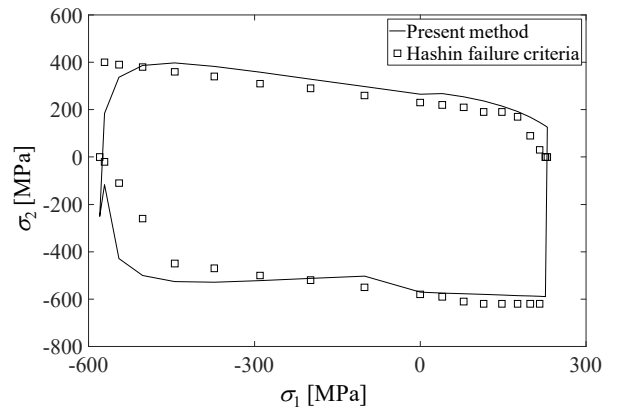
a)  $\tau_{12}/S_{12} = 0$



b)  $\tau_{12}/S_{12} = 0.25$



c)  $\tau_{12}/S_{12} = 0.5$



d)  $\tau_{12}/S_{12} = 0.75$

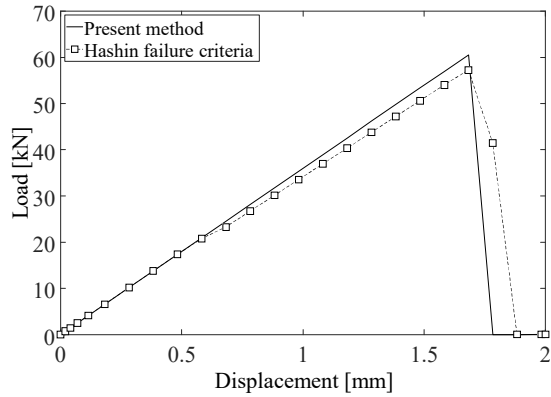
Fig. 4 Failure envelopes

Table 3 Parameters( $m$ ,  $n$ ,  $k$ ,  $\alpha$ ) for the equivalent failure criteria

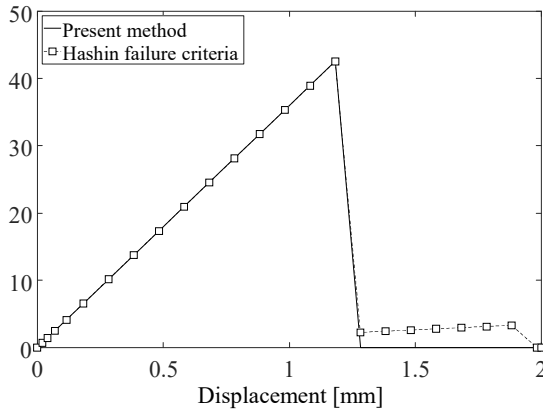
	Value			
	$m$	$n$	$k$	$\alpha$
Region 1	2.0	2.2	2.0	0.11
Region 2	10	2.0	2.0	-0.50
Region 3	10	2.0	3.6	-0.10
Region 4	10	2.0	10	-0.054

Table 4 Comparison of failure load and run time

	Tension load		Compressive load		Unit
	Case 1	Case 2	Case 1	Case 2	
Failure load	56.1	60.1	43.2	42.1	kN
Run time	64	19	68	24	s



a) Tensile load



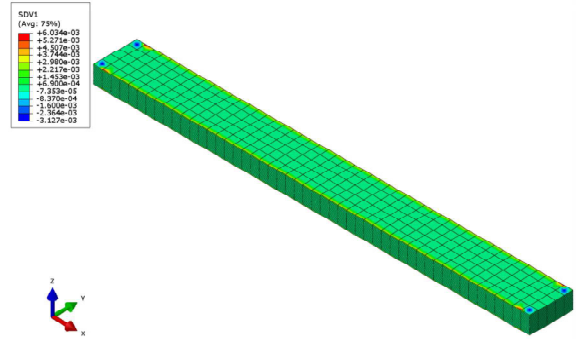
b) Compressive load

Fig. 5 Results of 3D failure analyses (Load-displacement curve)

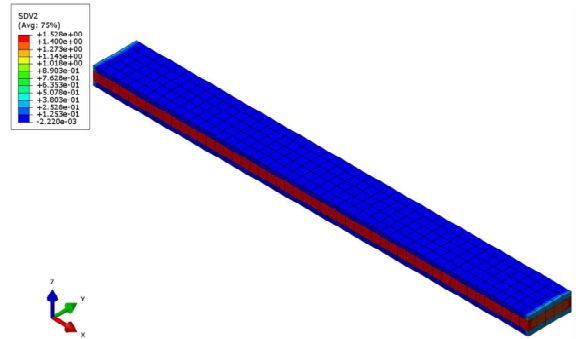
### 3.3 파손해석 및 검토

3.1절과 3.2절에서 정의된 유한요소모델과 등가 파손방정식 계수를 이용하여 복합재 적층판과 이방성 복합재 평판의 파손해석을 수행하였다. 유한요소해석은 ABAQUS(General, static)를 이용하여 수행하였으며, Hashin 파손방정식과 등가 파손방정식은 USER SUBROUTINE인 USDFLD를 이용하여 적용하였다. 파손해석 결과는 Fig. 5 ~ 7에 나타내었다. 등가 파손방정식이 적용된 이방성 복합재 평판의 파손강도는 Hashin 파손이론이 적용된 복합재 적층판의 결과와 비교하여 최대 7% 차이를 가진다. 또한, 적은 요소수와 간단한 적층 모델링 작업으로 Hashin 파손이론이 적용된 복합재 적층판의 파손해석보다 계산효율성이 높으며, 해석시간은 최소 약 65% 짧아졌으며, 해석 케이스에 대한 파손강도 및 해석시간은 Table 4에 명시하였다. 하지만, 등가 이방성 복합재 평판으로 가정했

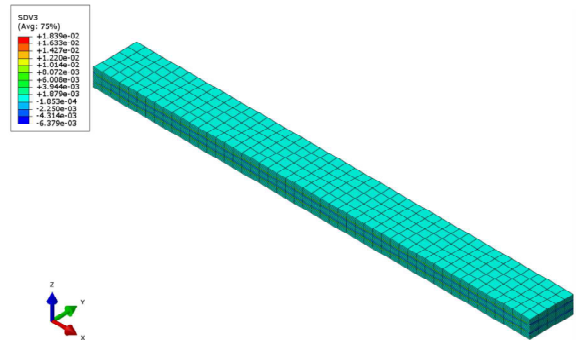
기 때문에 플라이 사이의 상세 파손 거동을 묘사하지 못한다는 단점이 있다.



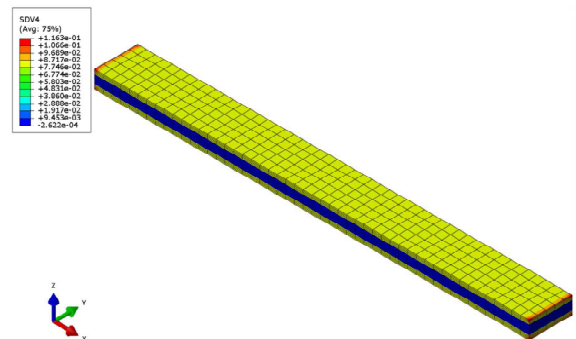
a.1) Fiber failure in tension



a.2) Fiber failure in compression

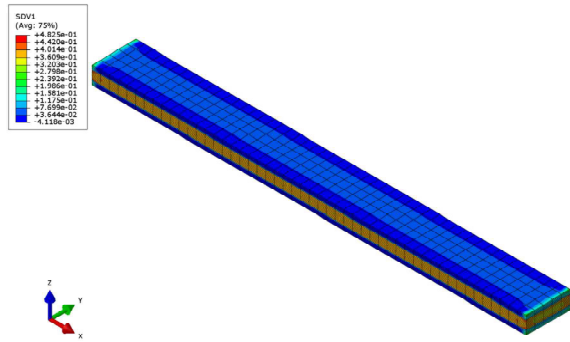


a.3) Matrix failure in tension

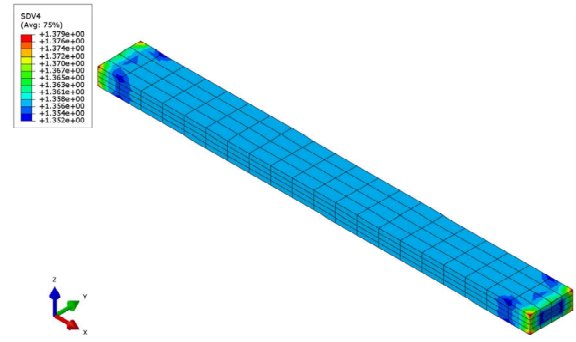


a.4) Matrix failure in compression

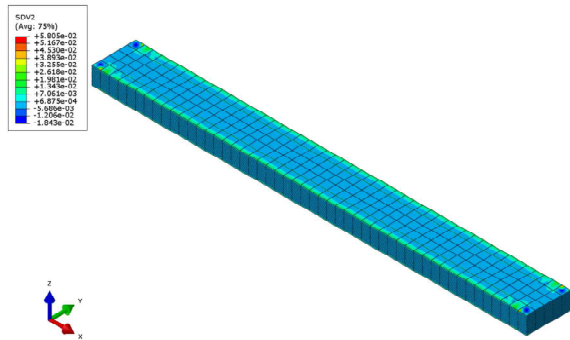
a) Tensile load



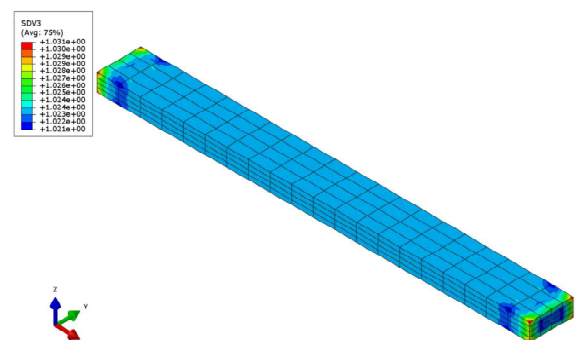
b.1) Fiber failure in tension



a) Tensile load

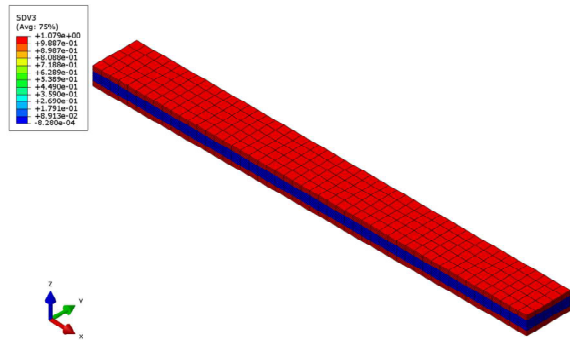


b.2) Fiber failure in compression

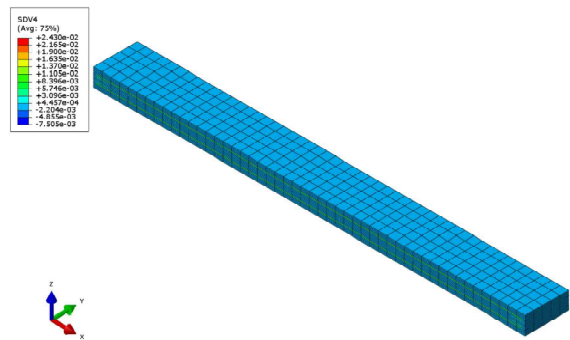


b) Compressive load

Fig. 7 Results of 3D failure analyses (Case 2, Failure modes)



b.3) Matrix failure in tension



b.4) Matrix failure in compression

b) Compressive load

Fig. 6 Results of 3D failure analyses (Case 1, Failure modes)

## 4. 결 론

본 논문에서는 효율적인 파손해석을 위해 등가 이방성 복합재 평판으로 가정된 복잡한 적층 패턴을 가진 복합재 적층판의 기계적 등가 물성을 예측하였다. 등가 이방성 복합재 평판의 강성은 고전적층판 이론을 기반으로 정의하였으며, 등가 파손방정식은 Hashin 파손이론을 이용한 다축 하중조건에서의 복합재 적층판의 1D 파손강도 데이터베이스와 최적화를 기반으로 정의하였다. 최종적으로, 3차원 유한요소법을 이용한 파손해석을 통해 제안된 파손방정식을 검증하였으며, 결과적으로 등가 파손방정식은 적은 요소 수로 Hashin 파손이론과 유사한 결과를 도출되며, 계산 및 모델링 작업 측면에서 효율성이 우수한 것을 확인하였다. 따라서 본 논문에서 정의된 등가 파손방정식은 복잡한 적층 패턴을 가진 복합재 적층 구조의 파손특성 분석 및 구조설계에 대한 계산 효율성은 높이에 기여할 수 있다.

## References

- [1] S. Date, Y. Abe and T. Okabe, "Effects of fiber properties on aerodynamic performance and structural sizing of composite aircraft wings," *Aerospace Science and Technology*, vol. 124, pp. 107565, 2022.
- [2] Y. Kim and S. J. Kim, "Thermo-structural optimization of multiple composite layers with variable elliptical cross-sections," *Composite Structures*, vol. 269, pp. 114031, 2021.
- [3] M. R. Amoozgar and H. Shahverdi, "Aeroelastic Stability Analysis of Curved Composite Blades in Hover Using Fully Intrinsic Equations," *International Journal of Aeronautical and Space Sciences*, vol. 20, pp. 653-663, 2019.
- [4] H. J. Choi and H. B. Park, "A Study on the Structural Design and Analysis of Air Intake of Unmanned Aerial Vehicles Applied to Composite Materials," *Journal of Aerospace System Engineering*, vol.16, no.1, pp. 81-85, 2022.
- [5] Y. Kim and S. J. Kim, "Design and thermo-structural analysis of 2D exhaust nozzle with multiple composite layers," *Composite Structures*, vol. 254, pp. 112857, 2020.
- [6] P. Kim, S. Kim, S. Doh, D. Yoon and J. Park, "Progressive Failure Analysis of Composite Double Bolted Joints using Gradual Degradation Model," *Journal of Aerospace System Engineering*, vol. 13, no.6, pp. 26-35, 2019.
- [7] Q. Kang, S. Jin and W. Ye, "Homogenization of the macroscopic stiffness of 2D triaxially braided composites: Roles of the local stiffness model and undulating average scheme," *Composite Structures*, vol. 280, pp. 114917, 2022.
- [8] M. Kim and J. Park, "Stiffness Prediction of Triaxial Braided Composites Accounting for Manufacturing Parameters," *International Journal of Aeronautical and Space Sciences*, vol. 22, pp. 602-612, 2021.
- [9] H. Kim and J. Park, "Improved Modeling Method for 3-Dimensional Woven Composites Using Weaving Parameters," *International Journal of Aeronautical and Space Sciences*, vol. 22, pp. 824-833, 2021.
- [10] J. N. Reddy, *Theory and Analysis of Elastic Plates and Shells*, 2nd Ed., CRC Press, 2007.
- [11] R. F. Gibson, *PRINCIPLES OF COMPOSITE MATERIAL MECHANICS*, 4th Ed., CRC Press, 2016.
- [12] Y. Kim, J. Lee and J. Park, "A structural optimization of laminated composite curved structure for an elastic shock absorber of UAV based on a novel theory," *MECHANICS OF ADVANCED MATERIALS AND STRUCTURES*, vol. 29, no. 15, pp. 2219-2234, 2022.