

# 호퍼 표면에서의 분말 유동에 대한 입자 형상의 영향

강민창\*, 방상욱\*, 박준영\*,#

\*금오공과대학교 기계설계공학과

## Effect of Particle Shape for Powder Flow on Hopper Surface

Min-Chang Kang\*, Sang-Wook Bang\*, Junyoung Park\*,#

\*School of Mechanical Design Engineering, Kumoh National Institute of Technology

(Received 22 July 2022; received in revised form 25 July 2022; accepted 28 July 2022)

### ABSTRACT

The flow at the top surface of the hopper is of particular industrial interest. Previously, the velocity distribution inside the hopper was predicted using the simple, void and spot models, which are equations for the particle flow field. However, because these equations cannot predict the velocity distribution at the top surface, a new equation has been recently proposed. This study employed the discrete element method with the changed shape of the particles. Based on the results, the shape of the particle had no effect on the discharge angle and shape of the velocity distribution; however, it greatly affected the size of the velocity distribution and bed thickness of the flowing particles. Therefore, in the future, it is necessary to modify the theoretical equation by considering the shape of the particles.

**Keywords :** Hopper(호퍼), Discrete Element Method(이산요소법), Particle Shape(입자형상)

## 1. 서 론

호퍼(Hopper)는 다양한 재료 및 배출물을 일시적으로 보관하거나 아래의 좁은 출구를 통해 배출하기 위한 깔때기 모양의 용기이며 플랜트 혹은 시공 기계의 일부이다. 자기 연마 가공에서 사용되는 연마입자와 자기입자도 원재료 상태에서는 호퍼에 보관된다<sup>[1-4]</sup>. 호퍼 내부의 입자의 흐름은 비교적 단순하고 해석도 상대적으로 쉬운 편이라 이 분야 연구자들에게 수년 동안 흥미로운 주제이다.

호퍼 내부의 유동은 크게 질량 유동(Mass Flow)와 중심유동(Core Flow)으로 나누어진다. 질량 유동이 동일한 보관시간과 안정적인 출구 유동을 위해서 선호되지만, 호퍼 높이의 제한이나 호퍼 벽과의 마모 등을 고려하여 중심유동으로 설계되기도 한다. 호퍼 내부의 유동을 결정하는 것은 속도장이다. 즉, 호퍼 내부 속도의 분포에 따라 질량유동과 중심유동이 구분된다. 호퍼 내부의 속도장에 대한 연구는 이론 연구가 상당히 진행되어 있다. 속도의 크기는 입자의 종류 및 크기, 출구 폭, 사일로 밀면 각도에 영향을 받고, 속도 분포는 유량, 입자의 위치와 확산 길이 만으로 결정된다는 것이 Kinematic Theory에 의해서 잘 알려져 있다<sup>[5]</sup>. 이 이론은

# Corresponding Author : pcello@kumoh.ac.kr

Tel: +82-54-478-7377, Fax: +82-54-478-7377

Litwyszyn<sup>[6-7]</sup>, Mullins<sup>[8]</sup>, Nedderman and Tuzun<sup>[9-10]</sup> 등에 의해 증명되었으며, 물질의 이동을 나타내는 확산 방정식을 개선한 것이다. Kinematic Theory의 종류에는 사일로 내부의 입자들이 확산한다고 생각하는 Simple Model<sup>[9-10]</sup>과 반대로 입자들 사이의 빈 공간(void)이 확산한다고 생각하는 Void Model<sup>[8]</sup>, 입자들의 무리(spot)가 확산한다고 생각하는 Spot Model<sup>[5]</sup> 등이 있다. 하지만 이 이론들은 호퍼 내부 유동은 잘 예측하고 있으나, 호퍼 표면의 유동은 잘 예측되지 않고 있다.

입자의 형태가 구형이 아닌 경우에 대한 연구는 주로 이산요소법을 이용하여 많이 진행되었다. Cleary 등은 지름이 5mm 구체를 단축 5mm, 장축 25mm 타원형 입자를 사용하여 연구를 진행하였다<sup>[11]</sup>. Höhner 등은 구형도 및 입자의 크기에 변화를 주어 해석을 진행했다<sup>[12]</sup>. Liu 등은 중횡비의 변화를 주어 호퍼에서 타원체 입자의 유동을 분석하였다<sup>[13]</sup>. Höhner 등은 구형 입자와 여러 다면체 입자를 이용하여 입자 모양을 나타내었고, 앞서 언급된 연구들과 다르게 출구에 각도를 주어 해석을 진행했다<sup>[14]</sup>. Sukumaran 등은 입자의 크기, 분포, 모양, 각도, 표면 거칠기 등 다양한 파라미터를 고려하여 이론적인 측면에서만 연구를 진행하였다<sup>[15]</sup>. Govender 등은 호퍼 배출 시 입자의 모양에 대한 영향이 아닌, 출구 각도에 따른 배출 속도에 관한 연구를 진행하였다<sup>[16]</sup>. Balevičius 등의 연구에서는 호퍼 배출 시 마찰에 의한 영향에 관하여 연구를 제시하였다<sup>[17]</sup>. 하지만, 이러한 일련의 연구들은 모두 호퍼 내부의 속도장만을 다루었고, 호퍼 표면의 유동에 관한 연구는 존재하지 않았다.

따라서, 호퍼 표면의 유동을 예측하기 위해 N.Wang 등에 의해서 새로운 유동 예측 식이 제공되었다<sup>[18]</sup>. 131 $\mu$ m와 237 $\mu$ m 크기를 가진 구형 Glass beads의 호퍼 내 유동을 측정하였다. 하지만, 구형이 아닌 입자의 형상에 따라 호퍼 표면의 유동이 어떻게 변화하는지에 대해서는 조사하지 않았다.

따라서, 본 논문에서는 이산요소법을 사용하여 완벽한 구형 (Sphere) 입자 모델과 여러 개의 입자를 합쳐서 만든 다입자(Multi-sphere) 모델의 2종류의 입자를 모델링하여 호퍼 표면의 유동을 조사하였다.

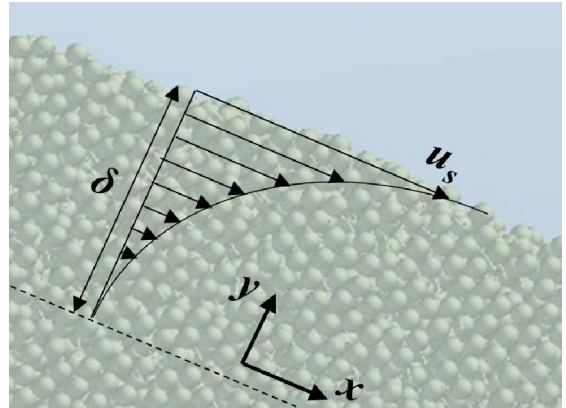


Fig. 1 Schematics of the variables in the equation

## 2. 호퍼 표면 유동의 이론식

일반적으로 호퍼표면에서의 유동은 유체와는 다르게 위로 향하는 2차곡선의 형태를 가지는 것으로 알려져 있다. 즉, 분말 내부에서의 속도 분포는 아래와 같은 식으로 표현이 가능하다<sup>[18]</sup>.

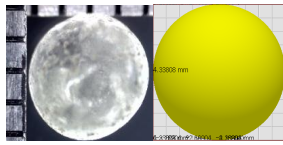
$$u = u_s \left( \frac{y}{\delta} \right)^2 \quad (1)$$

여기서,  $u$ 는 높이에 따른 입자의 속도,  $u_s$ 는 표면에서의 속도,  $y$ 는 정체 분말층으로부터의 높이,  $\delta$ 는 유동층의 두께를 의미한다.

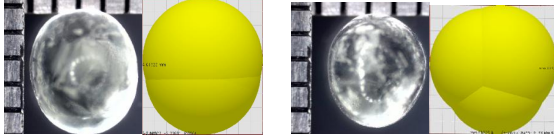
호퍼표면에서 입자가 흘러내려서 산사태와 동일한 현상을 보여주고 있기 때문에, 호퍼표면 유동은 Froude number와 관련이 있다. 일반적인 입자 Froude number는

$$Fr_{part} = \frac{u_s}{\sqrt{gd_p}} \quad (2)$$

로 표현된다. 여기서  $d_p$ 는 입자의 크기이다. 호퍼에서 배출이 시작되면 호퍼표면의 속도가 증가하고 유동층의 두께도 증가하게 된다. 즉, 표면의 입자가 유동하는 것에 따라서 유동층 밑의 정체층에 지속적으로 영향을 주게 된다. 따라서, Froude Number와 유동층의 두께는 일정한 선형 비례관계를 가지게 된다. 즉,



(a) Sphere model



(b) Representative shapes of multi-sphere model

**Fig. 2 The representative shapes of multi-sphere model and sphere model used in DEM**

$$\frac{u_s}{\sqrt{gd_p}} = k \frac{\delta}{d_p} \quad (3)$$

이다<sup>[18]</sup>. 여기서  $k$ 는 비례상수로 실험을 통해 측정하여야 한다. 따라서, 최종적으로, 표면 속도와 유동층 두께의 비는

$$\frac{u_s}{\delta} = k \sqrt{\frac{g}{d_p}} \quad (4)$$

로 나타내어진다<sup>[18]</sup>.

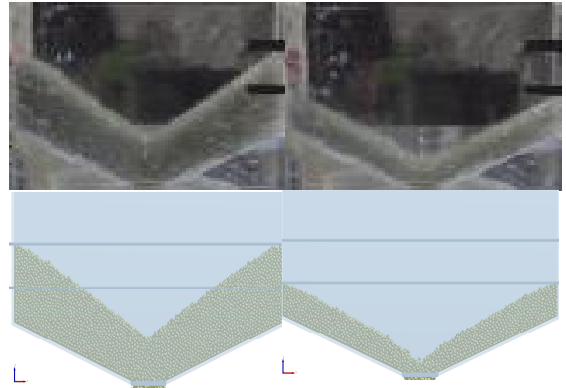
### 3. 시뮬레이션 조건

본 연구에서는 호퍼에서의 입자들의 유동을 나타내기 위해서 이산요소법 시뮬레이션을 통해서 모든 연구를 진행하였다.

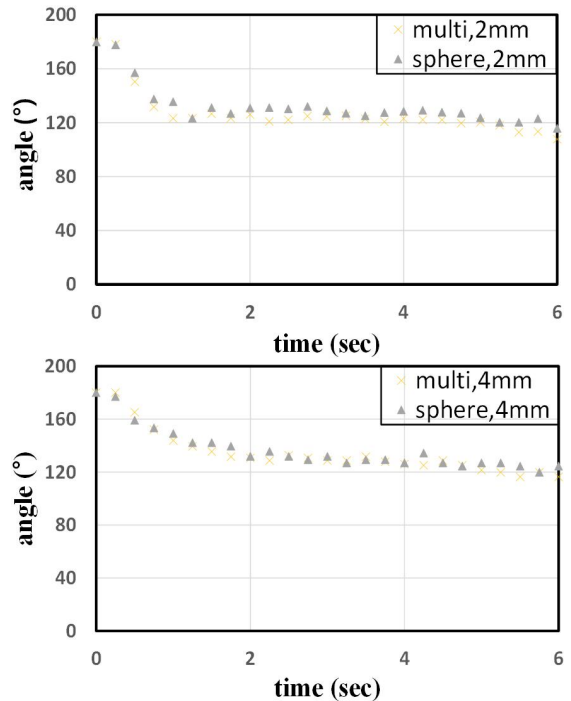
호퍼는 약 30cm×30cm×5cm 크기를 사용하였고, 입자의 크기는 2mm와 4mm의 2종류를 사용하였다. 실제 호퍼와의 유사성을 모사하기 위하여 입자의 재질은 Glass bead로 설정하였다. Glass beads의 물성치로는, 탄성계수는 196Gpa, Poisson Ratio는 0.3, 밀도는 2500kg/m<sup>3</sup>을 사용하였다. 또한 유동에 상당한 영향을 주는 마찰계수는 실제 실험을 통해서 측정하였는데, 입자-입자의 정지마찰계수는 0.329, 입자-호퍼의 정지마찰계수는 0.629, 입자-입자 구름마찰계수는 0.01, 입자-호퍼 구름마찰계수는 0.04를 사용하였다.

Glass beads의 실제 형상은 완벽한 구형이기 보다

는 타원형이나 불완전한 구형에 가깝다. 따라서, 본 논문에서는 입자의 형상을 완벽한 구형의 Sphere와 몇 개의 구형 입자를 합쳐서 하나의 입자를 만드는 Multi-sphere 두가지를 사용하였다. 또한, Fig. 2에



**Fig. 3 Snapshots taken at the same timestep from experiments and DEM simulation**



**Fig. 4 Discharge angle according to time(Upper: 2mm particle, Lower: 4mm particle)**

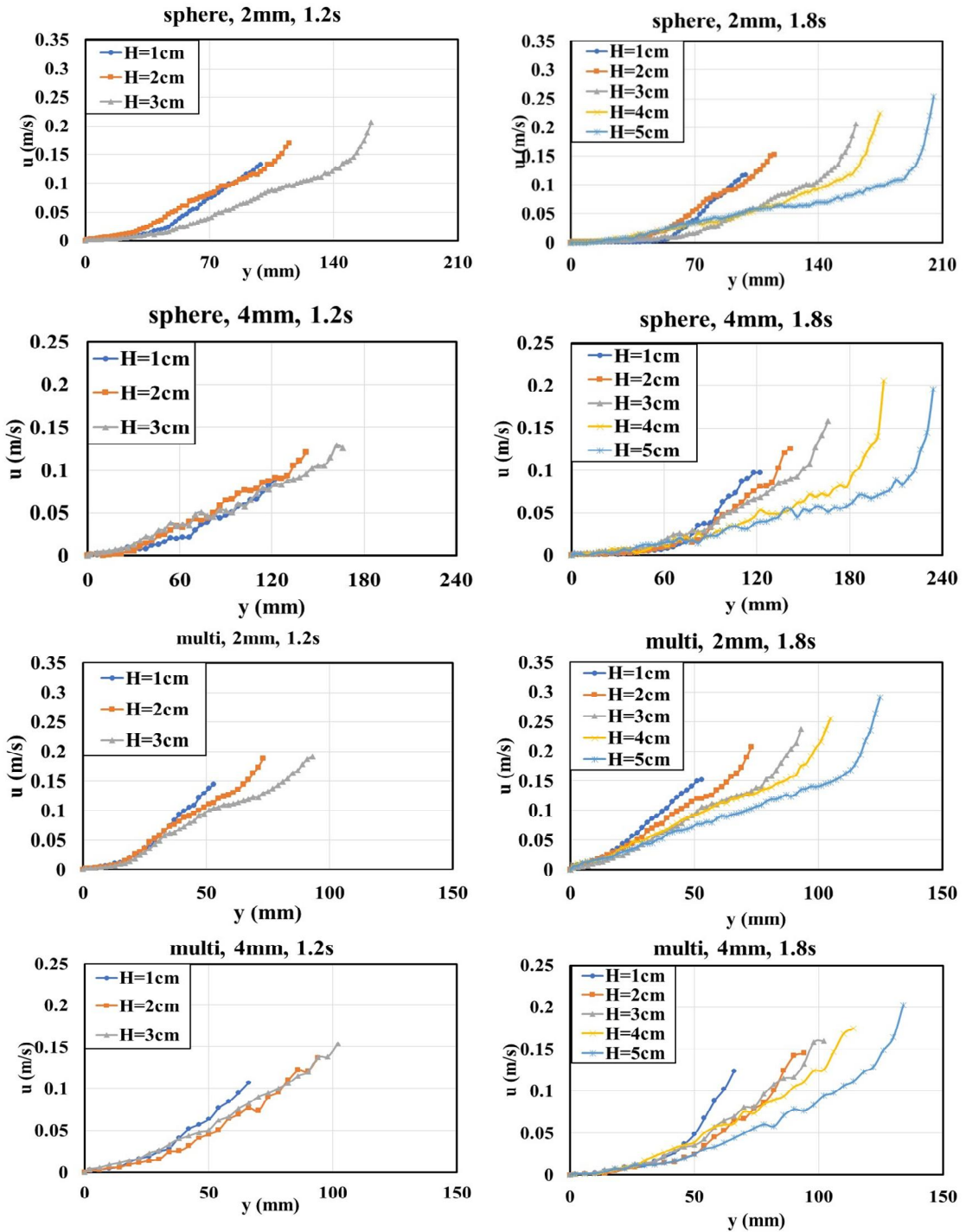


Fig. 5 Temporal and spatial development of velocity profiles

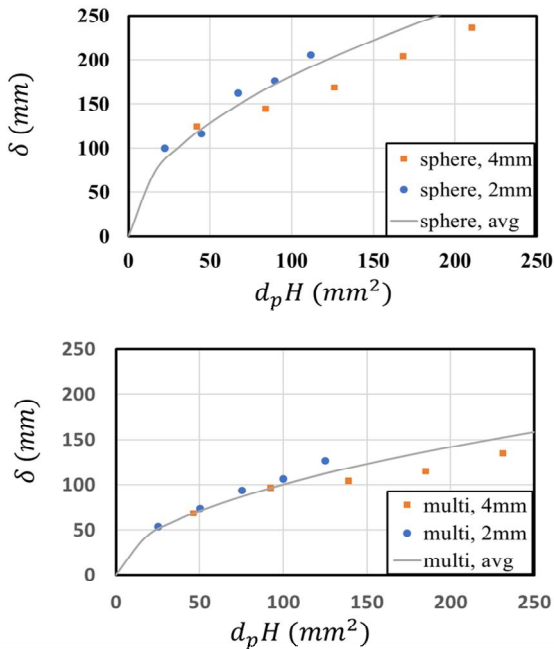


Fig. 6 Variation of  $\delta$  with H

나타낸 바와 같이, 실제 입자는 형상이 상당히 다양하기 때문에, 본 논문에서는 20여가지의 형상을 Multi-sphere로 모델링하여 사용하였다.

또한 실험과 시뮬레이션의 정합성을 확인하기 위하여 Fig. 3과 같이 입자의 배출시 모양과 총 배출 시간을 비교하였다. 총 배출 시간을 기준으로 2mm 입자에서는 6%, 4mm에서는 -5.2%의 오차를 보인다.

논문에 사용된 모든 시뮬레이션은 상업용 이산요소법 시뮬레이션 소프트웨어인 Altair사의 EDEM Academic version 2021을 사용하였다.

#### 4. 결과 및 고찰

호퍼에서 배출이 시작되면 호퍼 표면의 입자들이 안식각을 유지하면서 경사면으로 쏟아져 유동을 만들게 된다. 이때 처음에는 경사면이 없이 평면을 유지하다가 경사각이 늘어 결국 안식각을 유지하면서 유동하게 된다. 따라서, 유동이 정상적으로 이루어지는 시간대, 즉 Steady state에서 측정을 하여야

한다. 따라서, 이를 위해서 각 시간별 호퍼 양쪽 경사면의 각도를 측정하였다. 따라서, 경사면의 각도는 180도에서 시작하여 점차적으로 줄어들게 된다. 이러한 경향을 Fig. 4에 나타내었다. 그림에서 보는 바와 같이 시간에 따라서 각도가 줄어들고 이 각도는 입자의 크기나 형상에 상관없이 거의 비슷한 경향을 보이고 있다. 즉, 입자의 크기와 형상에는 독립적인 것을 확인할 수 있다.

이때 표면이 원래 표면으로부터의 깊이, H인 지점에서의 유동층의 두께에 따른 속도를 측정할 필요가 있다. 따라서, 각 시각에서의 위치에 따른 입자유동의 속도를 나타내면 Fig. 4와 같다. 총 배출 시간 2.3초 중에서 1.2초와 1.8초에서의 속도 분포를 나타내었다. 그림에서 보이는 바와 같이 시간에 따라서 속도의 분포는 거의 일정한 형태를 보이고 있다. 즉, 표면에서의 속도는 시간에 따라서는 변하지 않고 위치에 따라서 변화하고 있다는 것을 보여주고 있다. 또한, Sphere model과 Multi-sphere 모델은 유동층에서의 속도 분포에서는 큰 차이를 보여주고 있지 않다. 마찬가지로 입자 크기에 따라서는 속도 자체의 절대값은 영향을 받고 있지만, 형상은 크게 다르지 않은 것을 볼 수 있다. 하지만, 입자층의 두께에는 입자의 형상에 따라서도 확연하게 달라지고, 입자의 크기도 크게 영향을 주고 있다. 즉, 입자의 크기나 형상은 속도 분포에는 영향이 없지만, 유동층의 두께에 대해서는 영향이 있는 것으로 보인다.

식 (4)에서  $u_s$ 와  $\delta$ 는 Fig. 5의 데이터를 이용해서 측정되는 값이고,  $d_p$ 와  $g$ 는 이미 결정되어있는 값이기 때문에,  $k$ 값은 최소자승법을 이용하여 간단하게 측정할 수 있다. 상업용 프로그램을 이용해서 계산하면 Sphere모델에 대해서는 0.023이고, Multi-sphere 모델에 대해서는 0.076이 된다. 즉,  $k$ 값은 이미 알려진 것과 같이 입자의 크기에는 의존하지 않고, 입자의 형상에 영향을 받는 변수이다. 따라서 이전의 Wang의 논문에서 고려하지 않은 입자의 형상을 본 논문에서 고려한 결과 영향이 상당 부분 있을 것으로 판단된다<sup>[18]</sup>.

따라서, H값에 따라서 변화하는  $\delta$ 를 Fig. 6에 나타내었다. 그리고, 측정된  $k$ 값을 가지고 나타내면 Fig. 6의 실선과 같은 선이 나타나게 된다. 그림에

서 보이는 것처럼, 모델에 상관없이 상당히 근접한 형태의 그래프를 보여주고 있다. 다만, Sphere 모델에서는 실선의 주위로 꽤 큰 산포를 보여주고 있으며, Multi-sphere 모델에서는 산포가 상대적으로 적은 것을 확인할 수 있다.

## 5. 결 론

기존의 호퍼 표면에서의 입자 유동에 관한 이론식에서는 입자의 형상의 영향을 무시하고 있다. 하지만, 위의 결과에서 보듯이 Sphere 모델과 Multi-sphere 모델은 속도 분포의 크기, 유동층의 두께 등에서 다른 결과를 보여주고 있다. 따라서, 입자의 형상에 대한 변수가 기존의 이론식에 추가되어야 한다. 향후 본 연구 결과를 바탕으로 수정된 이론식을 제안하고 실린더형 입자에 적용할 계획이다.

## 후 기

이 연구는 금오공과대학교 대학 학술연구비로 지원되었음(2021년).

## REFERENCES

1. Lee, Y. C., Shin, G. H., Kwak, T. S., "Deburring Technology of Vacuum Plate for MLCC Lamination Using Magnetic Abrasive Polishing and ELID Process," *Journal of the Korean Society of Manufacturing Process Engineers*, Vol. 14, No. 3, pp. 149-154, 2015.
2. Lee, Y. C., Kim, K. S., Kwak, T. S., Lee, J. R., "An Experimental Study on Magnetic Assisted Polishing of Polycarbonate Plate for Recycling," *Journal of the Korean Society of Manufacturing Process Engineers*, Vol. 12, No. 3, pp. 1-6, 2013.
3. Son, C. B., Ryu, M. H., Kwak, J. S., "Determination of Curvature Radius of Magnetic Tool Using Weighted Magnetic Flux Density in Magnetic Abrasive Polishing," *Journal of the Korean Society of Manufacturing Process Engineers*, Vol. 12, No. 3, pp. 69-75, 2013.
4. Kwak, T. S., Kwak, J. S., "Magnetic Abrasive Polishing Technology with Ceramic Particles," *Journal of the Korean Society for Precision Engineering*, Vol. 30, No. 12, pp. 1253-1258, 2013.
5. Choi, J., Kudrolli, A., and Bazant, M. Z., "Velocity profile of granular flows inside silos and hoppers," *Journal of Physics: Condensed Matter*, Vol. 17, No. 24, pp. S2533-S2548, 2005.
6. Litwiniszyn, J., "Statistical methods in the mechanics of granular bodies," *Rheologica Acta*, Vol. 1, No. 4, pp. 414, 1961.
7. Michalowski, R. L., "Flow of granular material through a plane hopper," *Powder Technology*, Vol. 39, No. 1, pp. 29-40, 1984.
8. Mullins, W. W., "Stochastic theory of particle flow under gravity," *Journal of Applied Physics*, Vol. 43, No. 2, pp. 665-678, 1972.
9. Nedderman, R. M. and Tüzün, U., "A kinematic model for the flow of granular materials," *Powder Technology*, Vol. 22, No. 2, pp. 243-253, 1979.
10. Nedderman, R. M., *Statics and Kinematics of Granular Materials*, Cambridge University Press, Cambridge, GBR, 2009.
11. Cleary, P. W. and Sawley, M. L., "DEM modelling of industrial granular flows: 3D case studies and the effect of particle shape on hopper discharge," *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 26, No. 2, pp. 89, 2013.
12. Höhner, D., Wirtz, S., and Scherer, V., "A numerical study on the influence of particle shape on hopper discharge within the polyhedral and multi-sphere discrete element method," *Powder Technology*, Vol. 226, pp. 16-28, 2012.
13. Liu, S. D., Zhou, Z. Y., Zou, R. P., Pinson, D., and Yu, A. B., "Flow characteristics and discharge rate of ellipsoidal particles in a flat bottom hopper," *Powder Technology*, Vol. 253, pp. 70-79, 2014.
14. Höhner, D., Wirtz, S., and Scherer, V., "A study on the influence of particle shape on the mechanical interactions of granular media in a hopper using the Discrete Element Method," *Powder Technology*,

Vol. 278, pp. 286-305, 2015.

15. Sukumaran, B. and Ashmawy, A. K., "Influence of inherent particle characteristics on hopper flow rate," Powder Technology, Vol. 138, No. 1, pp. 46-50, 2003.
16. Govender, N., Wilke, D. N., Pizette, P., and Abriak, N., "A study of shape non-uniformity and poly-dispersity in hopper discharge of spherical and polyhedral particle systems using the Blaze-DEM GPU code," Applied Mathematics and Computation, Vol. 319, pp. 318-336, 2018.
17. Balevičius, R., Kačianauskas, R., Mróz, Z., and Sielamowicz, I., "Discrete-particle investigation of friction effect in filling and unsteady/steady discharge in three-dimensional wedge-shaped hopper," Powder Technology, Vol. 187, No. 2, pp. 159-174, 2008.
18. Wang, N., Xu, J., Guo, X., Lu, H., Zhao, H., Li, W., and Liu, H., "Velocity profiles of avalanches during hopper discharge," Fuel (Guildford), Vol. 218, pp. 350-356, 2018.