

초등학교 수학 학습 어려움 진단을 위한 평가 문항 개발 및 적용 연구¹⁾

김희정²⁾ · 조형미³⁾ · 고은성⁴⁾ · 이동환⁵⁾ · 조진우⁶⁾ · 최지선⁷⁾ · 한채린⁸⁾ · 황지현⁹⁾

최근 코로나19 바이러스의 팬데믹으로 인하여 기존의 사회 및 교육적 체계의 변화가 가속화되고 있으며, 특히 교육 격차로 인한 학습자 맞춤형 교육 체계와 같은 여러 가지 교육적 대응의 필요성이 제기되고 있다. 학습자 맞춤형 교육을 위해서는 학습자의 학습 단계별로 세밀한 진단을 통해 학습 과정에 대한 정보를 기반으로 피드백 및 보정 지원이 필요하다. 본 연구에서는 초등학교 학생들이 수학 학습 과정에서 겪는 어려움 및 오개념을 진단하기 위해 평가 문항을 개발하였다. 개발한 수학 학습 진단 평가 문항은 전국 초등학교 3~6학년 학생 675명에게 적용하였고, 그 결과를 분석하였다. 본고에서는 평가 문항 개발 과정, 평가 문항의 신뢰도 및 타당도 검사 과정, 현장 적용 과정 및 분석 결과를 공유하고, 연구 결과를 통해 도출한 학교 현장에서의 수학 교수·학습 지원 방안에 시사점을 제시하고자 한다. 또한 본 연구는 코로나19 감염증의 장기화 및 뉴노멀 시대의 비대면 학습 환경에서의 수학 학습 어려움 및 오개념 진단 평가 문항의 활용 방안 및 관련한 교육 정책에 제언을 주고 있다.

주요용어 : 수학 학습 어려움, 오개념, 진단, 보정, 평가 문항

I. 서론

코로나바이러스 감염증의 전 세계적 대유행(팬데믹, pandemic)으로 인해 2020년 3월 학기 초 개학을 앞두고 사상 초유의 교육기관 휴업 명령(교육부, 2020)이 내려졌다. 한 달여간의 휴업 후, 4월 9일, 중·고등학교 3학년부터 순차적으로 ‘온라인 개학’을 시작하였고, 4월 20일 초등학교 1~3학년의 마지막 온라인 개학이 이루어지면서 1년간 원격 학습체계 및 가정 돌봄의 병행 체제가 이어졌다. 2021년과

* MSC2010분류 : 97C70, 97D60

- 1) 이 논문은 2020년 한국과학창의재단의 지원을 받아 수행된 연구 보고서(BD21010011)의 일부를 발췌 및 수정 보완하여 작성하였음.
- 2) 고려대학교 교수 (heejeongkim@korea.ac.kr), 제1저자
- 3) 전주교육대학교 강사 (hyungmi41@gmail.com)
- 4) 전주교육대학교 교수 (kes7402@jnue.kr)
- 5) 부산교육대학교 교수 (dhhdhdh@bnue.ac.kr)
- 6) 공주교육대학교 교수 (jwcho@gjue.ac.kr)
- 7) 광주교육대학교 교수 (jisunchoi@gnue.ac.kr)
- 8) 서울등촌초등학교 교사 (hanchaereen@gmail.com)
- 9) 한국교원대학교 교수 (jihyun-hwang@knue.ac.kr), 교신저자

2022년에도 온라인과 오프라인 병행 수업이 이루어지거나 자가 격리로 수업 결손이 발생하는 등, 기존의 교육적 질서가 빠르게 해체되면서 교육적 결손과 교육 격차의 문제가 크게 대두되었다. 이러한 뉴노멀 시대를 맞이하는 시점에서 새로운 교육적 체계를 정비·보완 및 수립할 필요성이 대두되고 있으며 그와 동시에, 학습자 개개인을 위한 개별 학습 지원이 필요성도 같이 대두되고 있다(교육부, 2022).

이렇게 빠르게 변화하는 사회 속에서 교육의 사회적 공공성을 회복하기 위해서는 개인 학습자들의 학습 결손 상태를 조기에 진단하여, 개별 학습자에게 맞춤형 보정 및 피드백 자료를 제공하여 학습의 보정이 적시에 이루어질 수 있는 교육 정책 수립이 필요하다. 개인 학습자들의 수학 학습 어려움 및 오개념을 진단하기 위해서는 적절한 평가도구의 개발이 필요하며, 개발된 평가도구를 적용한 평가 결과를 학습자의 학습에 기반하여 해석하고 분석할 수 있는 자료를 제공할 수 있는 체계도 함께 필요하다. 본 연구는 이러한 사회적 배경 및 필요성에 근거하여, 초등학교 3~6학년의 학교 수학 전 영역에서의 학습 경로를 수립하고, 그와 관련한 평가 문항을 개발 및 적용하였던 대형 연구 프로젝트(김희정 외, 2020)의 일환으로, 수학 학습 어려움을 겪는 초기 지점을 조기에 진단하고 원인을 체계적으로 분석할 수 있는 시기인 초등학교 3~6학년의 학교 수학 전 영역에서의 수학 학습 어려움 및 오개념 진단 평가 문항을 개발하였다. 즉, 본고에서는 초등학생들의 수학 개념 이해정도 및 오개념 진단을 위한 평가 문항 개발을 중점으로 두고, 평가 문항 개발 과정과 이를 현장에 적용한 결과를 상세히 기술하고 있다. 평가 문항에는 오개념 뿐만 아니라 학생의 학습 과정의 점진적 단계를 나타내는 학습 경로와 교육과정 성취기준 달성 정도 등을 포함한 정보도 제공하고 있다. 또한, 개발한 각각의 평가 문항의 답가지에 오개념을 진단할 수 있는 정보를 기입할 수 있도록 하는 새로운 개념의 문항 카드를 개발하여, 오답을 쉽게 분석하고 개별 학습자에게 구체적인 피드백을 줄 수 있도록 본 연구진이 개발한 문항 카드 및 평가 체계를 제안하고 있다. 본 연구 결과를 통해 학교 현장 활용 방안 및 비대면 학습 환경에서의 수학 학습 진단 및 보정 방안에 대한 시사점을 도출하고, 교육 정책 및 학교 현장에 대해 제언을 하고자 한다.

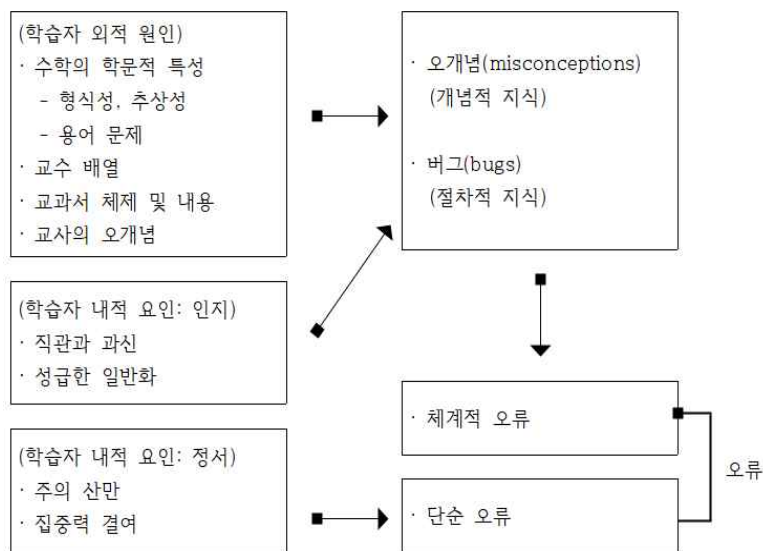
II. 이론적 배경

1. 수학 개념 이해와 오개념

수학 학습에서 개념적 이해의 중요성은 지속적으로 강조되고 있으며, 개념의 이해를 우선적으로 한 후 절차적 지식의 강화가 이루어져야 한다는 연구가 증가하고 있다. 또한 미래 수학교육의 방향으로 역량 및 수학적 실천(mathematical practices)을 강조하고 있어 절차적 지식의 중요성이 감소하는 것처럼 보인다. 그러나 미래 학습 역량 강화를 위해서는 수학의 기초 기능 및 절차적 지식이 기본적으로 강조되어야 함이 각 선진국의 교육연구 보고서 및 국내외 수학 교육과정 및 규준에 제시하고 있다(교육부, 2015; 교육부, 2022; National Governors Association Center for Best Practices & Council of Chief State School Officers, 2010; NRC, 2013). 수학 교육 연구에서도 개념적 지식과 절차적 지식 및 기능이 서로 복합적이고 보완적인 관계로 수학 학습에 도움이 되며(Rittle-Johnson & Alibali, 1999; Schneider & Stern, 2010), 절차적 지식이 수학 문제 해결에 새로운 아이디어를 형성하는 데 도움이 되며(Carpenter et al., 1998; Carroll & Porter, 1997), 개념적 이해와 절차적 지식·기능의 유창성 모두 수학적 유능함(mathematical proficiency)을 구성하는 중요한 요소 중의 일부(National Research

Council, 2013)임을 강조하고 있다.

수학 개념 형성과정과 관련된 연구에 의하면 새로운 개념 형성을 하는 과정에서 다양한 형태 및 다양한 원인에 기인한 오개념이 생길 수 있고(Bachelard, 1991; Brousseau, 1983), 절차적 지식 및 기능이 부족하여 수학적 오류가 생기기도 한다(Radatz, 1980). 학생들의 각 학습 단계별 인지적인 과정이 비슷하기에, 이러한 오개념과 오류는 체계적이어서 유형별로 정리가 가능한 경우가 많다. 오개념 및 오류는 초기 개념 형성 시기에 개념적 변화(conceptual change)를 이루지 못하면 고착이 되거나 학습 결손이 누적되어 후행 학습에 영향을 주기에 조기에 진단하여 적절한 피드백 및 교수 지원을 하는 것이 중요하다. 따라서 학생들의 수학 학습 단계와 관련한 수학 개념 학습 및 절차적 유창성에 대한 이론적 근거와 경험적 근거에 기반한 각 학습 단계별 오개념과 오류를 유형별로 정리하여 학교 현장에 제공하는 것이 필요하다.



[그림 II-1] 수학적 오류 발생 메커니즘(김수미, 2003, p.216)

국내의 수학 학습에서 오개념 및 오류와 관련한 연구의 양은 지속적으로 증가하고 있다. 선행 연구의 검토 결과, 오개념과 오류가 구분되지 않고 혼재하여 사용되는 경향이 있으나, 본 연구에서는 오개념과 오류는 구분하고자 한다. 오개념은 새로운 개념적 지식을 습득하는 과정에서 학습자가 스스로 형성한 개념과 이미 알고 있는 선개념이 수학적 개념과 일치하지 않을 때 학생들이 지니고 있는 개념(김부미, 2005)을 말하고, 오개념의 결과로 발생하는 체계적인 실수(systematic errors; Brousseau, 1983) 및 교수학습 과정에서 개념상 바르지 못한 논리적 과정(김수미, 2003; 조영호 & 표용수, 2009)을 오류라고 일컫고 학습자의 부주의로 인한 일회적 실수와는 구분한다. 오개념을 인식론적 장애의 관점으로 보는 관점도 있지만, ‘장애’라는 단어의 사용에서 학습자의 수학 학습 장애(MLD)나 계산 장애(Dyscalculia)와 구분하기 위해서 본 연구에서는 오개념의 관점 및 유형으로는 인식론적 장애라는 단어는 사용하지 않기로 한다. 오개념의 경우 학습자의 인지 구조에 내면화되어 오개념의 교정 혹은 개념 변화(conceptual change)가 쉽게 이루어지지 않을 수 있으며 불완전한 지식 혹은 잘못된 지식으로 체계적인 오류를 양산하는 원인이 된다. 기존의 선행연구에서는 오개념과 오류의 발생 원인에 대

해 다음 [그림 II-1]과 같이 기술하고 있다(김수미, 2003; 류한영, 1999; Ausbel, 1963). 즉, 학습자의 내적 요인으로 인지적인 요인과 정서적인 요인으로 구분하였고, 수학이라는 학문 자체의 추상적이고 형식적인 특성상 어려움이나 교사의 오개념으로 인한 학습자 외적인 원인도 오개념 발생의 원인이 됨을 지적하고 있다. 특히 인지적인 요인과 학습자 외적인 요인에 의해 오개념이 발생하고, 이러한 오개념의 결과로 체계적인 오류가 발생하거나 학습자의 산만함과 같은 정서적인 원인으로 인하여 단순 오류가 고착화되어 체계적인 오류가 발생할 수 있음을 수학적 오류 발생의 메커니즘으로 기술하고 있다.

<표 II-1> 오개념의 발생 원인(최지선, 2003)

오개념의 발생 원인		예
인식론적 원인	지각적 특성에 의한 원인	지각 우위적 사고 경험에 의한 직관적 사고 구체적 관점의 집착 수학적 대상의 존재성에 대한 인식의 어려움 일상 언어의 영향 관찰, 측정 기준 변경의 어려움
	논리적 추론 특성에 의한 원인	논리적 조작 능력의 미숙 인과적 사고 과대 일반화 경향 유추적 사고 근접의 원리 제한된 주의 집중 균형상태보다 불균형 상태에 주의를 집중하는 경향
교수학적 원인		교사의 오개념 제한된 학습 경험의 제공 교과과정의 제시 순서 극단적인 수학 교수 현상

한편, 최지선(2003)의 연구에서는 <표 II-1>과 같이 오개념의 발생 원인을 인식론적인 원인과 교수학적인 원인으로 구분하고 있으며, 인식론적인 원인에는 지각적 특성에 의한 원인과 논리주의적 특성에 의한 원인으로 구분하여 특성을 설명하고 있다. 이는 김수미(2003)의 연구에서 언급한 것과의 차이는 학습자의 내적인 요인과 외적인 요인을 구분하고 않고, 인식론적인 원인과 외부 교수학적인 원인으로 구분하고 있다. 특히, 교수학적인 원인을 따로 기술하고 있어, 교사의 인식론적인 원인(예. 교사의 오개념)과 교사가 수학 학습 환경의 조성 및 교수에 학생들의 오개념의 생성 및 제거에 기여할 수 있음을 시사하고 있다.

김수미(2003)는 학생들이 보이는 오류를 체계적 오류와 단순 오류로 분류하는 것만으로는 교사들에게 그리 큰 도움이 되지 못함을 지적하고 있다. 예를 들어, 학생이 다음 [그림 II-2]와 같이 답한 경우를 생각해 보면,

$$\begin{array}{r} 142 \\ -) \underline{37} \\ \hline 115 \end{array}$$

[그림 II-2] 뺄셈 계산오류(김수미, 2003, p. 214)

이것이 십의 자리에서 받아 내림한 사실을 잊어버린 부주의로 발생한 오류인지, 또는 ‘뺄셈은 항상 큰 수에서 작은 수를 빼는 것’이라는 불완전한 지식에서 온 오류인지 알 수 없다. 체계적 오류인지 단순 오류인지 진단하기 위해서는 교사가 개별 학생에게 일일이 물어보아야 하는데 현실적으로 쉽지 않다. 그러나 유사한 문제를 학생에게 제시한 후, 유사한 유형의 다른 문제에서 이런 오류를 보이지 않는 학생은 이 문제에서 부주의로 인해 이런 오류를 보인 것으로 단순 오류로 볼 수 있을 것이다. 유사한 유형의 다른 문제에서 지속적으로 동일한 오류를 보이는 학생은 불완전한 지식으로 인해 이런 오류를 보인 것이므로, 체계적 오류로 볼 수 있다. 즉, 단순 오류와 체계적 오류의 이러한 구분은 진단 결과로 얻어진 것으로, 이는 단순 오류 역시 어떤 학생에게는 체계적 오류가 될 수 있음을 의미한다. 따라서 우선 다양한 오류 유형을 발굴하여 진단 단계에서 학생들에게 각 유형의 오류에 노출시키는 것이 중요하며, 이렇게 설계된 평가 문항을 통해 학생들의 오개념과 체계적 오류를 진단할 수 있다.

2. 수학 학습 진단을 위한 평가도구와 관련한 선행연구

수학은 위계가 있는 학문으로 학생들의 수학 학습의 결손을 조기에 진단하고 적절한 보정 교육을 하지 않는다면, 후행 학습에도 많은 영향을 끼치게 된다. 수학 학습의 진단 및 평가·보정에 관한 선행연구에는 기초학력 진단을 통한 필수 학습 요소별 진단정보 제공 가능성 연구(김명화, 2012), 수학 문제해결 성취도 진단 평가와 보정 연구(Hikmasari et al., 2017), 특성화고 학생들의 기초 수리 능력 신장을 위한 온라인 자료 개발 연구(최승현 외, 2013) 등이 진행되었다. 한편, 수학의 위계성을 고려하여 학습 단계 및 학습 경로를 통한 진단 보정 연구(김수철 외, 2020; 김화경 외, 2012; 박윤범 외, 2014; 허난 & 김수철, 2020)가 수행되었다. 이러한 연구들은 수학 학습 위계를 수립하는 데 이바지하거나, 보정학습 자료 개발을 통해 시사점을 제공하고 있다. 예를 들면, 선행 연구(김수철 외, 2020; 허난 & 김수철, 2020)에서는 중·고등학교 ‘함수’ 영역의 수학 학습 위계도를 2015 개정 수학과 교육과정에 맞추어 세분화하고 재구조화하여 설정하고, 보다 세분화된 수학 학습 위계도에 맞춰 학생들의 수학 학습 결손 정도를 진단하기 위한 평가도구 및 보정 자료 문항을 개발하였다. 개발한 진단·보정 문항은 내용타당도 검증을 거쳐, 활용 방법을 수학 평가·보정 모델로 제시하여 체계화하였다. 특히 평가·보정자료에는 형성 평가지, 차시별 학습요소 위계표, 진단도구를 통한 수학 학습 결손 위치 진단, 보정 개념과 보정 문항이 포함된 보정 자료를 제공하여 보정교육을 실시한 후, 학습목표 도달여부의 재평가를 진행할 수 있도록 체계를 보완하였다. 이러한 선행 연구들은 학생들의 수학 학습 진단을 적시에 수행하고 그에 맞는 보정 교육을 할 수 있는 방안을 제시하였다.

그러나 학교 수학의 한 영역(예. 함수: 김수철 외, 2020; 김화경 외 2012; 박윤범 외, 2014, 양기열 & 장유선, 2010; 이현수 외, 2015)에만 국한되어 있거나, 학습 자료 개발을 현장에 적용 가능성이나

직접 적용 후의 현장 적용도의 효과성 검증까지 확장하지는 못한 한계를 가지고 있다. 본 연구에서는 이러한 간극을 좁히고자 초등학교 수학의 전 영역에서의 수학 개념의 이해와 학습의 위계적 특성과 언어·사회·문화적 특성에 기반한 한국 학생들을 위한 한국형 학습 경로를 수립하고, 각 학습 경로에 따른 학생들의 개념 이해 정도와 오개념을 진단할 수 있는 평가 문항을 개발하여, 전국의 학생들에게 적용한 후 이에 대한 문항 분석 및 학생들의 학습 진단 분석 자료를 제공할 수 있는 체계를 개발하였다. 본고에서는 특히 수학 학습의 어려움과 이해 정도, 오개념을 진단할 수 있는 평가문항 개발 과정과 개발된 문항을 적용한 결과에서의 의미와 시사점에 대해 중점을 두고 기술하고자 한다.

Ⅲ. 연구 방법 및 절차

1. 연구 절차 및 연구 배경

본 연구가 기반하고 있는 대형 연구 프로젝트에서는 초등학교 3~6학년의 수학 교과 전 영역에 대한 학습 경로와 평가 문항을 개발하고, 전국의 초등학교 675명의 평가 문항 적용 결과를 분석하여 정책에 시사점을 제공하였다. 이러한 연구 프로젝트의 결과 중, 본고에서는 초등학교 3~6학년의 수학 학습의 이해도, 어려움 및 오개념을 효과적으로 진단할 수 있는 평가 문항 개발 및 현장 적용을 중심으로 진행된 부분을 다루고자 한다. 따라서 본 연구의 연구 절차는 대형 연구의 학습 경로의 개발 절차와 상충하는 부분이 존재하나, 평가 문항 개발 및 현장 적용에 좀 더 초점을 두고 절차를 기술하도록 한다.

학습 경로는 이론적인 근거, 교육과정 문서의 분석을 토대로 1차로 주제 중심 학습 경로를 설정한 후, 교과서 단원 및 차시 분석, 현장 교사 및 전문가 자문 등을 통해 세부 학습 단계가 포함된 학습 경로를 수립하였다. 이렇게 도출한 학습 경로의 경우 영역별, 주제별, 세부 단계별로 코드를 붙여 관리하였다. 영역별 학습 경로 코드는 다음 <표 III-1>과 같다.

<표 III-1> 영역별 학습 경로 코드

영역	영문	학습 경로 코드
수와 연산	Number and Operation	NBO
규칙성	Pattern	PAT
자료와 가능성	Data and Chance	DAT
도형	Geometry	GEO
측정	Measurement	MEA

세부 단계별 학습 경로 코드는 <영역명 주제(알파벳).세부 주제(숫자).상세 세부 주제(숫자)>의 순서로 부여하였다. 예를 들면, 자료와 가능성의 첫 번째 주제인 그림그래프(A)에서의 두 번째 세부 주제인 ‘자료를 그림그래프로 나타내기(2)’, 그리고 상세화된 세부 단계 첫 번째인 ‘자료를 그림그래프로 나타낼 수 있다(1)’의 학습 경로 코드는 DAT.A.2.1로 나타낼 수 있다. 이러한 학습 경로 코드는 학습자의 학습 도달 여부 및 이해 여부, 오개념 진단 여부를 관리하기 위하여 개발된 각 평가 문항마다 부여하였다.

2. 평가 문항 개발 및 적용

본 연구진 전체는 매주 회의를 통해 주제별로 수립된 학습 경로에 관해 소개 및 논의하고 학습 경로에 대한 이해를 공유한 뒤, 영역별로 문항 개발을 진행하였다. 각 영역별, 학습경로별, 오개념의 유형별 세부적인 오개념을 진단하기 위해서 다수의 평가 문항을 개발하기 위하여, 현장 교사 18명과 협업하여 영역별로 문항을 개발하였다. 전체 회의를 통해 학습 경로와 평가 문항 개발 목적 및 방향에 대한 논의를 거친 후, 영역별 보기 문항을 개발하고, 개발된 보기 문항을 전체 논의를 통해 검토하고, 개발 방향을 조정하였다. 이후, 전체 학습 경로에 대한 평가 문항을 개발하였다. 이후, 영역별 내부 교차 검토와 외부 교차 검토, 전문가 검토 등을 통해 수정 및 보완 작업을 여러 차례 거쳐 최종본을 완성하였다.

앞서 수립한 학습 경로 세부 단계(김희정 외, 2020)를 토대로 각 단계에서 나타날 수 있는 오개념을 진단할 수 있는 평가 문항을 개발하였으며, 평가 문항 개발의 주요 원칙은 다음과 같다. 첫째, 학생이 학습 경로의 각 단계에 도달했는지를 진단할 수 있는 문항을 개발한다. 개념 이해의 진단 여부를 위해 평가 문항은 각 단계의 학습 요소와 오개념을 담가지에 포함하여 평가하는 것을 원칙으로 한다. 또한 여러 단계에 걸쳐있는 복합적인 개념의 이해 여부를 평가하는 문항으로는 특정 단계의 도달 여

문항 카드				
문항 유형	내용 영역	학습 경로 및 학습 내용		성취 기준 코드
객관식	수와 연산	NBO.BL2		[4수01-07]
		포함제로서의 나눗셈의 의미를 이해하고 표현한다.	나눗셈이 이루어지는 실생활 상황을 통하여 나눗셈의 의미를 알고, 곱셈과 나눗셈의 관계를 이해한다.	
현재 문항에서의 오개념/어려움 진단		포함제 나눗셈에서 동수누감을 할 때 떨어지는 하나의 묶음과 완전히 떨어졌을 때 묶음의 수를 구분하는 데에 어려움이 있다.		
문항내용				
문항 줄기		다음의 내용을 나눗셈식으로 바르게 나타낸 것은 무엇일까요? 사과가 28개 있습니다. 태민이가 한 상자에 사과를 4개씩 담았더니, 모두 7개의 상자에 사과를 담을 수 있었습니다.		
답 가 지	유형	단일정답	○	복수 정답- 부분 점수 없음
	답가지 번호	답가지 내용	정답 여부	오개념 진단(학습 경로 코드)
	①	$28 \div 4 = 0$		포함제 나눗셈에서 제수(묶음의 개념)는 알고 있으나 묶음의 개수인 몫의 의미를 알지 못한다.
	②	$28 \div 7 = 0$		포함제 나눗셈에서 제수(묶음의 개념)가 의미하는 바를 알지 못한다.
	③	$28 \div 7 = 4$		포함제 나눗셈 상황에서 떨어지는 한 묶음의 수(제수)와 완전히 떨어졌을 때 묶음의 수(몫)를 구분하지 못한다.
	④	$28 \div 4 = 7$	○	
⑤	$7 \div 4 = 0$		나눗셈 상황에서 제수와 피제수를 올바르게 식별하지 못한다.	

[그림 III-1] 자연수의 연산 문항 카드 예시(김희정 외, 2020, p.18)

부를 평가하기 어려우므로, 해당 단계가 개념의 활용이나 맥락적인 이해를 요구하는 것이 아니라면 복잡한 상황이나 맥락이 포함된 문항은 가급적 배제한다. 둘째, 해당 단계에서 학생들이 겪고 있는 오개념이나 어려움을 확인할 수 있는 문항을 개발한다. 학생들에게 제공되는 문항의 양의 한정되어 있으므로 학생들이 겪을 가능성이 큰 오개념이나 어려움을 중심으로 문항을 개발하여 진단의 효율성을 높일 수 있기 때문이다.

개발된 문항은 문항 및 문항과 관련된 세부 정보를 포함한 문항 카드([그림 III-1] 참조)에 삽입하였고, 이는 추후 인공지능 또는 컴퓨터 기반 시스템과 연동을 할 수 있도록 하기 위함이다. 문항 카드에는 선행연구 분석을 통해 수집된 오개념 사례들을 수합하여 각 세부 학습 경로당 진단할 수 있는 오개념이나 오류를 상세히 기술하고, 각 오개념을 진단하기 위한 문항을 개발하였다. 문항에서 진단하고자 하는 개념 이해도나 오개념을 위해 학생이 실수로 문항을 틀렸는지, 혹은 실제로 오개념이나 어려움을 가졌는지를 판별하기 위해, 각 학습 경로당 2~3개의 문항을 원칙으로 하여 개발하였다.

학습 경로 코드	NBO.B.12	검토 일자	2020. 9. 22.
학습 경로 설정은 적절한가? • 좀 더 세분화 가능한가? • 다른 학습 경로와 중복되는가?		적절함	
설정된 오개념/어려움이 학습 경로와 부합하는가? • 해당 학습 경로에서 또 다른 오개념/어려움이 존재하는가?		부합됨	
개발된 3개의 문항은 설정된 오개념/어려움을 진단할 수 있는가? • 이 문항을 틀린 학생은 해당 오개념/어려움을 가지고 있다고 볼 수 있는가? • 이 문항을 맞힌 학생은 해당 오개념/어려움을 가지고 있지 않다고 볼 수 있는가?		진단 가능	
각 문항 내용에 오류가 있는가? • 수학적 오류, 오타자가 있는가? • 개인적 주관이나 윤리적 편견에 치우친 내용은 없는가?		첫 번째 문항에서 답가지 ④의 내용 수정이 필요해 보임. (725는 750에서 25를 → 725는 725에서 25를 몇 번 빼면 되는지를 확인해보면 뭇을 구할 수 있다.)	
총평 (혹은 개선의 아이디어)		뭇이 두 자리인 나눗셈 계산 알고리즘에 대한 이해를 확인할 수 있는 다양한 유형의 문항이 개발됨	

[그림 III-2] 내부 교차 검토 양식 및 검토 의견 예시(김희정 외, 2020, p.19)

예를 들면, [그림 III-1]은 학습 경로 ‘NBO.B.2 포함제로서의 나눗셈의 의미를 이해하고 표현한다’에 해당하는 문항 카드 예시이다. 포함제로서의 나눗셈 내용에서 주로 관찰되는 학생들의 어려움(포함제 나눗셈에서 동수누감을 할 때 떨어지는 하나의 묶음과 완전히 떨어졌을 때 묶음의 수를 구분하는 데에 어려움이 있음)을 기술하고, 이와 관련하여 학생들이 드러내는 대표적인 오류 사례들로 답가지를 구성하였다. 이를 통해 학생들의 정답뿐만 아니라 오답을 통해서도 이들의 오개념/오류를 효과적으로 진단할 수 있게 하였다.

각 영역별 연구진과 평가 문항 개발 교사진들은 문항을 최초 개발한 후, 개발진과 연구진의 내부 교차 검토를 거쳤다. 내부 교차 검토는 다음 [그림 III-2]의 양식을 이용하여 진행되었다.

개발진 간의 교차 검토 결과를 토대로 개발진은 자신의 문항 수정 여부를 결정하고 논의가 필요할 경우 연구진 개발진 간의 추가 회의를 진행하여 추가 검토본을 완성하였다. 추가 검토는 평가 문항

개발영역 및 문항 (총 854문항)	수와 연산- 분수와 소수		수와 연산- 자연수와 연산		규칙성	도형	자료와 가능성	측정		
	198문항		149문항		70문항	179문항	76문항	184문항		
검토내용 및 문항 수	분수 소수 (3~4학년, 5~6학년 소수)	분수와 소수 (5~6학년 분수) 자연수와 연산 (세 자리 덧셈 뺄셈 다섯자리 이상의 수)	자연수와 연산		규칙성	도형 (다각형, 원, 삼각형)	도형 (사각형, 다각형, 도형의 이동 등)	자료와 가능성	측정 (길이, 시간, 길이, 무게)	측정
		122문항	115문항	110문항	70문항	45문항	134문항	76문항	64문항	120문항
영역별 문항수	122문항	115문항	110문항	115문항		134문항	140문항		120문항	
검토자	교사 1	교사 2	교사 3	교사 4		교사 5	교사 6		교사 7	

[그림 III-3] 영역별 평가 문항 교차 검토

개발진 중의 현장 초등교사 7인 영역별 교차 검토 형식으로 다음 [그림 III-3]와 같이 나누어 검토를 진행하였고, 각 문항 카드별로 질문지(부록 참조)에 기입하고 오류가 있다면 수정 방향까지 검토를 진행하였다. 추가 검토진은 학습 경로 개발이라는 연구의 특수적인 맥락을 이해할 수 있으며, 타 영역의 교차 검토를 진행하면서 연구의 일관성과 검토의 질을 높이고 내용 타당도 및 기준 타당도 확보가 가능하다.

이렇게 검토를 여러 번 거친 평가 문항은 평가지로 제작되어 전국 17개 시·도 교육청 및 현장 교사의 협조 하에 초등학교 3~6학년 학생 총 675명에게서 응답을 수집하였다.

3. 평가 문항의 타당도, 신뢰도 검토

개발된 문항의 타당도, 신뢰도, 현장 적합성은 문항 개발, 적용, 해석의 과정에서 수집한 다양한 근거에 기반하여 검토되었다. 타당도는 단 하나의 상수가 아닌 내용, 증거, 결론을 통합한 타당도의 이론적 틀을 고려해야 한다는 통합 이론(Unified Validity Theory; Messick, 1995)이 제시하는 바에 따라, [그림 III-4]에서 보이는 9단계를 거쳐 종합적으로 타당도, 신뢰도, 현장 적합성을 검토하였다. 내용 타당도 및 핵심 타당도 검토는 앞에서 언급하였듯이 전문가 검토 및 자문회의를 통해 실시되었으며, 수정된 평가 문항의 구조 타당도 및 신뢰도, 현장 적합성 검토를 위해 전국의 초등학교 675명의 학생에게 적용하여 예비 검사를 진행하였다. 특히, 통합 이론이 제시하는 6가지 구성요소 중에서 문항 개발과정에서 검토 가능한 요소인 내용(Content), 핵심(Substance), 구조(Structure) 타당도를 본 연구에서 검토하였다.

예비 검사 이후 신뢰도는 기존의 분산 분석 방법인 크론바흐의 알파(Cronbach's Coefficient α)를 검토하고자 계획하였으나, 본 연구에서는 평가지 전체에 적용하는 것이 적절하지 않다. 크론바흐의 알파는 평가의 내적 일관성을 나타내는 지표로 한 세트의 문항이 얼마나 일관성 있게 원하는 바를 측정하는지 나타내지만, 본 연구에서 평가 세트는 하나의 학습 경로가 아닌, 각 학습 경로당 주어진 학년에 해당하는 부분을 모아 구성되었다. 따라서 각 영역별로 문항은 다른 것을 측정한다고 판단할 수 있고 내적 일관성을 판단하는 것이 큰 의미가 없다. 그럼에도 불구하고 일관성의 정도를 나타낼 수

있는 지표가 평가의 사용자에게 필요함을 인식하고 이에 본 연구에서 적용할 라쉬 모형(Rasch Model; Lord & Novick, 2008)에서 산출되는 하위 학습 경로당 Expected A Posteriori (EAP; Adams, 2005) 신뢰도를 검토하였다. 현장 적합성 검토는 실제로 평가를 이용하고 학생들과 교사들이 그 결과를 사용할 수 있는가와 평가의 목적과 사용 방법이 명확한가를 고려하고자 하였다. 이에 따라서 문항을 분류할 때 성취기준과 해당 학년, 학기를 표시함으로써 현재 교육과정에 맞는 목적으로도 사용할 수 있게 하였다.

IV. 연구 결과

1. 영역별 평가 문항 개발

평가 문항은 진단하고자 하는 내용에 따른 문항과 함께 오답이 내포할 수 있는 오개념이나 오류, 어려움의 의미를 최대한 상세히 제시하는 문항 카드의 형태로 제작되었다.

문항의 검토, 현장 적용을 거쳐 문항의 수정 및 삭제, 추가를 통해 내용 타당도를 확보하였다. 주된 검토 의견으로 학습 경로의 각 단계의 크기가 균일할 수 있도록 영역 간 균형을 고려하여야 한다는 것과 오개념이 아닌 오류 중심으로 기술된 부분이 있다는 것이 제기되었다. 이들을 반영하여 최종 완성된 문항의 개수는 각각 자연수와 연산 178문항, 분수와 소수 200문항, 규칙성 78문항, 자료와 가능성 78문항, 도형 177문항, 그리고 측정 184문항으로 총 895문항이다. 모든 문항에 라쉬 모형을 적용하고자 하며, 문항 당 150명 학생의 응답이 필요하다는 것을 고려하여도, 예비 검사에서 한 학생은 200여 문항을 해결해야 했다. 따라서 이러한 현실적 제약을 극복하고자, 수립한 학습 경로의 세부 단계와 관련한 오개념, 오류, 어려움을 드러내기에 가장 전형적이고 적합한 문항이라 판단되는 문항을 핵심 문항으로 설정하고, 이를 중심(anchor)으로 한 학생들의 평가 결과를 기반으로 다른 문항들을 연결해 관계를 분석하여 학습 경로에 대한 타당성을 확보하였다. 따라서 핵심 문항은 해당 학년의 모든 학생에게 제시되었지만, 다른 문항은 현실적 제약을 고려하여, 일부 학생에게 제시되었다.

개발된 문항은 정책연구의 특성상 비공개 문항이며, 본고에서는 [그림 III-1]의 예시 문항과 김희정의(2020) 보고서에 이미 공개된 문항인 예시 문항을 참고하기를 권한다.

<표 IV-1> “이 문항은 학생들이 이해할 수 있도록 해당 학년 인지수준에 적합하게 기술되어 있다.” 의 질문에 대한 현직 교사 검토 결과

	전혀 그렇지 않다	그렇지 않다	그렇다	매우 그렇다
분수와 소수	0	2	7	190
수와 연산	9	6	8	126
측정	0	2	14	168
도형	6	9	26	138
규칙성	2	1	1	66
자료가능성	1	0	2	73

실질 타당도를 확보하기 위해서 연구 맥락을 충분히 이해하고 있는 현직 교사 7인에게 전체 문항을 균등하게 나누어 자문을 구하였다. 특히, 현직 교사의 자문을 통해 문항이 학생들이 이해할 수 있도록

기술되었는지와 학생들이 연구진이 생각하는 방식으로 문항을 응답할지 여부를 확인하였다. <표 IV-1>에서 보는 바와 같이 실질 타당도가 확보되지 않은 극소수의 문항이 있었고 이를 수정하여 문항의 타당도를 향상했다.

<표 IV-2> 자연수 영역(NBO)의 라쉬 모형 결과

학습 경로	EAP Reliability	Log Likelihood	AIC	BIC	CAIC	학생 평균	학생 표준편차
NBO.A 자연수의 덧셈	0.44	-255	537	577	590	2.1	1.5
NBO.B 자연수의 뺄셈	0.31	-138	295	323	332	1.8	1.5
NBO.C 자연수의 나눗셈	0.63	-824	1735	1900	1944	1.3	1.8
NBO.D 자연수의 곱셈	0.56	-797	1675	1824	1864	0.3	1.7
NBO.E 다섯 자리 이상의 수	0.48	-308	655	710	729	1.6	1.3
NBO.F 자연수의 혼합계산	0.41	-374	789	861	881	2.3	1.5
NBO.G 약수와 배수	0.54	-543	1123	1204	1225	1.8	1.7

<표 IV-3> 자연수의 덧셈(NBO.A) 문항 분석 결과(김희정 외, 2020, p.99)

ID	경로	성취 기준	학생수	정답률	난이도	Outfit	Infit
NBO-Q1	NBO.A.1	[4수01-03]	22	86%	-0.63	0.83	0.97
NBO-Q2	NBO.A.1	[4수01-03]	21	90%	-1.51	1.51	1.13
NBO-Q3	NBO.A.1	[4수01-03]	22	86%	-0.30	1.29	1.09
NBO-Q4	NBO.A.2	[4수01-03]	21	86%	-0.28	0.90	0.94
NBO-Q5	NBO.A.2	[4수01-03]	41	88%	-0.55	1.44	1.04
NBO-Q6	NBO.A.2	[4수01-03]	98	84%	-0.19	0.81	0.91
NBO-Q7	NBO.A.3	[4수01-03]	21	81%	-0.55	1.03	1.05
NBO-Q8	NBO.A.3	[4수01-03]	98	69%	0.90	0.90	0.95
NBO-Q9	NBO.A.3	[4수01-03]	22	64%	1.36	1.11	1.07
NBO-Q10	NBO.A.4	[4수01-03]	21	90%	-0.85	0.84	0.92
NBO-Q11	NBO.A.4	[4수01-03]	98	47%	2.24	0.89	0.94
NBO-Q12	NBO.A.4	[4수01-03]	41	78%	0.36	0.97	0.99

개발 문항들이 현장에서 적용된 이후, 라쉬 모형의 적합도와 EAP 신뢰도를 확인하였다. 문항 난이도의 평균이 하위 학습 경로마다 0을 가지도록 설정되었다. 모든 영역의 결과를 보고할 수 없어 <표 IV-2>의 자연수 영역의 결과를 예로 살펴보면, 학생들의 평균이 학습 경로 D를 제외하면 대부분 1이 넘고, 이는 문항들이 쉬운 문항, 즉 정답률이 높은 문항이라고 할 수 있다. 하지만 다른 영역의 경우, 학생의 평균이 문항의 난이도 평균과 비슷하다는 것을 확인할 수 있다. EAP 신뢰도는 기존의 신뢰도

와 다르게 “측정의 효과”로 해석할 수 있고, 신뢰도 값을 평가하기 위한 기준값은 제시되어 있지 않다 (Harrison et al., 2015). 하지만, 학습 경로들이 세부 학습 경로를 포함하고 있고, 핵심 문항이 아닌 문항들은 전반적으로 응답한 학생의 수가 적으므로 EAP 신뢰도는 낮을 것으로 예측할 수 있고 실제 결과도 예측과 일치한다.

개별 문항의 적합도, 난이도 등 라쉬 모형을 적용한 결과도 검토하였다. 앞서, 자연수 문항들을 정답률이 높다고 판단되었는데, <표 IV-3>에서 확인할 수 있는 개별 문항의 결과도 이를 뒷받침한다. 학습 경로를 고려하여 세부 경로별 (NBO.A.1, NBO.A.2, NBO.A.3, NBO.A.4) 문항의 난이도를 살펴보면 순차적으로 증가함을 알 수 있다. 따라서 라쉬 모형에서 얻은 학생의 점수를 문항의 난이도와 비교하여, 학생이 자연수 덧셈의 학습 경로의 어느 단계에 해당하는지 알 수 있다. 예를 들어, 학생의 라쉬 모형 점수가 0이라면, NBO.A.1, NBO.A.2에 해당하는 문제는 정답을 맞힐 것으로 기대되지만, NBO.A.3과 NBO.A.4에 속하는 문제의 난이도보다 학생의 점수가 낮으므로 못 맞출 가능성이 크다. 따라서 이 학생은 자연수 덧셈의 학습 경로상 NBO.A.2에 있다고 판단할 수 있다.

이 밖에, 문항 적합도 지수인 Infit과 outfit을 살펴보면 Q2만 적합한 범위를 벗어나고 있다. 개발된 문항 대부분이 좋은 모형 적합도를 보이지만, 몇몇 그렇지 않은 문제는 추가로 타당도를 검토하였다. 또한 학습 경로상에서 난이도가 너무 낮거나 높은 문항도 별도로 검토하였다. 학습 경로 그 자체가 문항의 난이도를 결정하는 것은 아니지만, 자연수의 덧셈 예시와 같이 해석될 수 있도록, 필요하다면 핵심 문항을 재설정하였다.

문제 2.

답가지 번호	답가지 내용	정답 여부	오개념 진단(학습경로 코드)
①	$\frac{7}{10}, 0.7$	○	
②	$\frac{7}{10}, 0.6$		$\frac{1}{10}$ 과 0.1을 같은 크기로 인식을 하지 못함
③	$\frac{6}{10}, 0.7$		$\frac{1}{10}$ 과 0.1을 같은 크기로 인식을 하지 못함
④	$\frac{7}{8}, 0.7$		등분할의 개념에 대한 오류, 분자의 숫자를 소수로 생각함.
⑤	$\frac{7}{8}, 0.8$		등분할의 개념에 대한 오류

문제 3.

	오답에 따른 오개념 진단	오개념진단(학습경로 코드)
오답 1	$\frac{7}{7}$	소수를 분수로 바꾸지 못함.
오답 2	$\frac{5}{5}$	소수를 분수로 바꾸지 못함.

[그림 IV-1] 3학년 1세트 성취기준 결과 제공 화면(김희정 외, 2020, p.100)

2. 평가 문항의 현장 적용 결과

현장 적합성에서 가장 중요한 것은 실제로 평가 문항을 교사와 학생들이 이용하고 그 결과를 사용할 수 있는지 판단하는 것이다. 이때, 연구진은 학습 경로가 각 영역에서 학생의 발달에 맞춘 문항의 개발과 타당도의 근거를 확보하는 데 도움이 되지만, 실제 평가 사용자의 관점에서 더 자주 접하는 교과과정의 학년과 성취기준과는 연결성이 떨어진다는 점에 주목하였다. 따라서 현장 적합도를 높이기 위해 개별 학생이 각 학년, 학기, 혹은 단원의 학습이 끝난 후, 평가 문항을 그 목적에 맞게 구성

하여, 각 영역의 학습 단계 및 2015 개정 수학과 교육과정(교육부, 2015)의 성취기준 도달 여부의 파악이 가능하게 하였다. 교사에게도 세부 문항별 오개념에 대한 정보와 학생의 성취기준 및 학습 경로의 달성 여부를 제공하였다. 예를 들면, 아래 [그림 IV-1]에서 보는 바와 같이 3학년의 한 문항 세트에서 오개념을 파악할 수 있는 문항의 정보를 제공하여, 교사가 주목한 문항에서 학생들의 응답으로 오개념에 대한 진단을 할 수 있게 하였다. 이러한 성취기준, 학습 경로, 오개념에 대한 정보를 바탕으로 구성된 보정 참고자료를 제공할 수 있다.

이를 확인하기 위해 문항 카드 형식으로 개발된 평가 문항은 현장에 적용하여 타당도 검증 및 학습 진단 사례 연구를 위해 평가지(부록 참조)로 구성되어 각 학교 현장에 전달이 되었다. 각 학급 교사들은 평가지, 답안지와 함께 가능한 오답에 따른 학생이 가진 오개념을 진단하고 확인할 수 있도록, 연구진이 학급 교사에게 오답 분석을 할 수 있는 엑셀 파일을 제공하여, 교사가 엑셀 파일에 정·오답 여부를 입력하면 즉시 학생의 학습 경로 및 성취기준 도달 여부를 확인할 수 있다([그림 IV-2] 참조).

	학생1	학생2	학생3
	의명1	의명2	의명3
성취기준			
[4수01-12] 분모가 같은 분수끼리, 단위분수끼리 크기를 비교할 수 있다.	100%	100%	100%
[4수01-13] 분모가 10인 진분수를 통하여 소수 한 자리 수를 이해하고 읽고 쓸 수 있다.	100%	100%	100%
[4수01-14] 자릿값의 원리를 바탕으로 소수 두 자리 수와 소수 세 자리 수를 이해하고 읽고 쓸 수 있다.	100%	100%	100%
[4수03-04] 1cm와 1mm, 1km와 1m의 관계를 이해하고, 길이를 단명수와 복명수로 표현할 수 있다.	100%	0%	100%
[4수03-01] 1분은 60초임을 알고, 초 단위까지 시각을 읽을 수 있다.	50%	50%	100%
[4수01-03] 세 자리 수의 덧셈과 뺄셈의 계산 원리를 이해하고 그 계산을 할 수 있다.	100%	50%	75%
[4수01-07] 나눗셈이 이루어지는 실생활 상황을 통하여 나눗셈의 의미를 알고, 곱셈과 나눗셈의 관계를 이해한다.	100%	100%	100%
[4수01-05] 곱하는 수가 한 자리 수 또는 두 자리 수인 곱셈의 계산 원리를 이해하고 그 계산을 할 수 있다.	50%	0%	100%
[4수02-01] 직선, 선분, 반직선을 알고 구별할 수 있다.	0%	0%	100%
[4수02-10] 여러 가지 모양의 사각형에 대한 분류 활동을 통하여 직사각형, 정사각형, 사다리꼴, 평행사변형, 마름모를 알고, 그 성질을 이해한다.	0%	100%	100%

[그림 IV-2] 제공된 오답 분석 예시(3학년 1세트; 김희정 외, 2020, p.100)

	학생1	학생2	학생3
	의명1	의명2	의명3
학습 경로			
FRCA.4 단위분수를 수직선이나 띠막대로 표현한다.	1	1	1
FRCE.1 분수와 소수와의 관계를 통해 소수를 이해·표현한다.	1	1	1
FRCE.5 분모가 10인 분수와 소수 한 자리 수의 크기를 비교한다.	1	1	1
FRCA.2 a/b 는 $1/b$ 이 몇 개인지 이해한다.	1	1	1
MEAA.4 길이의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있다.	1	0	1
MEAB.1 분과 초 사이의 관계를 이해한다.	0	1	1
MEAB.2 초 단위까지 시각을 읽을 수 있다.	1	0	1
MEAA.2 길이를 나타내는 단위 사이의 관계를 이해한다.	1	0	1
NBOA.4 받아올림이 세 번 있는 (세 자리 수)÷(세 자리 수)의 계산 원리를 이해하고 계산한다.	1	1	0
NBOB.2 받아올림이 한 번 있는 (세 자리 수)÷(세 자리 수)의 계산 원리를 이해하고 계산한다.	1	0	1
NBOC.1 등분제로서의 나눗셈의 의미를 이해하고 표현한다.	1	1	1
NBOC.3 곱셈식을 나눗셈식으로 표현한다.	1	1	1
NBOC.5 나눗셈의 몫을 곱셈식으로 구한다.	1	1	1
NBOA.2 받아올림이 한 번 있는 (세 자리 수)÷(세 자리 수)의 계산 원리를 이해하고 계산한다.	1	1	1
NBO.D.2 올림이 없는 (몇십몇)÷(몇)의 계산 원리를 이해하고 계산한다.	0	0	1
NBOA.3 받아올림이 두 번 있는 (세 자리 수)÷(세 자리 수)의 계산 원리를 이해하고 계산한다.	1	0	1
NBO.D.5 십의 자리와 일의 자리에서 올림이 있는 (몇십몇)÷(몇)의 계산 원리를 이해하고 계산한다.	1	0	1
GEO.A.1 선분, 직선, 반직선을 알고 구별할 수 있다.	0	0	1
GEO.D.2 정사각형의 성질을 안다.	0	1	1

[그림 IV-3] 3학년 1세트의 학습 경로별 평가 문항 결과 제공 화면(김희정 외, 2020, p.101)

또한 학생의 응답을 바로 입력하면 학생의 성취기준 도달 여부와 학습 경로에서 어느 단계에 해당 하는지를 바로 파악할 수 있게 하였다. 예를 들면, 위의 [그림 IV-3]에서의 학생1의 진단 결과를 보면, 학생1은 측정 영역에서 초 단위까지 시각을 읽을 수 있지만, 분과 초 사이의 관계를 이해하고 있지 못할 수 있다. 또한, 자연수 영역에서는 받아 올림이 두 번 있는 세 자리 수의 계산 원리를 이해하고 있다고 보이지만, 올림이 없는 (몇십몇) × (몇)의 계산을 못 하였다. 이 학생은 학습 단계에서 실제 (몇십몇) × (몇)의 계산을 실수로 하지 못하는지, 혹은 개념 학습이 되지 않았는지에 대한 추가 확인 을 하거나, 이 학생의 오답을 확인하여 학습 단계 도달 여부를 확정할 수 있다. 이러한 연계 문항의 제공은 AI 학습 및 진단-보정 시스템을 이용하거나, 교사의 판단으로 어렵지 않게 제공할 수 있다.

V. 결론 및 제언

본 연구는 초등학교 3~6학년 학생들의 수학 내용 영역별 오개념 및 학습 단계의 도달 여부를 진단 할 수 있는 평가 문항을 개발하였다. 또한, 개발한 평가 문항은 전국의 초등학교 3~6학년 학생 675명 에게 적용하여 신뢰도, 타당도, 현장 적합도를 검증하는 동시에, 수학 학습 단계 도달 여부 및 어려움을 진단할 수 있는 시스템 초안을 제시하였다. 수학 학습 단계 및 수학 학습 어려움은 교육과정 성취 기준과도 연계하여, 세부적인 학습 단계 도달 여부뿐만 아니라 교육과정 성취기준 도달 여부와 그에 따른 보정자료 제공 방안을 제안하고 있다. 특히, 개별 학생은 각 학년, 학기, 혹은 각 단원의 학습이 끝난 후, 평가 문항을 통해 각 영역의 학습 경로 단계와 교육과정 성취기준 도달 여부를 개별적으로 파악이 가능할 수 있기에, 교육청 및 각 학교급에서 진단과 보정의 자료로 활용할 수 있다. 개별 학생 이 지닌 오개념 및 어려움 (가정적으로) 진단 가능하며, 진단한 오개념이나 어려움은 교사나 인공지능(AI)이 진단 결과와 학습 경로에 기반하여 후속 문항을 제공하여, 관련된 주제 및 개념에 대한 정확한 결손 원인 파악이 가능하다는 시사점을 주고 있다.

특히, 2020년 3월 학기 초부터 시작된 코로나바이러스 감염증(COVID-19)은 2022년 현재에도 재유행이 진행되면서 온라인 학습이 더 이상 새롭지 않은 뉴노멀 시대의 교육방식으로 자리 잡고 있다. 즉, 효과적인 온라인 및 비대면 학습의 요구가 증가하고 있다. 따라서 본 연구를 통해 개발된 평가 문 항의 온라인 시스템 및 AI 시스템에 안착한다면, 평가 문항을 통해 개별 학습자의 수준과 진도를 진 단하고, 진단한 정보에 기반하여 개별 학습자 맞춤형 보정학습 및 수업을 할 수 있다. 특히, 본 연구 를 통해 개발된 평가 문항에는 수학 각 영역별 및 내용 요소별 진단 가능한 수학 개념이 분류되어 있 으며 각각의 답가지에 (가정적인) 오개념 진단 자료도 분류되어 있다. 따라서, 평가 문항을 이용하여 진단한 정보 및 평가 결과 후의 온라인 피드백은 학교 현장의 대면 학습 상황에서 교사가 제공하는 분석 자료와 더불어 온라인 및 가정 학습 연계자료로 제공한다면, 학습자와 학부모가 학습자 개개인의 수학 학습 과정을 이해하고 그에 기반한 자기주도학습 방안을 제공하는 자료로 활용이 가능할 것 이다.

평가 문항을 통해 진단한 자료가 인공지능 시스템과 결합 시 학생별 학습 경로와 오개념에 관한 대량 의 체계적인 자료수집이 가능하다. 따라서 국가적 차원에서 학생 개인별 수학 학습상태를 구체적으로 진 단할 수 있으며, 코로나19 혹은 다양한 원인에 의한 학습 결손 파악을 빠르게 진단할 수 있다. 이에 따 라 앞에서 언급한 맞춤형 교수학습 또는 상호작용하는 온라인 학습 자료를 제공하여, 국가 차원에서 초 등학생의 수학 학습과 관련한 성장 과정을 기록할 수 있으며, 그에 따라 맞춤형 학습 자료를 지원할 수 있을 것이다. 즉, 우리나라 학생 고유의 수학 학습 어려움 데이터를 축적하여 수학 학습 결손이 유력한

시기를 예측하고 적절한 교수학습지원이 가능할 것이다.

하지만, 초등학생을 대상으로 하는 학습 경로와 오개념 진단평가를 개발하고 드러난 문제점이 있고, 또한 적용하는데 있어 유의해야 할 사항도 존재한다. 기존 평가와는 다르게 학습 경로와 수학적 어려움을 진단하기 위해서는 개별 평가 문항은 구체적인 학습 경로의 단계에 맞추어 개발되어야 하고, 선택지는 특정 오개념을 가진 학생이 선택할 수 있도록 개발되어야 했다. 또한 평가의 결과도 단순 점수로 표현되는 것이 아닌 학습 경로와 오개념에 대한 구체적인 정보가 제공되어야 했다. 연구진이 만든 모든 895문항이 이를 충족시킬 수 있도록 노력하였지만, 몇몇 문항은 ‘함정 문제’로 보일 수도 있고 또한 미처 고려하지 못한 오개념이 존재할 수도 있다. 또한, 학생의 학습 경로와 오개념에 대한 세부적 정보를 제공할 때, 정보의 사용자인 학생과 교사에게 익숙하지 않은 새로운 평가 결과이기 때문에 활용에 어려움이 있을 수 있다. 더욱이 학생 성취에 관한 정보의 과다는 오히려 교사가 수업을 구성하는데 부담으로 작용할 수 있다(Choi et al., 2022). 평가를 적용하는데 있어 생긴 본 연구의 제한점은 문항의 예비 검사가 지필로 이루어졌다는 점이다. 이는 본 연구에서 개발한 평가 문항은 온라인 및 AI 등의 컴퓨터 기반 시스템에 문제가 탑재되어 학생과 교사에게 제공될 수 있도록 개발하였지만, 본 연구에서 수행한 예비 검사는 아직 시스템 개발의 지연되었기 때문이다. 따라서 추후 온라인으로 문제가 제공되는 경우, 문항의 난이도 및 타당도를 새롭게 평가해야 할 수 있다는 제한점이 있다.

본 연구는 기초 조사를 위하여 각종 이론과 문헌과 더불어 2015 개정 수학과 교육과정의 성취기준을 반영하여 학습 경로와 그에 따른 평가 문항을 개발하였다. 본 평가 문항 개발 연구를 포함한 대형 연구 프로젝트인 학습 경로 개발과 관련한 연구(김희정 외, 2020)에서 추후 교육과정 개정 시, 학습 위계와 순서를 고려해야 하는 부분에 대한 제언점을 제시하고 있다. 또한 본고에서는 개발된 학습 경로에 기반하여 평가 문항을 이용하여 개별 학습자의 학습 경로의 어느 단계에 있는지를 파악할 수 있기에 교육과정의 개정에 따른 큰 변동은 없을 것으로 예상된다. 그러나 본 연구는 평가 문항을 통해 개별 학습자의 학습 경로상의 단계뿐만 아니라, 2015 개정 수학과 교육과정의 성취기준 도달 여부 역시 제공하고 있기에, 교육과정이 개정되어, 성취기준이 수정되거나, 교육과정의 일부 내용 요소가 추가 또는 삭제된다면 그에 맞추어 수정 및 보완을 통해 수정·보완된 진단 자료 및 보정자료를 제공할 수 있을 것이다.

기존 성취 평가도구와 다르게, 본 연구에서 개발된 평가도구는 각 영역에서 초등학생의 성취에 관한 세부적인 정보를 제공할 수 있을 것으로 기대한다. 특히, 교사가 직접 활동지를 만들거나 학생을 관찰하지 않고 기존의 연구를 바탕으로 하여 개발된 문항을 활용하여 교수학습을 지원할 수 있다. 본 연구는 600여 명의 학생을 대상으로 예비 검사를 시행하고 그 평가의 타당도와 현장 적합성을 판단하였지만, 개별 학생으로서는 여전히 교사와 학생의 필요로 평가를 활용하더라도 오개념이나 학습 경로상의 위치가 잘 파악되지 않는 학생이 있을 수 있음을 유의해야 한다. 따라서 학생의 기존 성취와 활동에 빚대어 학습 경로의 위치가 적절한지 파악하고, 평가의 결과와 학습 경로의 위치가 많이 차이가 날 때, 학습 경로 파악을 위한 추가적인 평가를 시행할 필요가 있다. 개발된 평가 문항을 이용하여 학습 단계 및 교육과정 성취기준의 도달 여부를 진단할 수 있지만, 앞으로 필요한 교수학습 방법을 직접적으로 제안해주지 않는다. 학생 개별로, 그리고 교사의 신념에 따라 적절한 교수·학습 방법을 파악해서 진단에 따른 보정 교육을 추가로 고민하여 진행하여 학생들의 학습을 지원할 수 있는 진단-보정 교육이 이루어질 수 있도록 해야 할 것이다.

참고 문헌

- 교육부(2015). **수학과 교육과정**. 교육부 고시 제 2015-74호.
- 교육부(2020). 코로나 19, 신학기 유초중고 개학 연기 및 대응계획. 교육부 보도자료. 자료출처 (2020.2.23.):
<https://moe.go.kr/boardCnts/view.do?boardID=340&boardSeq=79827&lev=0&searchType=null&statusYN=W&page=1&s=moe&m=020201&opType=N>
- 교육부(2022). 2022 개정 교육과정 총론 주요사항(시안).
<https://www.moe.go.kr/boardCnts/viewRenew.do?boardID=294&boardSeq=89671&lev=0&searchType=null&statusYN=W&page=1&s=moe&m=020402&opType=N>
- 김명화(2012). 기초학력 진단평가 결과보고에 인지진단 모델 적용 가능성 탐색. **한국교육학연구**, 18(3), 5-24.
- 김부미(2005). 수학적 오개념과 오류에 대한 인지심리학적 고찰. **이화여자대학교 석사학위논문**.
- 김수미(2003). 수학과 오류의 진단과 처방에 관한 교사용 자료 개발 연구. **학교수학**, 5(2), 209-221.
- 김수철, 김성여, 김해운, 손정화, 이금선, 조현공, 허난(2020). 수학 학습 위계에 따른 수학 평가 보정 모델 개발 연구. **한국과학창의재단 연구보고서**.
- 김화경, 권석일, 이현우, 임완철, 송민호, 권혜진(2012). 자기주도 수학 학습 지원 체제 구축 연구. **한국과학창의재단 연구보고서**.
- 김희정, 고은성, 이동환, 조진우, 조형미, 최지선, 한채린, 황지현(2020). 수학 학습 어려움 진단을 위한 평가 문항 개발 연구. **한국과학창의재단 연구보고서**.
- 류한영(1999). 중학교 3학년과 고등학교 1학년들의 방정식에 대한 오류분석에 관한 연구. **한국교원대학교 대학원 석사학위논문**.
- 박윤범, 박혜숙, 도종훈, 한대회, 이미혜, 최은영, 박은미, 이미령(2014). 우리나라 수학과 교육 과정 내용 계통 연구. **한국과학창의재단 연구보고서**.
- 양기열, 장유선(2010). 고등학생들의 함수단원 학습과정에서 나타나는 오류유형 분석과 교정. **한국학교수학회논문집**, 13(1), 23-43.
- 이현수, 김영철, 박영용, 김민정(2015). 일차방정식과 일차함수에 대한 중학생들의 인식과 오류. **한국학교수학회논문집**, 18(3), 259-279.
- 조영호, 표용수(2009). 학습단계별 오류교정을 통한 수학과 학력신장 방안. **교육연구**, 17, 101-127.
- 최승현, 권점례, 이봉주(2013). 특성화고·마이스터고 학생을 위한 수학 진단평가 도구 및 보정학습 프로그램 개발 연구. **한국교육과정평가원 연구보고서**.
- 최지선(2003). 중등학교 수학 학습에서 나타나는 오개념에 대한 고찰. **서울대학교 석사학위 논문**.
- 허난, 김수철(2020). 수학 학습 위계에 따른 수학 평가·보정 자료 개발 연구: 중학교 1학년 함수 영역을 중심으로. **East Asian Mathematical Journal**, 36(4), 437-454.
- Adams, R. J. (2005). Reliability as a measurement design effect. *Studies in Educational Evaluation*, 31(2-3), 162-172.
- Ausubel, D. (1963). *The Psychology of Meaningful Verbal Learning*. New York: Grune & Stratton.
- Bachelard, G. (1991). *A terra e os devaneios da vontade*.
- Brousseau, G. (1983). Les obstacles epistemologiques et les problemes en mathematiques. *Researches en Didactique des Mathematicques*, 4(2), 165 - 198.

- Carroll, W. M., & Porter, D. (1997). Invented strategies can develop meaningful mathematical procedures. *Teaching Children Mathematics*, 3(7), 370-374.
- Carpenter, T. P., Franke, M. L., Jacobs, V. R., Fennema, E., & Empson, S. B. (1998). A longitudinal study of invention and understanding in children's multidigit addition and subtraction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29(1), 3-20.
- Choi, K., Hwang, J., Jensen, J., & Hong, D. (2022). Teachers' use of assessment data for instructional decision making. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 53(4), 1010-1017. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2021.1880653>
- Harrison, G. M., Seraphin, K. D., Philippoff, J., Vallin, L. M., & Brandon, P. R. (2015). Comparing models of nature of science dimensionality based on the Next Generation Science Standards. *International Journal of Science Education*, 37(8), 1321-1342.
- Hikmasari, P., Kartono, & Mariani, S. (2017). Analyze of Diagnostic Assessment and Remedial Teaching Result of Mathematics Problem Solving Achievement by Problem Based Learning Model. *Unnes Journal of Mathematics Education*, 6(2), 215-222.
- Lord, F. M., & Novick, M. R. (2008). *Statistical theories of mental test scores*. Information Age Publishing.
- Messick, S. (1995). Validity of psychological assessment: Validation of inferences from persons' responses and performances as scientific inquiry into score meaning. *American psychologist*, 50(9), 741.
- National Governors Association Center for Best Practices and Council of Chief State School Officers. (2010). *Common Core State Standards for Mathematics*. Washington, DC: Author.
- National Research Council (2013). *The Mathematical Sciences in 2025*. Washington, D.C.: The National Academies Press.
- Radatz, H. (1980). Students' errors in the mathematical learning process: a survey. *For the learning of Mathematics*, 1(1), 16-20.
- Rittle-Johnson, B., & Alibali, M. W. (1999). Conceptual and procedural knowledge of mathematics: Does one lead to the other?. *Journal of educational psychology*, 91(1), 175-189.
- Schneider, M., & Stern, E. (2010). The developmental relations between conceptual and procedural knowledge: A multimethod approach. *Developmental psychology*, 46(1), 178-192.

Development and Application of Assessment Items for the Diagnosis of Difficulties in Learning Elementary Mathematics

Hee-jeong Kim²⁾ · Hyungmi Cho³⁾ · Eun-Sung Ko⁴⁾ · Donghwan Lee⁵⁾ · Jinwoo Cho⁶⁾
· Jisun Choi⁷⁾ · Chaereen Han⁸⁾ · Jihyun Hwang⁹⁾

Abstract

The purpose of this study is to develop an assessment to diagnose difficulties in learning mathematics and misconceptions that elementary students have. With thorough theoretical background and analysis of mathematics curriculum documents, we established learning trajectories for the following content areas in grades 3 to 6: number and operation, regularity, data and chance, geometry, and measurement. Then, the research team created the assessment items targeting a specific stage in the learning trajectories and including item options to identify possible misconceptions. Based on the unified validity theory, we reported the detailed procedure of the assessment development and the evidence for the content, substance, and structural validity of the assessment. We collected the data of 675 elementary students. Rasch measurement modeling was applied, and Cronbach's alpha was estimated. We considered how to report students' assessment results to teachers appropriately and immediately, which suggested important implications for supporting teaching and learning mathematics in elementary schools. We also suggested how to use the assessment developed in this study in online and distance learning environments due to the COVID-19 pandemic.

Key Words : Learning difficulties in mathematics, Misconceptions, Diagnosis, Feedback, Assessment development

Received August 10, 2022
Revised September 20, 2022
Accepted September 21, 2022

* 2010 Mathematics Subject Classification : 97C70, 97D60

2) Korea University (heejeongkim@korea.ac.kr)

3) Jeonju National University of Education (hyungmi41@gmail.com)

4) Jeonju National University of Education (kes7402@jnue.kr)

5) Busan National University of Education (dhdhdh@bnue.ac.kr)

6) Gongju National University of Education (jwcho@gjue.ac.kr)

7) Gwangju National University of Education (jisunchoi@gnue.ac.kr)

8) Seoul Deungchon Elementary School (hanchaereen@gmail.com)

9) Korea National University of Education (jihyun-hwang@knue.ac.kr), Corresponding Author