

## 지면에 근접한 항공기의 와 거동 계산을 위한 스펙트럴법 개선 연구

지승환<sup>1</sup> · 한철희<sup>1,†</sup><sup>1</sup>한국교통대학교

## Study on the Improvement of a Spectral Method for the Computation of Wake Vortex Behavior Near the Ground

Seunghwan Ji<sup>1</sup>, Cheolheui Han<sup>1,†</sup><sup>1</sup>Korean National University of Transportation

## Abstract

The study on the wake vortex behavior during the aircraft's take-off and landing flight phase is critical to the flight safety of the aircraft, following close behind and the economy of the airport. The study on the wake vortex behavior should include the understanding of the ground effect on the behavior of the multiple wake vortices, generated from aircraft during the take-off and landing flight phase. In this study, numerical schemes that can consider the ground effect were devised, by applying a vorticity boundary condition and an image method into the existing two-dimensional Fourier-spectral method. The present method was validated by comparing the present results, with the computed and measured data in the published literature. It was shown that the present method can predict the generation and behavior of the secondary vortex near the ground with reasonable accuracy. In future, the effect of the atmospheric conditions such as the stratification and the wind shear on the behavior of the vortex pair will be studied.

## 초 록

이·착륙하는 항공기에서 발생하는 후류의 거동에 대한 연구는 근접 후행 항공기의 비행안정성과 공항의 경제성 등과 관련하여 매우 중요하다. 특히 이·착륙 비행단계에서 발생한 와들의 거동 연구는 지면효과가 반드시 고려해야 한다. 본 연구에서는 기존의 2차원 스펙트럴법에 와도경계조건 및 이미지법을 적용하여, 지면효과가 고려될 수 있는 수치해법을 도출하였다. 개선된 수치기법을 사용하여 얻은 결과를 참고문헌의 수치해석 결과 및 실험결과와 비교하여 타당성을 검증하였다. 특히, 본 연구의 수치해석방법으로 지면근처에서 발생하는 이차와(secondary vortex)의 생성과 박리, 그리고 거동을 예측할 수 있음을 보였다. 향후 본 연구방법을 확장하여 Stratification, Wind Shear 등 다양한 기상조건이 와의 거동에 미치는 영향을 연구할 계획이다.

**Key Words** : Vortex(와), Vorticity(와도), Secondary Vortex(2차와), Spectral Method(스펙트럴법), Vorticity Boundary Condition(와도경계조건), Wake Vortex(후류와)

## 1. 서 론

항공기의 날개 상하면에서 흐르는 경계층 유동은 날개 후연(Trailing Edge)에서 하나로 합쳐져 하류로 흘러가며 이를 후류(Wake)라고 부른다. 항공기에서 발생

한 후류는 후류말림, 와병합, 하강, 붕괴, 소멸 등의 다양한 과정을 거치게 된다. 항공기 후류는 주변 유동에 강한 영향을 주며 상당한 시간 동안 소멸되지 않고 대기 중에 존재할 수 있다. 따라서, 항공기 이·착륙과정에서 발생한 후류 와가 미쳐 소멸되기 이전에 후행 항공기가 선행항공기에 근접하여 후류와 영역으로 진입할 경우, 후행 항공기의 비행안정성이 심각한 위협을 받게 된다. ICAO와 FAA 등 항공안전관련 기관들은

Received: Apr. 18, 2022 Revised: Jul. 08, 2022 Accepted: Jul. 31, 2022

† Corresponding Author

Tel: +82-43-841-5379, E-mail: chhan@ut.ac.kr

© The Society for Aerospace System Engineering

후류의 영향을 최소화하기 시켜 안전한 항공운항을 하기 위해 항공운항규정을 법제화하여 운영중이다[1,2]. 공항의 수용능력을 극대화 시키기 위해서 우리나라에서도 공항수용능력 설정지침을 마련하여 공항의 활주로, 계류장, 터미널 및 항공교통업무 등 주요 분야별 처리용량을 산출하고 공항수용능력을 설정하는데 필요한 사항을 규정하고 있다. 그러나 항공기 이착륙과 관련한 안전분리간격의 설정 기준이 대부분 경험식에 의존하고 있으며 오히려 과도하게 안전위주로 만들어져 있어서 공항의 한정된 활주로에서 처리할 수 있는 교통량을 제한하여 공항 수용량 감소시키고 동시에 경제성을 훼손시킨다. 이로 인하여, 유럽과 미국 등 항공선진국에서는 항공기 후류의 발달 과정과 거동에 관한 연구를 오랜 기간 수행하여 왔다[3].

높은 고도에서 지면의 영향을 받지 않고 비행 중인 항공기에서 발생한 후류는 크게 4가지 과정을 통하여 소멸로 이어진다[3]. 먼저, 근접유동장( $x/b \leq 0.5$ )은 항공기 날개 후연에서 자유전단층(Free Shear Layer)을 형성하는 영역이다. 날개나 고양력장치 등의 기하학적 불연속면에서 급격한 순환강도 변화가 있으며 이로 인하여 여러 개의 크고 작은 집중와들이 발생한다. 확장유동장( $0.5 \leq x/b \leq 10$ )은 근접유동장에서 발생한 집중와들을 중심으로 와면이 말리는 후류말림(Wake Rollup) 현상이 시작된다. 일정 거리 이후에는 강도가 상대적으로 큰 와를 중심으로 와들이 회전 및 병합(Merging)하며, 최종적으로 두 개의 엇회전 와쌍(Vortex Pair)으로 발전한다. 중간 및 원방영역( $10 \leq x/b \leq 100$ )에서는 두 개의 엇회전 와들이 상호작용을 통하여 대기 중에서 하강하며, 동시에 선형불안정성에 기인한 다양한 현상들이 발생하기 시작한다. 마지막으로 Dispersion 영역에서는 불안정성이 와의 거동을 완전히 지배하며 붕괴 및 소멸 과정이 진행된다.

낮은 고도에서 이·착륙비행을 수행하는 항공기에서 발생한 후류들은 지면의 영향을 받아서 이차와를 발생시키며 지면의 영향을 받지 않는 후류와는 매우 다른 거동을 보인다. 이차와 발생 메커니즘은 다음과 같다. 먼저 후류와가 지면근처에 도달할 경우, 후류와는 지면에 측류유동(Cross Flow)을 유도한다. 측류유동으로 인하여 지면에 경계층 유동이 생성되며, 생성된 경계층유동은 박리/재부착 과정을 통하여 박리버블

(Separation Bubble)을 발생시킨다. 지면에서 발생한 박리버블이 지면으로부터 떨어져 나가면서 2차와(Secundary Vortex)로 발달한다. 새롭게 성장한 2차와는 후류와에 상승기류를 유도하며 이로 인하여 후류와가 공중에 지속적으로 머무를 수 있게 된다.

Harvey와 Perry[4]는 항공기에서 발생한 날개끝와의 이동경로가 지면에서 멀리 떨어져 있는 경우에는 와모델을 사용한 이론값과 잘 일치하지만, 날개끝와가 지면에 접근할 경우 이론값과 실험값 사이에 차이가 발생하며 2차와의 영향이 주된 차이의 원인임을 언급하였다. Zheng과 Ash[5]는 2차원 비정상 층류 Navier-Stokes 방정식을 사용하여 지면에 근접하는 와의 거동을 연구했다. Corjon *et al.*[6]은 Liu *et al.*[7]가 제안한 2차와 모델과 기존의 와모델을 결합하여 지면에 근접하는 와의 거동을 예측하기 위한 모델을 개발하였다. Robin *et al.*[8]은 지면에 접근하는 후류의 거동을 크게 3개의 영역으로 나누고, 각 영역에 적합한 해석기법을 포함시킨 해석기법을 개발하였다. 이 방법은 비점성 해석모델에 점성해석기법 결과를 반영한 경험식을 도입하여, 빠른 시간 이내에 와들의 경로를 계산하는 방법으로 실용적 가치가 높다. 먼저 지면으로부터 거리가 먼 OGE(Out of Ground Effect)영역에 와가 위치할 경우, Greene[9]이 제안한 와모델을 변경하여 와의 궤적 및 강도 변화를 계산하였다. 와가 지면과 일정 거리 이하로 가까워진 Image Vortex 영역에서는 비점성 조건의 점와(Point Vortex) 모델과 이미지 기법을 사용하여 지면효과를 나타내었다. 날개끝 와가 지면에 매우 근접하는 Ground Effect 영역에 도달하면, 날개끝 와의 순환강도의 40%의 값을 가지며, 좌우 날개끝 와들 사이의 거리 40%의 거리에서, 45도 각도의 위치에 새로운 이차와를 생성시켜 지면효과를 받는 날개끝 와 및 이차와의 영향을 고려한 거동을 계산하였다.

본 연구에서 사용한 스펙트럴법은 높은 계산 정확도를 가지는 해석기법으로 DNS(Direct Numerical Simulation) 등을 사용한 수치해석 연구에 적용되었다[10]. 최근에 Hemati[11]는 푸리에-스펙트럴법을 사용하여, 서로 동회전하는 와들의 병합 현상을 계산하여 계산 결과가 실험결과와 잘 일치함을 보였다. Ji와 Han[12]는 Hemati[11]의 푸리에-스펙트럴법을 적용

하여 높은 고도에서 비행하는 항공기 날개에서 발생한 4개의 와 시스템(4-Vortex System)에 대한 수치해석 연구를 수행하였다. Ji와 Han[12]은 주기경계조건을 사용하였기 때문에, 지면에서 발생하는 경계층과 박리 버블, 이차와의 생성 등 지면효과를 반영할 수 없다. 따라서, 본 연구에서는 Ji와 Han[12]의 푸리에-스펙트럴법 기법에 Zheng[13]이 도출한 와도경계조건과 이미지법을 적용하여 지면효과를 고려할 수 있는 수치 기법으로 개선 시켰으며, 참고문헌의 결과들과 비교하여 개선된 수치기법의 타당성을 검증했다.

## 2. 수치해석방법

### 2.1 지배방정식 및 공간차분

항공기 이·착륙 속도는 마하수 0.3 이하로 공기의 압축성 효과가 크지 않은 아음속 영역에 속한다. 본 연구에서는 공항 주변 대기 조건의 변화, 즉 대기의 밀도 성층화 등을 고려하지 않는다. 본 연구에서는 지배방정식으로 2차원 비압축성 와도수송 방정식(Eq. 1)을 사용하였다. Eq. 1에 나타난 와도수송방정식은 시간에 따른 와도 변화, 공간이동에 따른 와도 변화, 그리고 점성에 기인한 와도 변화를 나타내는 항들을 포함하고 있다. 와도와 속도 사이의 관계는 Eq. 2로부터 구할 수 있다.

$$\frac{\partial \vec{w}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \vec{w} - \nu \nabla^2 \vec{w} = 0 \quad (1)$$

$$\nabla^2 \psi = -\omega \quad (2)$$

Equation 1과 Eq. 2를 계산하기 위해 먼저 2차원 공간에 대하여 이산 푸리에 변환을 적용하였다. 공간 영역을 N개의 균일한 크기의 격자들로 이산화 시키고 각 격자의 Node 점( $x_a, y_b$ )에 Eq. 3과 Eq. 4와 같이 기저함수를 대응시킨다.

$$\hat{w}(k_x, k_y, t) = \sum_{a=1}^N \sum_{b=1}^N w_{ab}(t) e^{-(k_x x_a + k_y y_b) i} \quad (3)$$

$$\hat{\psi}(k_x, k_y, t) = \sum_{a=1}^N \sum_{b=1}^N \psi_{ab}(t) e^{-(k_x x_a + k_y y_b) i} \quad (4)$$

여기서  $k_x, k_y$ 는 공간에 대한 푸리에 변환으로 발생한 파수를 의미하며, N은 각 방향으로의 격자개수를 의미한다.

Equation 3에서  $\hat{w}$ 을  $x$ 에 대해서 미분하면 Eq. 5와 같다. 여기서  $i = \sqrt{-1}$ 을 의미한다.

$$\frac{\partial \hat{w}}{\partial x} = (-k_x i) \hat{w} \quad (5)$$

위와 동일한 과정을 통해 Eq. 1, 2는 아래의 식들로 다시 표현할 수 있다. Eq. 7은  $(k_x, k_y) = (0, 0)$ 일 경우 유효하지 않으므로  $\hat{\psi}(0, 0) = 0$ 라 가정하였다 [11].

$$\frac{\partial \hat{w}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \hat{w} + \nu(k_x^2 + k_y^2) \hat{w} = 0 \quad (6)$$

$$(k_x^2 + k_y^2) \hat{\psi} = \hat{w} \quad (7)$$

Equation 6의 비선형 대류항  $\vec{u} \cdot \nabla \hat{w}$ 을 구하기 위하여 먼저 다음과 같이  $\hat{u}, \hat{\nabla} \hat{w}$ 를 계산을 한다.

$$\hat{u} = ik_x \hat{\psi} \hat{e}_x + ik_y \hat{\psi} \hat{e}_y \quad (8)$$

$$\hat{\nabla} \hat{w} = ik_x \hat{w} \hat{e}_x + ik_y \hat{w} \hat{e}_y \quad (9)$$

Equation 8 및 9를 푸리에 역변환을 통해 얻은  $u, \nabla w$ 를 사용하여  $\vec{u} \cdot \nabla w$  값을 계산한 후,  $\vec{u} \cdot \nabla w$  항을 다시 푸리에 변환시켜 주파수 영역에서의 비선형 대류항  $\vec{u} \cdot \nabla w$  값을 얻었다. 본 연구에서는 Aliasing 현상을 제거하기 위해 참고문헌[11]에서 사용한 3/2-Rule 기법을 사용하였다.

### 2.2 시간 차분

Equation 1의 와도수송방정식 중 비정상항  $\partial \vec{w} / \partial t$ 은 다음과 같이  $\partial \vec{w} / \partial t = -\vec{u} \cdot \nabla \vec{w} + \nu \nabla^2 \vec{w}$ 로 나타낼 수 있다. 이 식을 이산푸리에 변환시키면  $\partial \hat{w} / \partial t = -\vec{u} \cdot \nabla \hat{w} + \nu \nabla^2 \hat{w}$ 와 같이 나타난다. 시간차분법으로는 Low-Storage Runge-Kutta 3차법[11]을 사용했다.

$$\hat{w}_1 = \frac{\hat{w}_n - \Delta t [\alpha_1 \nu (k_x^2 + k_y^2) \hat{w}_n + \gamma_1 (u \nabla w)_n]}{1 + \Delta t \beta_1 \nu (k_x^2 + k_y^2)},$$

$$\hat{w}_2 = \frac{\hat{w}_1 - \Delta t [\alpha_2 \nu (k_x^2 + k_y^2) \hat{w}_1 + \gamma_2 (u \nabla w)_1 + \rho_1 (u \nabla w)_n]}{1 + \Delta t \beta_2 \nu (k_x^2 + k_y^2)},$$

$$\hat{w}_{n+1} = \frac{\hat{w}_2 - \Delta t [\alpha_3 \nu (k_x^2 + k_y^2) \hat{w}_2 + \gamma_3 (u \nabla w)_2 + \rho_2 (u \nabla w)_1]}{1 + \Delta t \beta_3 \nu (k_x^2 + k_y^2)} \quad (10)$$

여기서 상수  $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i, \rho_i$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned}\alpha_1 &= \beta_1 = \frac{4}{15}, \gamma_1 = \frac{8}{15} \\ \alpha_2 &= \beta_2 = \frac{1}{15}, \gamma_2 = \frac{5}{12}, \rho_1 = -\frac{17}{60} \\ \alpha_3 &= \beta_3 = \frac{1}{6}, \gamma_2 = \frac{3}{4}, \rho_2 = -\frac{5}{12}\end{aligned}$$

Equation 10의  $\widehat{w}_n$ 은 시간 $t$ 에 대응하는 주파수 영역 와도값  $\widehat{w}(k_x, k_y)$ 을 의미하고,  $\widehat{w}_{n+1}$ 은  $\Delta t$ 의 시간이 지난  $t + \Delta t$ 에 대응하는 주파수 영역의 와도 값을 의미한다. Low-Storage Runge-Kutta 3차법을 사용하여  $\widehat{w}(k_x, k_y, t + \Delta t)$  값을 계산한 후, 역변환을 하여  $w(t + \Delta t)$  값을 도출하였다.

### 2.3 와도경계조건

지면효과를 고려하기 위해 다음과 같이 Zheng[13]이 제안한 와도경계조건을 사용하였다. 유동함수와 와도에 대한 식을 테일러급수 전개한 식 Eq. 11과 Eq. 12를 연립하면, 지면( $y=0$ )에서의 와도 값은 Eq. 13과 같이 나타난다. 여기서 공간 영역의 수평 방향 영역  $x$ 는 다음과 같이  $x \in \{0, \dots, L_x\}$  정의된다.

$$\psi(x, \Delta y) = \Delta y \frac{\partial \psi}{\partial y} \Big|_{y=0} + \frac{\Delta y^2}{2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \Big|_{y=0} + O(h_1^3) \quad (11)$$

$$w(x, 0) = -\nabla^2 \psi(x, \Delta y) \quad (12)$$

$$w(x, 0) = -\frac{2\psi(x, \Delta y)}{\Delta y^2} + \frac{2}{\Delta y} \frac{\partial \psi}{\partial y} \Big|_{y=0} + O(\Delta y) \quad (13)$$

따라서 Eq. 11의  $w(x, \Delta y)$ 을 Eq. 2에서 표현한 와도-유동함수 관계식을 고려하여 테일러급수의 형태로 확장하면 Eq. 14와 같다.

$$\begin{aligned}w(x, \Delta y) &= -\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \Big|_{y=0} - \Delta y \frac{\partial^3 \psi}{\partial y^3} \Big|_{y=0} \\ &\quad - \Delta y \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( \frac{\partial \psi}{\partial y} \Big|_{y=0} \right) + O(\Delta y^2)\end{aligned} \quad (14)$$

지면( $y=0$ )으로부터  $\Delta y, 2\Delta y$ 만큼 떨어진 곳에서의 유동함수  $\psi_1 = \psi(x, \Delta y)$ ,  $\psi_2 = \psi(x, 2\Delta y)$  그리고 Eq. 14의  $w(x, \Delta y)$  식을 선형 결합시키면  $w(x, \Delta y)$ 에 대한 식은 Eq. 15과 같이 재정리된다.

$$w(x, \Delta y) = -\frac{\psi_2 - 2\psi_1}{\Delta y^2} - \Delta y \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( \frac{\partial \psi}{\partial y} \Big|_{y=0} \right) + O(\Delta y^2) \quad (15)$$

Equation 15의  $\psi_1$ 을 지면에 매우 근접한 위치의 유동함수라고 가정하면  $\psi_1 \equiv \Delta y u_w$ 라고 새롭게 정의할

수 있다. 여기서  $u_w$ 는 수평 방향 속도 성분을 의미한다. 또한, Eq. 15에서 No-Slip Boundary Condition임을 고려하여 지면에서의 수평 방향 속도 성분이 0임을 고려하면,  $\frac{\partial \psi}{\partial y} \Big|_{y=0} = u_w = 0$ 으로 볼 수 있다. 따라서  $w_1, \psi_1$ 은 다음과 같은 Eq. 16로 표현할 수 있다[13].

$$w(x, \Delta y) = -\frac{\psi_2}{\Delta y^2} \quad (16-a)$$

$$\psi_1 = 0 \quad (16-b)$$

지면( $y=0$ )에서의 와도 값(Eq. 13)과 유동함수 값은 지면에서 점착조건(No-Slip Boundary Condition)으로  $w(x, 0) = 0$ ,  $\psi(x, 0) = 0$ 의 값을 가진다.

### 2.4 와도경계조건 적용

본 연구에서는 공간에 대하여 푸리에 변환을 사용하고 시간에 대하여 Low-Storage Runge-Kutta 3차를 사용하였다. 따라서 초기에 주어진 와도분포를 사용하여 Eq. 3과 Eq. 4에 해당하는 주파수 영역에서의 와도값 및 유동함수 값을 도출한다. 또한 경계조건을 반영하기 위해서 Eq. 16-b를 사용하여  $y = +\Delta y$ 의 위치에 해당하는 유동함수( $\psi$ )의 값을 0으로 업데이트 시키고, Eq. 16-a를 사용하여 지면 근처( $y = +\Delta y$ )에 와도  $w(x, \Delta y)$ 을 계산하여 기존의 와도값( $w$ )을 대체시킨다. 지면경계조건이 반영된  $w, \psi$ 을 다시 각각 공간에 대해서 푸리에 변환한다. 위의 과정을 매 시간 간격마다 반복하여 수행하였다.

### 2.5 이미지법

푸리에-스펙트럴법[12]은 주기경계조건을 사용하였다. 이로 인하여 와가 지면에 가까워질수록  $y < 0$  영역의 유동함수 분포가  $y > 0$  영역에 영향을 주는 문제가 발생하였다. 본 연구에서는 이 문제를 해결하기 위해 참고문헌[8]에서 사용한 이미지 기법을 사용하였다. Fig. 1에 나타난 바와 같이 가상의 지면( $y=0$ )을 중심으로 반대의 방향으로 회전하는 가상의 와를 배치하였다. 가상의 와에 의해 기존의 와에 의한 유동함수는 서로 상쇄되고, 지면을 기준으로 대칭적인 유동함수 분포를 보였다.

유동함수 분포는 지면을 기준으로 부호가 반대이며

대칭적인 분포를 보이기 때문에 수평 방향으로의 유동 함수 변화율 역시 지면을 기준으로 대칭이며, 지면에서의 수직 방향 속도는 0이 된다. 따라서 본 연구의 수치 모델은 이전 수치해석 방법[6,7]에서 고려하지 못한 지면에서의 비관통 조건을 만족시켰다.

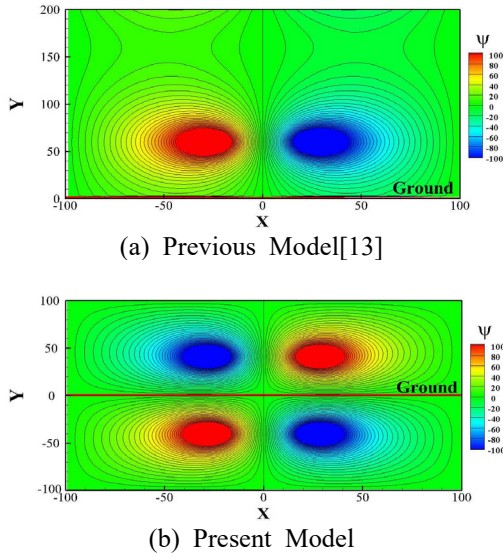


Fig. 1 Contours of Stream Function Values

### 2.1.6 초기 와 조건

항공기 날개끝에서 와말림과정을 거쳐 발생한 와의 거동을 푸리에-스펙트럴법을 사용하여 와 거동을 계산하기 위해서, 참고문헌[11]에 제시한 바와 같이 가우스 분포식을 초기 와도 분포모델로 사용하였다.

$$w(x,y) = \sum_i^N \frac{\Gamma}{\pi a_0^2} \exp\left[-\left(\frac{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2}{a_0^2}\right)\right] \quad (17)$$

여기서  $a_0$ 는 와의 초기 반경을 의미한다.

## 3. 결과 분석 및 토의

본 연구는 항공기 이·착륙시 발생하는 후류거동을 해석하기 위하여, 기존의 주기경계조건을 가진 푸리에-스펙트럴 법에 와경계조건 및 이미지법을 적용한 연구이다. 항공기가 이·착륙 비행을 할 때 날개끝 와, 플랩 와, 그리고 날개와 동체사이의 불연속면에서 발생한 다양한 크기의 와들이 발생한다. 이들은 기본적으로 엇회전/동회전하는 다수의 와쌍들로 구성되어 있다. 본 연구에서는 Fig. 2에 나타난 바와 같이 항공기 후류를 구성하는 와들중 가장 기본적 형태인 다음 두 가

지 경우에 대하여 수치해석 방법의 타당성을 검증했다. 첫 번째는 지면효과를 받고 있는 좌우 날개끝 와들로 구성된 엇회전 와쌍[14,15]이며, 두 번째는 날개끝와-플랩와로 구성된 동회전 와쌍[16]이다.

와레이놀즈수( $Re_\Gamma = \Gamma/\nu$ )는 항공기에서 발생한 와의 순환강도( $\Gamma$ )와 동점성( $\nu$ )에 대한 비로 정의되며, 계산에 사용된 격자수는 각 방향으로 512개이다.

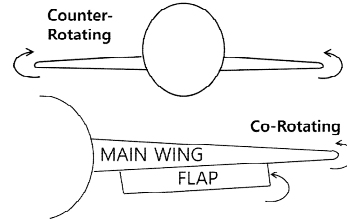


Fig. 2 Nomenclature of Co- and Counter-Rotating Vortex Pairs

### 3.1 엇회전 날개끝 와쌍

Figure 3은 항공기 우측 날개끝에서 발생한 와의 거동을 나타낸 그림들이다. 본 연구에서는 와레이놀즈수가 각각 330과 3330인 두 개의 경우에 대하여 계산을 수행했으며, 2차원 와도수송방정식을 유한차분법을 사용한 계산 결과[14]와 Spectral Element법을 사용한 Open Source 프로그램 Nek5000을 사용한 계산 결과[15]와 비교하였다. 시간에 따른 와의 이동은 무차원화된 시간  $T^* = t^* \Gamma_0 / (2\pi b_0^2)$ 로 나타내었다[16]. 여기서  $\Gamma_0$ 는 초기 와의 순환강도를 나타낸다. 시간에 따른 와의 이동거리는 초기에 와들 사이의 거리인  $b_0$ (날개 스패닝의 90%)로 나눈 무차원값( $y^*, z^*$ )으로 나타내었다.

Figure 3(a)는 자유흐름에 수직한 단면에서의 와의 이 거동을 나타낸 그림이다. Fig. 3(b)와 Fig. 3(c)는 시간에 따른 와의 수평/수직 방향으로 거동을 나타낸 그림이다. Fig. 3에서 사용된 수치해석모델이 기존 계산 결과와 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 일반적으로 지면효과를 받지 않는 서로 엇회전하는 날개 끝 와쌍은 상호영향으로 수직방향으로는 아래방향, 수평방향으로는 날개 안쪽 방향으로 이동한다[17,18]. 지면효과를 받는 날개 끝 와쌍의 거동은 해석방법에 따라 다르게 나타난다. 비점성 해석결과[17]에 의하면, 날

개 끝 와들은 하강운동을 하다가 와쌍이 일정 거리 이하로 지면 가까이 도달하면, 와쌍의 하강속도가 현저하게 감소하며, 수평방향으로 와들 사이의 거리가 증가하기 시작한다. 점성해석결과[18]에 따르면, 와 레이놀즈수가 클수록 지면에서 이차와가 빠르게 발생하여 이차와-날개끝 와로 구성된 새로운 와쌍이 구성된다.

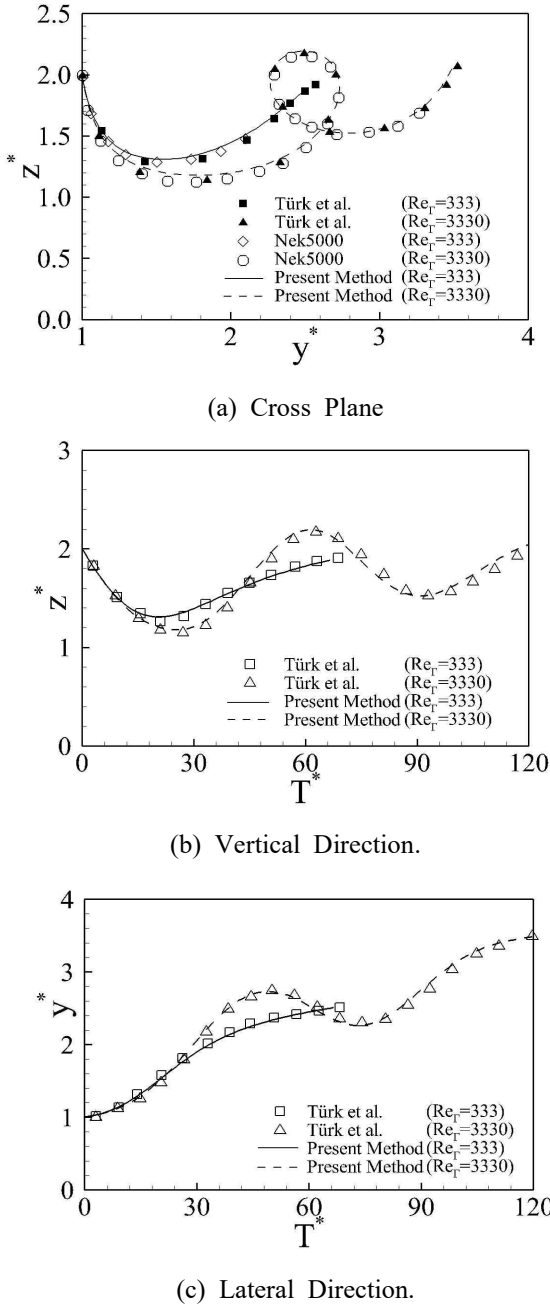


Fig. 3 Comparison of Wingtip Vortex Trajectories

이 와쌍은 순환강도값의 차이로 무게 중심이 날개끝 와에 가깝게 위치하며, 이 무게 중심을 기준으로 회전

운동하기 시작한다. 두 개의 와가 3차원 나선형 운동을 하며, 날개끝 와의 나선형 운동을 각 단면에 투영하면 Fig. 3(b)와 Fig. 3(c)에서는 진동운동으로 나타난다.

### 3.2 동회전 날개끝와-플랩와

항공기는 이·착륙비행을 할 때 고양력 장치를 사용한다. 본 연구에서는 Fig. 2와 같이 우측 날개끝 와-플랩 와로 구성된 동회전 와쌍이 지면효과를 받는 경우에 대하여 참고문헌 19의 계산결과와 비교하였다(Fig. 4). 참고문헌 19에서는 Hamiltonian 방정식을 사용한 결과이다. Fig. 4에서 비점성해석 결과[19]와 본 연구 방법을 사용한 점성해석 결과가 비교적 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. Fig. 3에서 나타나지 않았던 Vortex Loop가 발생하고 있음을 볼 수 있다.

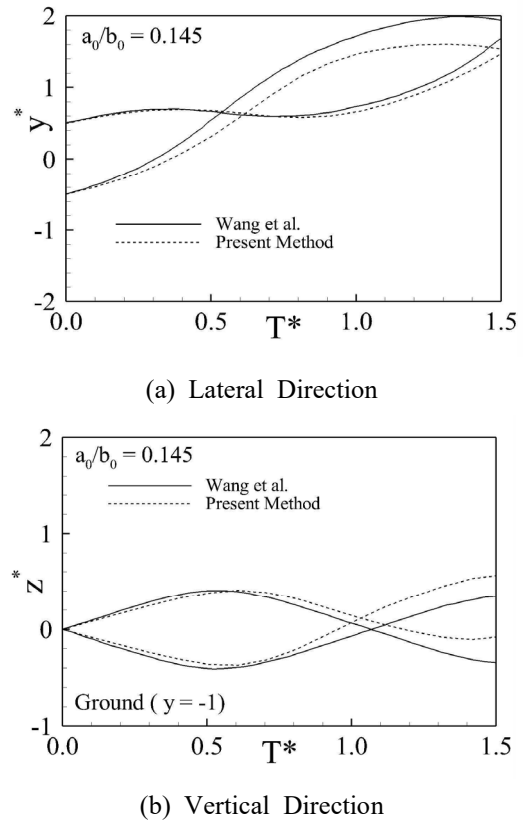
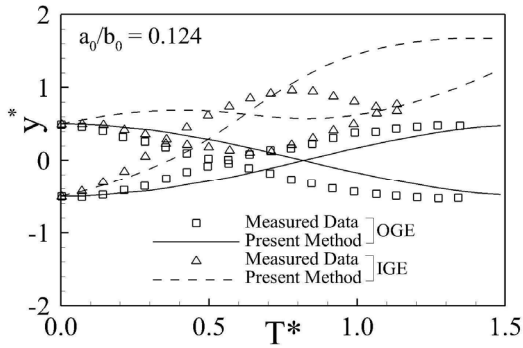


Fig. 4 Comparison of Computed Wingtip Vortex Trajectories

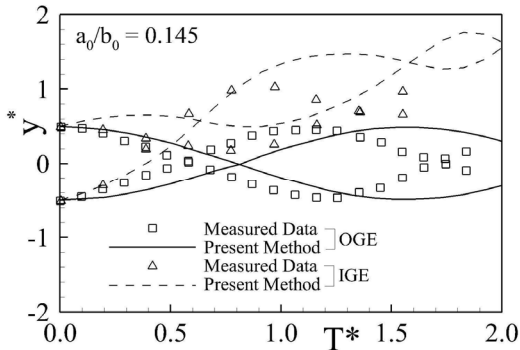
Figure 5 및 Fig. 6에 날개끝 와-플랩 와로 구성된 동회전 와쌍이 지면효과를 받는 경우에 대하여 계산 및 실험결과[19]를 비교하여 나타내었다.

실험[19]은 자유표면을 가진 폐쇄회로식 수동

(Water Tunnel)에서 수행되었으며, 유속은  $0.105\text{ m/s}$  이었다. 동점성계수값은  $\nu = 0.9347 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ 이었으며, 2개의 NACA0012 에어포일을 가진 직사각형 날개를 서로 반대의 받음각을 가지도록 배치하여 동회전 와를 생성시켰다. 지면효과를 모사하기 위해 날개로부터  $300\text{ mm}$  후방에 평판을 배치하였다. 본 연구의 계산결과와 비교에 사용한 실험결과는 초기 와 반경이  $a_0 = 0.0066\text{ m}$ , 초기 와 반경 대비 초기 와들 사이의 거리( $a_0/b_0$ )가  $0.124, 0.145$ 인 경우이다.



(a)  $a_0/b_0=0.124$

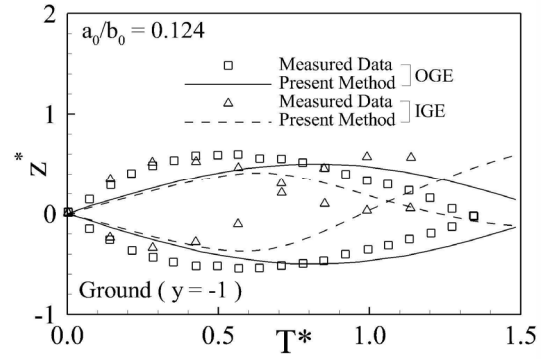


(b)  $a_0/b_0=0.145$

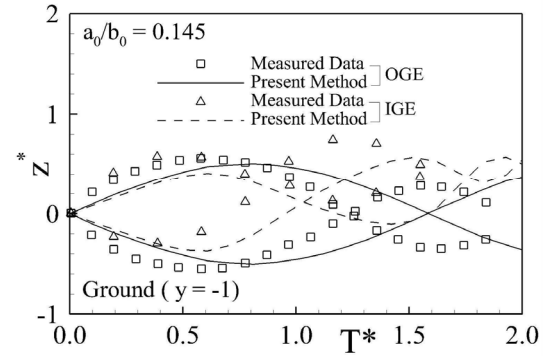
Fig. 5 Lateral Behavior of a Vortex Pair

Figure 5와 Fig. 6은 초기( $T^*=0$ )에  $y^* = 0.5, z^* = 0$ 에 위치한 날개끝 와 그리고  $y^* = -0.5, z^* = 0$ 에 위치한 플랩와로 구성된 동회전 와쌍의 시간에 따른 이동한 경로를 나타낸 그림이다. 본 연구에서 예측한 와 거동은 Vortex Loop 등의 경향은 발생하였으나, 시간이 지남에 따라 실험에서 관측한 와의 거동과는 다소 위상 차이가 발생하고 있음을 알 수 있다. 계산결과와 실험결과가 차이가 나는 원인으로 다음과 같이 생각해

볼 수 있다[5]. 물탱크의 단면 면적이 충분히 크지 않은 경우 시간이 지나면 후류가 벽 경계층의 영향을 받게 된다. 또한, 시간이 지나면서 날개끝 와의 강도는 약해지고 2차와는 새롭게 생성되며 두 개의 와들 사이의 상호작용으로 Vortex Looping이 발생하는데 실험에서 이 와들을 명확히 구분하기 어렵다.



(a)  $a_0/b_0=0.124$



(b)  $a_0/b_0=0.145$

Fig. 6 Vertical Behavior of Vortex Pair

Fig. 5에서 와들이 지면효과를 받을 경우  $+y$ 방향으로 이동하고 있음을 볼 수 있다. 이러한 현상의 원인은 다음과 같이 간단한 이론식으로 파악할 수 있다. 강도( $\Gamma$ )인 와가 거리  $b$ 만큼 떨어진 다른 와에 유도하는 속도는  $V_{induced} = \Gamma/2\pi b$ 으로 나타난다. 날개끝 와에 유도되는 속도를  $V_A$ , 플랩 와에 유도되는 속도를  $V_B$ 라고 하면, Fig. 7에 나타낸 와 시스템에 의하여 와들에 유도되는 속도는 다음과 같다.

$$V_A = \frac{\Gamma_B}{2\pi b_{B-A}} + \frac{\Gamma_{A_i}}{2\pi b_{A_i-A}} + \frac{\Gamma_{B_i}}{2\pi b_{B_i-A}} + \frac{\Gamma_{SV}}{2\pi b_{SV-A}} + \frac{\Gamma_{SV_i}}{2\pi b_{SV_i-A}} \quad (18-a)$$

$$V_B = \frac{\Gamma_A}{2\pi b_{A-B}} + \frac{\Gamma_{A_i}}{2\pi b_{A_i-B}} + \frac{\Gamma_{B_i}}{2\pi b_{A_i-B}} \quad (18-b)$$

$$+ \frac{\Gamma_{SV}}{2\pi b_{SV-B}} + \frac{\Gamma_{SV_i}}{2\pi b_{SV_i-B}}$$

플랩 와  $B$ 가 Fig. 7과 같이 지면에 근접하게 위치한 경우 다른 와들( $A, A_i, B_i$ )에 의하여 양의 수평방향으로 유도속도가 작용한다. 특히 일정 시간이 지나서 2차와( $SV$ )가 발생한 경우 플랩 와  $B$ 는 2차와로 인하여 양의 수평방향으로 더 큰 값의 유도속도를 가지게 된다.

Fig. 5에서  $a_0/b_0$ 가 더 큰 값을 가지는 경우 Vortex Loop가 발생하는 시기가 더 빨라지고, Loop사이의 간격이 더 짧아지는 것을 볼 수 있었다. 이러한 현상은 다음과 같이 설명할 수 있다. Leweke et al.[20]에 의하면 순환강도값이  $\Gamma_1, \Gamma_2$ 이고 기준점으로부터 거리가  $x_1, x_2$ 인 동회전하는 두 개의 와들은  $x = (\Gamma_1 x_1 + \Gamma_2 x_2) / (\Gamma_1 + \Gamma_2)$ 를 중심으로  $(\Gamma_1 + \Gamma_2) / (2\pi b_0)$ 의 각속도로 회전한다. 따라서 초기와의 반경이 동일하게 주어질 경우, 두 와들 사이의 거리가 가까울수록  $a_0/b_0$  값은 증가하며, 동시에 각속도 값도 증가하게 된다. 일정 시간이 지나면 2차와가 발생하며 Fig. 7과 같이 6개의 와 시스템이 된다. 이러한 영향으로 Vortex Loop 현상이 발생하는 시기가 앞당겨 지고 주기도 감소하는 경향을 보인다.

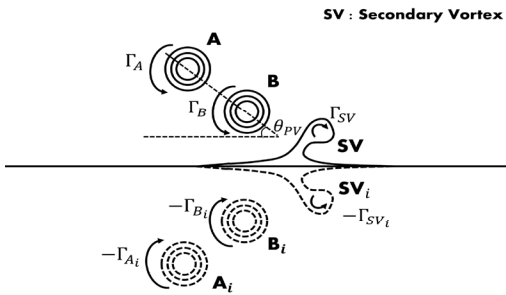
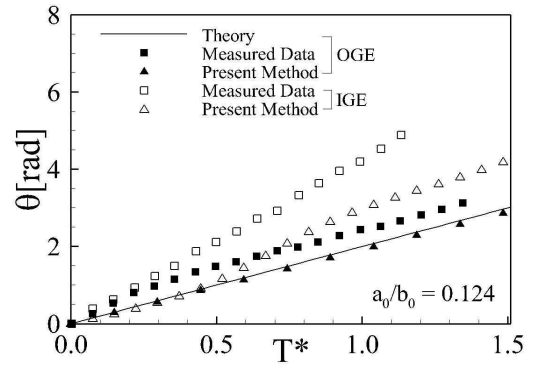


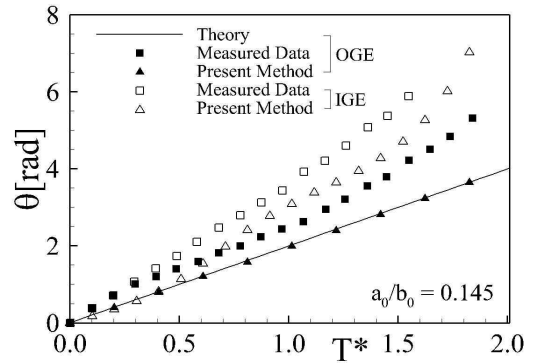
Fig. 7 Vortex Structure Near the Ground

실험값과 계산값의 차이가 발생하는 원인을 다른 관점에서 파악하기 위해 Fig. 8에 시간에 따른 와쌍의 회전( $\theta_{pv}$ )을 나타내었으며, Fig. 9에는 시간에 따른 와도값을 나타내었다. 마지막으로 Fig. 10에 시간에 따른 와의 순환강도 값의 변화를 나타내었다.

와쌍의 회전( $\theta_{pv}$ )은 Fig. 8에 나타난 바와 같이 두 개의 와를 하나의 직선으로 연결했을 때 수평방향과 이루는 각으로 정의한다. 지면효과를 받지 않는 경우(이하 OGE)  $\theta_{pv} = \Gamma / \pi b^2 t$ 로 정의된 이론값과 본 연구의 계산결과가 잘 일치하였으며, 실험 결과는 이론값 및 계산 결과보다 더 큰 회전각속도( $d\theta_{pv}/dt$ )값을 보였다. 지면효과가 있는 경우(이하 IGE) 계산값과 실험값의 차이가 더 증가하였다. 와도값이 일정한 Iso-vorticity Contour를 Fig. 9에 나타내었다. Fig. 9(b)에서 실험 결과로 나타난 와쌍은 이미 와 병합이 완료되었으나, 계산결과에 의하면 와쌍의 병합이 진행 중이다. Fig. 9로 부터 실제 와쌍에서 와 병합이 빠르게 발생하는 것을 알 수 있다. Fig. 10에서 와의 순환강도 계산 값은 와의 반경과 와들 사이의 거리비( $a_0/b$ )시간변화에 값에 따라 다르게 나타났다. 동일한 크기의 와 반경을 가진 와쌍에서 와들 사이의 거리가 가까울수록 순환강도 값이 더 빠르게 감소하기 시작했다.



(a)  $a_0/b_0=0.124$

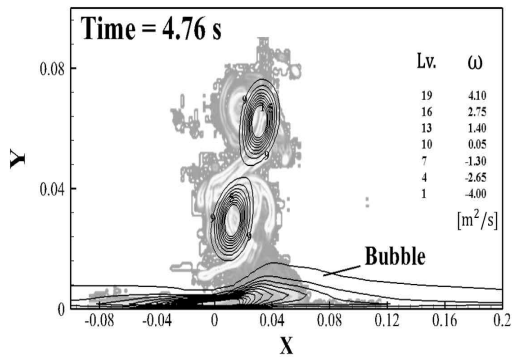


(b)  $a_0/b_0=0.145$

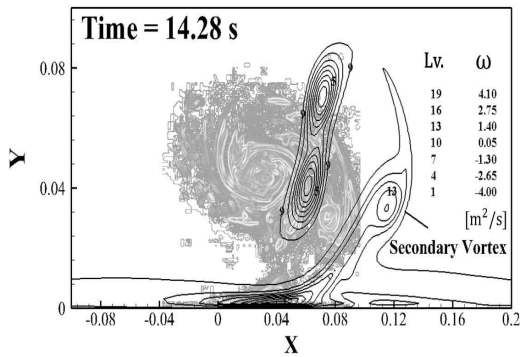
Fig. 8 Rotation of Primary Vortex Pair



Fig. 8~10의 결과를 종합해 볼 때 계산 값들이 전체적으로 Breitsamter[3]가 언급한 확장유동장으로 와쌍이 병합되기 시작할 때의 특성들을 보여준다. 반면, 와의 순환강도 실험값은 시간에 따라 감소하였으며, 특히 약 8초 이후에는 매우 빠르게 감소했다. 따라서 실험의 경우 후류와쌍이 Breitsamter[3]가 언급한 중간 및 원방영역에서 Dispersion영역으로 진입하고 있는 것으로 판단된다.



(a) Time = 4.76 s

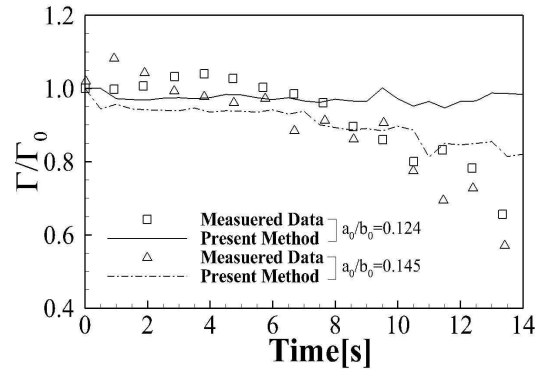


(b) Time = 14.28 s

**Fig. 9** Comparison Co-Rotating Vortex Pair with Experiment[14] and Computed Results.

본 연구에서 계산 및 실험결과의 차이가 발생한 주요 원인은 본 연구에서 2차원 해석 연구방법을 사용하여 3차원 효과가 반영되지 않았기 때문인 것으로 판단된다[21-23]. 3차원 공간에서의 동회전하는 와쌍은 와 중심의 축방향으로 이동을 하면서 축방향의 수직 방향으로의 외란에 의한 진동이 발생하며, 진동의 진폭이 충분히 커지면 와 병합이 발생하기 시작한다. 참고문헌[23]에 따르면 3차원 공간의 와에서는 축방향의 수직 방향으로의 진동이 발생하는 Elliptic Instability가 와 병합 시점을 앞당기는 주요한 역할을

한다고 설명하고 있다. 참고문헌[19]에서는 3차원 공간에서의 동회전 와쌍에 대한 실험 결과와 2차원 수치 계산 결과의 비교를 통해서 Instability가 고려되지 않는 수치 계산 결과에서 예측한 와 병합 시점이 실제보다 느린 것을 확인하였다.



**Fig. 10** Circulation Histogram

### 3. 결 론

본 연구에서는 지면 근처의 항공기에서 발생한 와 거동 분석을 위해 기존의 푸리에-스펙트럴법을 지면효과를 고려한 경계조건 및 이미지법을 적용하여 개선하였다. 지면에 근접하는 와쌍의 거동을 수치적으로 계산하였고, 타결과들과 비교하여 본 기법의 타당성을 검증하였다. 본 연구의 수치해법은 주와에 의해 생성되는 지면의 새로운 와가 2차와로 발달되는 과정을 잘 모사하였으며, 2차와-날개끝와 사이의 상호작용으로 인해 지면으로부터 다시 반등하는 현상을 확인할 수 있었다. 본 연구의 계산결과가 실험과 후류 거동에서 위상차가 발생했으며, 이는 2차원 해석기법의 한계에 기인한다. 따라서 더욱 정확한 와쌍의 거동 예측을 위해서는 와 거동에 대한 3차원 해석기법을 적용할 필요가 있다.

### 후 기

이 논문은 2018년도 정부(교육부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업 (NO.2018R1D1A3B07050384)으로 수행되었습니다.

### References

[1] Doc 4444 : Procedures for Air Navigation Service -

- Air Traffic Management, 6th Ed., ICAO, Canada, 2016.
- [2] Air Traffic Organization Policy : Order 7110.65Y, FAA, U.S.A., 2019.
- [3] Breisamter, C., "Wake Vortex Characteristics of Transport Aircraft," *Progress in Aerospace Sciences*, Vol. 47, Issue 2, pp. 89-134, 2011.
- [4] Harvey, J. K. and Perry, F. J., "Flowfield Produced by Trailing Vortices in the Vicinity of the Ground," *AIAAJ*, Vol. 9, No. 8, pp.1659-1660, 1971.
- [5] Zheng, Z. C. and Ash, R. L., "Study of Aircraft Wake Vortex Behavior Near the Ground," *AIAA Journal*, Vol. 34, No. 3, pp. 580-589, 1996.
- [6] Corjon, A., Zheng, Z. C. and Greene, G. C., "Model of the Behavior of Aircraft Wake Vortices Experiencing Crosswind Near the Ground," *14th Applied Aerodynamics Conference*, New Orleans, U.S.A., June 1996.
- [7] Liu, H. T., Hwang P. A. and Srnsky, R. A., "Physical Modeling of Ground Effects on Vortex Wakes," *Journal of Aircraft*, Vol. 29, No. 6, pp. 1027-1034, 1992.
- [8] Robins, R. E., Delisi, D. P. and Greene, G. C., "Development and Validation of a Wake Vortex Predictor Algorithm," *36th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, Reno, U.S.A., 1998.
- [9] Greene, G. C., "An Approximate Model of Vortex Decay in the Atmosphere," *Journal of Aircraft*, Vol. 23, No. 7, pp. 566-573, 1986.
- [10]Huang, X. and Zhang, X., "A fourier pseudospectral method for some computational aeroacoustics problems," *International Journal of Aeroacoustics*, Vol. 5, No. 3, pp. 279-294, 2006.
- [11]Hemati, M., "Vortex Merger : A Numerical Investigation," University of California-Los Angeles, U.S.A., 2009.
- [12]Ji, S. H. and Han, C. H., "Computation of Wake Vortex Behavior Behind Airplanes in Close Formation Flight Using a Fourier-Spectral Method," *Journal of the Korean Society for Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 48, No. 1, pp. 1-11, 2020.
- [13]Zheng, Z. C., "A Consistent Boundary Condition for Vorticity-Streamfunction Simulation of Wall-Bounded Vortex Flow," *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 206, No. 1, pp. 205-213, 2008.
- [14]Türk, L., Coors, D. and Jacob, D., "Behavior of Wake Vortices Near the Ground over a Large Range of Reynolds Numbers," *Aerospace Science and Technology*, Vol. 3, No. 2, pp. 71-81, 1999.
- [15]P.F. Fischer, J.W. Lottes, S.G Kerkemeier, 2008, Nek5000 web page, <http://nek5000.mcs.anl.gov>.
- [16]Gerz, T., Holzäpfel, F. and Darracq, D., "Aircraft Wake Vortices - A Position Paper," 2002, WakeNet web page, <https://www.wakenet.eu>.
- [17]Han, C. and Spyros, K., "Study on the Wake Shape behind a Wing in Ground Effect Using an Unsteady Discrete Vortex Panel Method," *Open Journal of Fluid Dynamics*, Vol.3, No.4, December 2013, pp. 261-265.
- [18]Holzäpfel, F. and Steen, M., "Aircraft Wake Vortex Evolution in Ground Proximity : Analysis and Parameterization," *AIAA Journal*, Vol. 45, No. 1, pp. 218-227, 2007.
- [19]Wang, Y., Liu, P., Hu, T. and Qu, Q., "Investigation of Co-rotating Vortex Merger in Ground Proximity," *Aerospace Science and Technology*, Vol. 53, pp. 116-127, 2016.
- [20]Leweke, T., Dizes, S. L., and Williamson, C. H. K., "Dynamics and Instabilities of Vortex Pairs," *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 48, pp.507-541, 2016.
- [21]Donaldson, C. D. and Bilanin, A. J., "Vortex Wakes of Conventional Aircraft," *AGARDograph*, No. 204, 1975.
- [22]Orlandi, P., "Two-Dimensional and Three-Dimensional Direct Numerical Simulation of Co-Rotating Vortices," *Physics of Fluids*, Vol. 19, No. 1, 2007.
- [23]Meunier, P., Dizès, S. L. and Leweke, T., "Physics of vortex merging," *C. R. Physique*, Vol. 6, pp. 431-450, 2005