

2축 짐벌 구조 적재 장치를 위한 최소제곱법 기반 시스템 식별

Least Squares Method-Based System Identification for a 2-Axes Gimbal Structure Loading Device

심예리¹·진상록[†]

Yeri Sim¹, Sangrok Jin[†]

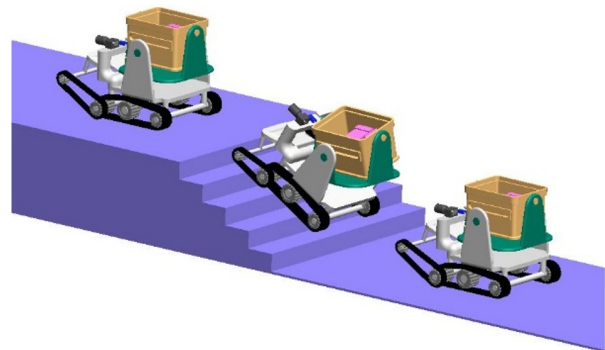
Abstract: This study shows a system identification method of a balancing loading device for a stair climbing delivery robot. The balancing loading device is designed as a 2-axes gimbal structure and is interpreted as two independent pendulum structures for simplifying. The loading device's properties such as mass, moment of inertia, and position of the center of gravity are changeable for luggage. The system identification process of the loading device is required, and the controller should be optimized for the system in real-time. In this study, the system identification method is based on least squares method to estimate the unknown parameters of the loading device's dynamic equation. It estimates the unknown parameters by calculating them that minimize the error function between the real system's motion and the estimated system's motion. This study improves the accuracy of parameter estimation using a null space solution. The null space solution can produce the correct parameters by adjusting the parameter's relative sizes. The proposed system identification method is verified by the simulation to determine how close the estimated unknown parameters are to the real parameters.

Keywords: System Identification, Least Squares Method, Null Space Solution, Gimbal Structure Loading Device

1. 서 론

본 연구는 계단 주행 배송 로봇이 계단을 주행할 시 적재함의 수평을 유지하는 적재 장치 연구의 일환이다. 계단을 주행하는 기술은 로봇을 이용한 무인 배송 산업을 위한 필수적인 연구 중 하나이며, 로봇이 계단을 주행할 시에 로봇의 안정적인 주행과 안전한 배송 서비스를 위해 적재함은 수평을 유지하여 화물의 이탈이나 움직임 등을 방지해야 한다. 따라서 본 연구는 2축 짐벌 구조의 수평 유지 적재 장치를 연구하였다. [Fig. 1]은 계단 주행 배송 로봇과 2축 짐벌 구조 적재 장치의 개념도이다.

적재함에 실리는 배송 화물의 종류와 적재 위치는 특정될 수 없다. 따라서 화물에 따라 전체적인 무게, 관성모멘트, 무게 중심의 위치 등이 변하여 적재 장치의 동역학 식을 특정할 수 없다. 이것은 적절한 제어를 설계하는 것을 어렵게 한다. 따라서, 제어기 최적화를 위한 시스템 식별 과정이 필요하며, 본 연구에서는 화물의 무게, 형태, 적재 위치에 따라 달라지는 적



[Fig. 1] Concept figure of a delivery robot and 2-axes gimbal structure loading device

Received : Jul. 7. 2022; Revised : Jul. 19. 2022; Accepted : Jul. 25. 2022

※ This work was supported by the Korea Agency for Infrastructure Technology Advancement (KAIA) grant funded by the Ministry of Land, Infrastructure and Transport (Grant 21CTAP-C164242-01)

1. Principal Researcher, School of Mechanical Engineering, Pusan National University, Busan, Korea (sws1039@naver.com)

† Associate Professor, Corresponding author: School of Mechanical Engineering, Pusan National University, Busan, Korea (rokjin17@pusan.ac.kr)

재 장치의 동역학 식을 최소한의 센서를 사용하여 추정하는 방안을 제안한다.

본 연구에서 2축 짐벌 구조의 수평 유지 적재 장치는 2개의 독립적인 진자 구조물로 단순화하였다. 진자 구조물은 제어 기법들을 검증하는 일반적인 구조물이므로 진자 구조물의 시스템 식별과 관련된 연구들이 다수 진행되었다. 예를 들어, 인공 신경망을 이용해 역진자 시스템을 식별하기 위한 연구가 있었다^[1]. 그리고 T-S 퍼지 모델을 이용하여 비선형적 진자 구조 모델을 식별한 연구가 있었으며^[2], 유전 알고리즘을 사용한 연구와^[3] 군집 최적화 알고리즘으로 역진자 시스템을 식별한 연구도 진행되었다^[4]. 한 연구에서는 진자 구조물의 관성모멘트와 마찰계수를 예측오차법으로 추정하였다^[5]. 또한, 시스템 식별 과정을 통해 역진자 구조물의 제어를 최적화하여 안정된 제어를 목표로 한 연구도 있었다^[6]. 예시로 든 연구들은 무게나 관성모멘트가 변하지 않고, 무게 중심의 위치가 특정 지점에 수렴하는 진자 구조물을 식별하는 것을 목표로 하며, 실험 데이터를 기반으로 시스템 식별이 이루어진다. 그러나 본 연구에서는 적재 장치를 식별하는 것을 목표로 하므로 진자 구조물의 무게, 관성모멘트, 무게 중심의 위치 등의 특성은 실시간으로 달라질 수 있다. 또한, 적재하는 화물의 무게, 형태 그리고 적재 위치를 특정할 수 없기 때문에 실험적 데이터를 통한 시스템 식별 기법은 불가능하다. 따라서 본 연구에서는 실험적 데이터가 필요하지 않으며, 실시간으로 적재 장치의 동역학 식을 추정하는 시스템 식별 기법을 제안한다.

본 연구는 진자 구조물로 해석한 적재 장치의 동역학 식의 unknown parameter를 추정하는 것을 목표로 하며, 시스템 식별 기법은 최소제곱법(least squares method)을 기반으로 한다. 우선, 수학적으로 모델링된 적재 장치 동역학 식을 IMU와 모터의 센서로 측정할 수 있는 known parameter의 벡터와 화물의 적재에 따라 달라지는 unknown parameter의 벡터의 곱으로 정리하여 표현한다. 그리고 최소제곱법을 기반으로 한 시스템 식별 과정에서 unknown parameter의 추정은 실제 진자의 움직임과 추정된 진자 동역학 식의 움직임 사이의 오차 함수를 최소화하는 unknown parameter의 계산으로 이루어진다. 해당 시스템 식별 기법은 미리 특정된 동역학 식의 진자 움직임과 최소제곱법 기반 시스템 식별 기법을 통해 추정된 동역학 식의 움직임을 비교한 시뮬레이션 1로 검증되었다. 또한, 특정 동역학 식의 unknown parameter와 추정된 unknown parameter의 차이를 확인하였다.

최소제곱법 기반 시스템 식별 기법의 시뮬레이션 결과, 특정 진자 움직임과 동일한 움직임을 가지는 동역학 식을 추정하였다. 하지만 특정 진자 움직임과 같은 움직임을 유도하는 동역학 식은 셀 수 없이 많아 unknown parameter의 계산 과정에서 오차가 큰 값을 추정하는 경우가 발생하며 시뮬레이션 2

를 통해 고찰하였다. 추정된 unknown parameter를 입력으로 사용하는 계인 스케줄러를 고려한다면 부정확한 시스템 식별은 제어기 최적화에 문제가 될 수 있다. 따라서 본 연구에서는 영공간의 해(null space solution)를 적용하여 unknown parameter 추정의 정확도를 높일 수 있는 방안을 제시한다.

여자유도를 가지는 시스템은 해를 하나로 특정할 수 없기 때문에 계산 과정에서 원하는 해를 얻지 못하는 경우가 발생한다. 이 경우, 시스템에 영향을 미치지 않는 영공간의 해를 일 반해에 더하여 해를 조정할 수 있다. 여자유도를 가지는 시스템의 예시로 로봇 팔이 있으며, 사람과의 충돌을 피하기 위해 영공간의 해를 더하여 로봇 팔의 작업 경로를 구축하는 연구가 수행되었다^[7]. 다른 연구에서는 여자유도를 가지는 로봇 팔의 관절 범위, 속도 및 가속도의 제한 등이 존재하는 경우, 로봇 팔의 경로 최적화를 위해 역기구학을 계산할 시에 영공간의 해로 초기화하였다^[8]. 또한, 로봇 팔을 이용해 물체를 집어 올릴 시에 물체와의 접촉 위치를 계획할 때도 사용되었으며^[9], 로봇 팔 뿐만 아니라 모바일 로봇의 행동 기반 제어 기법의 연구에도 영공간의 해를 적용하였다^[10]. 앞선 연구들과 같이, 영공간의 해를 적용할 시에는 영공간의 해를 특정할 수 있는 제한 조건이 필요하다. 따라서 본 연구에서는 수학적으로 모델링된 동역학 식에 가중치들을 더하고, 가중치가 적재 장치의 시스템에는 영향을 끼치지 않아야 하므로 상쇄되는 것을 제한 조건으로 하여 영공간의 해를 특정하였다. 결론적으로 가중치들을 조절하면 unknown parameter를 조정할 수 있으므로 정확한 추정이 가능해진다. 영공간의 해를 적용한 시스템 식별 개선 기법은 시뮬레이션 3을 통해 unknown parameter 추정의 정확도를 높일 수 있는 것을 검증하였다.

본 연구의 구성은 다음과 같다. 제2장에서는 2축 짐벌 구조 적재 장치의 수학적 모델링을 다루었다. 제3장에서는 최소제곱법 기반 시스템 식별 기법과 시뮬레이션 1, 2의 결과를 설명하였고, 제4장에서는 영공간의 해를 적용한 시스템 식별 개선 방안과 시뮬레이션 3의 결과를 다루었다. 그리고 제5장은 결론으로 시스템 식별 기법에 대한 고찰을 진행하고 적재 장치 수평 유지 제어를 위한 연구 계획을 정리하였다.

2. 2축 짐벌 구조 적재 장치의 모델링

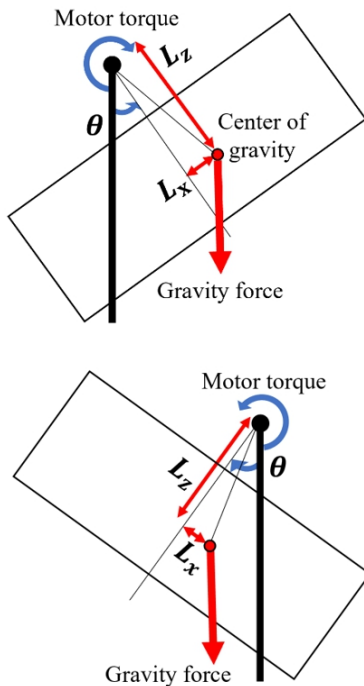
적재 장치는 수평 유지 제어를 위해 2축 짐벌 구조로 설계되었으며, 2개의 독립적인 진자 구조물로 단순화하여 모델링하였다. 진자 구조물로 해석된 적재함은 진자의 회전축에 위치한 모터의 토크를 제어하여 수평을 유지한다. 이때, 적재함 내 화물에 따라 적재함의 무게 중심의 위치가 회전축에 수직인 선상에 존재하지 않을 수 있어 무게 중심의 편심을 고려해야 한다. 식 (1)은 진자 구조 적재 장치의 동역학 식이며, [Fig. 2]

는 진자 구조 적재 장치의 모델링을 그림으로 나타낸 것이다.

$$J \ddot{\theta} = -Mg \sqrt{L_z^2 + L_x^2} \times \sin\left(\theta + \tan^{-1}\left(\frac{L_x}{L_z}\right)\right) + D(\dot{\varphi} - \dot{\theta}) + T \quad (1)$$

- θ : 적재 장치의 기울기 (degree)
- J : 적재 장치의 관성모멘트 (kg m²)
- M : 적재 장치의 무게 (kg)
- L_z : 진자 회전축을 기준으로 한 무게 중심의 수직방향 위치 (m)
- L_x : 진자 회전축을 기준으로 한 무게 중심의 수평 방향 위치 (m)
- g : 중력가속도 (m/s²)
- $\dot{\varphi}$: 계단 주행 배송 로봇의 각속도 (m/s)
- D : 모터의 감쇠 계수 (N s/m)
- T : 모터의 토크 (N m)

식 (1)에서 $\theta, \dot{\varphi}, T$ 는 IMU 센서와 모터의 엔코더로 측정할 수 있는 변수이며, D 는 단순화를 위해 실험을 통해 특정한 값으로 고정하였다. J, M, L_z, L_x 는 적재되는 화물의 무게, 형태, 적재 위치에 따라 실시간으로 변하는 변수이다. 배송 로봇의 기울기 뿐 아니라 수평, 수직 방향 힘과 충격은 $\ddot{\theta}$ 의 변화를 야기한다. 그와 같은 배송 로봇의 영향을 포함하여 unknown



[Fig. 2] Modeling of a pendulum structure loading device

parameter을 추정하기 위해 기존의 동역학 식을 known parameter들과 unknown parameter들로 분리하였다. 이 과정은 식 (2), (3), (4)이다.

$$\ddot{\theta} = -\frac{Mg \sqrt{L_z^2 + L_x^2}}{J} \left\{ \frac{L_z \sin(\theta)}{\sqrt{L_z^2 + L_x^2}} + \frac{L_x \cos(\theta)}{\sqrt{L_z^2 + L_x^2}} \right\} + \frac{1}{J} \{D(\dot{\varphi} - \dot{\theta}) + T\} \quad (2)$$

$$\ddot{\theta} = -\frac{Mg L_z}{J} \sin(\theta) - \frac{Mg L_x}{J} \cos(\theta) + \frac{1}{J} \{D(\dot{\varphi} - \dot{\theta}) + T\} \quad (3)$$

$$\ddot{\theta} = [\sin(\theta) \quad \cos(\theta) \quad D(\dot{\varphi} - \dot{\theta}) + T] \begin{bmatrix} -\frac{Mg L_z}{J} \\ -\frac{Mg L_x}{J} \\ \frac{1}{J} \end{bmatrix} = X^T \times Y = X^T \times (Y_{\text{initial}} + \Delta Y) = X^T \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \end{bmatrix} \quad (4)$$

X 는 known parameter들의 벡터이고, Y 는 unknown parameter들의 벡터이다. 식 (4)에서 Y 는 빈 적재 장치의 변수들로 계산되는 Y_{initial} 과 화물이 적재됨에 따라 빈 적재함과의 차이를 나타내는 ΔY 로 분리하였다. 본 연구의 시스템 식별 과정은 ΔY 을 추정하는 것을 목표로 한다.

3. 최소제곱법 기반 시스템 식별 기법

본 연구의 시스템 식별 기법은 최소제곱법을 기반으로 하며, 진자 구조물을 수학적으로 모델링한 식 (4)의 $\ddot{\theta}_{\text{model}}$ 과 실제 적재 장치의 각가속도인 $\ddot{\theta}_{\text{real}}$ 의 오차함수를 최소화하는 ΔY 를 실시간으로 계산하며 이루어진다. $\ddot{\theta}_{\text{model}}$ 과 $\ddot{\theta}_{\text{real}}$ 간의 오차함수는 식 (5)이다.

$$E = \sum_{i=1}^j \{ \ddot{\theta}_{\text{real}}(i) - \ddot{\theta}_{\text{model}}(i) \}^2 = \sum_{i=1}^j \{ \ddot{\theta}_{\text{real}}(i) - X(i)^T (Y_{\text{initial}} + \Delta Y(i)) \}^2 \quad (5)$$

오차함수 E 가 최소일 때 E 의 도함수인 식 (6)은 0이며, ΔY 를 실시간으로 계산하기 위해 $\Delta Y(j)$ 의 식으로 정리하는 과정이 식 (7)과 식 (8)이다.

$$\frac{\partial E}{\partial \Delta Y} = \sum_{i=1}^j \{-2X(i)\ddot{\theta}_{real}(i) + 2X(i)X(i)^T Y_{initial} + 2X(i)X(i)^T \Delta Y(i)\} = 0 \quad (6)$$

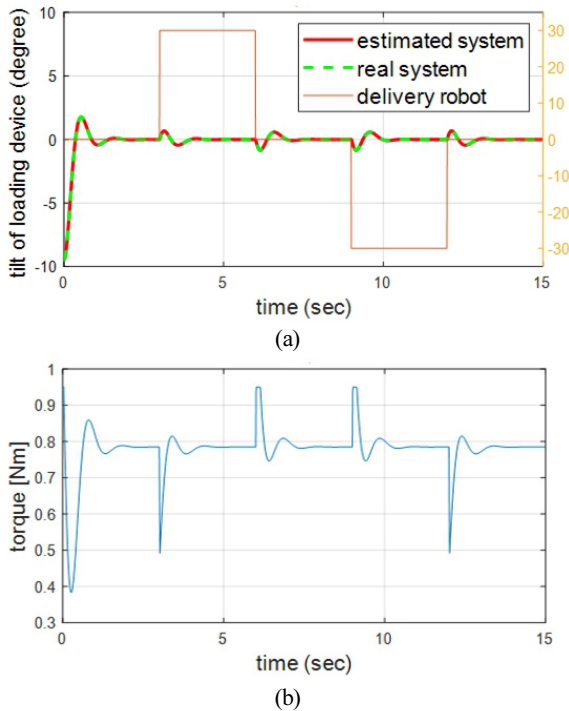
$$\sum_{i=1}^j \{-X(i)\ddot{\theta}_{real}(i) + X(i)X(i)^T Y_{initial}\} + \sum_{i=1}^{j-1} \{X(i)X(i)^T \Delta Y(i)\} + X(j)X(j)^T \Delta Y(j) = 0 \quad (7)$$

$$\Delta Y(j) = [X(j)X(j)^T]^{-1} \left\{ \sum_{i=1}^j \{X(i)\ddot{\theta}_{real}(i) - X(i)X(i)^T Y_{initial}\} - \sum_{i=1}^{j-1} \{X(i)X(i)^T \Delta Y(i)\} \right\} \quad (8)$$

적재 장치의 동역학 식은 식 (8)로 계산되는 $\Delta Y(j)$ 와 $Y_{initial}$ 을 더한 Y 를 실시간으로 계산하여 추정된다.

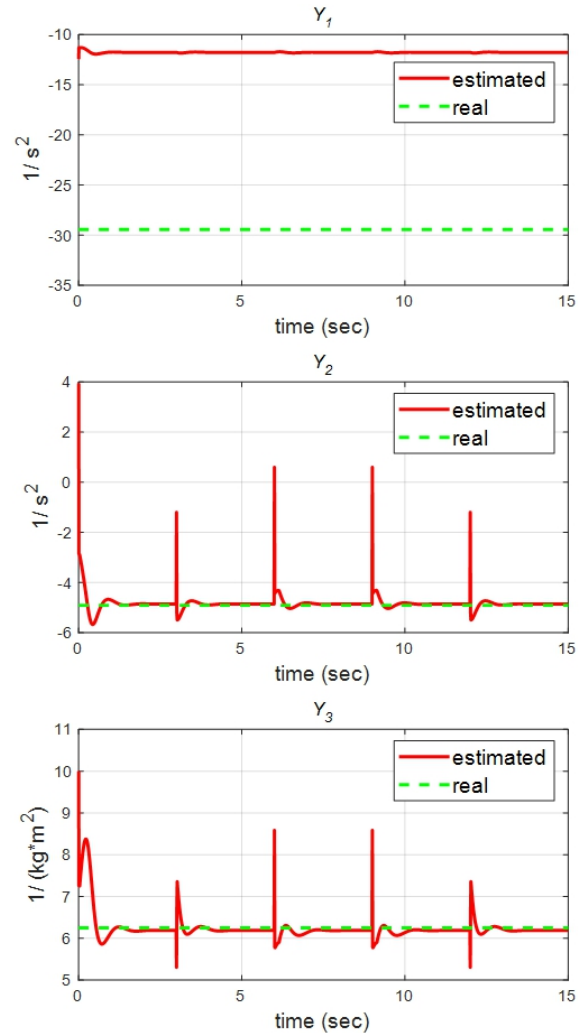
3.1 적재 장치의 시스템 식별 시뮬레이션

최소제곱법 기반 시스템 식별 기법은 MATLAB과 Simulink를 이용한 시뮬레이션으로 검증되었다. 추정된 동역학 식의 정확도를 판단하기 위해 실제 적재 장치로 가정한 동역학 식을 미리 특정하였다. 특정된 동역학 식의 Y 는 Y_{real} 이라 한다. 시뮬레이션을 통해 Y_{real} 의 동역학 식과 추정된 동역학 식의 진자운동이 동일한지 확인하였고, 시스템 식별 기법을 통해 추정



[Fig. 3] Simulation 1: Loading device's balancing control simulation. (a) The tilts of the loading device and the delivery robot. (b) Motor torque (T) for the loading device's balancing control

된 Y 인 $Y_{estimated}$ 와 Y_{real} 을 비교하였다. [Fig. 3]과 [Fig. 4]는 시뮬레이션 1의 결과 그래프이다. [Table 1]은 $Y_{initial}$ 과 Y_{real} 의 계산에 쓰인 변수들과 $Y_{initial}$, Y_{real} , 그리고 $Y_{estimated(final)}$ 을



[Fig. 4] Simulation 1: The $Y_{estimated}$ with least squares method-based system identification and the predefined Y_{real}

[Table 1] Simulation 1: The properties to calculate $Y_{initial}$ and Y_{real} , and $Y_{initial}$, Y_{real} , and $Y_{estimated(final)}$

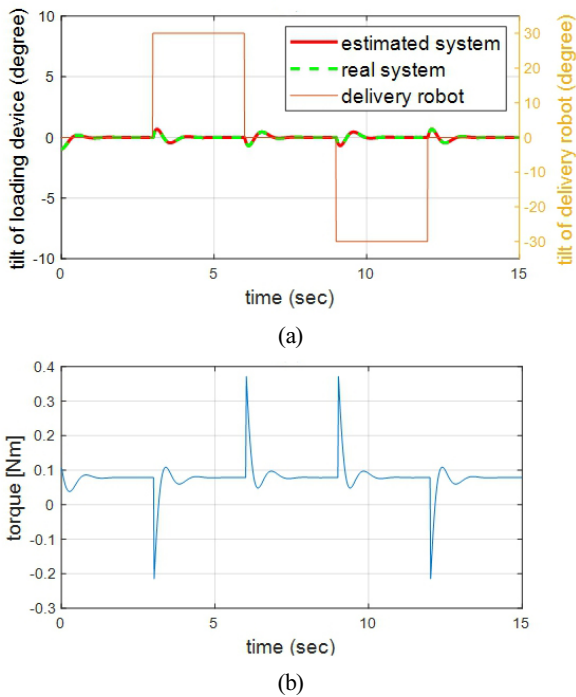
	$Y_{initial}$	Y_{real}	$Y_{estimated(final)}$
M (kg)	3	8	-
L_z (m)	0.040	0.060	-
L_x (m)	0	0.010	-
J (kg·m²)	0.100	0.160	-
Y_1 (1/s²)	-11.772	-29.430	-11.772
Y_2 (1/s²)	0	-4.905	-4.857
Y_3 (1/(kg·m²))	10	6.250	6.188

정리한 표이다. $Y_{\text{estimated}(\text{final})}$ 는 시뮬레이션의 정지 시간인 15초에서의 $Y_{\text{estimated}}$ 이다.

시뮬레이션에서 계단 주행 배송 로봇의 움직임은 스텝 함수로 입력하였다. 진자 구조 적재 장치의 수평 유지를 위한 모터 제어는 PID 제어기를 사용하였다. 고정 변수들은 다음과 같다.

- $D = 0.06 \text{ N s/m}$
- $g = 9.81 \text{ m/s}^2$
- PID controller's gain: $P_{\text{gain}} = 6, I_{\text{gain}} = 0.3, D_{\text{gain}} = 1.5$

[Fig. 3]의 (a)로 보아 Y_{real} 의 동역학 식과 추정된 동역학 식의 진자 운동이 동일한 것을 볼 수 있으며, 평균 제곱근 오차(Root mean square error)는 1.695×10^{-13} 이다. 결론적으로 최소제곱근 기반 시스템 식별 기법은 실제 시스템과 동일한 진자 운동을 하는 동역학 식을 추정한다. 또한, [Fig. 4]에서 배송 로봇의 기울어짐 각도가 변할 때 unknown parameter 추정이 급격하게 변하는 것을 볼 수 있다. 이것은 시뮬레이션의 배송 로봇 움직임을 스텝 함수로 설정하여 발생하였으며 시스템 식별기가 동역학 식의 θ 의 급격한 변화에 대응한 것이다.



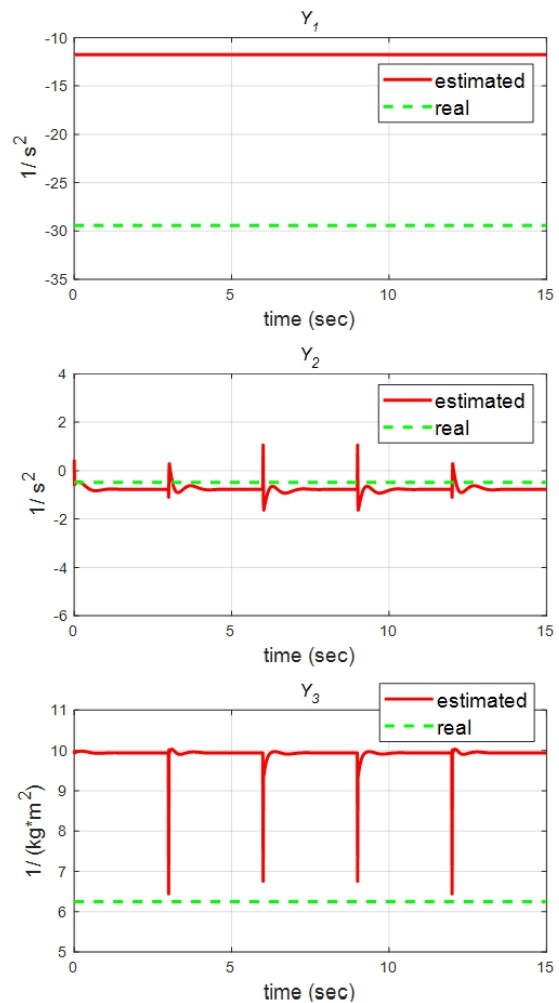
[Fig. 5] Simulation 2: Loading device's balancing control simulation. (a) The tilt of the loading device and the delivery robot. (b) Motor torque (T) for the loading device's balancing control

3.2 최소제곱법 기반 시스템 식별 기법의 문제점

시뮬레이션 1의 경우, $Y_{\text{estimated}(\text{final})}$ 의 Y_2 와 Y_3 의 오차율은 0.983%, 0.983%로 높은 정확도를 보인다. 그러나 Y_1 의 경우, Y_{initial} 에 머물러있다. 고찰하자면, 적재 장치의 수평 유지 제어에서 θ 는 0으로 수렴하여 Y_1 과 곱해지는 X 의 첫 번째 항인 $\sin(\theta)$ 이 0으로 수렴한다. 그래서 Y_1 의 조정은 $\ddot{\theta}$ 의 계산에 있어 미미한 영향을 끼치는 것이 원인으로 판단된다.

Y_2 와 Y_3 의 추정에도 X 의 두 번째 항과 세 번째 항의 상대적 크기가 차이가 날 때 같은 문제가 발생하였다. [Fig. 5], [Fig. 6], 그리고 [Table 2]는 낮은 정확도의 $Y_{\text{estimated}}$ 를 보이는 시뮬레이션 2의 결과를 정리한 그래프와 표이다. D, g , 그리고 PID 제어기의 계인은 시뮬레이션 1과 동일하다.

[Fig. 5]의 (a)에서 Y_{real} 의 동역학 식과 추정된 동역학 식의 진자 운동의 평균 제곱근 오차는 5.271×10^{-14} 이다. 그러나



[Fig. 6] Simulation 2: The $Y_{\text{estimated}}$ with least squares method-based system identification and the predefined Y_{real}

[Table 2] Simulation 2: The properties to calculate $Y_{initial}$ and Y_{real} , and $Y_{initial}$, Y_{real} , and $Y_{estimated (final)}$

	$Y_{initial}$	Y_{real}	$Y_{estimated (final)}$
$M(\text{kg})$	3	8	-
$L_z (\text{m})$	0.040	0.060	-
$L_x (\text{m})$	0	0.001	-
$J(\text{kg m}^2)$	0.100	0.160	-
$Y_1 (1/\text{s}^2)$	-11.772	-29.430	-11.772
$Y_2 (1/\text{s}^2)$	0	-0.491	-0.780
$Y_3 (\frac{1}{\text{kg m}^2})$	10	6.250	9.939

Y_1 은 $Y_{initial}$ 에 머물러 있으며, Y_2 와 Y_3 의 오차율은 58.986%, 59.021%로 정확도가 낮다. 시뮬레이션 2의 경우, [Fig. 5]의 (b)와 같이, 모터의 토크 (T)가 작아 X 의 세 번째 항인 $D(\ddot{\vartheta} - \dot{\theta}) + T$ 가 X 의 두 번째 항과 비교하여 작은 값을 가진다. 그 결과, Y_3 조정의 영향이 작아지며 $Y_{initial}$ 과 큰 차이가 없는 것을 확인할 수 있다. 정리하자면 최소제곱법 기반 시스템 식별 기법은 곱해지는 X 항의 상대적 크기에 따라 Y 항의 추정도가 달라져 정확도가 떨어지는 경우가 존재한다.

4. 영공간의 해를 적용한 시스템 식별 개선

최소제곱법 기반 시스템 식별 기법은 동일한 진자 운동의 동역학 식을 추정한다. 하지만 시스템 식별 이후 추정된 Y 을 Y 에 대한 함수로 구축된 개인 스케줄러에 대입한다면 실제 시스템과 오차가 큰 동역학 식의 추정은 제어기의 설계 과정에서 부적절한 개인을 계산하여 문제가 될 수 있다. 따라서 본 연구는 영공간의 해를 적용하여 시스템 식별의 정확도를 개선하는 방안을 제시한다.

최소제곱법 기반 시스템 식별 기법은 곱해지는 X 항의 상대적 크기에 따라 Y 항의 추정도가 달라지는 특징을 가진다. 영공간의 해를 적용하기 위하여 본 연구에서는 수학적으로 모델링된 진자 동역학 식에 가중치를 더하고, 가중치는 적재 장치의 시스템에 영향을 끼치지 않는다는 제한 조건을 적용하여 영공간의 해를 특정하였다. 그리고 가중치를 조절함에 따라 X 항의 상대적 크기를 적절히 조절하면 Y 항의 추정도를 조절할 수 있으므로 $Y_{estimated}$ 의 정확도를 높일 수 있다. 가중치를 더한 진자 동역학 식은 식 (9)와 식 (10)이다.

$$\ddot{\theta} = Y_1\{a + \sin(\theta)\} + Y_2\{b + \cos(\theta)\} + Y_3\{c + D(\ddot{\vartheta} - \dot{\theta}) + T\} - Y_1 a - Y_2 b - Y_3 c \quad (9)$$

$$\ddot{\theta} = [a + \sin(\theta) \quad b + \cos(\theta) \quad c + D(\ddot{\vartheta} - \dot{\theta}) + T] \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \end{bmatrix} = X^{*T} \times Y^* \quad (10)$$

α, b, c 는 가중치이며, X^* 은 known parameter들의 벡터, Y^* 은 unknown parameter들의 벡터이다. 식 (11)은 식 (8)에 영공간의 해를 더한 식이다. 식 (12)와 식 (13)은 식 (8)에서 유도할 수 있다.

$$\Delta Y^*(j) = N^+ P + (I - N^+ N) V = F + Z \times V \quad (11)$$

$$N = [X^*(j) X^*(j)^T] \quad (12)$$

$$P = [\sum_{i=1}^j \{X^*(i) \ddot{\theta}_{real}(i) - X^*(i) X^*(i)^T Y_{initial}^*\} - \sum_{i=1}^{j-1} \{X^*(i) X^*(i)^T \Delta Y^*(i)\}] \quad (13)$$

식 (11)의 $(I - N^+ N) V$ 은 영공간의 해이다. 식 (10)의 가중치는 적재 장치의 시스템에 영향을 끼치지 않아야 하므로 상쇄되는 것을 영공간의 해를 특정하기 위한 제한 조건으로 설정하였다. 그래서 제한 조건은 식 (14)과 같다.

$$Y^*[1] = Y^*[4], Y^*[2] = Y^*[5], Y^*[3] = Y^*[6] \quad (14)$$

식 (14)의 제한 조건으로 계산된 식 (11)의 V 는 식 (15)로 정리된다. 식 (15)과 Z 의 세 개의 행을 곱하여 영공간의 해를 특정할 수 있다.

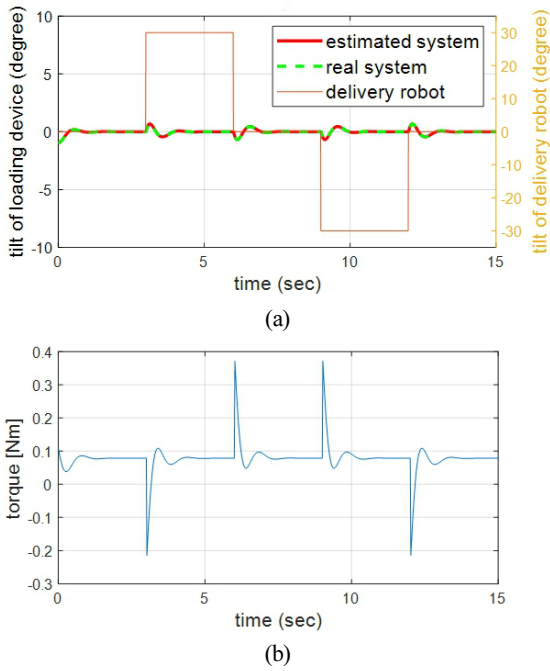
$$F[p] = F_p, Z[p, q] = Z_{pq} (p, q = 1 \sim 6)$$

$$V = \begin{bmatrix} Z_{11} - Z_{41} & Z_{12} - Z_{42} & Z_{13} - Z_{43} \\ Z_{21} - Z_{51} & Z_{22} - Z_{52} & Z_{23} - Z_{53} \\ Z_{31} - Z_{61} & Z_{32} - Z_{62} & Z_{33} - Z_{63} \end{bmatrix}^+ \begin{bmatrix} F_4 - F_1 \\ F_5 - F_2 \\ F_6 - F_3 \end{bmatrix} \quad (15)$$

영공간의 해를 적용한 최소제곱법 기반 시스템 식별 기법은 가중치 a, b, c 로 X^* 항의 상대적 크기를 조절하여 Y^* 의 값을 조절할 수 있어 Y_{real} 과 근접한 $Y_{estimated}$ 를 추정할 수 있다.

4.1 시스템 식별 개선 검증 시뮬레이션

영공간의 해를 적용한 최소제곱법 기반 시스템 식별 기법은 [Fig. 7], [Fig. 8], 그리고 [Table 3]의 시뮬레이션 3으로 검증



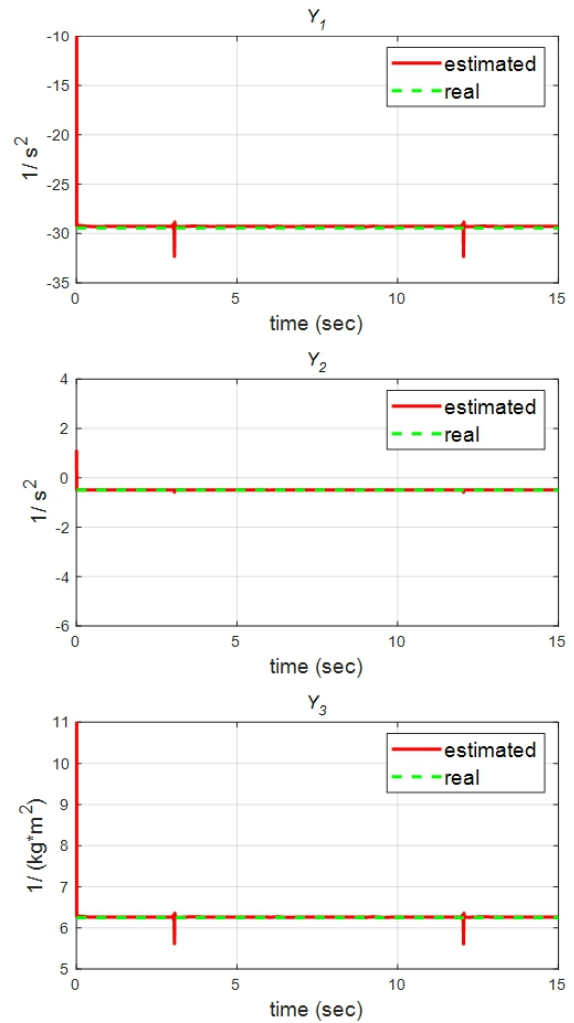
[Fig. 7] Simulation 3: Loading device's balancing control simulation. (a) The tilt of the loading device and the delivery robot. (b) Motor torque (T) for the loading device's balancing control

되었다. D , g , 그리고 PID 제어기의 계수는 앞선 시뮬레이션들과 동일하며, Y_{real} 은 시뮬레이션 2와 동일하다. 시뮬레이션 3의 가중치는 $a = -17.8$, $b = -0.5$, $c = -3.8$ 이다.

[Fig. 7]의 (a)에서 Y_{real} 의 동역학 식과 추정된 동역학 식의 진자 운동의 평균 제곱근 오차는 1.510×10^{-13} 이다. Y_1 , Y_2 , 그리고 Y_3 의 오차율은 0.535%, 0.222%, 0.223%로 시뮬레이션 2와 비교하여 정확도가 개선된 것을 확인할 수 있다.

5. 결론

본 연구는 2개의 독립된 진자 구조물로 해석된 2축 짐벌 구조 적재 장치의 시스템 식별 기법을 연구하였다. 본 연구의 시스템 식별 기법은 최소제곱법을 기반으로 하며, 실제 적재 장치와 수학적 동역학 식으로 모델링된 적재 장치의 동작 간의 오차 함수를 최소화하는 unknown parameter를 계산하여 실제 적재 장치의 동역학 식을 추정한다. 최소제곱법 기반 시스템 식별 기법은 실험적 데이터가 필요하지 않으며 실시간으로 시스템 식별이 이뤄진다는 장점을 가진다. 하지만 unknown parameter의 계산할 시에 실제 진자 동작과 동일한 진자 동작을 유도하는 unknown parameter는 유일해가 아니기 때문에 known parameter들의 상대적 크기에 따라 unknown parameter들의 추정도가 달라져 시스템 식별의 정확도가 떨어지는 경우



[Fig. 8] Simulation 3: The $Y_{estimated}$ with least squares method-based system identification and the predefined Y_{real}

[Table 3] Simulation 3: The properties to calculate $Y_{initial}$ and Y_{real} , and $Y_{initial}$, Y_{real} , and $Y_{estimated (final)}$

	$Y_{initial}$	Y_{real}	$Y_{estimated (final)}$
M (kg)	3	8	-
L_z (m)	0.040	0.060	-
L_x (m)	0	0.001	-
J (kg m^2)	0.100	0.160	-
Y_1 ($1/s^2$)	-11.772	-29.430	-29.273
Y_2 ($1/s^2$)	0	-0.491	-0.492
Y_3 ($\frac{1}{kg \cdot m^2}$)	10	6.250	6.264

가 발생한다. 그에 본 연구는 영공간의 해를 적용하여 최소제곱법 기반 시스템 식별 기법의 정확도를 개선하는 방안을 제시하였다. 영공간의 해를 적용한 시스템 식별 기법은 수학적

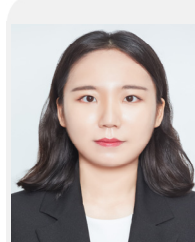
으로 모델링된 동역학 식에 가중치들을 더하고 가중치들이 전체적인 시스템에는 영향을 끼치지 않고 상쇄된다는 제한 조건으로 해를 특정하였다. 영공간의 해를 적용함으로써 known parameter들의 상대적 크기를 조절하여 unknown parameter들의 추정도를 조절할 수 있어 높은 정확도의 시스템 식별이 가능하였다. 본 연구가 제시하는 시스템 식별 기법과 개선 방안은 시뮬레이션을 통해 검증되었다. 결론적으로, 최소제곱법 기반 시스템 식별 기법은 실제 동작과 같은 동작을 내는 동역학 식을 추정할 수 있다. 기존의 최소제곱법 기반 시스템 식별 기법에 영공간의 해를 적용하여 정확한 시스템 식별을 가능하게 했다.

영공간의 해를 적용한 시스템 식별 기법은 추가로 가중치의 설정이 필요하다. 따라서 앞으로의 연구에서는 모터 토크를 변수로 하여 필요 모터 토크에 적절히 대응하기 위한 가중치의 설정 함수를 구축하고 실제 시스템에 적용할 수 있는 정확도를 가지는 시스템 식별기를 설계할 것이다. 이후에는 추정된 unknown parameter를 변수로 하는 PID 게인 스케줄러를 설계하고, 화물에 따라 시스템이 변동하는 적재 장치의 제어기를 실시간으로 최적화하여 계단 주행 배송 로봇이 계단을 주행할 시에 흔들림 없이 수평을 유지하는 적재 장치 연구를 진행할 것이다.

References

- [1] P. Gautam, "System identification of nonlinear Inverted Pendulum using artificial neural network," *2016 International Conference on Recent Advances and Innovations in Engineering (ICRAIE)*, Jaipur, India, 2016, DOI: 10.1109/ICRAIE.2016.7939522.
- [2] M. F. Arévalo-Castiblanco, C. H. Rodríguez-Garavito, and A. A. Patiño-Forero, "Identification of a non-linear model type inverted rotary pendulum," *2017 IEEE 3rd Colombian Conference on Automatic Control (CCAC)*, Bogotá, Colombia, 2017, DOI: 10.1109/CCAC.2017.8276379.
- [3] Q. Qi, W. Huang, Y. Zhao, Q. He, Q. Huang, and X. Lin, "System identification of the double inverted pendulum based on genetic algorithm," *2008 2nd International Symposium on Systems and Control in Aerospace and Astronautics*, Shenzhen, China, 2008, DOI: 10.1109/ISSCAA.2008.4776376.
- [4] M. Harati, A. A. Ghavifekr, and A. R. Ghiasi, "Model Identification of Single Rotary Inverted Pendulum Using Modified Practical Swarm Optimization Algorithm," *2020 28th Iranian Conference on Electrical Engineering (ICEE)*, Tabriz, Iran, 2020, DOI: 10.1109/ICEE50131.2020.9261035.
- [5] C. Hu and F. Wan, "Parameter identification of a model with Coulomb friction for a real Inverted Pendulum System," *2009 Chinese Control and Decision Conference*, Guilin, China, pp. 2869-2874, 2009, DOI: 10.1109/CCDC.2009.5192688.

- [6] A. Barket, M. T. Hamayun, S. Ijaz, S. Akhtar, E. A. Ansari, and I. Ghous, "Modeling identification and real-time implementation of a linear parameter-varying control scheme on lab-based inverted pendulum system," *Journal of Systems and Control Engineering*, vol. 235, no. 4, pp. 30-38, 2021, DOI: 10.1177/09595651820935692.
- [7] H. Sadeghian, L. Villani, M. Keshmiri, and B. Siciliano, "Task-Space Control of Robot Manipulators With Null-Space Compliance," *IEEE Transaction on Robotics*, vol. 30, no. 2, pp. 493-506, April, 2021, DOI: 10.1109/TRO.2013.2291630.
- [8] F. Flacco, A. De Luca, and O. Khatib, "Motion control of redundant robots under joint constraints: Saturation in the Null Space," *2012 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Saint Paul, MN, USA, pp. 285-292, May, 2012, DOI: 10.1109/ICRA.2012.6225376.
- [9] R. Platt, A. H. Fagg, and R. A. Grupen, "Null-Space Grasp Control: Theory and Experiments," *IEEE International Transaction on Robotics*, vol. 26, no. 2, pp. 282-295, April, 2010, DOI: 10.1109/TRO.2010.2042754.
- [10] G. Antonelli, F. Arrichiello, and S. Chiaverini, "The null-space-based behavioral control for autonomous robotic systems," *Intelligent Service Robotics*, pp. 27-39, 2008, DOI: 10.1007/s11370-007-0002-3.



심 예 리

2021 한국항공대학교 기계공학과(학사)

2021~현재 부산대학교 기계공학부 석사과정

관심분야: 로봇 설계 및 제어



진 상 록

2008 서울대학교 기계항공공학부(학사)

2014 서울대학교 기계항공공학부(박사)

2014~2016 서울대학교 기계항공공학부 연수 연구원

2016~2017 University of Texas Health Science Center Senior Research Associate

2017~현재 부산대학교 기계공학부 부교수

관심분야: 로봇 설계 및 제어