

# Measurement of the Thickness and Refractive Index of a Thin Film Using a Double-slit Experiment

Hee Sung Kim, Soobong Prak<sup>‡</sup>, Deok Woo Kim<sup>‡</sup>, Byoung Joo Kim, and Myoungsik Cha<sup>†</sup>

*Department of Physics, Pusan National University, Pusan 46241, Korea*

(Received March 7, 2022; Revised May 18, 2022; Accepted July 27, 2022)

We measured the thickness and refractive index of a thin film using a double-slit diffraction experiment. The amount of phase step in the transmitted light generated by the thin film on the transparent substrate was measured by analyzing the diffraction pattern from the double slits. Experiments were conducted not only in air but also in distilled water, to determine thickness and refractive index simultaneously. To verify the validity of this method, we compared our values for thickness and refractive index to those measured using the well-established waveguide-coupling method. The suggested method is expected to be applied as a new method to simultaneously measure the thickness and refractive index of thin films, along with existing methods.

**Keywords:** Diffraction, Double-slit experiment, Refractive index, Thickness measurement, Thin film

**OCIS codes:** (120.2650) Fringe analysis; (120.5050) Phase measurement; (310.0310) Thin films

## 이중 슬릿 회절 실험을 이용한 박막의 두께와 굴절률 측정

김희성 · 박수봉<sup>‡</sup> · 김덕우<sup>‡</sup> · 김병주 · 차명식<sup>†</sup>

부산대학교 물리학과

☎ 46241 부산광역시 금정구 부산대학로63번길 2

(2022년 3월 7일 받음, 2022년 5월 18일 수정본 받음, 2022년 7월 27일 게재 확정)

본 연구에서는 이중 슬릿 회절 실험을 이용하여 박막의 두께와 굴절률을 측정하는 실험을 수행하였다. 투명 기판 위에 입혀진 박막이 만드는 투과광의 위상 단층의 크기를 이중 슬릿을 통과하여 나타나는 회절 패턴을 분석하여 측정하였다. 이로부터 두께와 굴절률을 동시에 결정하기 위해 공기와 증류수 속에서 각각 한 번씩 실험을 수행하였다. 이 방법의 유효함을 확인하기 위해 도파로 결합법으로 측정된 두께와 굴절률과 비교하였다. 본 연구에서 제안한 측정법은 기존의 선행 연구들과 더불어 박막의 두께와 굴절률을 동시에 측정할 수 있는 새로운 방법으로 응용될 수 있을 것으로 기대된다.

**Keywords:** 회절, 이중 슬릿 실험, 굴절률, 두께 측정, 박막

**OCIS codes:** (120.2650) Fringe analysis; (120.5050) Phase measurement; (310.0310) Thin films

### I. 서론

박막은 반도체, 디스플레이 등의 많은 분야에서 활용되고

있다. 특히 반도체 분야에서 소자의 집적도를 높이기 위해 박막을 이용하게 되는데, 이러한 응용에 있어서 박막의 가공 정밀도뿐만 아니라 성능 검증을 위한 대상 물질의 두께와 굴절

<sup>†</sup>Corresponding author: [mcha@pusan.ac.kr](mailto:mcha@pusan.ac.kr), ORCID: 0000-0002-5997-3881

Color versions of one or more of the figures in this paper are available online.

<sup>‡</sup>Current affiliation: Korea Advanced Institute of Science and Technology, Daejeon 34141, Korea



This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

를 측정하는 문제의 중요성도 대두되고 있다.

박막의 두께 측정은 탐침법, 전자 현미경, 반사(혹은 투과) 간섭무늬 분석법 등 다양한 방법이 존재한다<sup>[1]</sup>. 그러나 굴절률과 두께를 동시에 측정하는 방법은 타원 편광계<sup>[2]</sup>와 도파로 결합법<sup>[3]</sup> 등으로 한정적이다. 타원 편광계는 편광된 빛이 박막에서 반사될 때 위상 지연이 생기면서 달라지는 편광 상태를 측정하여 두께와 굴절률에 대한 정보를 얻는 방법이고, 도파로 결합법은 입사광이 박막이 만드는 평판형 광도파로 모드로 결합되어 반사율이 줄어드는 입사각을 측정하고 분석하여 박막의 두께와 굴절률을 구하는 방법이다.

선행 연구<sup>[4]</sup>에서도 이중 슬릿 회절을 이용하여 박막의 두께를 측정했지만, 박막 단층이 만드는 두 빔 사이의 위상차는 항상 박막 매질의 굴절률과 주변 매질(공기) 굴절률의 차와 박막 두께의 곱으로 나타나므로, 박막 물질의 굴절률을 알아야만 두께 측정이 가능했다. 이 연구에서는 박막 주변 매질을 바꾸어 가며 이중 슬릿 회절 실험을 수행하여 박막의 두께와 굴절률을 동시에 측정할 수 있는 방법으로 발전시키고자 한다. 그리고 그 결과를 잘 알려진 도파로 결합법으로 측정한 값과 비교하여 제안된 방법의 유효성을 검증하고자 한다. 이 연구에서 제안한 측정법은 실험실에서 특별한 도구 없이 간단하게 셋업을 구성할 수 있고, 박막의 두께와 굴절률을 어느 정도 정확히(각각 ~20 nm와 0.004의 표준 불확도로) 잴 수 있도록 해 준다.

## II. 실험 장치 및 이론

그림 1은 실험 장치 모식도를 나타낸다. 안정화된 He-Ne 레이저(HRS015B, 파장 633.992 nm, 출력 1.2 mW; Thorlabs, NJ, USA)를 광원으로 사용하였고 렌즈를 이용해 퍼뜨린 빛이 이중 슬릿(각각 폭 2.3 mm, 간격 3.9 mm)을 통과해 두 갈래로 나누어져서 시료로 입사하도록 하였다. 용융 석영 유리 기판 위에 유기물 용액을 스핀 코팅하여 박막 매질로 사용하였고, 시료를 통과한 후 두 빔이 위상차를 갖도록 코팅된

박막의 일부를 제거하여 단층을 형성하였으며, 슬릿에 의해 나뉘진 두 빔이 각각 박막이 코팅된 부분과 제거된 부분을 지나도록 하였다. 박막을 통과하여 퍼지는 회절광을 렌즈를 통해 선형 CCD (CCD-S3600-D, pixel size 8 μm × 200 μm; Alphalas, Goettingen, Germany)에 Fraunhofer 회절 무늬를 형성하였다. CCD 센서의 위치는 그림에서 점 A의 기하광학적인 상이 형성되는 위치이다<sup>[5]</sup>.

박막이 코팅된 부분과 제거된 부분을 통과한 두 빔 사이의 위상차를  $\phi$ 라 하면, 이중 슬릿을 통과해 스크린에 형성되는 Fraunhofer 회절 무늬의 복사조도(irradiance) 분포는 아래와 같이 주어진다<sup>[4,5]</sup>.

$$I = I_0 \left[ \text{sinc}(\beta) \cos\left(\frac{a}{b}\beta + \frac{\phi}{2}\right) \right]^2 \quad (1)$$

$$\beta = \frac{b\pi}{\lambda} \sin\theta \quad (2)$$

여기서  $\text{sinc}(\beta) = \sin(\beta)/\beta$ 로 정의되며,  $a$ 와  $b$ 는 각각 두 슬릿 사이의 간격과 한 슬릿의 폭,  $\theta$ 는 회절각,  $\lambda$ 는 광원의 입사광의 진공 중 파장,  $I_0$ 는  $\beta = \phi = 0$ 일 때의 복사조도이다. 식 (1)에서 코사인 인자는 각 슬릿의 중심을 통과하는 두 빔의 간섭에 의한 전기장 분포를 나타내고, sinc 함수 인자는 이보다 조금 더 넓은 단일 슬릿의 회절 무늬 포락선(envelop)이다. 통상적인 이중 슬릿 간섭 실험에서는 슬릿의 폭이 간격에 비해 매우 작으므로( $a \gg b$ ) 회절 포락선은 간섭 무늬 간격에 비해 매우 넓다. 따라서 회절 패턴은 그림 2(a)와 같이 중심부에 거의 균일하게 밝고 어두운 부분이 주기적으로 반복되는, 코사인 계급 인자에 의한 전형적인 간섭 패턴을 보여준다. 나중에 논하겠지만 본 실험에서는 이중 슬릿을 쉽게 제작하기 위해  $a = 3.9$  mm,  $b = 2.3$  mm로,  $a$ 와  $b$ 가 크게 다르지 않게 설정하였으므로 그림 2(b)에서 보인 것과 같이 회절 포락선 안에 2-3개의 간섭 무늬만 나타나며, 포락선의 영향을 크게 받아 극대값이 균일하지 않다.

회절 무늬의 특성을 이해하기 위해 다시 슬릿의 폭이 간

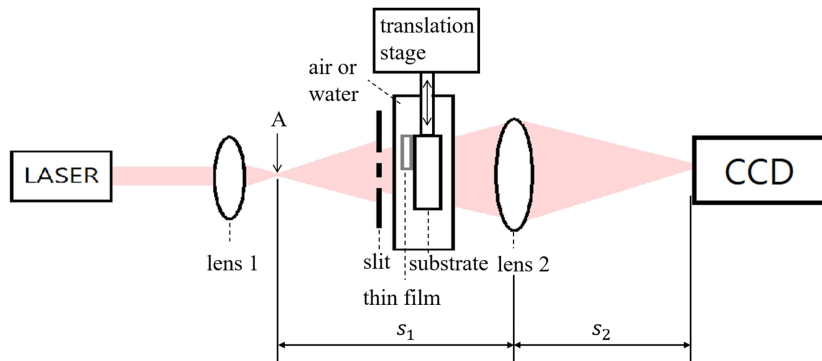
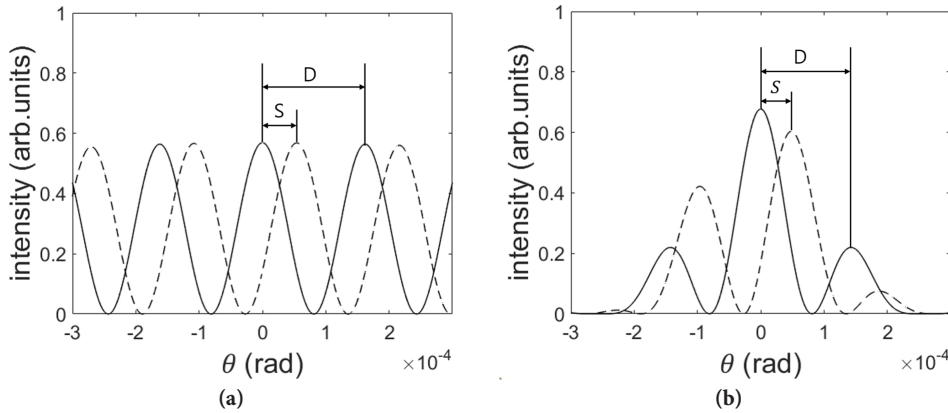


Fig. 1. Schematics of experimental setup. Lens 2 images the focal point of lens 1 (A) to CCD, satisfying  $\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2} = \frac{1}{f}$ , where  $f$  ( $= 1$  m) is the focal length of lens 2.



**Fig. 2.** Calculated diffraction patterns when both beams pass through the bare substrate (solid line) and when one of the two beams pass through the film (dashed line), (a) for  $\alpha = 3.9 \text{ mm} \gg b$ , and (b) for  $\alpha = 3.9 \text{ mm}, b = 2.3 \text{ mm}$ . Dashed lines were calculated for a phase difference of  $\frac{2}{3}\pi$ . Arrows marked with S indicate the central peak shifts due to this phase difference.

격에 비해 매우 작은( $a \gg b$ ) 경우를 가정해 보자. 그러면 회절 무늬의 극대값은 식 (1)의 코사인 제곱 인자가 1일 때, 즉  $\frac{a}{b}\beta + \frac{\phi}{2} = l\pi$  ( $l$ 은 정수)일 때 나타난다. 먼저 두 빔 모두 박막을 지나지 않고 기판만 투과할 경우 [ $\phi = 0$ , 그림 2(a)의 실선]에는  $\frac{a}{b}\beta = 0$  ( $l = 0$ )일 때, 즉  $\phi = 0$ 에서 최대가 되며, 그 다음 봉우리는  $\frac{a}{b}\beta = \pm\pi$  ( $l = \pm 1$ )일 때 나타난다. 회절 무늬는  $\theta = 0$ 을 중심으로 좌우 대칭인 모양을 보인다. 이 중심 봉우리와 그 다음 봉우리 사이 각( $D$ )은  $a \gg b$ 인 경우 거의 식 (1)의 코사인 인자에 의해 결정되며, 다음과 같이 표현된다.

$$\sin D \cong D = \frac{\lambda}{a} \quad (3)$$

여기서 취급하는 회절각의 최대 범위는  $3 \times 10^{-4}$  rad이므로,  $\sin D \approx D$ 로 근사하였다. 이 근사의 오차는  $4.5 \times 10^{-12}$  rad보다 작다.

반면에 한 쪽 빔이 박막을 통과하고, 다른 쪽 빔이 기판을 통과하면 박막이 만드는 위상차  $\phi$  때문에 중심 봉우리는 박막 쪽(그래프 상의 오른쪽)으로 이동하며 대칭성이 무너진다. 이 주 봉우리( $l = 0$ )의 이동  $S$ 는 위상차  $\phi$ 에 비례하여 커지며,  $2\pi$ 에 도달하면  $S = D$ 가 되고, 왼쪽( $l = -1$ )의 봉우리가 이동하여 새로운 주 봉우리가 된다. 박막이 더 두꺼워져서 위상차가  $2\pi$  이상으로 더 커지면 이 새로운 주 봉우리는  $\phi = 0$ 으로부터 다시 시작하는 것과 같은 이동을 반복한다. 이  $S$  값은  $a \gg b$ 인 경우 거의 식 (1)의 코사인 인자에 의해 결정되며 다음과 같이 표현된다.

$$\sin S \cong S = \frac{-\phi\lambda}{2\pi a} \quad (4)$$

식 (4)를 식 (3)으로 나누고 절대값을 취하면

$$\left| \frac{S}{D} \right| = \frac{\phi}{2\pi} \quad (5)$$

을 얻는데,  $\phi$ 는 각  $S$ 와  $D$ 의 비에만 비례함을 알 수 있다<sup>[4]</sup>. 즉, 실험에서  $S$ 와  $D$ 를 측정하면 박막이 만드는 위상차  $\phi$ 를 쉽게 구할 수 있다. 이렇게 측정된 위상차를  $\phi_{\text{meas}}$ 라고 하자. 그러면  $S < D$ 이므로  $\phi_{\text{meas}}$ 는 0에서  $2\pi$  사이의 값을 가진다. 따라서 실제 박막의 두께에 비례하는 위상차는  $2\pi$  모호성을 가진다. 즉, 박막의 두께에 의해 만들어진 실제 위상차는 회절 실험에서 측정된 위상차와 다음과 같은 관계를 가진다.

$$\phi_a = \phi_{a,\text{meas}} + 2\pi m_a \quad (6)$$

$$\phi_w = \phi_{w,\text{meas}} + 2\pi m_w \quad (7)$$

여기서 첨자  $a$ 와  $w$ 는 각각 시료가 공기 중에 있을 때와 물 속에 있을 때임을 나타낸다.  $m$ 은 박막의 두께에 따라 정해지는 0, 1, 2, 3, ...의 정수이다. 매우 얇은 박막에 대해서는  $m = 0$ 이므로 측정하는 위상차가  $2\pi$  모호성 없이 바로 결정된다. 그러나  $2\pi$  이상의 위상차를 만드는 두께의 박막에 대해서는 박막이 빛을 흡수하는 파장대(주로 자외선)에서 박막의 흡수, 즉 optical density를 측정하고, 이것이 박막의 두께에 비례함을 이용하여 대략적인 두께 범위를 알 수 있으며, 이로부터 정수  $m$ 을 명확히 결정할 수 있다<sup>[4]</sup>.

박막에 의한 위상차는 아래 식과 같이 두 매질(박막과 주변 매질)의 굴절률 차이와 두께의 곱의 정보만 가지는데, 이 두 요소를 동시에 결정하기 위해서는 동일한 박막 시료에 대해 두 개의 독립적인 위상차 정보가 필요하므로 위상차 측정은 공기와 증류수 두 매질 속에서 이루어졌다. 박막이 공기와 물 속에 있을 때 두 빔이 겪는 위상차는 각각

$$\phi_a = \frac{2\pi}{\lambda}(n - n_a)d \quad (8)$$

$$\phi_w = \frac{2\pi}{\lambda}(n - n_w)d \quad (9)$$

로 주어진다. 여기서  $n$ 은 박막의 굴절률,  $n_a$ 와  $n_w$ 는 각각 공기와 물의 굴절률,  $d$ 는 박막의 두께이다. 위 두 식을 연립하여 풀면 박막의 두께와 굴절률을 다음과 같이 동시에 구할 수 있다.

$$d = \frac{\lambda}{2\pi} \left( \frac{\phi_a - \phi_w}{n_w - n_a} \right) \quad (10)$$

$$n = \frac{\phi_a n_w - \phi_w n_a}{\phi_a - \phi_w} \quad (11)$$

위와 같은 분석 방법은 회절 패턴 데이터 전체를 수치 계산으로 맞추는 방법에 비해 매우 간단하고 효율적이지만 그림 2(b)와 같이 회절 포락선의 폭이 간섭 무늬의 주기에 비해 매우 크지 않을 경우( $a \geq b$ )의 회절 무늬 봉우리 위치가 식 (1)의 코사인 인자뿐만 아니라 sinc 함수 포락선의 영향도 받으므로 위의 간단한 관계식으로 위상차를 구하면 오차가 발생할 수 있다. 이 경우에는 원칙적으로 회절 무늬 데이터 전체를 식 (1)로 맞추어야 하는데, 이는 식 (5)를 사용하는 위의 방법에 비해 불확도 평가가 쉽지 않다. 따라서 본 연구에서는 식 (5)의 방법으로 구한 위상차를 보정하여 포락선이 좁은 현재의 경우에 사용하였다.

현재 실험 조건( $a = 3.9$  mm,  $b = 2.3$  mm) 하에서 식 (1)에 위상차  $\phi$ 를 주었을 때 나타나는 회절 패턴의 극대점들로부터 읽은  $S$ 와  $D$ 를 식 (5)에 넣어서 구한 위상차( $\phi_m$ )를  $\phi$ 와 비교해 보았다.  $\phi = 0$ 에서  $2\pi$ 로 변할 때 편차  $\phi_m - \phi$ 는 그림 3에서 보인 것과 같이 0에서 출발하여 0.048 rad까지 증가하다가  $\phi = 3.8$  이후 감소하기 시작하여  $\phi = 2\pi$  근처로 가면 다시 0에 접근한다. 따라서 본 연구에서는 식 (5)로 구한 위상차를 이 그래프의 값을 빼서 보정하여 사용하였다.

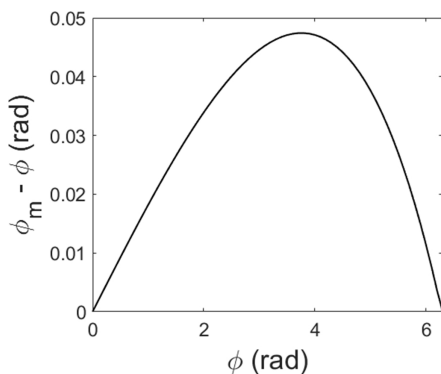


Fig. 3. Deviation of the phase ( $\phi_m - \phi$ ) estimated by Eq. (5) from the given phase  $\phi$  when  $a = 3.9$  mm,  $b = 2.3$  mm.

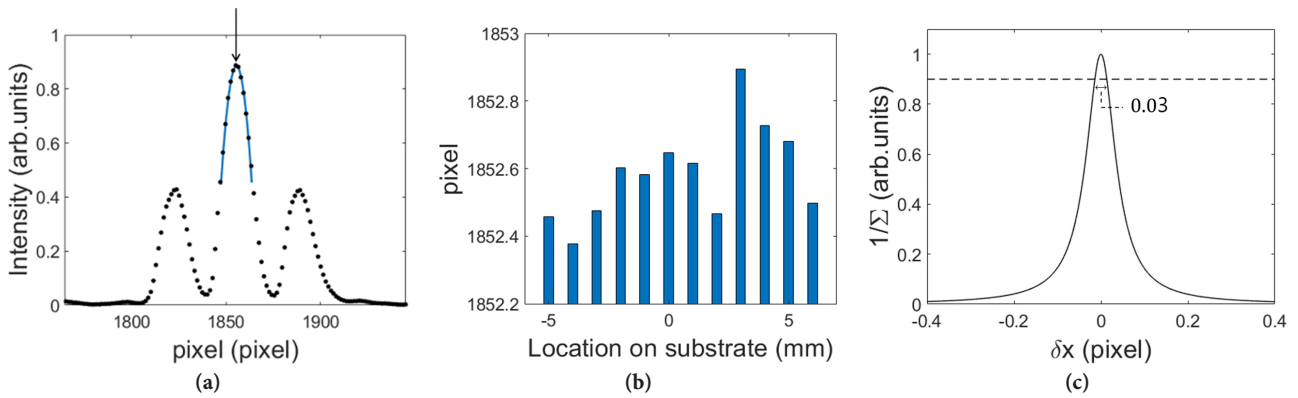
### III. 실험결과 및 분석

본 실험에 사용한 박막 물질은 자외선 경화 접착제 NOA61 (Norland Products Inc., NJ, USA)<sup>[6]</sup>이다. 용융석영유리 기판(25 mm × 25 mm × 1 mm) 위에 스피ن 코팅한 후 자외선으로 경화시킨 NOA61 박막은 가시광 영역에서 투명하고, 굴절률은 파장 643.8 nm에서 1.5562, 589.6 nm에서 1.5594이다. NOA61은 물에 잘 녹지 않으므로 주변 매질로 공기와 증류수를 사용하였다. 실험은 24 °C에서 이루어졌으며 물의 굴절률은 1.3317, 공기의 굴절률은 1.0003을 각각 사용하였다<sup>[7,8]</sup>.

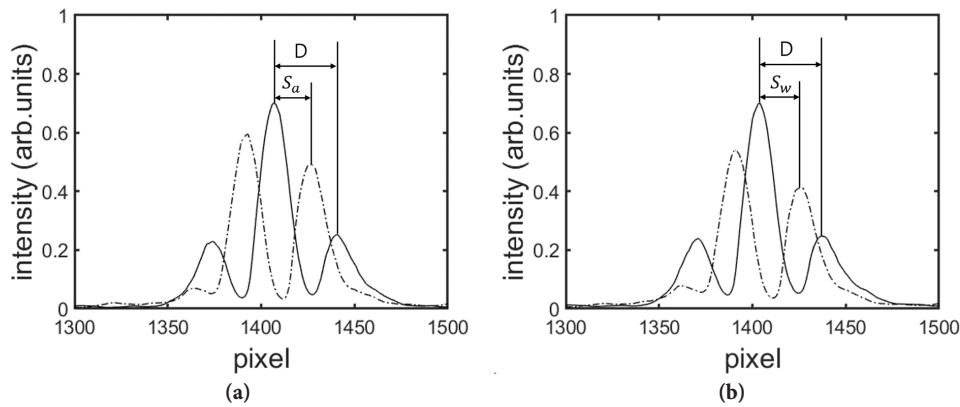
먼저, 공기 중에서 기판 위의 박막 단층과 슬릿을 통과하여 형성된 회절 무늬를 측정하고, 시료를 평행 이동하여 두 빔 모두 기판만을 지나도록 정렬했을 때(즉, 두 빔 사이에 위상차가 없을 때) 측정된 회절무늬와 비교하여 식 (5)를 사용하여 위상차  $\phi_a$ 를 구한다. 그 다음, 시료를 증류수에 담근 후 앞서 진행한 두 과정을 동일하게 반복하여 위상차  $\phi_w$ 를 구한다. 그러면 식 (10)과 (11)에 의해 박막의 두께와 굴절률을 결정할 수 있다.

실험의 가장 큰 오차의 요인으로 작용하는 광학적 정렬, 시료 이송 운동, 기판의 두께 불균일 등이 회절 무늬에 미치는 영향을 파악하기 위해, 실험에 사용되는 기판을 실제 실험과 같이 광축에 수직인 방향으로 이송하면서 회절 패턴을 측정하여 기판 위 12개의 위치에서 극대 봉우리들의 위치가 얼마나 바뀌는지 측정하였다. 그림 4(a)는 그 중 한 지점에서 측정된 회절 패턴을 대표적으로 보여주는데, 식 (1)로 예측에 부합하는 데이터를 얻을 수 있었다. 극소가 0으로 완전히 떨어지지 않는 것은 두 슬릿의 폭이나 각 슬릿에 입사하는 빛의 세기가 실제로는 서로 다를 수 있기 때문이다.

그림 4(a)에 나타난 주 봉우리 부분을  $y = a(x - b)^2 + c$  모양의 2차 함수로 맞추어 후 대칭축의 위치인  $b$  값을 정확한 극대 위치로 정하였고(화살표로 표시), 다른 11개의 위치에서 측정된 회절 패턴에 대해서도 같은 방법을 적용하여 주 봉우리 위치에 대한 통계를 보여주는 그림 4(b)를 얻었다. 그 결과 주 봉우리 위치의 표준편차는 0.14 pixel이었으며, 주 봉우리 위치와 그 다음 봉우리 위치 사이 거리( $D$ )의 표준편차는 0.13 pixel이었다. 2차 함수로 맞추어 주 봉우리 위치를 구할 때 분해능은 2차 함수와 데이터가 일치하는 정도로 정할 수 있다. 그림 4(a)에서 맞춤으로 얻은 2차 함수를 수평방향으로  $\delta x$ 만큼 이동시킨 후 각 데이터 점에서 2차 함수 값과 데이터 값 사이의 차를 구하고, 이들을 제곱하여 합한 값  $\Sigma$ 는  $\delta x$ 가 유발한 맞춤의 오차를 나타낸다. 따라서  $1/\Sigma$ 를  $\delta x$ 의 함수로 그리면 그림 4(c)와 같이 날카로운 봉우리를 가진 모양을 얻을 수 있으며, 봉우리의 위치는  $\delta x = 0$ , 즉 맞춤이 최적일 때이다. 이  $1/\Sigma$  그래프가 극대점에서 10% 줄어드는 지점의 반치폭은



**Fig. 4.** Uncertainty analysis of peak location. (a) Diffraction pattern measured at one location on the substrate (symbols) with its main peak region fitted to a quadratic function,  $y = a(x - b)^2 + c$  (solid line). The value of  $b$  obtained as a result of fitting is taken as the peak position. (b) Measured peak locations. Bars represent values of  $b$  measured at 12 different locations on the substrate. We obtained  $\bar{b} = 1,852.58$  with a standard deviation of 0.14 pixel. (c) Inverse of calculated sum of the squared error ( $1/\Sigma$ ) caused by difference of fitting function ( $\delta x$ ).



**Fig. 5.** Measured diffraction pattern with sample in air (a) and distilled water (b), when both beams pass through the bare substrate (solid line), and when one of the two beams pass through the film (dashed line). One pixel corresponds to a diffraction angle of  $4 \times 10^{-6}$  rad.

0.015 pixel이며, 이것을 주 봉우리 위치 측정의 분해능이라고 볼 수 있다<sup>[9]</sup>. 따라서 분해능을 포함한 주 봉우리 위치 측정의 불확도는  $u(p) = \sqrt{0.14^2 + 0.015^2} = 0.14$  pixel이며(분해능이 거의 영향을 미치지 않는다),  $S$ 값은 두 독립적인 주 봉우리 위치의 차로 정해지므로  $S = p_1 - p_2$ 이고, 그 불확도는  $u(S) = \sqrt{0.14^2 + 0.14^2} = 0.20$  pixel이다.

다만, 박막이 있을 때에는 그림 4와 같은 데이터를 여러 곳에서 측정하여 주 봉우리 위치 불확도를 정할 수 없다(이중슬릿의 위치를 옮기면 불확도가 아니라 위치에 따른 박막 두께의 편차를 측정하게 된다). 따라서 박막이 있을 경우에도 주 봉우리 위치의 편차는 박막이 없을 때와 동일하게 0.14 pixel로 가정하였는데, 이는 그림 5에서 박막이 있을 때와 없을 때의 데이터 질이 대등한 것으로 보아 타당한 가정이라고 사료된다.  $D$ 값의 불확도는 12개의 위치에서 측정한 주 봉우리 사이 거리의 표준편차인  $u(D) = 0.13$  pixel로 결정되었다. 이들은 식 (5)를 통해 위상차 측정의 불확도  $u(\phi)$ 를 결정한다(부록 참조).

그림 5는 그림 1에서 묘사한 회절 실험에서 CCD로 측정된 회절 무늬이다. 그림 5(a)는 박막을 공기 중에서 측정했을 때의 무늬이며, 그림 5(b)는 물 속에서 측정했을 때의 무늬이다. CCD의 1 픽셀은 대략 회절각  $4 \times 10^{-6}$  rad에 해당한다. 그러나 위에서 설명한 위상 분석 방법은  $S/D$ 의 비를 측정하는 상대적인 방법이므로 정확한 픽셀 눈금 매기기는 필요 없다.

먼저 그림 5의 데이터에서 극대의 봉우리 부분을 2차 함수로 맞추어 정확한 극대 위치를 결정한 다음, 이들로부터  $S$ 와  $D$ 값을 계산하고 식 (5)에 넣어 위상차  $\phi_{a,meas}$ 와  $\phi_{w,meas}$ 를 구하였다. 이들 위상차에서 그림 3의 편차를 보상하고,  $2\pi$  위상 모호성을 해결한 후  $\phi_a$ 와  $\phi_w$ 를 표 1과 같이 구하였다.  $2\pi$  위상 모호성을 나타내는 정수값  $m$ 은 파장 279 nm에서 박막의 흡수를 측정하여 결정하였다<sup>[4]</sup>. 그 결과 공기 중에서 위상차는  $3.135\pi$ , 물 속에서 위상차는  $1.287\pi$ 로 측정되었으며, 이 값들을 식 (10)과 (11)에 넣어 계산한 두께와 굴절률은 각각  $(1.764 \pm 0.017) \mu\text{m}$ 와  $1.563 \pm 0.004$ 이었다. 굴절률 측정 값이 NOA61 제조사가 제공한 Cauchy 식에 의한 굴절률 값

**Table 1.** Thickness and refractive index evaluated from the measured  $S$  and  $D$  values when the surrounding medium is air or water

Surrounding medium	$S$ (pixel)	$D$ (pixel)	$\phi_{\text{meas}}$ (rad)	Compensated phase (rad)	$m$	$\phi$ (rad)	Thickness ( $\mu\text{m}$ )	Refractive index
Air	19.41	33.84	$1.147\pi$	$1.135\pi$	1	$3.14\pi \pm 0.04$	$1.76 \pm 0.02$	$1.563 \pm 0.004$
Water	21.73	33.45	$1.299\pi$	$1.287\pi$	0	$1.29\pi \pm 0.04$		

**Table 2.** Comparison of the thickness and refractive index values measured by the double-slit method and the waveguide coupling method

Sample	Double-slit method		Waveguide coupling method	
	Thickness ( $\mu\text{m}$ )	Refractive index	Thickness ( $\mu\text{m}$ )	Refractive index
1 <sup>st</sup> sample	$1.76 \pm 0.02$	$1.563 \pm 0.004$	$1.78 \pm 0.01$	$1.5639 \pm 0.0007$
2 <sup>nd</sup> sample	$1.82 \pm 0.02$	$1.564 \pm 0.004$	$1.83 \pm 0.01$	$1.5639 \pm 0.0007$
3 <sup>rd</sup> sample	$2.82 \pm 0.02$	$1.564 \pm 0.004$	$2.81 \pm 0.01$	$1.5636 \pm 0.0007$

1.557<sup>[6]</sup>과 불확도 0.004를 초과하여 0.006만큼 다른 이유는 유기물 박막의 특성 상 제작 시 온도, 습도, ultraviolet (UV) 노광량 등 제작 조건에 따라 굴절률이 조금씩 달라질 수 있기 때문이다.

위 표에서 명시한 불확도는 모두 표준불확도이다. 두께 측정의 불확도는 식 (10)의 변수들이 모두 독립적이라고 가정하면 다음과 같이 표현할 수 있다( $u(x)$ 는 참값  $x$ 에 표기된  $u(x)$ , 즉 변수  $x$ 의 불확도를 의미한다)<sup>[10]</sup>.

$$u(d) = \sqrt{u^2(d_{\phi_a}) + u^2(d_{\phi_w}) + u^2(d_{n_a}) + u^2(d_{n_w}) + u^2(d_\lambda)} \quad (12)$$

여기서 예를 들어  $u(d_{\phi_a})$ 는 공기 중에서 측정된 위상  $\phi_a$ 의 불확도  $u(\phi_a)$ 가 두께의 불확도에 미치는 영향이며,  $u(d_{\phi_w})$ 는 다시  $S$ 와  $D$  측정의 불확도에 의해 결정된다. 불확도에 대한 상세한 분석은 부록에 실었으며, 그 결과 이 식 근호 안의 처음 두 항만이 두께 불확도에 주로 기여함을 알 수 있다.

마찬가지로 굴절률 측정의 불확도도 식 (11)의 변수들이 모두 독립적이라고 가정하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$u(n) = \sqrt{u^2(n_{\phi_a}) + u^2(n_{\phi_w}) + u^2(n_{n_a}) + u^2(n_{n_w})} \quad (13)$$

굴절률에 대해서도 두께에서와 마찬가지로 위 식 근호 안의 처음 두 항만이 불확도에 주로 기여함을 알 수 있다(부록 참조). 표 1에 나타난 불확도는 계통적인 불확도이지만, 6회 반복하여 측정된 결과도 모두 위에서 구한 불확도 이내의 측정값을 주었다.

두께가 다르게 제작된 2개의 NOA61 박막 시료에 대해서도 같은 방법으로 실험을 하였고, 실험 결과를 확인하기 위해 정밀도가 검증된 기존의 도파로 결합법<sup>[3]</sup>으로 두께와 굴절률을 동시에 측정하고, 표 2에서 이 연구에서 제안된 방법으로 측정된 값과 비교하였다. 도파로 결합법으로 측정된 두께 불확도는 전형적으로 10 nm 이내이며, 굴절률 불확도는 0.0007 정도이다<sup>[3]</sup>. 이중 슬릿 회절법으로 측정된 굴절률과 두께 값은

도파로 결합법으로 측정된 값들과 모두 위에서 언급한 측정 불확도 범위 내에서 일치함을 알 수 있다.

## IV. 결 론

본 연구에서는 이중 슬릿 회절 실험으로 공기와 증류수 속에서 박막 단층이 만드는 위상차를 측정하여 박막의 두께와 굴절률을 동시에 구하였다. 이 방법으로 측정된 박막의 굴절률과 두께를 도파로 결합법으로 측정된 값들과 비교하였으며, 두 방법으로 측정된 값이 1% 내외의 오차가 있는 것을 확인하였다. 또한 실험의 배치를 개량하여 CCD 위에 맺히는 회절 무늬를 확대하면 더 정밀한 측정값을 얻을 수 있으므로 상황에 따라 기존의 방법보다 유효한 결과를 얻을 수 있을 것이다. 본 연구에서 제안한 방법은 타원 편광계, 도파로 결합법과 더불어 박막의 두께와 굴절률을 동시에 측정 가능한 새로운 방법으로 응용될 수 있을 것이다. 물 대신 박막을 녹이지 않는 용매를 선택하여 사용하면 광범위한 시료에 적용이 가능하고, 특히 부스러지기 쉬워 프리즘 접촉이 어려운 무기물 박막의 두께와 굴절률 측정에 적용할 수 있을 것으로 기대한다.

## Appendix

본 연구에서 제안한 방법으로 두께와 굴절률을 측정할 때의 불확도를 체계적으로 분석한다<sup>[10]</sup>. 먼저 식 (12)에서 측정된 위상  $\phi_{a,w}$ 의 불확도가 두께의 불확도에 미치는 영향은

$$u(d_{\phi_{a,w}}) = \frac{\partial d}{\partial \phi_{a,w}} u(\phi_{a,w}) \quad (A1)$$

으로 표현될 수 있다. 여기서  $u(x)$ 는 변수  $x$ 의 불확도를 의미한다<sup>[10]</sup> (이것을 변수  $x$ 의 작은 변화  $\Delta x$ 라고 보면 위 식 (A1)는 미분의 연쇄법칙으로 이해할 수 있다). 다른 변수들의 기여도 마찬가지로 쓸 수 있다. 즉,

$$u(d_{n_a}) = \frac{\partial d}{\partial n_a} u(n_a), u(d_{n_w}) = \frac{\partial d}{\partial n_w} u(n_w), u(d_\lambda) = \frac{\partial d}{\partial \lambda} u(\lambda) \quad (A2)$$

굴절률에 대해서는 위 식에서  $d$ 만  $n$ 으로 바꿔주면 된다. 단, 식 (11)을 보아 굴절률은 파장에 의존하지는 않는다(공기와 물의 굴절률도 분산이 있지만 레이저 파장 선포 안에서는 무시할 수 있다). 위 감도계수(편미분)는 식 (10)으로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\frac{\partial d}{\partial \phi_a} = \frac{\lambda}{2\pi} \left( \frac{1}{n_w - n_a} \right) \cong 0.48\lambda \quad (A3)$$

$$\frac{\partial d}{\partial \phi_w} = \frac{-\lambda}{2\pi} \left( \frac{1}{n_w - n_a} \right) \cong -0.48\lambda \quad (A4)$$

$$\frac{\partial d}{\partial n_a} = \frac{-\lambda}{2\pi} \frac{\phi_a - \phi_w}{(n_w - n_a)^2} = \frac{-d}{n_w - n_a} \cong -3.00d \quad (A5)$$

$$\frac{\partial d}{\partial n_w} = \frac{\lambda}{2\pi} \frac{\phi_a - \phi_w}{(n_w - n_a)^2} = \frac{d}{n_w - n_a} \cong 3.00d \quad (A6)$$

$$\frac{\partial d}{\partial \lambda} = \frac{1}{2\pi} \frac{\phi_a - \phi_w}{n_w - n_a} = \frac{d}{\lambda} \quad (A7)$$

위 식 (A3)-(A7)에서  $n_w = 1.33$ ,  $n_a = 1.00$ , 그리고 식 (8)과 (9)를 사용하였다.

위상의 불확도  $u(\phi_{w,a})$ 는 미분 연쇄법칙에 의해 아래와 같이 결정된다.

$$u(\phi) = 2\pi \sqrt{\left( \frac{\partial \phi}{\partial S} u^2(S) + \frac{\partial \phi}{\partial D} u^2(D) \right)} = 2\pi \sqrt{\left( \frac{u(S)}{D} \right)^2 + \left( \frac{Su(D)}{D^2} \right)^2} \quad (A8)$$

본문에서 설명했듯이  $u(S) = 0.20$  pixel이며,  $u(D) = 0.13$  pixel이다. 실험에서 측정하는 전형적인 값  $S = 0.20$  pixel,  $D = 0.34$  pixel을 사용하면  $u(\phi) \cong 0.04$ 를 얻는다. 따라서 식 (A1)에 의해  $u(d_{\phi_{a,w}}) \cong 0.02\lambda$ 이다. 한편, 공기 굴절률의 불확도는 실험 환경에서 5% 이내의 기압 편차가 존재한다고 가정해도  $u(n_w) = 1.4 \times 10^{-5}$  이내이다(온도 1도 변화에 따른 굴절률 변화는 이보다 10배 이하이다<sup>[8]</sup>). 물의 굴절률의 온도계수는 상온에서  $9.1 \times 10^{-5}/^\circ\text{C}$ 로 알려져 있다<sup>[11]</sup>. 따라서 실험 환경에서는  $u(n_w)$ 는  $10^{-4}$  이내라고 볼 수 있다. 그리고 실험에 사용한 레이저는 선포이 2 MHz로 안정화된 He-Ne 레이저이므로 파장의 불확도는  $u(\lambda) = 10^{-8}\lambda$  이내이다. 이를 종합하면 식 (A1)의 위상 측정 불확도가 식 (A2)의 굴절률이나 파장 변이에 의한 불확도보다 10배 이상 크다는 것을 알 수 있다. 즉,

$$u(d) \cong \sqrt{u^2(d_{\phi_a}) + u^2(d_{\phi_w})} = 0.48\lambda \sqrt{u^2(\phi_a) + u^2(\phi_w)} \quad (A9)$$

와 식 (A8)로 계산하여도 충분하며, 두께 불확도 계산에서도 이 식을 사용하였다.

굴절률에 대해서도 위와 비슷하게 분석할 수 있다. 해당 감도계수들을 식 (11)로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\frac{\partial n}{\partial \phi_a} = \frac{\phi_w(n_a - n_w)}{(\phi_a - \phi_w)^2} \cong 0.11 \frac{\lambda}{a} \quad (A10)$$

$$\frac{\partial n}{\partial \phi_w} = \frac{\phi_a(n_w - n_a)}{(\phi_a - \phi_w)^2} \cong 0.27 \frac{\lambda}{a} \quad (A11)$$

$$\frac{\partial n}{\partial n_a} = \frac{-\phi_w}{\phi_a - \phi_w} \cong 0.70 \quad (A12)$$

$$\frac{\partial n}{\partial n_w} = \frac{\phi_a}{\phi_a - \phi_w} \cong 1.7 \quad (A13)$$

여기서도 식 (8)과 (9)를 이용하여,  $\frac{\phi_a - \phi_w}{\phi_a} = \frac{-n_a + n_w}{n - n_a} \cong 0.59$ , 그리고  $\frac{\phi_a - \phi_w}{\phi_w} = \frac{-n_a + n_w}{n - n_w} \cong 1.43$ 임을 사용하였다(박막의 굴절률( $n$ )은 측정값의 소수점 아래 두번째 자리까지인 1.56으로 두고 계산하였다). 두께에서와 마찬가지로 위상 측정에 의한 불확도  $u(n_{\phi_a})$ 와  $u(n_{\phi_w})$ 에 비해 매우 작으므로 굴절률 측정의 불확도는 위상차 불확도만 사용하여

$$u(n) \cong (\lambda/d) \sqrt{(0.11u(\phi_a))^2 + (0.27u(\phi_w))^2} \quad (A14)$$

로 계산하였다.

## 감사의 글

본 연구는 2021 학년도 부산대학교 교내학술연구비 지원으로 수행되었다.

## References

1. A. Piegari and E. Masetti, "Thin film thickness measurement: a comparison of various techniques," *Thin Solid Films* **124**, 249-257 (1985).
2. F. L. McCrackin, E. Passaglia, R. R. Stromberg, and H. L. Steinberg, "Measurement of the thickness and refractive index of very thin films and the optical properties of surfaces by ellipsometry," *J. Res. Natl. Bur. Stand. A: Phys. Chem.* **67A**, 363-377 (1963).
3. R. Ulrich and R. Torge, "Measurement of thin film parameters with a prism coupler," *Appl. Opt.* **12**, 2901-2908 (1973).
4. S. Park, B. J. Kim, D. W. Kim, and M. Cha, "Measurement of film thickness by double-slit experiment," *Curr. Opt. Photonics* **5**, 52-58 (2021).
5. F. L. Pedrotti, L. S. Pedrotti, and L. M. Pedrotti, *Introduction to Optics*, 3<sup>rd</sup> ed. (Addison-Wesley, USA, 2006), pp. 227-234.
6. Norland Products, "Norland Optical Adhesive 61," (Norland Products), <https://www.norlandprod.com/adhesives/noa%2061>.

- html (Accessed date: 1 August, 2020).
7. M. Daimon and A. Masumura, "Measurement of the refractive index of distilled water from the near-infrared region to the ultraviolet region," *Appl. Opt.* **46**, 3811-3820 (2007).
  8. B. Edlén, "The refractive index of air," *Metrologia* **2**, 71-80 (1966).
  9. H. J. Choi, H. H. Lim, H. S. Moon, T. B. Eom, J. J. Ju, and M. Cha, "Measurement of refractive index and thickness of transparent plate by dual-wavelength interference," *Opt. Express* **18**, 9429-9434 (2010).
  10. "Guide to the expression of uncertainty in measurement," ISO/IEC Guide 98-3:2008/Suppl. 1:2008 (2008).
  11. J. B. Hawkes and R. W. Astheimer, "The temperature coefficient of the refractive index of water," *J. Opt. Soc. Am.* **38**, 804-806 (1948).