

# 유한요소해석을 위한 재료의 진응력-진변형률 커브 피팅 방법론

김용주<sup>1</sup>, 구강희<sup>1</sup>, 서민홍<sup>2</sup>, 김형섭<sup>3,4,5,#</sup>

## True Stress-True Strain Curve Fitting Methodology for Finite Element Analysis

Y. J. Kim, G. H. Gu, M. H. Seo, H. S. Kim

(Received May 24, 2022 / Revised June 23, 2022 / Accepted June 24, 2022)

### Abstract

In finite element method (FEM) simulations, constitutive models are widely used and developed to represent a wide range of true stress-strain curves using a small number of modeling parameters. Nevertheless, many studies has been conducted to find a suitable constitutive model and optimal modeling parameters to represent experimentally obtained true stress-strain curves. Therefore, in this study, a new constitutive modeling approach using the combined Swift and Voce model is suggested, and confirmed through comparisons of the experimental results with the FEM simulation results.

**Keywords:** Finite element method, Uniaxial tensile test, Constitutive model, Hardening curve

## 1. 서론

탄소성을 아우르는 금속재료의 물성을 정확하게 측정하기 위해 시편의 상황에 따라 다양한 시험방법들이 개발되었다. 예를 들어, ISO 규격을 만족하는 규격으로 시편 가공이 가능한 경우 인장 및 압축 시험이 가능하며, 이와 반대로 시편 가공이 힘든 경우 소재의 극소 부위에 압입 시험을 수행하여 재료의 기계적 물성을 획득하는 방법론들이 개발되고 있다[1-7]. 시험을 통해 획득한 하중-변위 데이터는 재료의 기하학적 정보를 토대로 재료의 소성변형 동안의 기계적 거동을 의미하는 진응력-진변형률 커브로 변환될 수 있다.

일반적으로, 유한요소해석을 통해 소재에 대한 추가적인 시험 없이 재료의 진응력-진변형률 커브를 이용함으로써 다양한 변형모드 및 형상에 따른 기

계적 거동을 효율적으로 예측할 수 있다. 특히, 수학적으로 표현 가능한 Swift, Voce, combined Swift and Voce와 같은 가공경화 거동의 구성 방정식은 적은 수의 파라미터를 이용하여 장범위의 진응력-진변형률 커브뿐만 아니라, 다양한 소재의 진응력-진변형률 커브를 다룰 수 있다는 이점을 제공한다[8]. 또한, 물리적 의미를 갖는 여러 파라미터로 이루어진 전위 기반의 구성모델의 경우 전위에 의한 변형 메커니즘으로 더욱 정확한 재료의 기계적 거동을 모사할 수 있다. 이처럼, 유한요소해석에서 사용자의 의도에 따라 재료의 기계적 물성을 적절히 다루기 위해 다양한 구성모델들이 선택적으로 사용되고 있다[9-12].

Fig. 1에서는 Swift와 dislocation 모델을 통해 획득한 mild steel과 Transformation Induced Plasticity (TRIP) steel의 진응력-진변형률 커브가 실험 데이터와 비교하여 높은 일치성을 가진 것을 확인할 수 있다. 그러나, dual phase steel (DP980)의 경우 동일한 구성모델들을 사용하였음에도 불구하고 구성모델을 통해 획득

1. 포항공과대학교 신소재공학과, 대학원생

2. 포스코 기술연구원, 책임연구원

3. 포항공과대학교 신소재공학과, 교수

4. 포항공과대학교 철강대학원, 교수

5. 연세대학교 첨단기술융합연구교육원, 교수

# Corresponding Author : Department of Materials Science and Engineering, Pohang University of Science and Technology (POSTECH),

E-mail: hskim@postech.ac.kr, ORCID : 0000-0002-3155-583X

특한 물성은 실제 기계적 물성과 상당한 오차가 존재한다. 이는 알려진 대표 구성모델에 의해 모든 강종의 기계적 거동이 정확히 표현될 수 있는 것이 아님을 의미한다.

본 연구에서는 이러한 문제점을 해결하기 위해, 기존의 구성모델을 활용하여 보다 정확한 진응력-진변형률 커브를 모사할 수 있는 새로운 구성모델 접근법을 제시하고자 한다.

## 2. 인장시험 및 유한요소해석 모델

### 2.1 인장시험

Mild steel, TRIP steel, DP980의 판재로부터 게이지 5 mm 길이의 시편으로 제작하여 Fig. 2와 같이 상온에서 인장시험을 수행하였다. 가공된 시편은 표면 결함을 제거하기 위해 600, 800, 1200 방 SiC 사포를 이용해 기계적 연마하였다.

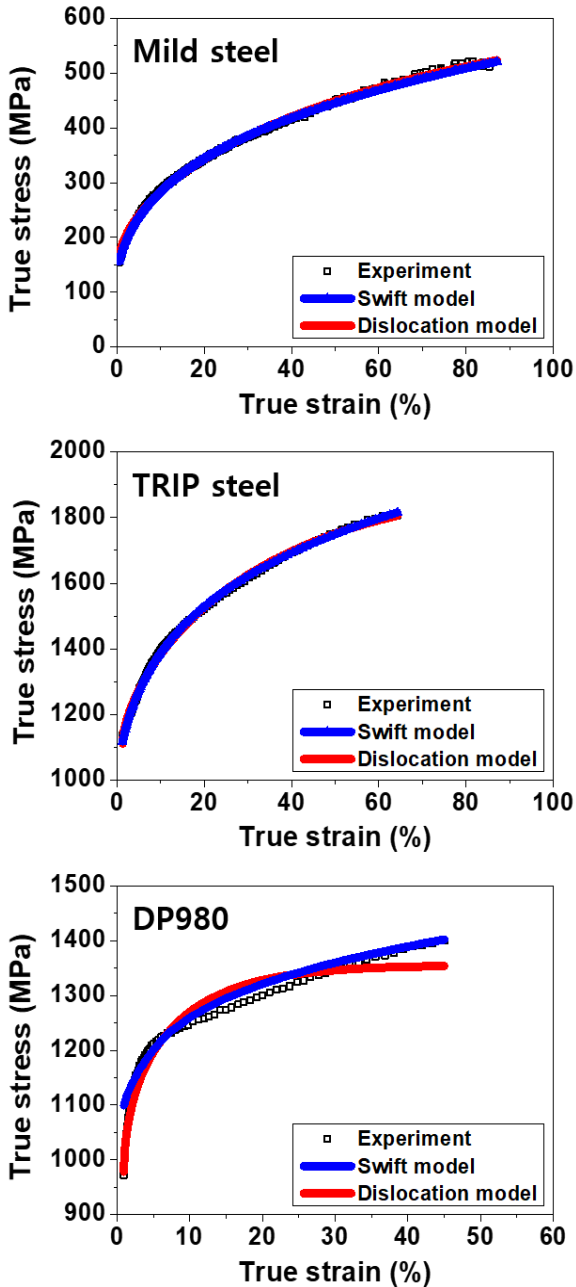


Fig. 1 Comparison of true stress-strain curves obtained from experiment and Swift and dislocation constitutive models for mild steel, TRIP steel, and DP980.



Fig. 2 Uniaxial tensile tests with the DIC technique at room temperature.

이때, 시편의 변형률을 측정하기 위해 digital image correlation 기법을 이용하였으며, 0.001 /sec 변형률 속도 조건에서 진행하였다. 또한, necking 이후 영역을 고려한 장범위의 진응력-진변형률 커브를 획득하기 위해 Measurement-in-neck-section 기법을 적용하였다 [2,3]. 해당 기법을 통해, 균일 연신율이 상대적으로 낮은 TRIP 및 DP980에서도 Fig. 1과 같이 장범위의

진응력-진변형률 커브를 획득할 수 있었다.

## 2.2 유한요소해석 구성모델

본 연구에서는 Swift, dislocation, 그리고 combined Swift-Voce 구성모델을 사용하여 재료의 진응력-진변형률 커브를 모사하고자 하였다.

먼저, Swift 모델에서 응력( $\sigma_S$ )은 가공경화 거동을 나타내는  $K, \epsilon_0, n$  파라미터들에 의해 다음과 같이 정의된다 [13].

$$\sigma_S = K(\epsilon_0 + \epsilon)^n \quad (1)$$

다음으로 dislocation 모델에서의 응력( $\sigma_{Dis}$ )은 다음과 같이 정의된다 [12, 14].

$$\sigma_{Dis} = \sigma_0 + M\alpha\mu b\sqrt{\rho} \quad (2)$$

여기서  $\sigma_0$ 은 전위가 움직이기 위해 필요한 마찰응력,  $M$ 은 테일러 상수,  $\alpha$ 는 모델링 상수,  $\mu$ 은 전단계수,  $b$ 은 버거스 벡터,  $\rho$ 은 전위 밀도를 의미한다.

다음은 Voce 모델에서의 응력( $\sigma_V$ )은 다음과 같이 정의된다 [13].

$$\sigma_V = \sigma_0 + K(1 - \exp(-c\epsilon))$$

여기서  $K$ 와  $c$ 는 가공경화 거동을 나타내는 파라미터이다.

마지막으로 Swift와 Voce 모델을 결합한 combined Swift-Voce 구성모델은 소재의 가공경화 정도에 따라 Swift 및 Voce 모델의 가공경화 거동을 가중치  $\alpha$  값으로 조절할 수 있으며, 응력( $\sigma_{SV}$ )은 다음과 같이 정의된다 [15, 16].

$$\sigma_{SV} = (1 - \alpha)[K_1(\epsilon_0 + \epsilon)^n] + \alpha[\sigma_0 + K_2(1 - \exp(-c\epsilon))] \quad (3)$$

## 2.3 제안한 구성모델의 고려사항

본 연구에서 제안하는 combined Swift-Voce 구성모델을 활용한 접근방법은 다음과 같다. 특정 strain (5%) 기준을 잡고, 해당 strain의 앞/뒤 구간을 나누

진응력-진변형률 커브에 combined Swift-Voce 구성모델을 적용하여 각각의 모델링 파라미터를 도출함으로써 더욱 정확한 재료의 기계적 거동을 모사할 수 있다.

구체적으로 말하자면, 진응력-진변형률 5% 이전 구간의 적합한 모델링 파라미터를 도출하기 위해 7~8% 구간까지 고려하였으며, 5% 이후 구간의 적합한 모델링 파라미터를 도출하기 위해 4~5% 구간부터 고려하여 피팅을 진행하였다. 그 이유는 유한요소해석 Newton-Raphson 알고리즘의 수렴성을 향상시키기 위해 앞/뒤 구간에서 각각의 진응력-진변형률 커브 사이의 오차를 최소화하기 위해서이다.

## 3. 결과 및 고찰

본 접근법으로 도출한 DP980 재료의 진응력-진변형률 커브는 Fig. 3에 나타내었으며, Fig. 1에서의 Swift, dislocation 모델을 이용하여 얻은 DP980 진응력-진변형률보다 더욱 높은 일치성을 보여준다. 이때, 두 개의 combined Swift-Voce 구성모델로 이루어진 DP980의 진응력-진변형률을 나타내는 모델링 파라미터는 Table 1에 나타내었다.

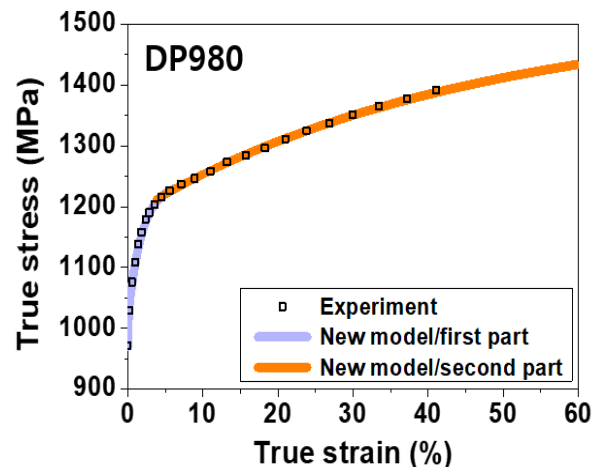
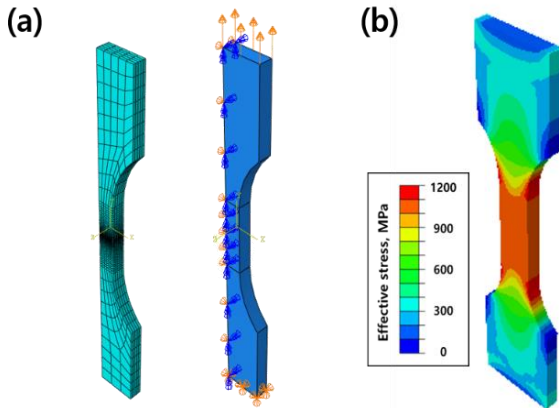


Fig. 3 Fitted true stress-strain curve using the modified combined Swift-Voce model to the experiment result. Separated two true stress-strain curves at 5% strain; (a) first and (b) second parts.

**Table 1 Modeling parameters of the combined Swift-Voce model for DP980 in Fig. 3.**

Order	$K_1$	$\epsilon_0$	$n$	$\sigma_0$	$K_2$	$c$	$\alpha$
First	4.57	1E-04	1E-05	1526.7	345.2	68.73	0.65
Second	95.0	0.01	0.20	1199.01	339.46	2.33	0.99

나아가, 상용 소프트웨어 ABAQUS2021 및 user subroutine UHARD를 활용하여 본 연구에서 제안한 구성모델 접근법의 유효성을 검증하고자 하였다. 실제 시험과 동일한 5 mm 인장시편 형상을 가진 deformable part를 제작하고, 추가적으로 Fig. 4(a)와 같이 계산 비용을 줄이기 위해 대칭해석 조건을 적용하였다. 총 4,207개의 C3D8 요소로 이루어진 시편은 변형이 집중되는 중심부의 기계적 거동을 잘 모사하기 위해 mesh 크기를 0.02~0.2 범위로 설정하였다. 또한, 시편의 윗면을 게이지 길이 방향으로 일축 인장하는 경계조건을 적용하였다. 그리고, Fig. 3 DP980의 진응력-진변형률을 적용하여 5% 변형률에서의 얻은 von Mises 응력 분포를 Fig. 4(b)에 나타내었다.



**Fig. 4 (a) Tensile specimen setup with meshes and boundary conditions of the FEM simulation, (b) distribution of von Mises stress at 5% strain.**

마지막으로, Fig. 1과 Fig. 3에 나타낸 Swift, dislocation, 그리고 새롭게 제안된 방법으로 획득한 진응력-진변형률 데이터를 Fig. 4(a)의 deformable part 시편에 적용하여 일축 인장 후 획득한 공칭응력-공칭변형률 커브들을 Fig. 5에 나타내었다. 또한, 각 구

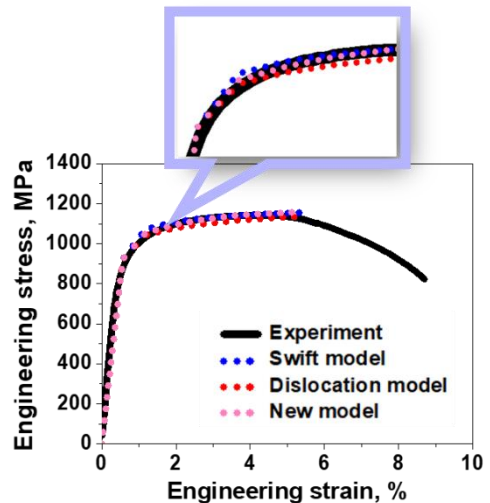
성모델로부터 획득한 공칭응력-공칭변형률 커브와 실제 공칭응력-공칭변형률 커브와의 오차율을 정량적으로 확인하기 위해 아래의 식을 이용하여 계산한 값을 Table 2에 나타내었다.

$$\text{Relative error} = |X - \bar{X}| / X \times 100\% \quad (4)$$

**Table 2 Calculated relative errors from the obtained engineering stress-strain curves in Fig. 5.**

Model	Swift	Dislocation	New model
Error (%)	2.41%	2.42%	2.09%

Fig. 1에서 보는 것과 같이, Swift model 진응력-진변형률 커브의 경우 실제 항복강도 값보다 상대적으로 높게 설정된 초기 물성으로 인해 일축 인장 후 얻은 공칭응력-공칭변형률 커브는 높은 초기 가공경화 거동이 관측되었다. 다음 dislocation model의 진응력-진변형률 커브의 경우, 진변형률 약 30% 영역 이후에서 상대적으로 낮은 가공경화 거동을 보여주었다. 이로 인해, 다소 낮은 가공경화 거동을 보이는 공칭응력-공칭변형률 커브가 관측되었다. 해당 결과는 실제 재료의 기계적 거동을 잘 모사하기 위해서는 높은 정확도의 진응력-진변형률 커브 획득이 중요함을 의미한다. 이처럼, 실제 재료 거동을 가장 잘 모사한 본 연구에서 제안한 모델링 접근법에서 실제 시험 결과와 가장 높은 일치성을 가진 공칭응력-공칭변형률 커브를 획득할 수 있었다.



**Fig. 5 Comparison of engineering stress-strain curves obtained from the experiment and constitutive models for DP980.**

## 4. 결 론

본 연구에서는 정확한 재료의 진응력-진변형률의 기계적 거동을 구현하고자 기존의 구성모델에 대한 새로운 접근법을 제시하였다. 본 제안된 방법을 통해 변형 초기 및 후기에서 가공경화 거동의 변화가 큰 소재에 대해서도 재료의 기계적 거동을 잘 모사할 수 있을 것으로 기대된다. 또한, 해당 접근법은 combined Swift-Voce 이외 다른 구성모델에서도 충분히 적용 가능하다.

## 후 기

본 연구는 POSCO (2022Y006) 및 한국연구재단 (NRF-2021R1A2C3006662)에서 지원을 받아 이루어졌으며, 이에 감사드립니다.

## REFERENCES

- [1] S. Tu, X. Ren, J. He, Z. Zhang, 2019, Stress-strain curves of metallic materials and post-necking strain hardening characterization: A review, *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.* Vol. 43, pp. 3-19.  
<https://doi.org/10.1111/ffe.13134>
- [2] Y. Kim, G. H. Gu, P. Asghari-Rad, J. Noh, J. Rho, M. H. Seo, H. S. Kim, 2022, Novel deep learning approach for practical applications of indentation, *Mater. Today* Vol. 13, 100207.  
<https://doi.org/10.1016/j.mtadv.2022.100207>
- [3] G. H. Gu, J. Moon, H. K. Park, Y. Kim, M. H. Seo, H. S. Kim, 2021, Obtaining a wide-strain-range true stress-strain curve using the measurement-in-neck-section method, *Exp. Mech.* Vol. 61, No. 8, pp. 1343-1348.  
<https://doi.org/10.1007/s11340-021-00747-0>
- [4] Y. Li, P. Chen, F. Qin, T. An, Y. Dai, M. Zhang, Y. Jin, 2021, Constitutive modelling of annealing behavior in through silicon vias-copper, *Mater. Charact.* Vol. 179, 111359.  
<https://doi.org/10.1016/j.matchar.2021.111359>
- [5] G. H. Gu, Y. Kim, H. Kwon, S. Y. Ahn, M. H. Seo, K. Ahn, H. S. Kim, 2022, A new proposal for a method to measure orthogonal R-value using a single tensile test with three-dimensional digital image correlation, *Exp. Mech.* pp. 1-8.  
<https://doi.org/10.1007/s11340-022-00857-3>
- [6] P. Asghari-Rad, N. Thi-Cam Nguyen, Y. Kim, A. Zargaran, P. Sathiyamoorthi, H. S. Kim, 2021, TiC-reinforced CoCrFeMnNi composite processed by cold-consolidation and subsequent annealing, *Mater. Lett.* Vol. 303, 130503.  
<https://doi.org/10.1016/j.matlet.2021.130503>
- [7] V. D. Vijayanand, M. Mokhtarishirazabad, J. Peng, Y. Wang, M. Gorley, D. M. Knowles, M. Mostafavi, 2020, A novel methodology for estimating tensile properties in a small punch test employing in-situ DIC based deflection mapping, *J. Nucl. Mater.* Vol. 538, 152260.  
<https://doi.org/10.1016/j.jnucmat.2020.152260>
- [8] J. J. Chen, C. W. Lian, J. P. Lin, 2019, Validation of constitutive models for experimental stress-strain relationship of high-strength steel sheets under uniaxial tension, *IOP Conf. Ser. Mater. Sci. Eng.* Vol. 668, 012013.  
<https://doi.org/10.1088/1757-899X/668/1/012013>
- [9] J. A. Moore, N. R. Barton, 2022, A porosity-based model of dynamic compaction in under-dense materials, *Int. J. Solids Struct.* Vol. 246-247, 111598.  
<https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2022.111598>
- [10] J. Wang, L. Zhang, P. Jin, L. Chen, X. Yuan, H. MA, 2022, Microstructure evolution and constitutive relation establishment of extruded Mg-1Al-6Y alloy under high speed impact, *J. Alloys Compd* Vol. 908, 164540.  
<https://doi.org/10.1016/j.jallcom.2022.164540>
- [11] D. Wang, Q. Zhu, Z. Wei, B. Lin, Y. Jing, Y. Shi, R.D.K. Misra, J. Li, 2022, Hot deformation behaviors of AZ91 magnesium alloy: Constitutive equation, ANN-based prediction, processing map and microstructure evolution, *J. Alloys Compd* Vol. 908, 164580.  
<https://doi.org/10.1016/j.jallcom.2022.164580>
- [12] Y. Kim, P. Asghari-Rad, J. Lee, G. H. Gu, M. Jang, O. Bouaziz, Y. Estrin, H. Kato, H. S. Kim, 2022, Solid solution induced back-stress in multi-principal element alloys: Experiment and modeling, *Mater. Sci. Eng. A* .

142621.  
<https://doi.org/10.1016/j.msea.2022.142621>
- [13] B. Sener, M. E. Yurci, 2017, Comparison of quasi-static constitutive equations and modeling of flow curves for austenitic 304 and ferritic 430 stainless steels, *Acta Phys. Pol.* Vol. 131, No. 3, pp. 605.  
<https://doi.org/10.12693/APhysPolA.131.605>
- [14] Y. Kim, H. K. Park, P. Asghari-Rad, J. Jung, J. Moon, H. S. Kim, 2021, Constitutive modeling with critical twinning stress in CoCrFeMnNi high entropy alloy at cryogenic temperature and room temperature, *Met. Mater. Int.* Vol. 27, No. 7, pp. 2300-2309.  
<https://doi.org/10.1007/s12540-020-00818-2>
- [15] S. Wang, Y. Wang, L. Yu, K. Ji, X. Liu, Y. Lou, 2022, Failure modeling for QP980 steel by a shear ductile fracture criterion, *Metals* Vol. 12, 452.  
<https://doi.org/10.3390/met12030452>
- [16] T. B. Gonoring, M. T. Orlando, J. L. Ferreira, M. V. Souza, L. P. Moreira, 2019, Prediction of the uniaxial tensile plastic behavior of an interstitial free steel using different work-hardening equations, Technical contribution to the 56<sup>o</sup> Seminário de Laminação e Conformação de Metais: 56th Rolling.  
<https://doi.org/10.5151/2594-5297-32391>