

스마트 베타 전략에 따른 액티브 주식형 펀드의 최적 추적오차

이재현
송실대학교 금융학부 조교수

The Optimal Tracking Error of Active Stock Fund by Smart Beta Strategy

Jae-Hyun Lee^a

^a Department of Finance, Soongsil University, South Korea

Received 30 November 2022, Revised 15 December 2022, Accepted 23 December 2022

Abstract

Purpose - This study introduces a methodology for finding the optimal tracking error of active stock funds. Tracking error is commonly used in risk budgeting techniques as a concept of cost for alpha creation.

Design/methodology/approach - This study uses a post-optimal smart beta portfolio that maximizes alpha under the given tracking error constraint.

Findings - As a result of the analysis, the smart beta strategy that maximized alpha under the constraint of 0.15% daily tracking error shows the highest IR. This means the maximum theoretically achievable efficiency. In this regard, a fixed-effect panel regression analysis is conducted to evaluate the active efficiency of domestic stock funds. In addition to control variables based on previous studies, the effect of tracking error on alpha is analyzed. The alpha used in this model is calculated using the smart beta portfolio according to the size of the constraint of the tracking error as a benchmark. Contrary to theoretical estimates, in Korea, the alpha performance is maximized under a daily tracking error of 0.1%. This indicates that the active efficiency of domestic equity funds is lower than the theoretical maximum.

Research implications or Originality - Based on this study, it is expected that it can be used for active risk management of pension funds and performance evaluation of active strategies.

Keywords: Tracking Error, Risk Budgeting, Smart Beta, Active Risk, Pension Fund

JEL Classifications: G11, G23

I. 서론

본 연구는 스마트 베타 포트폴리오를 이용하여 액티브 펀드의 최적 추적오차(tracking error)를 유도하는 것을 목적으로 한다. 추적오차는 알파창출을 위한 비용의 개념으로서 위험예산 기법에서 통상 활용된다. 캐나다에 소재하고 있는 CEM(Cost Effectiveness Measurement)은 세계 연금금을 대상으로 운용 효율성 및 비용에 있어 동종 집단 내 상대적 위치를 제공하는 기관이다. CEM서베이에 따르면 90%의 가까운

^a First Author, E-mail: jaylee@ssu.ac.kr

© 2022 The Institute of Management and Economy Research, All rights reserved.

연기금이 위험예산제도에 기반을 두고 액티브 위험을 별도로 관리하고 있다.(Halim, Miller and Dupont, 2010) 이 중 88%의 연기금은 추적오차(TE)를 기준으로 위험예산제도를 운영하고 있다. 이러한 조사는 남재우, 황정욱 (2013)에서 언급되고 있는데, 이 연구에서 일반적으로 추적오차와 초과수익률(알파)의 관계는 선형적이지 않은 것으로 알려져 있다고 주장하고 있다. 특히 추적오차를 일정 수준 이상으로 증가시키게 되면 정보비율이 급격하게 떨어지는 현상이 나타나는 것으로 보고하고 있다. 그러나 그 최적 수준에 대한 언급은 없다.

이러한 위험예산은 연기금 운용에서 알파를 창출하는 전략과 밀접하게 연결되어 있다. 흔히, 주식벤치마크와 실제 주식운용수익률간의 차이를 의미하는 알파는 종목선택 능력으로 알려져 있다. 그러나 대부분의 연기금은 주식 포트폴리오에 대해 스타일 혹은 팩터 배분 이후에 해당 펀드를 매입하는 운용방식이 일반적이다. 따라서 종목선택 능력을 스타일 배분 능력과 이후 스타일 내 종목선택 능력으로 구분할 수 있다. 즉 대다수의 연기금 혹은 자산보유자(공제회, 보험사, 공공기관 여유자금, 개인의 ISA계좌 등)는 주식 종목을 직접 선택하여 운용하는 직접 운용보다는 펀드를 매입하는 간접운용이 일반적이다. 이에 최근 이러한 스타일 배분을 전문으로 하는 재간접형 펀드를 운용하는 전담운용기관(Outsourced CIO)이 성장하는 배경이 된다.

그러면 펀드 배분(스타일 배분, 팩터 배분)을 통한 알파 창출을 위해 지불해야 하는 최적 추적오차는 존재하는가? 이 부분이 본 연구의 연구주제이다. 만일 존재한다면 스타일 배분을 통한 주식 포트폴리오와 주식 벤치마크와의 차이인 추적오차를 통해 최적 액티브 전략을 구축할 수 있을 것이다. 이러한 관점에서 스타일 배분 포트폴리오에 대한 이론적 배경을 본 연구는 스마트베타에 두었다. 패시브 운용(베타전략)을 기본전략으로 추구하고 있는 연기금 및 자산보유자에게는 일정 수준의 알파를 추구하는 스마트베타 전략이 대안으로 작동하였기 때문이다. 본 연구가 최적 추적오차를 스마트베타를 이용하여 탐색하려고 하는 이유는 이러한 스마트베타 전략이 앞서 언급한 위험예산 관점에서 최적 스타일 배분 포트폴리오이기도 하고 주어진 위험하에서 사후적으로 최적인 포트폴리오를 찾을 수 있기 때문이다. 주어진 위험제약하에 사후적으로 최적인 포트폴리오는 심지어 성능 좋은 인공지능 포트폴리오라 하더라도 이길 수는 없다.

이에 본 연구는 사후적으로 최적인 스마트베타 포트폴리오를 찾는 방법을 제시하고 이 포트폴리오의 위험-수익 속성을 통해 최적 추적오차를 유도한다. 앞서 언급한대로 사후적으로 최적인 포트폴리오를 사용하는 이유는 주어진 최적 추적오차하에서 최적 알파를 낼 수 있는 전략을 찾기 위해서이다. 이러한 최적 포트폴리오는 액티브 성과의 극단에 있으며 실제 주어진 추적오차하에서 구축한 임의의 사전적인 포트폴리오는 이 사후적으로 최적화된 포트폴리오의 성과보다 같거나 낮을 수밖에 없다. 만일, 이 사후적으로 최적화된 포트폴리오의 시장대비 알파가 유의적이지 않다면, 결국 액티브 운용의 성과는 완전히 운(luck)에 의해서 결정됨을 의미한다. 그리고 이 때 최적 추적오차는 남재우, 황정욱 (2013)이 주장한 바와 같이 존재하기 어렵다. 그러나 반대의 경우 최적 추적오차는 존재할 가능성이 있다.

최적 추적오차와 관한 과거 선행연구는 희소하다. 투자자마다 상이한 위험선호도와 재정목표 등에 따라 일반화된 최적오차를 유도하는 것이 어렵기 때문이다. 이에 대부분의 연구는 연기금 운용체계에 부합한 위험예산 도입의 필요성을 지지하고 체계를 정립하기 위한 관점에서 다루고 있다. 이에 주관적으로 결정된 액티브위험을 대상으로 최적화하여 배분하는 이론모형과 이론모형을 사용하기 위해 필요한 모수 추정방법에 대한 연구가 제시되고 있다. 대표적으로 Blitz and Hottinga (2001)에서는 평균-분산 프레임체계하에서 액티브위험을 추가함으로써 액티브위험 배분방법을 도출하였다. 즉 알파전략 간에는 상관관계가 없다는 가정하에 사전적으로 예상되는 최대 액티브위험(TE)의 크기를 제약조건으로 하여 알파 전략별 IR과 TE 분포에 따라 전체 펀드의 초과수익을 최대화하는 액티브 배분비율을 도출하는 이론적 모형의 체계를 제시하였다. 이후 Berkelaar, Kobor and Tsumagari (2006)에서는 이론과 달리 매니저들은 동시점에 알파전략을 추구하기에 현실에서는 매니저 IR간에 상관관계가 존재할 수밖에 없다면서 상관관계가 고려된 IR추정방법을 제시하며 액티브위험 모형의 실효성 제고를 위한 연구를 시도하였다. 이처럼 액티브위험 배분모형은 이론적으로 견고함에도 투자자의 액티브 선호도가 모형 내에서 고려되지 않고 외생적으로 결정되어 반영된다. 그래서 현실에서는 연기금이 선택해야하는 액티브위험의 적정수준에 대해서는 알기 어려울 뿐 아니라 자산군별 IR(=알파/추적오차)추정에 있어서도 알파는 본질적으로 제로섬 게임이라는 한계, 음의 알파 추정 시 모형 적용의 한계, 사전적 TE의 과소추정 오류, 표본기간의 선택문제

등으로 실제 이용에 상당한 제약이 존재한다. 이런 측면에서 Gupta, Prjogi and Stubbs (1999)에서는 모형의 입력변수인 액티브 위험과 성과간 관계에 대해 실증분석을 통해 그 유효성을 검증하였다. 그 결과 자산군이나 지역에 따라 매니저의 알파창출 실력과 지속성은 상이하지만 주식의 경우 상위권 매니저의 알파창출 실력은 존재한다는 사실을 보고하였으며 성과 지속성에 있어서도 미국 대형주를 제외한 미국 소형주, 해외주식, 신흥국주식에서는 존재한다며 알파전략을 추가하는 것이 패시브 전략으로만 도출한 포트폴리오보다 효율적임을 보이면서 액티브 최적화 방법의 유용성을 지지하는 결과를 보고하였다, 또한 IR과 추적오차간 관계에 대해서도 매니저의 목표가 IR을 최대화하는 것이라면 IR을 최대화시키는 최적 TE수준은 미국 대형주는 1~2%사이, 미국소형주의 경우 2~4%, 이머징주식은 6% 또는 12%의 상한 또는 하한에 치우쳐 존재함을 보고함으로써 액티브위험과 초과성과간에는 비선형적 관계가 존재함을 밝히는 등 기금들이 액티브위험예산을 도입하기 이전에 결정해야할 변수 설정에 대한 판단 기준에 대해서도 일부 제시하고 있다. 최근 국내 장욱 (2021)의 연구에서도 단기 IR목표는 시장상황이나 매니저의 벤치마크 제약 등으로 인해 안정적이지 않지만 장기적으로 IR은 안정적이며 연기금의 액티브전략이 장기간을 타깃하기에 국내주식의 사전적 IR목표는 장기평균인 0.2가 적정하며 동시에 이에 부합한 TE수준을 액티브위험의 총량으로 설정할 것을 제시하는 등 이론모형인 액티브위험예산 모형의 한계와 실무의 활용을 지원하기 위한 액티브위험과 초과수익(알파 혹은 IR)관계에 대한 실증연구가 국내에서도 이뤄지고 있다. 그러나 본 연구와 같이 스타일 배분을 통한 알파 창출시 허용해야 하는 최적 추적오차를 산출하는 방법론은 없는 상태이다.

본 연구는 다음과 같이 구성된다. 2장에서는 본 연구에서 최적 스마트베타 포트폴리오를 구성하는 스타일 혹은 베타에 대해서 논하고 최적화 방법론과 더불어 사후적으로 최적인 포트폴리오의 특성을 살펴본다. 3장에서는 사후적으로 최적인 포트폴리오의 위험-수익 속성을 통해 최적 추적오차의 크기를 탐색한다. 4장에서는 실제 공모형 액티브 펀드 수익률 자료를 활용하여 3장에서 구한 최적 추적오차의 규모가 실증적으로 일치하는 지를 분석한다. 마지막으로 5장에서 결론을 제시한다.

II. 최적 스마트베타 포트폴리오¹⁾

1. 구성방법론

본 절에서는 알파를 창출하는 팩터(스타일)를 이용하여 사후적으로 최적인 스마트베타 포트폴리오를 찾는 방법론을 제시한다. 서론에서 언급한 바대로 연기금 및 자산보유자의 기본적인 주식운용전략은 베타 전략이다. 따라서 본 연구에서는 시장지수와 가장 가까운 포트폴리오를 찾는 방식을 두 가지 방법으로 접근하였다. 첫째는 정의에 부합하는 방식으로 추적오차를 최소화하는 방식이다. 이러한 방식은 패시브 전략을 추구하는 연기금에 적합하며 패시브형 펀드의 벤치마크로 선택될 수 있을 것이다. 두 번째 방식은 주어진 추적오차 하에 특정기간 동안 알파를 극대화하는 사후적 포트폴리오를 찾는 방식이다. 이 방식에서는 주식 포트폴리오에 허용된 추적오차 수준을 결정하고 이를 활용하여 최적 포트폴리오를 구성하는 운용 전략에 기반하고 있다.

기본적으로 알파는 다음과 같이 정의된다.

$$\alpha_t = R_{s,t} - R_{Mt} \quad (1)$$

(여기서, $R_{s,t}$ 는 스타일 포트폴리오의 t 시점 수익률이고, R_{Mt} 는 시장 포트폴리오 수익률이다.)

1) 본 절의 내용의 방법론은 이수진, 이재현 (2022)의 방법론과 유사하다. 일부 중복이 있지만 본 연구의 이해를 돕기 위해 다시 정리하였다. 다만, 방법론은 동일하더라도 연구 목적의 방향성에서는 차이가 존재한다.

식(1)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$R_{M,t} = -\alpha + R_{s,t} + \epsilon_t = -\alpha + \sum_{i=1}^k w_i R_{i,t} + \epsilon_t \quad (2)$$

(여기서 $R_{i,t}$ 는 i 스타일 포트폴리오의 t 시점 수익률이다. 스타일은 k 개로 구성됨을 의미한다. 그리고 w_i 는 i 스타일 포트폴리오의 배분 비중을 의미하며, ϵ_t 는 잔차의 의미로 해석하자.)

식(2)는 결과적으로 회귀분석 모형으로 표현할 수 있다. 그러나 투자비중의 합은 1이기 때문에 해당 제약이 걸린 회귀분석 모형이다. 또한, 식(2)의 상수항 $-\alpha$ 가 음수이면 사후적인 스마트베타포트폴리오가 우월한 성과를 보인 것이고 양수이면 시장포트폴리오가 우월한 성과를 보인 것이다. 만일 추정된 상수항의 결과가 유의적으로 양수이거나 비유의적이라면 해당 기간에서는 스마트베타 전략이 유효하지 않은 것이다.

1) 추적오차 최소화

식(2)의 추적오차는 결과적으로 ϵ_t 의 표준편차이다. 따라서 추적오차 최소화의 경우 전형적인 제약 하에 최소자승법(least square method)과 일치한다.

$$\begin{aligned} \text{(TE Minimization)} \quad w_i^* \in \arg \text{Min} \sum \epsilon_t^2 \\ \text{subject to.} \quad \sum w_i = 1, w_i \geq 0 \end{aligned} \quad (3)$$

따라서 식(3)을 통해 산출된 $-\alpha$ 가 유의적으로 음수이면 해당 기간에 시장지수 수익률과 가장 가까운 사후적으로 완벽한 스마트베타 포트폴리오의 알파는 유의적으로 양수이다.

2) 주어진 추적오차 한도 내에서 알파 최대화

식(2)의 회귀분석 모형을 다른 관점에서 살펴보면, 추적오차는 회귀분석 잔차의 표준오차와는 다음과 같은 관계가 있다.

$$TE = \sqrt{\frac{SSE}{T-1}} = S_e \frac{\sqrt{T-(k+1)}}{\sqrt{T-1}} \quad (4)$$

(여기서, T 는 표본의 수이며, SSE 는 오차제곱합을 의미한다. 그리고 S_e 은 잔차의 표준오차이다.)

따라서 추적오차에 한도를 준다는 의미는 잔차 표준오차 크기에 제약을 준다는 의미와 같다. 따라서 다음과 같은 알파 최대화 문제를 구성할 수 있다.

$$\begin{aligned} \text{(Alpha Maximization)} \quad w_i^* \in \arg \text{Max} \alpha \\ \text{subject to.} \quad \sum w_i = 1, w_i \geq 0, S_e = \overline{TE} \times \frac{\sqrt{T-1}}{\sqrt{T-(k+1)}} \end{aligned} \quad (5)$$

식(5)에서 알파 최대화는 정확히 말하자면 식(2)의 회귀식 상수의 최소화와 같다. 또한, 잔차의 표준오차는 추적오차 한도 \overline{TE} 와 식(4)처럼 연결되어 있다.

2. 데이터

본 연구에서는 스타일의 개수를 10개로 선정하였다. 다양한 팩터를 고려할 수 있으나 장기간 학술적으로 검증된 바 있고 대체적으로 시가나 지역에 국한되지 않고 광범위하게 지지되고 있는 스타일 팩터를 후보로 고려한다. 이와 동시에 팩터 지수 산출기관에서 오랜 기간 발표되고 있는 투명성과 이용가능성, 정확성이 높은 팩터 지수를 대상으로 한다. 이에 본 연구에서는 10개 팩터 지수를 본 연구의 후보 팩터로 선정하며, 관련 자료는 에프엔가이드의 Quantwise DB²⁾에서 수집하였다. 그 세부 지수는 와이즈에프엔 성장주지수, 가치주지수, 대형주지수, 중형주지수, 소형주지수, 저변동성지수, 퀄리티지수, 모멘텀지수, 배당지수, 역모멘텀지수 이다. 그리고 자료기간은 2002년 1월 3일부터 2019년 12월 30일까지의 일간 지수수익률을 사용한다. 한편, 식(3)과 식(5) 모형을 적용하는 기간은 분기로 구분하여 알파를 추정하였고, 시장지수는 코스피지수를 사용한다.

3. 사후적으로 최적인 스마트 베타 포트폴리오 비중

우선 두 가지 전략 하에서 추정된 스마트베타포트폴리오를 살펴본다. <Table 1>은 표본기간 중 72분기 별로 각각 추정된 각 팩터의 최적비중의 평균을 보여주고 있다. <Table 1>에 따르면 패시브 전략일수록 벤치마크인 종합주가지수와 가장 가까운 대형주의 비중이 높다. 그러나 알파 추구 행위의 적극성을 의미하는 추적오차 한도가 커질수록 대형주의 비중은 작아지고 역모멘텀의 비중이 점차 상승하는 것으로 나타났다. 일반적인 가치, 성장 등의 팩터는 전략별로 큰 차이는 없지만, 성장의 경우 알파추구행위의 적극성이 커질수록 증가하는 것으로 나타났다. 또한, 3요인 이외 팩터의 경우 추적오차 최소화 전략 하에서는 모두 합쳐서 12% 내외이지만 알파추구행위의 적극성이 커질수록 이들 팩터들의 비중의 합은 모두 점차 커지고 있는 것이 큰 특징이다.

Table 1. Smart Beta Portfolio Weight

Factor	TE Min	TE= 0.1%	α Max			
			0.15%	0.2%	0.25%	0.3%
Value	14.95	12.86	16.75	19.22	17.26	14.86
Growth	11.13	7.94	10.87	14.17	15.70	16.91
Big	54.24	54.90	42.30	30.44	21.09	15.55
Medium	3.93	2.47	1.91	1.99	2.18	2.28
Small	1.32	2.27	2.93	3.75	4.98	5.45
Low Volatility	4.15	4.52	4.58	6.10	7.15	8.12
Quality	3.43	3.33	4.64	4.69	7.25	7.94
Momentum	3.02	3.68	4.86	6.37	7.70	8.56
High Dividend	2.11	3.37	4.83	5.85	7.68	9.12
Contrarian	1.72	4.65	6.32	7.41	9.01	11.21

Notes: TE Min is the tracking error minimization strategy estimated by Eq. (3), and α Max is the alpha maximization strategy under daily tracking error constraints from 0.1% to 0.3% estimated by Eq. (5). The sample period is estimated for a total of 72 quarters from the first quarter of 2002 to the fourth quarter of 2019 using daily returns. The portfolio weight represents the average of the factor weights estimated for each 72 quarters. The unit is %. The significance of the weight is not important, so the indication is omitted.

2) 스타일(또는 팩터)지수를 산출하여 발표하는 대표기관 중 스타일지수의 종류 및 산출기간이 가장 긴 회사의 스타일 지수가 모두 존재하는 기간을 기준으로 검증한다.

III. 스마트 베타 포트폴리오의 최적 추적오차

2장에서 추정한 스마트베타포트폴리오는 과연 종합주가지수와 비교하여 효과가 있었는지 살펴보자. 우선 스마트베타포트폴리오의 초과성과는 결국 식(2)의 상수항에 있는 α 이다. 즉, 추정된 상수항의 부호를 바꾸면 동일하다. 각 회귀분석에서 상수항의 유의성 검증은 회귀분석에서 사용하는 t 값을 사용한다. 추적오차 최소화는 완전히 회귀분석과 동일하다. 그러나 주어진 추적오차 한도 내에서 알파 최대화 전략에서는 회귀분석에서 사용하는 t 분석을 준용하여 식(6)을 사용한다. 다만, 분기별, 연도별의 경우 각각 72개, 18개의 알파가 존재하는 데 이를 집계하여 유의성 검증을 하는 경우는 사건분석과 같은 방식으로 유의성 검증을 실시한다. 즉, 집계된 알파와 그 분포는 다음과 같다.

$$\bar{\alpha} = \sum_{t=1}^T \frac{\alpha_t}{T}, \quad \bar{\alpha} \sim N\left(0, \frac{1}{T^2} \sum_{t=1}^T TE_t^2\right) \tag{7}$$

(여기서, 분기 스마트베타 알파의 경우는 T=72이다.)

표본기간동안 총 72개의 분기가 존재하며 각각의 알파 역시 존재한다. 그러나 이 알파는 추정된 알파이고 결국 표준오차를 갖고 있다. 표준오차와 추적오차와의 관계는 이미 식(6)에서 정의하였다. 결국 이는 사건분석에서 사용하는 종목의 초과수익률을 집계하는 방식과 유사하기 때문에 사건분석의 유의성 검증 방법론(MacKinlay, 1997)을 준용하여 식(7)과 같은 분포를 이용하여 분석한다. 엄밀히 말하면 z분석이지만 편의상 t 값으로 사용한다.

(Table 2)는 스마트베타포트폴리오의 알파와 관련된 통계를 나타내고 있다. 본 연구는 스마트베타포트폴리오를 구축하는 전략에 관한 연구는 아니다. 일반적으로 많이 사용하는 10개의 팩터를 이용하여 해당 시기에 종합주가지수와 가장 가까우면서 알파를 추구하는 스마트베타포트폴리오를 역으로 추정하여 해당 시기의 알파를 분석한 것이다. 만약 이 시기에 종합주가지수와 가장 가까우면서 알파가 유의적으로 존재할 경우 연기금의 패시브 운용전략에 큰 함의를 가질 것이다.

Table 2. Smart Beta Portfolio Alpha and TE by Strategy

	TE Min	α Max				
		TE= 0.1%	0.15%	0.2%	0.25%	0.3%
Average of daily alpha(%)	0.002	0.020*	0.033*	0.043*	0.049*	0.056
Average of daily TE(%)	0.066	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3
Information Ratio	0.031	0.199	0.219	0.213	0.197	0.187
Alpha t-stat	0.245	1.674	1.854	1.806	1.667	1.587

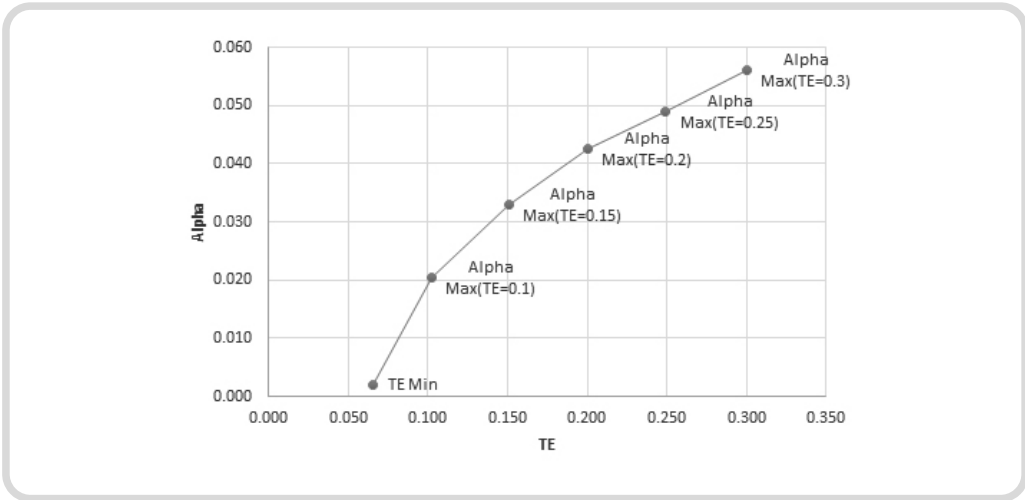
Notes: This table represents average alpha and average TE for each portfolio construction strategies. The alpha t-stat is a t value using the distribution of eq. (7). ***, **, and * indicate p-values of less than 1, 5 and 10% respectively.

(Table 2)를 통해 스마트 베타 전략의 유효성에 대해 먼저 살펴보자. 모든 전략에서 평균적으로 알파는 0보다 크지만, TE 최소화 전략과 0.3% 추적오차 제약하에서 알파 최대화 전략은 유의적이지 않는 것으로 조사되었다. 나머지 전략은 10% 유의수준에서 유의적인 알파가 존재하였다. 추적오차의 한도가 증가할수록 그 평균알파의 크기는 증가하는 것을 볼 수 있다. 그리고 알파 최대화 전략은 추적오차의 한도를 주어진 것으로 하였기 때문에 평균 TE는 한도와 정확히 일치한다.

추적오차와 알파의 관계를 그림으로 살펴보자. (Fig. 1)은 (Table 2)의 전략별로 나타난 평균알파와 평균TE 사이의 관계를 그림으로 나타낸 것이다. 추적오차와 알파간의 관계는 본 연구의 중요한 관심사항이다. (Fig. 1)의 결과는 오목한(concave) 형태의 그래프(3)로 표현되며 효율적 프론티어와 같은 형태이다. 만일 효율함수가 존재한다면 최적 알파 추구행위에 대한 추적오차의 크기를 알 수 있다. 혹은 원점을

통과하는 직선과 접하는 점이 IR을 극대화하는 액티브 포트폴리오이다.

Fig. 1. Relationship between Smart Beta Portfolio Alpha and Tracking Error



〈Table 2〉에서는 0.15%의 추적오차 한도에서 IR이 극대화 되었다. 이 직선에 효율함수가 접하는 점이 있다면 결국 패시브 비중과 액티브 비중을 찾을 수 있을 것이다. 이는 일반적인 효율적 프론티어를 이용하여 효율적 포트폴리오를 찾는 방식과 완벽하게 동일하다.

IV. 액티브 펀드 수익률 자료를 이용한 실증분석

1. 방법론

공모형 주식 액티브유형의 펀드 수익률을 활용하여 3장에서 찾은 최적 추적오차가 실증적 타당성을 갖고 있는지를 검증한다. 이를 위해 펀드의 알파 결정 요인에 관한 방법론을 사용하기로 한다. 펀드의 알파 결정 요인에 관한 선행연구는 매우 많은 편이다. 다수의 선행연구에서 사용하고 있는 결정요인을 통제변수로 하여 다음과 같이 고정효과 패널분석 모형을 구성하였다.

$$\overline{ER}_{i,k,t} = \beta_0 + \beta_1 TE_{i,k,t} + \gamma' X_{i,t} + e_{i,t} \tag{8}$$

(여기서,

$ER_{i,k,t} = R_{i,t} - R_{k,t}^{SM}$: $R_{i,t}$ 는 i 펀드의 t 시점의 수익률, $R_{k,t}^{SM}$: k 전략을 사용한 스마트베타 포트폴리오의 t 시점의 수익률

$\overline{ER}_{i,k,t}$: $ER_{i,k,t}$ 의 월단위로 집계한 알파 평균

$TE_{i,k,t}$: $ER_{i,k,t}$ 의 표준편차로 월단위로 집계한 추적오차

$X_{i,t}$: 통제변수)

3) 해당 그래프를 로그함수로 적합 시키면 $\alpha = 0.035\ln(TE) + 0.1$ 로 추정되었다. R^2 는 0.9974로 매우 높은 편이다.

식(8)의 펀드 초과성적을 측정하기 위해 펀드평가사 제로인의 유형분류 기준에 따른 일반주식펀드를 대상으로 2002년 이후 성과가 존재하는 펀드 중 순자산액이 100억원 이상인 평가대상 공모펀드 2,334개를 대상으로 하였다. 펀드수익률은 2002년부터 2019년말까지 일수익률을 사용하였다.

고정효과 패널분석을 사용한 이유는 관찰되지 않은 횡단면 펀드의 이질적 특성들을 통제하기 위함이다. 이 패널회귀분석을 각 전략별로 추정한 후 만일 β_1 의 부호가 유의적이지 않을 때 해당 추적오차 전략하에서 최적이 된다. 유의적으로 양수이면 추적오차를 더 늘려야 알파가 증가됨을 의미하고, 음수이면 추적오차를 더 줄여야 알파가 증가됨을 의미한다. 유의적이지 않다는 의미는 해당 벤치마크를 이용한 알파에서 추적오차에 대한 영향은 없음을 의미하기 때문이다. 즉, 해당 전략의 벤치마크는 펀드 액티브 행위의 기준이 된다. 그리고 만일 0.15% 전략하에서 최적이면 국내 공모형 주식 액티브 유형의 펀드는 효율적으로 운용되고 있음을 의미한다.

사용된 통제변수는 크게 시장요인, 펀드요인으로 구분하였다. 시장요인으로는 해당 기간 KOSPI 지수 수익률, 지수 수익률 변동성, 시장 총 거래대금, 외국인 월간 순매수 비중으로 선정하였다. 신석하, 임정목 (2009)에서는 외국인 주식 순매수세가 국내 경기가 상승하는 국면에서 발생함을 보고하면서 외국인 투자 비중도 주가와 유의한 변수로 보고된 바 있으며 일관된 결론을 도출할 수는 없지만 주식 거래량과 주가간 관계에 대해서도 다수 연구에서 주식성과에 영향을 주는 요인으로서 검증되고 있다.(고봉찬, 1997; 강민, 채준, 2019; 이장우, 2002)

펀드요인으로는 순현금유입, 로그펀드운용기간, 로그 펀드 순자산, 로그 운용사 주식형 펀드 순자산, 전월 펀드 수익률을 사용하였다. 펀드규모에 대해서는 펀드 운용시 비용이나 정보에 있어 규모의 경제효과(Ciccotello and Grant, 1996)로 긍정적 영향을 준다는 주장과 규모의 비경제효과(Indro et al., 1999; 서병덕 외 2인, 2008)나 투자대상의 감소(Chen et al., 2004) 등에 따라 부정적 영향을 준다는 보고가 상반되게 존재한다. 순현금유입액에 대해서는 Gruber (1996) 등에 의해 주장된 스마트머니 현상에 따라 성과에 양(+)의 영향을 준다는 결과(박범진, 2007; 고봉찬, 김진우, 2010)가 존재하는가하면 유의미하지 않다는 결과(유시용, 황승규, 2010; 박영규, 2005)가 엇갈려 보고되고 있다. 펀드집단의 규모(fund family)에 대해서도 이소연 (2015)은 대형 운용사가 고용안정성이 높기 때문에 운용능력과 위험감수의 수준이 높아져 펀드집단의 규모가 클 경우 성과에 양(+)의 영향을 준다고 주장하였다. 펀드운용기간에 대해서도 경쟁적 환경에서 펀드가 생존할 수 있는 능력을 나타내는 변수이기에 펀드운용기간과 성과 간에는 양(+)의 관계가 존재(Chevalier and Ellison, 1997)함을 주장하는가 하면 Golec(1996), Prather, Bertin, and Henker (2004) 등에서는 유의한 관계가 관찰되지 않는다고 상반된 결과가 보고되고 있다. 전월 수익률로 평가되는 펀드의 과거성과가 미래성과에 미치는 영향에 대해서도 탐색되었으며 모멘텀에 따른 양(+)의 관계가 존재한다는 주장(Jegadeesh and Titman, 1993)과 반전에 따른 음(-)의 관계를 갖는다는 주장(DeBondt and Thaler, 1985)이 엇갈려 보고되고 있으며 국내에서는 음(-)(윤정선 외 2인, 2008; 옥기울 · 이민규, 2009)의 관계를 주장하는 결과가 보고되고 있다.

2. 실증분석 결과

1) 기술통계량

〈Table 3〉은 사용된 자료의 기술통계량을 나타낸다. 식(8)에서 초과수익률과 추적오차는 한달 단위로 측정된다. 우선 통제변수 시장 데이터는 관찰수가 216개(12개월 x 18년)이다. 그러나 펀드 데이터는 해당 월에 운용되고 있는 개수가 다르다. 총 2,334개 펀드이며 각 월에 운용되는 펀드의 총 수는 132,734개가 존재한다. 일평균 펀드의 수익률 평균은 0.02%이며, 이는 KOSPI 일평균 수익률 0.03%에 미달한다. 그러나 KOSPI 수익률 벤치마크 알파는 거의 0에 가깝다. 즉, 공모펀드는 보수차감 후 거의 KOSPI 수익률의 성과를 얻은 것으로 파악할 수 있다. 그러나 각 전략에 따른 스마트베타 포트폴리오를 벤치마크한 경우 최대 -0.05%의 알파를 얻었다. 이는 전략마다 다른데, 알파 극대화하는 전략을 취하고 추적오차를 많이 허용하는 스마트베타 포트폴리오에는 열등한 성과이다. 0.15%의 일 추적오차 제약하에 알파를 극대화하는 스마트베타 포트폴리오를 벤치마크로 사용한 월간 펀드의 초과수익률은 평균 -0.03%이지만 분포

는 최소 -1.8%에서 2.7% 사이에 알파 성과가 존재한다. 식(8)을 추정하는 과정에서 추적오차에 대해 이 성과가 양의 관계에 있다면 0.15%의 일 추적오차 제약하에 알파를 최대화하는 스마트베타 포트폴리오를 벤치마크는 최적 벤치마크 포트폴리오가 아니다. 만일 비유의적이라면 운용사가 참고할 만한 최적 추적오차를 갖는 벤치마크가 된다.

펀드의 속성을 나타내는 운용기간(연령), 순현금유입, 운용규모, 펀드 소속 운용사의 총 운용자산을 살펴보면 평균적으로 5년 운용되었으며, 월 평균 8백만원의 현금유입이 있었다. 그리고 표본기간 평균 550억원의 운용규모를 갖고 있으며, 소속 운용사는 평균 3조원의 운용자산을 운용하고 있다. 운용기간, 운용규모, 운용사 총 운용자산은 회귀분석을 수행할 때는 로그값을 취하였다.

Table 3. Descriptive Statistics

	Obs.	Mean	SD	Min	Max
Monthly KOSPI daily return average	216	0.033	0.258	-1.05	0.60
Monthly KOSPI daily return volatility	216	1.140	0.638	0.39	5.30
Log(KOSPI trading amount)	216	5.946	0.167	5.47	6.29
Foreigners investor's monthly net buying ratio	216	0.116	2.565	-6.83	10.58
Monthly fund daily return average	132734	0.020	0.232	-2.187	1.707
Monthly fund alpha average (KOSPI BM)	132734	0.001	0.084	-1.811	2.761
Monthly fund alpha average (TE Min BM)	132734	-0.001	0.085	-1.826	2.746
Monthly fund alpha average (alpha Max 0.1% TE)	132734	-0.021	0.086	-1.827	2.735
Monthly fund alpha average (alpha Max 0.15% TE)	132734	-0.032	0.087	-1.829	2.729
Monthly fund alpha average (alpha Max 0.2% TE)	132734	-0.040	0.089	-1.814	2.748
Monthly fund alpha average (alpha Max 0.25% TE)	132734	-0.045	0.095	-1.796	2.762
Monthly fund alpha average (alpha Max 0.3% TE)	132734	-0.052	0.100	-1.782	2.774
Monthly fund daily TE (KOSPI BM)	132734	0.355	0.189	0.041	10.698
Monthly fund daily TE (TE Min BM)	132734	0.354	0.190	0.048	10.692
Monthly fund daily TE (alpha Max 0.1% TE)	132734	0.359	0.188	0.051	10.692
Monthly fund daily TE (alpha Max 0.15% TE)	132734	0.370	0.184	0.069	10.700
Monthly fund daily TE (alpha Max 0.2% TE)	132734	0.385	0.178	0.093	10.699
Monthly fund daily TE (alpha Max 0.25% TE)	132734	0.406	0.175	0.104	10.701
Monthly fund daily TE (alpha Max 0.3% TE)	132734	0.430	0.170	0.122	10.704
Monthly fund net inflow (100 million won)	132734	0.08	1.67	-4.87	98.23
Fund age (year)	132734	5.40	4.44	0.22	46.9
Net Asset Value(10 billion won)	132734	5.56	19.71	0.00	285.98
AUM of Asset Management Company(10 billion won)	132734	327.84	432.29	0.47	2867.95

Notes: All returns, alpha and TE are in % units. Fund alpha and tracking error are measured according to each strategy. For example, monthly fund alpha average(alpha Max 0.15% TE) means the daily alpha using benchmark from alpha maximization under constraint daily tracking error 0.15%.

(Table 4)는 사용된 변수간 상관관계 표이다. 변수가 너무 많기 때문에, 알파와 추적오차는 KOSPI 수익률 벤치마크와 0.15%의 일 추적오차 제약하에 알파를 최대화하는 스마트베타 포트폴리오를 벤치마크만을 사용하였고 나머지 전략은 생략한다. 표에서 나타나지는 않지만 스마트베타 포트폴리오 벤치마크를 이용한 펀드 알파간에는 상관관계가 높다. 그러나 KOSPI 수익률을 벤치마크로 한 펀드 알파와 스마트베타 벤치마크를 사용한 펀드 알파간에는 상관관계가 높지 않다. (Table 4)에서 확인하면 -0.068(X2와 X3) 수준이다. 그러나 당연하게도 TE간의 상관관계(X4와 X5)는 높다. 펀드알파 결정요인의 통제변수(X6~X12)와 스마트베타 포트폴리오 벤치마크를 사용한 펀드 알파(X3)간의 상관관계는 그리 높지 않다. 그러나 KOSPI 수익률을 벤치마크로 측정된 펀드 알파(X2)와 외국인 순매수 비중(X8)과는 매우 높은 상관이 있으며, 해당 월의 KOSPI 변동성(X6)와는 음의 상관을 갖고 있다. 즉, 변동성이 큰 시장에서 초과성과가 좋지 않음을 의미한다. 그리고 전반적으로 통제변수간의 상관관계는 낮은 편이라 다중공선성 문제는 발생하지 않을 것으로 보인다.

Table 4. Correlation Matrix

	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X11	X12
X1	1.000											
X2	0.932	1.000										
X3	0.259	-0.068	1.000									
X4	-0.097	-0.113	0.044	1.000								
X5	-0.130	-0.129	0.007	0.964	1.000							
X6	-0.301	-0.328	0.049	0.258	0.268	1.000						
X7	0.007	0.006	-0.004	0.085	0.086	0.047	1.000					
X8	0.511	0.564	-0.060	-0.128	-0.128	-0.309	-0.053	1.000				
X9	0.003	0.004	-0.005	0.010	0.011	0.001	0.004	0.001	1.000			
X10	0.016	0.013	0.002	0.022	0.021	0.117	0.018	-0.039	-0.001	1.000		
X11	-0.021	-0.010	-0.018	-0.120	-0.108	-0.205	0.051	0.031	-0.001	-0.035	1.000	
X12	-0.018	-0.012	-0.017	0.001	-0.008	-0.002	0.087	-0.007	-0.001	0.318	0.037	1.000

Notes: X1: Monthly fund daily return average, X2: Monthly fund alpha average(KOSPI BM), X3: Monthly fund alpha average(alpha Max 0.15% TE), X4: Monthly fund daily TE(KOSPI BM), X5: Monthly fund daily TE(alpha Max 0.15% TE), X6: Monthly KOSPI daily return volatility, X7: Log(KOSPI trading amount), X8: Foreigners investor's monthly net buying ratio, X9: Monthly fund net inflow, X10: Net Asset Value(fund size), X11: Fund age, X12: AUM of Asset Management Company

2) 최적 추적오차

(Table 5)는 식(8)의 고정효과 패널회귀분석 결과이다. 본 연구는 통제변수에 대한 관심보다는 추적오차가 스마트 벤치마크에 허용된 추적오차 별로 어떠한 영향을 주는지를 관찰하는 것이 본 실증연구의 목표이다. 단순히 KOSPI 지수 수익률을 벤치마크로 하는 경우 추적오차에 대해 유의적인 양의 관계가 존재하였다. 이는 추적오차를 더 늘림으로서 펀드 성과를 더 상승시킬 수 있음을 의미한다.

Table 5. Fixed Effect Panel Regression Result on the Relationship between Alpha and Tracking Error

	KOSPI	TE Min	TE=0.1%	TE=0.15%	α Max TE=0.2%	TE=0.25%	TE=0.3%
Tracking Error	0.011*** (0.002)	0.013*** (0.002)	0.0003 (0.002)	-0.010*** (0.002)	-0.017*** (0.002)	-0.006*** (0.002)	-0.013*** (0.002)
Monthly KOSPI daily return average	-0.030*** (0.001)	-0.023*** (0.001)	-0.017*** (0.001)	-0.017*** (0.001)	-0.011*** (0.001)	0.010*** (0.002)	0.001 (0.002)
Monthly KOSPI	-0.002***	-0.004***	0.001	0.003***	0.008***	0.012***	0.011***

daily volatility	(0.001)	(0.001)	(0.001)	(0.001)	(0.001)	(0.001)	(0.001)
Log(KOSPI trading amount)	0.012*** (0.002)	0.013*** (0.002)	0.011*** (0.002)	0.007*** (0.002)	0.002 (0.003)	-0.014*** (0.003)	-0.0001 (0.003)
Foreigners investor's monthly net buying ratio	-0.003*** (0.0001)	-0.003*** (0.0001)	-0.003*** (0.0001)	-0.002*** (0.0001)	-0.002*** (0.0001)	-0.002*** (0.0001)	-0.001*** (0.0001)
Monthly fund net inflow	0.000 (0.000)	0.000 (0.000)	0.000 (0.000)	0.000 (0.000)	0.000 (0.000)	0 (0.000)	-0.000* (0.000)
Log(Fund age)	-0.006*** (0.0004)	-0.006*** (0.0004)	-0.005*** (0.0004)	-0.005*** (0.0004)	-0.002*** (0.0004)	0.003*** (0.0004)	-0.0001 (0.0005)
Log(Net Asset Value)	-0.001*** (0.0001)	-0.0004*** (0.0001)	-0.001*** (0.0001)	-0.001*** (0.0001)	-0.001*** (0.0001)	-0.001*** (0.0001)	-0.001*** (0.0002)
Log(AUM of Asset Management Company)	-0.007*** (0.0005)	-0.007*** (0.0005)	-0.009*** (0.0005)	-0.006*** (0.0005)	-0.007*** (0.0005)	-0.007*** (0.001)	-0.006*** (0.001)
Previous monthly fund return	0.202*** (0.005)	0.201*** (0.005)	0.188*** (0.005)	0.179*** (0.005)	0.173*** (0.006)	0.177*** (0.006)	0.112*** (0.006)
F Statistic	537.274***	447.221***	378.458***	307.687***	225.954***	155.555***	83.096***

Notes: p: ***<0.01, **<0.05 and *<0.10.

추적오차 최소화 전략에 따른 스마트 벤치마크를 사용한 경우에도 동일한 결과가 있었다. 그러나 추적오차 0.1%의 제약하에 알파극대화 전략에 따른 스마트베타 벤치마크를 사용한 경우에는 추적오차에 유의적인 관계가 없었고, 그 이후 추적오차 제약의 크기를 크게 하면서 알파극대화 전략에 따른 스마트베타 벤치마크를 사용한 경우에는 유의적인 음의 관계가 관찰되었다. 즉 추적오차가 큰 제약하의 스마트 벤치마크를 사용한 경우 추적오차를 늘리는 행위는 오히려 펀드 성과를 낮추게 하는 요인이 된다. 이에 0.1%의 추적오차 주변에서 최적 추적오차가 실증적으로 관찰되었다.

그러나 이러한 결과는 앞서 (Fig. 1)과 같이 이론적으로 달성할 수 있는 IR 극대화에 따른 추적오차의 크기인 0.15%에 미달한다. 따라서 이러한 실증결과는 국내 주식형 펀드의 운용 효율성이 이론적 최적에 도달하고 있지 못함을 알 수 있다.

V. 결론

본 연구는 스마트 베타 포트폴리오를 이용하여 액티브 펀드의 최적 추적오차(tracking error)를 유도하는 것을 목적으로 한다. 이러한 추적오차는 연기금 위험예산기법의 가장 중요한 기준이 되고 있다. 그러나 최적 오차가 존재하는 지 그리고 존재한다면 어느 수준이 적정한지에 대해서는 평균분산 틀내에서 분포의 형태로만 연구된 정도이다. 본 연구는 주어진 추적오차하에서 알파 극대화 전략을 통해 구축된 사후적으로 최적화된 스마트베타 포트폴리오를 도입한다. 이러한 도입으로 인해 이론적으로 달성할 수 있는 IR의 크기를 알 수 있다. 분석 결과 0.15%의 일추적오차에서 IR이 극대화되었으며 추적오차와 알파간의 오목한 형태의 경계선이 도출되었다. 그렇다면 국내에서 운용된 주식펀드의 액티브 행위의 효율성이 경계선 근처에 있는가를 알아보기 위해 고정효과 패널회귀분석 모형을 통해 알파성과에 영향을 주는 통제변수와 함께 추적오차의 영향력을 분석하였다. 고정효과를 사용한 이유는 관찰되지 않은 펀드의 횡단면 이질성을 통제할 수 있기 때문이다. 추정 방법론은 도출된 추적오차 제약하에 사후적으로 최적화된 스마트베타 포트폴리오를 벤치마크로 하여 펀드의 알파를 측정하고, 이 알파가 추적오차와 어떠한 영향이 있는지를 살펴보는 것으로 하였다. 만일 유의적으로 양수라고 한다면 해당 스마트베타 벤치마크를 사용할 때 추적오차를 늘림으로 더 좋은 펀드성파가 실증적으로 존재함을 의미한다. 반대로 유의적으로 음수라고 한다면 추적오

차를 줄여야 더 좋은 성과가 있음을 의미한다. 따라서 추적오차가 펀드 알파에 비유적인 관계가 실증적으로 도출될 때 해당 벤치마크는 펀드 액티브 행위의 기준이 될 수 있다. 실증분석 결과 국내 주식형 펀드의 알파 효율성은 0.1%의 추적오차에서 나타났으며 이는 앞서 이론적으로 도출된 0.15%보다 낮은 수준이다. 실증적으로 알파와 추적오차간의 형성된 효율적 경계선의 아래에 위치하고 있음을 의미한다. 즉, 국내 펀드의 액티브 효율성은 최적에 비해 낮은 수준이라고 간주할 수 있다.

본 연구의 한계는 다음과 같다. 사후적으로 최적화된 스마트베타 포트폴리오를 구성하는 요인에 따라 스마트베타 포트폴리오가 달라질 수 있다. 물론 10개의 요인은 어느 정도 스마트 베타를 산출하는 데 있어 충분하지만 여전히 요인의 수와 형태에 따라 변경될 여지는 존재한다. 향후 국내 주식형 펀드의 액티브 위험예산 혹은 액티브 성과평가에 본 연구가 기여할 수 있기를 기대한다.

References

- 강민, 채준 (2019), “거래량 변화와 수익률 간의 동시적 상관관계에 대한 실증연구”, *선물연구*, 27(4), 425-473.
- 고봉찬 (1997), “위험 프리미엄과 상대적 세력 투자전략의 수익성”, *재무관리연구*, 14(1), 1-21.
- 고봉찬, 김진우 (2010), “뮤추얼펀드의 자금흐름과 주식거래가 주가에 미치는 효과”, *재무관리연구*, 27(2), 35-62.
- 남재우, 황정욱 (2013), “위험예산제도에 기초한 자산운용”, *대한경영학회지*, 26(6), 1669-1688
- 박범진 (2007), “한국주식시장에서 주식형 펀드의 성과결정요인에 관한 연구”, *재무관리연구*, 24(1), 85-107.
- 박영규, (2005) “펀드 투자자와 펀드매니저의 투자행태에 관한 연구”, *재무연구*, 18(1), 31-67.
- 서병덕, 홍동현, 이미영 (2008), “펀드의 성과와 규모에 관한 연구-펀드의 최적규모는 존재하는가?”, *대한경영학회지*, 21(1), 323-345.
- 신석하, 임경목 (2009) “외국인 투자자 주식매매 분석”. 한국개발연구원.
- 옥기율, 이민규 (2009), “시장이례현상에 대한 다요인모형의 설명력”, *경영연구*, 24(3), 163-182.
- 유시용, 황승규 (2010), “국내 펀드투자자의 펀드선정능력에 관한 연구”. *재무연구*, 23(3), 287-326.
- 윤정신, 윤상근, 홍정훈 (2008), “한국 주식시장에서의 계속투자전략 및 반전투자전략의 성과와 외국인 투자자의 투자행태”, *국제지역연구*, 12(3), 195-216.
- 이소연 (2015), “자산운용사 펀드의 특성이 펀드 운용성과에 미치는 영향”, 고려대학교 대학원 석사학위논문.
- 이수진, 이재현 (2022), “재간접 주식펀드의 벤치마크 설정 및 평가방법론”, *재무관리연구*, 39(6), 1-27.
- 이장우 (2002), “한국 증권시장에서의 거래량과 주가 간의 인과관계 Granger 검증”, *금융공학연구*, 1, 1-32.
- 장욱 (2021), “국내 펀드의 적극적 리스크와 성과 지속성 사이 관계”, *경영교육연구*, 36(2), 151-175.
- Berkelaar, A. B., A. Kobar, and M. Tsumagari (2006), “The Sense and Nonsense of Risk Budgeting”, *Financial Analysts Journal*, 62(5), 63-75.
- Blitz, D., and J. Hottinga (2001), “Tracking Error Allocation”, *The Journal of Portfolio Management*, 27(4), 19-25.
- Chen, J., H. Hong, M. Huang, and J. D. Kubik (2004), “Does fund size erode mutual fund performance? The role of liquidity and organization”, *American Economic Review*, 94(5), 1276-1302.
- Chevalier, J., and G. Ellison (1997), “Risk taking by mutual funds as response to incentives”. *Journal of Political Economy*, 105(6), 1167-1200.
- Ciccotello, C. S., and C. T. Grant (1996), “Equity Fund Size and Growth: Implications for Performance and Selection”, *Financial Services Review*, 5(1) 1-12.
- DeBondt, W. F. M., and R. H. Thaler (1985), “Dose the Stock Market Overreact?”, *The Journal of Finance*, 40(3), 793-805.
- Golec, J. H. (1996), “The effects of fund managers’ characteristics on their portfolio performance, risk and fees”, *Financial Services Review*, 5(2), 133-148.
- Gruber, M. J. (1996), “Another Puzzle: The Growth in Actively Managed Mutual Funds”. *The Journal of Finance*, 51(3), 783-810.

- Gupta, F., R. Prjogi, and E. Stubbs (1999), "The Information Ratio and Performance : Implications for Tracking Error Budgeting", *The Journal of Portfolio Management*, 26(1), 33-39.
- Halim, S., T. Miller, and D. Dupont (2010), "How pension funds manage investment risks : A global survey", *Rotman International Journal of Pension Managemen.*, 3(2), 30-38.
- Indro, D. C., C. X. Jiang, M. Y. Hu, and W. Y. Lee (1999), "Mutual fund performance: does fund size matter?", *Financial Analysts Journal*, 55(3), 74-87.
- Jegadeesh, N., and S. Titman (1993), "Returns to buying winners and selling losers: Implications for stock market efficiency", *The Journal of Finance*, 48(1), 65-91.
- Mackinlay, A. C. (1997), "Event studies in economics and finance", *Journal of Economic Literature*, 35(1), 13-39.
- Prather, L., W. J. Bertin, and T. Henker (2004), "Mutual fund characteristics, managerial attributes, and fund performance", *Review of Financial Economics*, 13(4), 305-326.