

부구조법을 이용한 불규칙 기초가진을 받는 구조물의 시간 이력 해석

이태원*.#

*금오공과대학교 기계설계공학과

Time History Analysis of Structures Subjected to Random Base Excitation by a Substructuring Method

Tae Won Lee*.#

*Dept. of Mechanical Design Engineering, Kumoh National Institute of Technology,

(Received 7 December 2021; received in revised form 20 December 2021; accepted 4 February 2022)

ABSTRACT

The mechanical structures mounted on vehicles or aircrafts are subject to random accelerations, such as earthquakes, at the base, and their responses have been calculated through spectrum analysis. However, this method poses a challenge during the synthesis of the responses owing to the loss of the vibration phase. It is necessary to evaluate the time history results to obtain the exact responses; therefore, an efficient technique is proposed to solve this issue. The present technique involves constructing a superelement using the sub-structuring method and finding solutions for this superelement. The finite element model (FEM) was substituted by a superelement, which was simplified into one element with selected nodes. Comparing the numerical results of the superelement with the time history responses for the original finite element model, the two solutions agree well despite the fact that the computation time of the proposed technique has been greatly shortened.

Keywords : Time History Analysis(시간 이력 해석), Substructuring Method(부구조법), Random Base Excitation (불규칙 기초가진)

1. 서 론

차량, 항공기 등 운송체에 장착되어 운용되는 기계장치들은 기초부로부터 진동이 전달되어 온다. 이 진동 조건하에 기계적 파손이 발생하지 않고 기계장치가 원하는 성능을 유지하기 위하여 근본

적으로 설계 단계에서 진동 특성과 충격 특성이 분석되어야 한다. 이를 위하여 모드 해석(Modal Analysis)^[1,2], 조화응답 해석(Harmonic Response Analysis)^[2,3], 충격해석(Shock Analysis)^[4,5] 및 스펙트럼 해석(Spectrum Analysis)^[6,7] 등이 요구된다. 그런데, 이들 해석에 필요한 설계 하중 조건은 임의로 설정하는 것이 아니라 실험으로부터 결정되거나 MIL-STD-810G^[8] 규격 등에 정의되어 있다.

그 중에서도 특히 지진등과 같이 불규칙 가진

Corresponding Author : twlee@kumoh.ac.kr

Tel: +82-54-478-7375, Fax: +82-54-478-7319

(Random Vibration)으로 인한 시간에 따라 급격히 변동되는 하중을 받으면 시간 이력 해석(Time History Analysis)이 필요하지만 구조물의 형상이 복잡하여 수많은 유한요소로 분할된 경우 계산시간과 컴퓨터 용량 문제 때문에 현실적인 방법으로 스펙트럼 해석을 한다. 그러나 스펙트럼 해석은 시간 이력 정보의 일부를 버리고 각 진동수에 대한 최대 응답으로부터 정의된 설계 스펙트럼을 사용하여 구조물을 해석하기 때문에 복잡한 가진이나 응력 등의 계산에 필요한 응답 합성에 어려움이 있다. 뿐만 아니라 해석방법이 모드 해석을 기본으로 이론이 정립되어 임의의 감쇠장치가 설치된 구조물에 적용이 불가능하다.

이러한 이유로 불규칙 가진을 받는 구조물에 대한 보다 정확한 해를 얻기 위하여 시간 이력 해석이 필요하다. 하지만, 이 해석은 성능이 우수한 컴퓨터를 사용할지라도 스펙트럼 해석에 비해 계산량이 방대하다는 단점이 있다. 이를 보완하기 위하여 본 연구에서는 부구조법(Substructuring Method)⁹⁻¹²⁾을 적용하였다. 부구조법은 많은 유한요소로 정의된 구조물을 하나의 상위요소(Superelement)로 대체하여 해를 구하는 방법이다. 잘 알고 있듯이 유한요소법은 정의된 유한요소의 절점을 기반으로 행렬을 구성하고 이 행렬을 이용하여 수치 해를 구하기 때문에 부구조법을 적용하면 원래의 질량행렬, 감쇠행렬, 강성행렬의 크기가 상위요소로 정의된 절점의 크기에 해당하는 행렬로 축소된다. 물론 행렬 축소를 위한 부가적인 계산이 필요하지만 선형문제의 경우 한번만 수행하면 되므로 원하는 부분의 변위등을 반복적으로 구하는 경우는 상당히 유용한 방법이다.

제안된 방법은 원래의 유한요소 모델이 아니라 절점수가 적은 상위요소를 사용하였기 때문에 시간 이력 해석 시간이 상당히 단축된다. 이를 수치적으로 입증하기 위하여 불규칙 기초 가속도 가진을 받는 복잡한 형상의 구조물에 대한 원래의 유한요소 실시간 해와 부구조법을 적용한 해를 비교하였다.

2. 해석 모델

2.1 부구조법

강성행렬 $[K]$, 감쇠행렬 $[C]$, 질량행렬 $[M]$ 과 하중벡터 $\{F\}$, 변위 벡터 $\{u\}$, 속도벡터 $\{\dot{u}\}$, 가속도 벡터 $\{\ddot{u}\}$ 로 기술된 일반적인 유한요소 운동방정식은 다음과 같다.

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{F\} \quad (1)$$

위 식에서 상위요소와 관계된 부분을 하첨자 m , 나머지 부분을 하첨자 s 으로 표현하여 변위와 하중을 정렬하면

$$\{u\} = \begin{Bmatrix} u_m \\ u_s \end{Bmatrix} \quad \{F\} = \begin{Bmatrix} F_m \\ F_s \end{Bmatrix}$$

로 분해되고 이에 관계되는 질량행렬, 감쇠행렬, 강성행렬은 아래와 같이 표현된다.

$$[M] = \begin{bmatrix} M_{mm} & M_{ms} \\ M_{sm} & M_{ss} \end{bmatrix} \quad [C] = \begin{bmatrix} C_{mm} & C_{ms} \\ C_{sm} & C_{ss} \end{bmatrix} \quad [K] = \begin{bmatrix} K_{mm} & K_{ms} \\ K_{sm} & K_{ss} \end{bmatrix}$$

정렬된 행렬과 벡터를 적용하여 식 (1)을 상위요소만의 식으로 정리하면

$$[\hat{M}]\{\ddot{u}_m\} + [\hat{C}]\{\dot{u}_m\} + [\hat{K}]\{u_m\} = \{\hat{F}\} \quad (2)$$

로 축소된다. 여기서

$$\{\hat{F}\} = \{F_m\} - [K_{ms}][K_{ss}]^{-1}\{F_s\}$$

$$[\hat{K}] = [K_{mm}] + [K_{ms}][G_{sm}] \quad (3)$$

$$[\hat{C}] = [C_{mm}] + [C_{ms}][G_{sm}] + [G_{sm}]^T([C_{sm}] + [C_{ss}][G_{sm}])$$

$$[\hat{M}] = [M_{mm}] + [M_{ms}][G_{sm}] + [G_{sm}]^T([M_{sm}] + [M_{ss}][G_{sm}])$$

$$[G_{sm}] = -[K_{ss}]^{-1}[K_{sm}]$$

이고 식 (2)의 해 $\{u_m\}$ 을 구한 후에 $\{u_s\}$ 는 아래

식에 의해 계산된다.

$$\{u_s\} = [K_{ss}]^{-1}\{F_s\} - [K_{ss}]^{-1}[K_{sm}]\{u_m\} \quad (4)$$

유한요소 운동방정식 식 (2)을 보면 $\{u_m\}$ 만 계산하므로 상위 요소를 어떻게 정의하느냐에 따라 다루는 행렬의 크기가 엄청나게 달라질 수 있고 이는 $\{u_s\}$ 를 구하지 않는다는 가정하에서 해석 시간의 단축과도 관계가 있다. 다만 식 (3)에서 강성행렬 $[\hat{K}]$, 감쇠행렬 $[\hat{C}]$, 질량행렬 $[\hat{M}]$ 이 다른 형태로 행렬의 크기가 축소되므로 어떤 상위요소를 사용하여 수치해법으로 푸느냐에 따라 해의 오차의 정도가 달라질 것으로 예상된다.

2.2 모델링

적용 예제로 Fig. 1과 같은 군용차에 장착된 전자광학 시스템을 선정하였다. 동일 모델에 대하여 Lee 등^[5]은 기초부에 발생한 충격 가속도 조건에서 해를 구하였다. 복잡한 기계 구조물에 대한 불규칙한 기초 가속도 조건의 시간 이력 해석은 계산량이 너무 방대하다. Fig. 1의 기계 시스템은 크게 외부 짐발(Gimbal), 내부 짐발과 센서부등 3부분의 모듈로 구성되어 있고 각 모듈 역시 많은 기계 부품들의 조합으로 부구조법에 의한 전체 시스템의 동적 해석이 불가능하다.

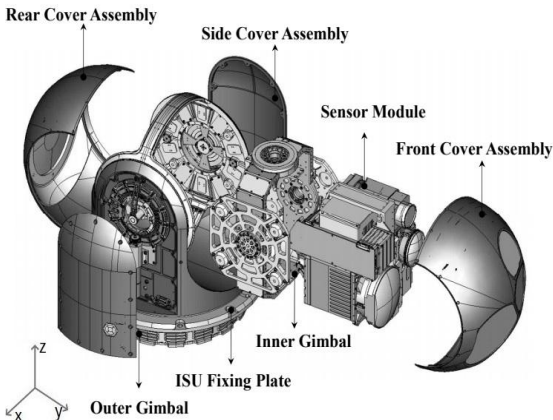


Fig. 1 Electro-Optical Target System Mounting Military Vehicle

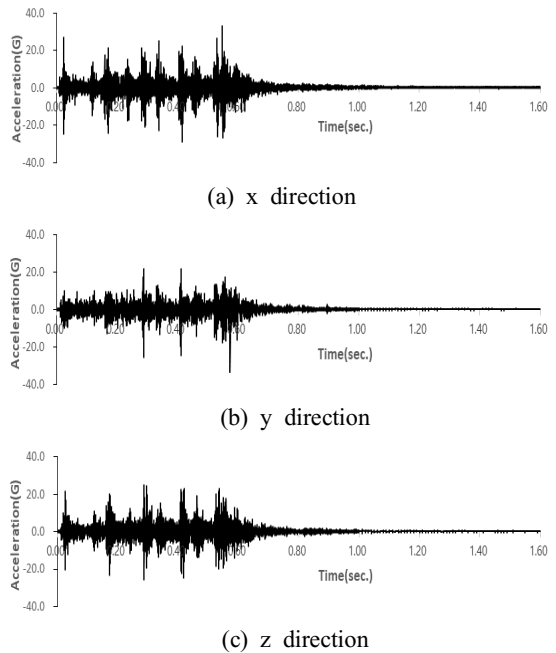


Fig. 2 Accelerations on the Base of Electro-Optical Target System in the 3 Dimension

Table 1 Material Property for SUS303 and AMS6304

Material	Young's Modulus	Poisson's Ratio	Density
SUS303	193 GPa	0.27	8000 kg/m ³
AMS6304	205 GPa	0.29	7850 kg/m ³

그러므로 본 연구는 군용차에 발생하는 가진 가속도가 외부 짐발 모듈의 일부분인 ISU 고정판 하부에 전달될 때 체결 유지를 판단하는 볼트의 거동과 ISU 고정판 상부에 연결된 베어링 하우징부로 전달되는 응답 가속도 계산으로 한정하였다.

시간 이력 해석에 필요한 데이터는 군용차가 정지 상태일 때 포격에 의하여 ISU 고정판 하부에 전달되는 불규칙한 진동을 가속도 센서로부터 측정하였다. 3축 방향에서 Fig. 2와 같은 불규칙한 가진이 발생하였고 1.6sec 동안 8192개의 데이터를 실시간으로 샘플링 하였다.

한편 ISU 고정판은 재질이 SUS303이고 10개의 볼트는 M10으로 재질은 AMS6304이며 해석에 필

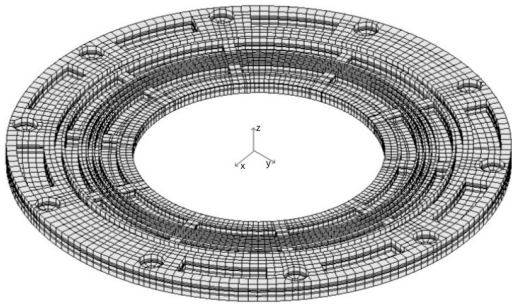


Fig. 3 Finite Element Modeling of ISU Fixing Plate

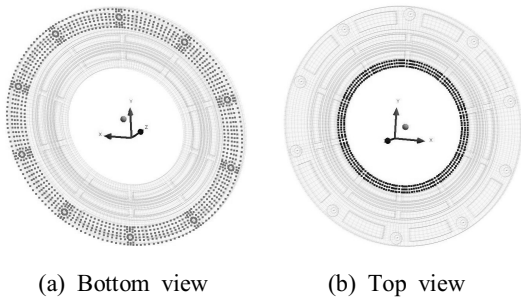


Fig. 4 Contact Nodes of ISU Fixing Plate: (a) with Base (b) with Bearing Housing

요한 물성치는 다음과 같다. ISU 고정판은 직경 470mm, 두께 20.5mm의 원판에 여러 개의 홈과 돌출부가 있는 상당히 복잡한 형상으로 이에 대한 유한 요소 모델링은 Fig. 3에 도시하였다. 전체 형상은 8절점 3차원 요소로 정의하였고 체결용 볼트는 전체 10개로 보 요소로 정의하였다. 이 모델링에 사용된 전체 유한요소 수는 18021이고 절점수는 29305이다. ISU 고정판의 하부로 Fig. 2의 기초 가속도 가진이 발생되고 이 판의 상부는 베어링 하우징과 연결되는데 가속도가 전달된다. 베어링 하우징은 하나의 질점 질량으로 단순화 하였고 크기는 42.6 kg이다. 현재 정의된 모델링은 Fig. 1의 전자광학 시스템의 해석이 아니다. 그러나, 본 연구는 부구조법이 적용된 불규칙한 가진에 대한 시간 이력 해석이 주 목적이므로 모델링에 대하여 더 논의는 없기로 한다. Fig. 4 (a)에 도시된 절점들은 가진 부위이고 Fig. 4 (b)는 베어링 하우징부와 연결부로 해석에 필요한 최소한의 요구이므로

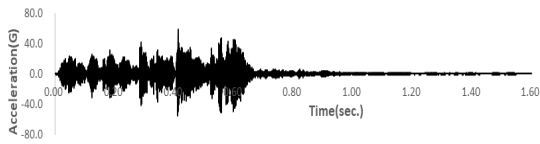
이 절점들만으로 상위요소를 구성하였다. 상위요소의 절점은 1000개이며 원래의 유한요소 모델의 절점수 29305로부터 정의되는 질량행렬, 감쇠행렬, 강성행렬이 식 (3)에 의해 상당히 축소되었다. 비록 식 (2)에서 기술된 $[\hat{K}]$, $[\hat{C}]$, $[\hat{M}]$ 를 계산 과정이 추가되었지만 이는 단 한번으로 Fig. 2와 같은 기초 가진하의 동적해석에 엄청난 시간을 줄일 수 있음을 알 수 있다. 물론 이 이상의 절점으로 정의할 수도 있고 최대 Fig. 3의 절점 29305개를 갖는 상위요소를 사용할 수도 있으나 상위요소의 절점수가 증가하면 계산시간도 증가함을 유의하라.

3. 해석 결과

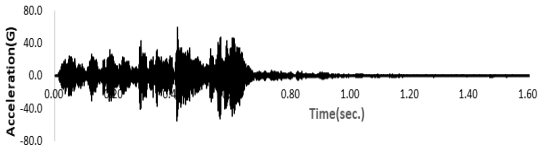
Fig. 2의 3방향 기초 가속도 가진에서 베어링 하우징에 전달되는 가속도와 볼트 체결 유지를 확인하였다. 진동하에서 볼트 체결여부는 정의된 보 요소 10개의 변형량을 계산하면 알 수 있다. 그러나 본 연구에서는 제안된 방법의 우월성 입증으로 단지 Fig. 3의 가장 우측에 있는 볼트의 z방향 상대 수직 변위만 계산하였다.

Fig. 2의 유한요소 모델링으로부터 식 (1)을 직접 푸는 기존의 방법과 Fig. 4로부터 정의된 상위 요소에 부구조법을 적용한 시간 이력 해석은 모두 상용코드 ANSYS^[13]로 해를 구했으며 동일한 시간 증분 1.6/8192sec.을 사용하였으며 수치 적분으로 NewMark법을 적용하였다.

먼저 하나의 질점 질량인 베어링 하우징에 대한 각 방향 가속도 응답 결과는 Fig. 5와 Fig. 6에 도시하였다. 그런데 주어진 기초 가속도 가진하에서 x, y 방향에 비하여 z 방향 가속도 성분은 0로 볼 수 있을 만큼 상당히 적어 이 방향에 대한 응답의 도시는 생략하였다. 다행히도 부구조법에 의한 결과는 기존의 수치해와 Fig. 5와 Fig. 6에서 보듯이 구분이 가지 않을 정도로 거의 일치 한다. 상술하면 x 방향에서 최대 응답 가속도 59.2G 에 대한 상대 오차가 0.5%로 작고 y 방향에서 역시 최대 응답 가속도 80.0G의 상대 오차는 0.2%이다. 전 시간 영역에서 10G이상의 가속도 응답들은 상대 오차가 2% 이내이고 10G 미만의 가속도 응답들만 상대 오차가 10% 이상까지 나오나 이는 절대

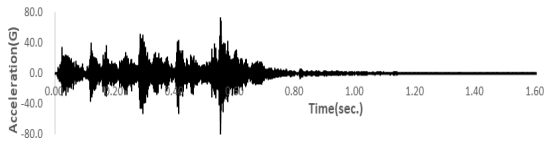


(a) by general method

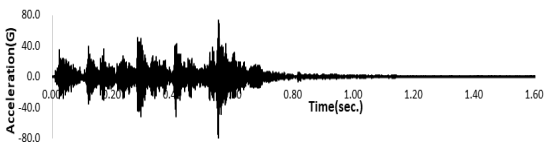


(b) by substructuring method

Fig. 5 x Directional Accelerations of Bearing Housing

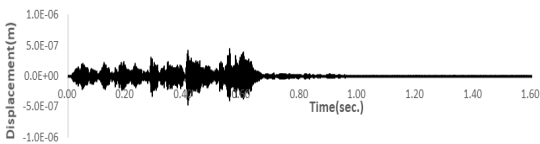


(a) by general method

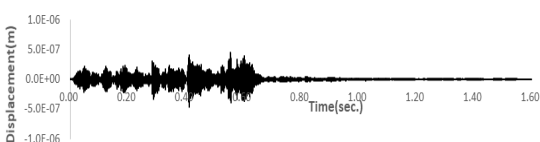


(b) by substructuring method

Fig. 6 y Directional Accelerations of Bearing Housing



(a) by general method



(b) by substructuring method

Fig. 7 z Directional Displacement of a Bolt on the Right

오차 관점에서 보면 무시할 정도이다. (G는 중력 가속도).

또한, 불규칙 기초 가진하에서 볼트의 z 방향 상대 변위에 대한 제안된 방법과 원래의 유한요소 모델링으로부터 식 (1)에 의한 해석 결과는 두 해석이 거의 일치함을 Fig. 7에 도시하였다. 수치로 표현하면 베어링부의 가속도 응답 결과와 마찬가지로 최대 z 방향 변위 $0.4447\mu\text{m}$ 를 기준으로 0.1%의 상대 오차를 보이며 전 시간 구간에서 z 방향 변위가 $0.01\mu\text{m}$ 이하 일 때 상대오차가 크나 절대 오차 관점에서 무시할 정도이다.

결과적으로 불규칙 가진의 시간 이력 해석에서 식 (1)로 부터 직접 동적 해를 구하는 기존의 방법과 부구조법을 적용한 식 (2)의 수치해는 많은 계산 시간의 단축됨에도 불구하고 오차는 무시할 정도로 해석 결과가 거의 일치한다.

4. 결론

시간에 따라 급격한 불규칙 가진을 받는 구조물의 응답은 방대한 계산량 때문에 일반적으로 스펙트럼 해석 방법을 많이 사용한다. 그러나, 이 방법은 응답의 합성을 요구하는 경우 보수적인 가설에 의한 방법 밖에 없어 정확한 해를 구할 수 없다. 더구나 감쇠 장치가 있는 복잡한 기계 구조물은 특수한 경우가 아니면 스펙트럼 해석이 불가능하다. 이의 해결은 실시간 이력 해석밖에 없고 과거와 달리 현재 컴퓨터 성능으로 충분히 가능하지만 방대한 계산시간과 컴퓨터의 용량을 요구하여 잘 시도하지 있다.

불규칙 가진을 받는 구조물의 시간 이력 해석에 대한 이러한 문제점을 해결하기 위하여 본 연구는 부구조법을 이용하여 절점이 축소된 상위요소를 만들고 이 상위 요소만으로 해를 구하는 방법을 제안하였다. 제안된 방법은 적용 예제를 통하여 전체 유한요소 모델링을 이용한 시간 이력 해석과 비교하여 본 결과 상당히 효율적이라는 것을 입증하였다. Fig. 2와 같은 복잡한 불규칙 기초 가속도 가진을 받는 구조물에서 두 방법에 의한 해는 응답의 크기가 상대적으로 많이 작은 부분들을 제외하고 거의 오차가 없음을 Fig. 5부터 Fig. 7을 통하여 보

여주었다.

참고로 본 연구에서는 1000개의 절점을 사용하였으나 많은 절점을 갖는 상위 요소를 정의하면 보다 정확한 해를 구할 수 있다. 그러므로 연구자의 목적에 맞는 계산시간과 해의 정확도에 따라 적절한 절점을 갖는 상위 요소를 결정하는 것이 필요하다.

후 기

“이 연구는 금오공과대학교 학술연구비로 지원되었음(과제번호 202001150001).”

REFERENCES

1. Jang, H. K., Park, B. H. and Kim, K. J., "Development of a Multi Input Modal Analysis System Using a PC," Trans. of the KSME, Vol. 14, No. 4, pp. 790-796, 1990.
2. Lee, S. E. and Lee, T. W., "Vibration Characteristic Analysis of Gimbal Structure System in Collection Equipment of Image Information," Journal of the Korean Society of Manufacturing Process Engineers, Vol. 9, No. 2, pp.20~25, 2010.
3. Haberman, D., "Sine-sweep test simulation in ANSYS using the large-mass and direct-displacement methods," Collaborative Solutions Inc., 2000.
4. Jang, Y. B., Park, D. K., Park, N., C., and Park, Y. P., "Shock Analysis of Hean and Disk in Hard Disk Drive According to Various Rotating Speed," Trans. of the KSNVE, Vol. 14, No. 11, pp. 1075-1082, 2004.
5. Lee, S. E., Park, H. G. and Lee, T. W., "A Study on the Mechanical Shock Response of an Image Sensor Unit in an Electro-Optical Targeting System Mounted on Military Vehicle," Transactions of the Korean Society of Mechanical Engineers A, Vol. 42, No. 4, pp. 391-398, 2018.
6. Chung, C. S., "Seismic Evaluation of Structural Integrity of Main Cooling-Water Pump by Response Spectrum Analysis," Transactions of the Korean Society of Mechanical Engineers A, Vol. 34, No. 11, pp. 1773-1778, 2010.
7. Choi, Y. H., Kim, S. T., Seol, S. S. and Moon, S. C., "Seismic Integrity Analysis of an Electric Distributing Board Using the Response Spectra Analysis Method," Journal of the Korean Society of Manufacturing Process Engineers, Vol. 19, No. 4, pp. 45-51, 2020.
8. MIL-STD-810G., "Department of Defense Test Method Standard for Environmental Engineering Considerations and Laboratory Tests, Method 516.6 Shock", 2008.
9. Park, K. and Yang, Do. Y., "Domain Decomposition using Substructuring Method and Parallel Computation of the Rigid-Plastic Finite Element," Trans. Materials Processing, Vol. 7, No. 5, pp. 474-480, 1998.
10. Eun, C. H. and Chung, H. S., "Dynamic Analysis of Primary Secondary Structure," Journal. of the Architectural Institute of Korea- Structure & Construction Section, Vol. 16, No. 1, pp. 19-25, 2000.
11. Kim, K. W., Kim, J. H., Rhee, J. and Kim, S. W., "Coupled Load Analysis Using MSC/ NASTRAN Superelement," Aerospace Engineering Technology, Vol. 5, No. 2, pp. 60-66, 2006.
12. Floden, O., Persson, K. and Sandberg, G., "Reduction methods for the dynamic analysis of substructure models of lightweight building structures," Computers and Structures, Vol. 138, No. 1, pp. 49-61, 2014.
13. ANSYS, ANSYS User's Manual Version 16.1, ANSYS Inc., 2016.
14. Bathe, K. J., Finite Element Procedures, Prentice Hall, 1996.