

AI 기반 설계 탐색 기법을 통한 선박의 주요 치수 최적화

박동우*[†] · 김인섭**

* 동명대학교 조선해양공학과 교수, ** 한국해양교통안전공단 스마트안전연구실 실장

A Study on the Optimization of Main Dimensions of a Ship by Design Search Techniques based on the AI

Dong-Woo Park*[†] · Inseob Kim**

* Professor, School of Naval Architecture & Ocean Engineering, Tongmyong University, Busan 48520, Korea

** Office manager, Smart Safety Research Department, Korea Maritime Transportation Safety Authority, Sejong, 30100, Korea

요약 : 본 논문에서는 AI 기반 설계 탐색 기법을 활용하여 선박의 주요 치수 최적화를 수행하였다. 설계 탐색 기법은 최적화 프로그램 HEEDS의 SHERPA 알고리즘을 사용하였다. 유동 해석은 상용 CFD 코드인 STAR-CCM+를 사용하였고, 주요 치수 변환은 전처리 과정에서 JAVA Script와 Python을 사용하여 선박의 치수가 자동으로 변환되도록 설정하였다. 대상 선박은 소형 쌍동선형으로 주요 치수 최적화는 한쪽 선형의 길이, 폭, 흘수 그리고 단동선형 간의 간격에 대하여 수행되었다. 최적화 알고리즘에 사용된 목적함수는 총저항이며, 내부의 장 시스템의 크기 등을 고려한 배수 체적의 범위를 제한조건으로 선정하였다. 그 결과 최적 선형의 주요 치수는 기존 선형 대비 ±5% 내에서 변화가 있었고 총저항은 약 11% 개선된 결과를 보였다. 본 연구를 통해 선박의 형상을 직접 변경하지 않더라도 주요 치수 최적화를 통해 선박의 저항 성능이 향상됨을 확인하였고, 다양한 선박의 주요 치수 최적화를 통한 성능 향상에 활용이 될 것으로 기대한다.

핵심어 : 설계 탐색 기법, 저항 성능, 소형 쌍동선형, 최적화, 전산유체역학

Abstract : In the present study, the optimization of the main particulars of a ship using AI-based design search techniques was investigated. For the design search techniques, the SHERPA algorithm by HEEDS was applied, and CFD analysis using STAR-CCM+ was applied for the calculation of resistance performance. Main particulars were automatically transformed by modifying the main particulars of the ship at the stage of preprocessing using JAVA script and Python. Small catamaran was chosen for the present study, and the main dimensions of the length, breadth, draft of demi-hull, and distance between demi-hulls were considered as design variables. Total resistance was considered as an objective function, and the range of displaced volume considering the arrangement of the outfitting system was chosen as the constraint. As a result, the changes in the individual design variables were within ±5%, and the total resistance of the optimized hull form was decreased by 11% compared with that of the existing hull form. Throughout the present study, the resistance performance of small catamaran could be improved by the optimization of the main dimensions without direct modification of the hull shape. In addition, the application of optimization using design search techniques is expected for the improvement in the resistance performance of a ship.

Key Words : Design Search Techniques, Resistance Performance, Small Catamaran, Optimization, Computational Fluid Dynamics

1. 서론

국제해사기구(International Maritime Organization, IMO)의 온실가스 감축 전략 등 조선 해양 분야의 환경규제 강화에 따라 조선 및 해양 시장의 패러다임이 친환경 선박으로 바뀌

고 있다. 친환경 선박은 선박에서 배출되는 황산화물과 질소산화물 등을 줄이는 해양오염 저감기술, 최소저항을 가지는 최적 선형 및 고효율 추진기 설계 등 선박 에너지효율을 향상시키는 기술과 친환경 에너지를 이용하여 추진하는 선박 기술로 분류할 수 있다.

이 중 최적 선형 설계를 통한 저항 성능 향상은 일반 상선의 설계 과정에서 필수적으로 적용되고 있다. 또한 소형 쌍동 선박의 경우 최근 친환경 에너지 연료를 적용함에 따

* First Author : dwpark@tu.ac.kr, 051-629-1654

† Corresponding Author : dwpark@tu.ac.kr, 051-629-1654

른 에너지 생산량이 필요 동력에 비해 현저히 낮아 최적 선형 설계를 통한 저항 성능 향상이 지속적으로 요구되고 있다. 이러한 소형 쌍동선의 선형 설계를 통한 성능평가의 선행 연구가 아래와 같이 수행되었다.

Park and Jeong(2001)은 쌍동 선박의 양 선체 사이의 거리가 유체동역학적 성능에 미치는 영향을 연구하였으며, 양 선체 사이가 가까울수록 유동 간섭이 심한 것으로 실험에서 보여주었다. Kim and Jeong(2010)은 쌍동선형을 가지는 2인승 레저 선박의 설계에 있어서 쌍동선 선체 사이의 간격이 미치는 영향을 연구하였으며, 4m급의 소형선에서 쌍동선의 두 선체 사이의 간격이 넓을수록 파도에 의한 상호 간섭이 줄어든다는 것을 보여주었다. Choi and Park(2013)은 쌍동선에 적합한 선박의 형상에 관하여 고찰하였으며, 쌍동선을 이루는 단동선형의 형상에 대하여 좌우 대칭인 선형과 비대칭인 선형에 대하여 조파저항 성능을 분석하였다. Kim and Park(2015)는 대형 컨테이너 운반선의 선형 최적화를 수행하였으며, 최적 선형의 성능 향상을 확인하였다.

이러한 소형 쌍동 선박의 선형 설계에 대한 선행연구는 양 선체 사이의 간격에 따른 유체동역학적 성능을 비교하거나, 단동선형의 단순한 형상 변경에 따른 저항 성능을 평가하는 등 체계적인 연구가 수행되지 않았다.

이에 본 논문에서는 소형 쌍동 선박의 향상된 저항 성능을 가진 최적 선형을 체계적으로 도출하기 위해 AI(Artificial Intelligence) 기반 설계 탐색 기법을 사용한다. 소형 쌍동선형의 특성을 고려한 목적함수와 제약조건을 선정하고 주요 치수를 최적화하여, 최적 선형을 도출한다. 저항 성능평가는 전산유체역학(CFD, Computational Fluid Dynamics) 해석을 사용하며 기존 선형과 최적 선형의 저항 성능 비교를 바탕으로 AI 기반 설계 탐색 기법을 통한 소형 쌍동선형의 주요 치수 최적화 방법에 대한 타당성을 확인하고자 한다.

2. 최적화 알고리즘 및 유동 해석

2.1 설계 탐색 기법을 이용한 최적화 알고리즘

주요 치수 최적화를 통한 최적 선형 도출 방법에는 HEEDS(Hierarchical Evolutionary Engineering Design System)의 SHERPA(Simultaneous Hybrid Exploration that is Robust, Progressive and Adaptive) 최적화 알고리즘이 도입되었다. SHERPA는 다수의 탐색 방법들을 이용하여 설계 공간의 정보를 효율적이며 반복적으로 탐색한다. 탐색의 방향은 식(1)과 같은 목적함수와 제약조건 위반을 고려한 성능 값(Performance value)을 사용한다(Rahkola, 2014).

$$Performance\ value = \sum_{i=1}^n \frac{O_{weight,i} s_i O_i}{O_{norm,i}} - \sum_{j=1}^m \frac{C_{weight,j} g_j^2}{C_{norm,j}^2} \quad (1)$$

$$g_j = \begin{cases} c_{norm,j} - c_j & c_j > c_{norm,j} \\ 0 & c_j \leq c_{norm,j} \end{cases} \quad (2)$$

여기서 o_i 와 c_i 는 각각 목적함수와 제한조건이며, $o_{norm,i}$ 와 $c_{norm,i}$ 는 각각 일반화된 목적함수와 제한조건의 값이다. 그리고 $o_{weight,i}$, $c_{weight,i}$ 와 s_i 는 가중 계수이며 목적함수의 부호를 결정한다. n 과 m 은 각각 목적함수 및 제한조건에 대한 개수이다. 제한조건의 위반 값인 g_j 는 식(2)와 같이 나타낸다. 성능 값 산정 방법에 따라 제한조건이 만족하는 설계변수에 보상이 적용되지만, 제한조건을 만족하지 않는 설계변수의 경우 제약조건 위반에 따른 보상이 감소하여 성능이 떨어지는 결과를 나타내게 된다. 계산된 성능 값과 이를 이용한 탐색 방향이 선정되고, 성능 값이 큰 설계 결과를 위주로 선택하는 최적화가 진행된다.

2.2 CFD를 이용한 유동 해석

본 연구의 저항 성능평가에 사용된 비압축성 유체에 대한 지배방정식은 연속방정식(continuity equation)과 운동량방정식(momentum equation)이고, 공학적 문제의 해결에는 주로 앙상블 평균화(ensemble averaging)된 방정식이 사용된다. 이때 평균화된 운동량방정식은 Reynolds-Averaged Navier-Stokes (RANS) 방정식이고, 연속방정식과 RANS 방정식의 직교 좌표에 대한 텐서 표기는 식(3) 및 식(4)와 같다(Ferziger and Perić, 2002).

$$\frac{\partial}{\partial x_i} (\rho \bar{u}_i) = 0 \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho \bar{u}_i) + \rho \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = & - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} \\ & + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \overline{\rho u'_i u'_j} \right] + \rho \bar{g}_i \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 \bar{u}_i 와 $\bar{u}_j (i, j = 1, 2, 3)$ 는 x_i 와 $x_j (i, j = 1, 2, 3)$ 방향에 대한 평균 유속이고, ρ 는 유체의 밀도, \bar{p} 는 평균 압력, μ 는 유체의 점성 계수, $\overline{\rho u'_i u'_j}$ 는 Reynolds 응력, \bar{g}_i 는 중력가속도이다.

수치해석 기법으로는 속도-압력 상호 연계인 semi-implicit method for pressure-linked equation(SIMPLE) 기법이 사용되었다. 해석에 사용된 유체는 청수로, 해석 시간은 충분한 수렴을 고려하여 모형선 축적에서 20초로 수행하였다.

난류 유동을 예측하기 위해 Reynolds stress model(RSM) 모델을 사용하였으며, 자세한 해석 조건에 대한 설명은 STAR-CCM+ 매뉴얼에 나타나 있다(CD-adapco, 2018).

3. 대상 선박 및 유동 해석 조건

3.1 대상 선박

대상 선박은 Fig. 1과 같은 부산 연안항 내 부유 폐기물을 처리하는 50톤급 청항선으로 선정하였다. 본 선박은 암모니아 기반 하이브리드 연료전지를 사용하는 친환경 선박으로, 암모니아 개질에 의한 에너지 생산량에 비해 필요 동력이 높아서 이를 낮추기 위한 선형 최적화가 요구되고 있다.



Fig. 1. A picture of cleaning ship (Source: korea.kr).

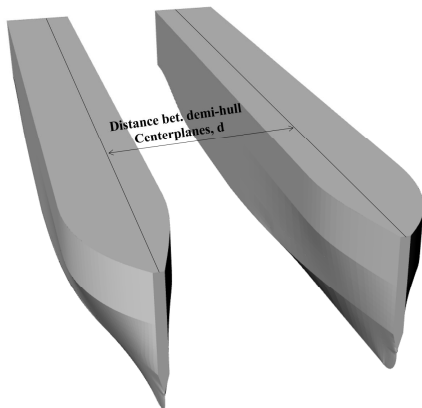


Fig. 2. Shape of existing hull.

소형 쌍동선형의 기존 선형과 주요 치수는 각각 Fig. 2와 Table 1에 나타내었다. Fig. 2와 같이 단동 선체 간의 간격은 d 로 나타내었고, CFD 해석은 대상 선박을 약 5.143의 축적비로 줄인 모형선을 바탕으로 수행하였으며 이에 따른 모형선의 선체 길이(L)는 3.5m로 선정하였다. 그리고 모형선 해석 결과를 바탕으로 실선의 저항을 추정하였다.

3.2 해석 영역, 경계 조건 및 격자 시스템

본 연구의 CFD 해석에 사용된 해석 영역 및 경계 조건은 Fig. 3에 나타나 있으며, 해석 영역의 크기는 선체 길이 방향으로 $4L$, 폭 방향으로 $3L$ 과 높이 방향으로 $2.5L$ 로 지정하였다. 대상 선박의 선수는 입구 경계 조건에서 $1L$ 만큼 떨어진 위치에 배치되었다. 입구와 출구는 균일류와 대류 경계 조건을 각각 설정하였다. 그리고 선체 표면과 무한 원방 경계에는 점착 조건과 대칭 조건을 각각 부여하였다.

Table 1. Main particulars of existing ship

Main particulars	Symbol[unit]	Value (Design draft)
Design speed	V_s [knot]	8.0
Length between Perpendiculars	L_{pp} [m]	18.0
Breadth of the demi-hull	B [m]	2.0
Distance bet. demi-hull centerplanes	d [m]	4.4
Draft	T [m]	1.0
Displacement volume	∇ [m ³]	48.4

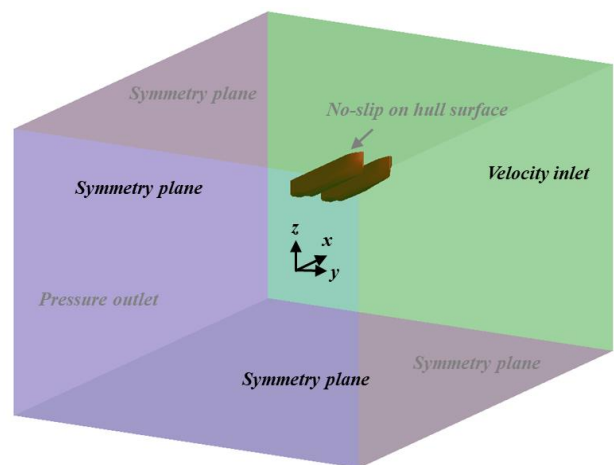


Fig. 3. Schematic of system.

기존 선형과 주요 치수 최적화에 의한 최적 선형의 파형을 체계적으로 비교하기 위해 Fig. 4와 같이 4개의 영역(Zone)을 선정하였다. 우선 Zone I은 선수 파의 특성을 파악할 수 있는 영역이며, Zone II에서는 두 단동선형 사이로 들어오는 유동의 상호간섭에 의한 파형을 확인할 수 있다. Zone III와 Zone IV는 두 단동선형 사이의 파정과 파저의 분포를 확인하고자 선정하였다. 그리고 두 단동선형 사이의 중심(S1), 안쪽 선측(S2) 및 바깥쪽 선측(S3)의 단면들을 선정하여 선체 길이 방향을 따라 발생하는 파의 높이를 비교하였다.

본 연구에 사용된 격자 시스템은 Fig. 5와 같다. 격자 시스템은 선체 표면, 자유수면 근방과 선체 후류 영역에 격자를 집중시켰다. 이에 따라 해석에 사용된 격자수는 약 50만개이다.

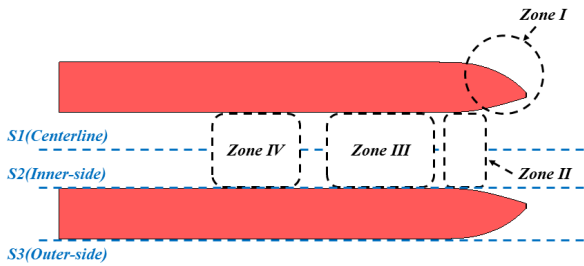


Fig. 4. Definition of zones in the free-surface section and sections at Centerline, Inner side and Outer side for the comparison of contours of wave elevations.

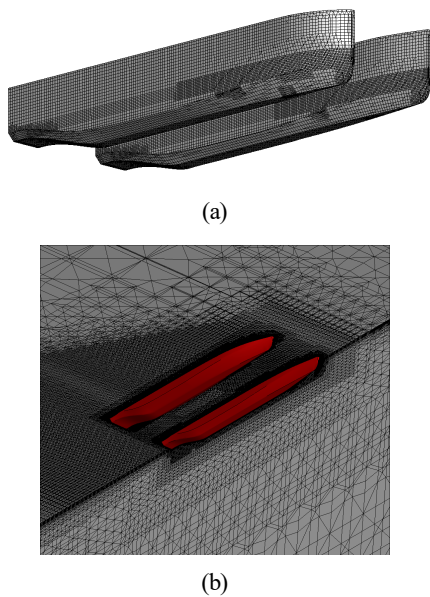


Fig. 5. Grid system: (a) hull surface and (b) Sections of free surface and centerline of monohull.

4. 결과 토의

4.1 설계 탐색 및 최적화 수행

주요 치수 최적화에 의한 최적 선형 도출 및 저항 성능을 확인하기 위해 HEEDS의 SHERPA 방법과 CFD 해석 프로그램을 연동하였다. 선형 변화는 CFD 해석의 전처리 과정(Pre-processing)에서 JAVA Script와 Python을 사용하여 선박의 치수가 자동으로 변환되며, 이후 생성된 선형에 대한 저항 성능은 CFD 해석을 통해 도출한다. 주요 치수 최적화는 한쪽 선형(Demi-Hull)의 길이, 폭, 흘수 그리고 단동선형 간의 간격에 대하여 수행되었다. 목적함수는 총저항이며, 내부 의장 시스템의 크기 등을 고려한 설계변수와 그 변환범위는 Table 2에 나타내었다. 설계변수는 최대(Max) 및 최소(Min) 변환범위 사이의 간격(Increment)에 따라 변환 개수(Resolution)가 만큼 조정된다. 제약조건은 배수 체적으로, 기존 선형의 대비 $\pm 0.3\%$ 내에서 만족하도록 설정하였다.

4.2 최적화 결과

주요 치수 최적화에 의해 도출된 최적 선형과 기존 선형을 Table 3에 나타내었다. 기존 선형에 비해서 최적 선형의 주요 치수 변화로 선체 길이와 단동선형 간의 간격은 증가하였으며, 선체의 폭과 흘수는 감소하였다. 가장 많은 설계변수의 변화는 단동선형 간의 간격으로 기존 선형에 비해 5.45% 증가하였다. 그리고 제약조건인 배수 체적은 48.4m³에서 48.437m³으로 0.076% 증가하였으며, 이는 배수 체적의 제약조건인 $\pm 0.3\%$ 내에서 만족하였다.

Table 2. Design variables for the optimization by data search techniques

Parameter	Min	Max	Increment	Resolution
L				
B	-5.0 %	+5.0 %	0.1 %	101
T				
d	-0.75 m	+0.75 m	0.015 m	101

Table 3. Comparison of design variables and constraint between existing hull and Optimized hull

Items	Optimized Hull Form	Existing Hull Form	Difference
L _{PP} [m]	18.90	18.00	+0.90m (+5.00%)
B[m]	1.98	2.00	-0.02m (-1.00%)
T[m]	0.96	1.00	-0.04m (-4.00%)
d[m]	4.64	4.40	+0.24m (+5.45%)
∇[m ³]	48.44	48.40	0.04m ³ (+0.08%)

AI 기반 설계 탐색 기법을 통한 선박의 주요 치수 최적화

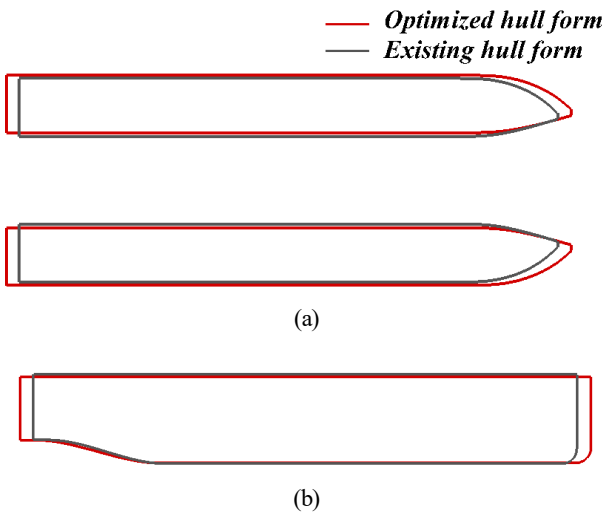


Fig. 6. Comparison of hull shapes between existing and optimized hull forms: (a) Top view and (b) Side view.

Table 4. Result of analysis of target ship

	R_{TM} [N]	R_{TS} [N]
Optimized Hull Form	59.918	7311
Existing Hull Form	66.622	8249
Diff. %	-10.063	-11.371

기존 선형과 주요 치수 최적화에 의한 최적 선형의 변화를 Fig. 6에 나타내었다. 적색 선은 최적 선형이며 흑색 선은 기존 선형의 결과이다.

4.3 유동 해석 결과를 통한 저항 성능 검증

도출된 최적 선형과 기존 선형의 목적함수인 저항 성능을 확인하고자 CFD 해석을 통한 모형선 및 실선으로 확장된 총저항 결과를 Table 4에 비교하였다. 모형선 크기에서의 총저항은 기존 선형 대비 최적 선형의 경우 약 10% 감소되었다. 그리고 모형선의 해석 결과로부터 실선의 성능을 ITTC 1957 방법으로 예측하였고, 실선에서는 약 11.4% 개선된 결과를 보여주었다. 이는 준 추진 효율 계수의 변화가 없다고 가정 시 최적 선형의 선속은 약 0.5노트 향상되었음을 확인할 수 있다.

최적 선형과 기존 선형의 저항 성능 차이를 확인하고자, 선체 주위의 파형 분포 및 선체 표면의 압력 분포를 비교하였다. 우선 최적 선형과 기존 선형의 선체 주위 파형 분포는 Fig. 7과 같다. 국부 파형 분포에 대한 분석을 위해 Fig. 4에서 정의한 Zone들의 결과를 비교하였다. 먼저 Zone I을 보면, 기존 선형 대비 최적 선형의 경우, 반쪽 선체의 바깥쪽과 안

쪽 모두에서 파고의 높이가 감소된 것을 알 수 있었다. Zone II를 보면, 선수에서의 파 에너지 영향으로 최적 선형 주위 파의 기울기가 상대적으로 완만해진 것을 확인하였다. 이에 따라 Zone III에서는 최적 선형의 경우, 파저의 절댓값이 감소됨을 확인할 수 있었다. 또한 중앙부 근처의 Zone IV에서도 최적 선형 파고의 높이가 감소를 확인하였다.

선체 주위 조파저항 성능을 확인하고자 두 단동선형의 S1, S2 및 S3 단면에서 파의 높이를 Fig. 8에 비교하였다. 파고의 높낮이 차이는 최적 선형이 기존 선형에 비해 감소하였음을 Fig. 8(a)와 Fig. 8(b)에서 확인할 수 있다. 그리고 S3 단면에서 두 선형의 파고 차는 크지 않음을 Fig. 8(c)를 통해 확인하였다. 이러한 결과는 최적 선형의 조파저항 성능 향상에 따른 총저항의 감소 요소로 추정할 수 있다.

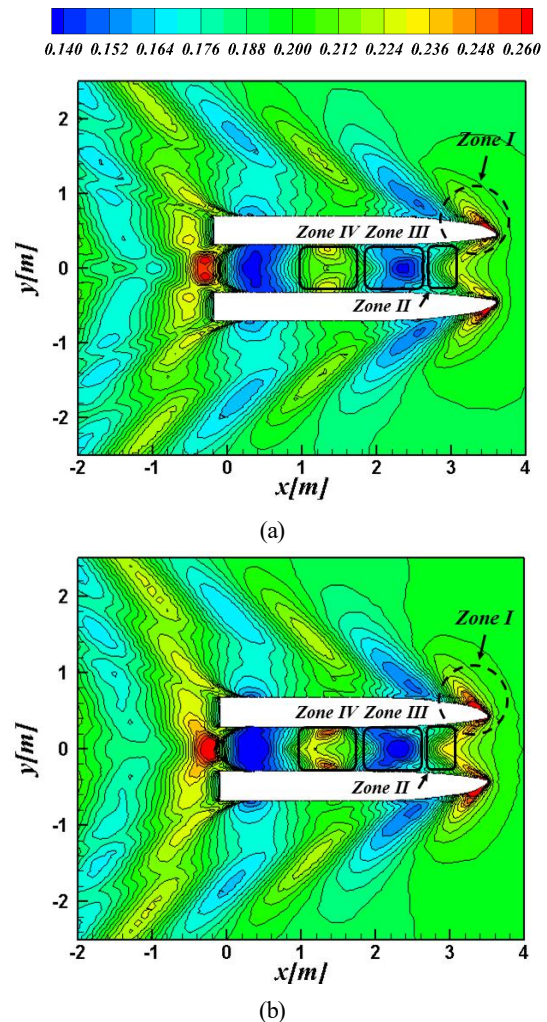


Fig. 7. Contours of wave elevation in the free-surface plane for (a) Optimized hull form and (b) Existing hull form.

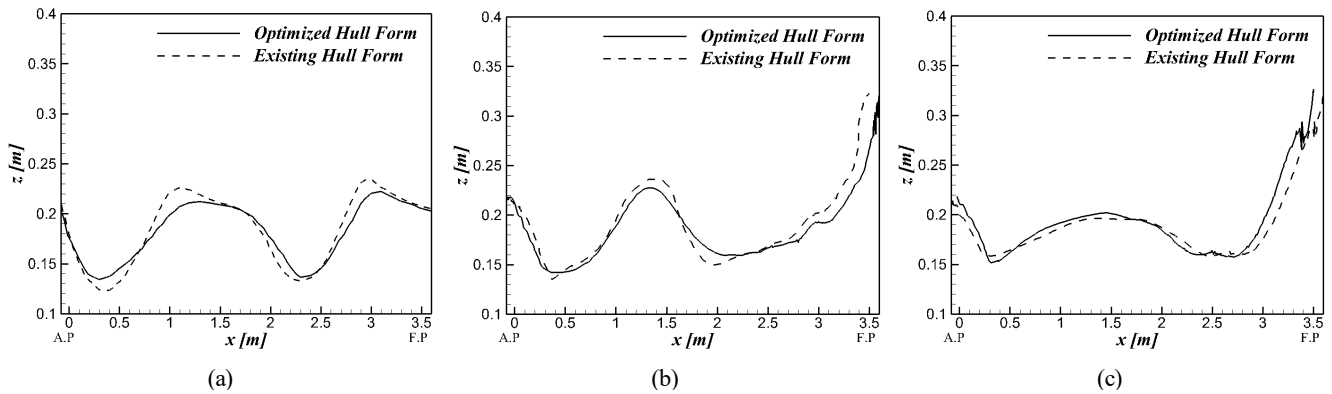


Fig. 8. Wave profile of existing and optimized hull forms at the section of (a) S1, (b) S2 and (c) S3.

선체 주위 파형 분포에 대한 비교와 더불어 최적 선형 및 기존 선형의 선체 표면에 작용하는 압력 계수 분포를 Fig. 9에서 비교하였다. 최적 선형의 선체 표면에 발생하는 압력 계수 분포의 크기가 기존 선형에 비해 선미부 및 선측에서 상대적으로 감소하였으며, 이는 최적 선형의 총저항 감소를 뒷받침한다.

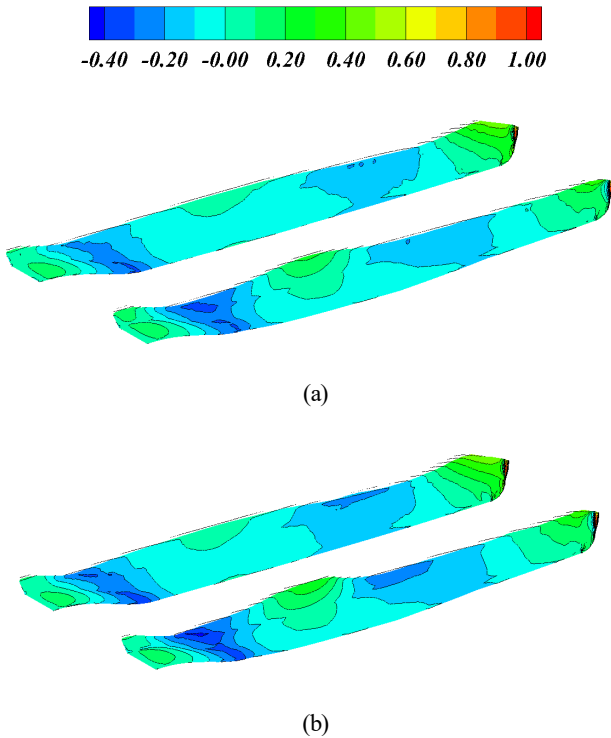


Fig. 9. Contours of pressure coefficient distribution in perspective view for (a) Optimized hull form and (b) Existing hull form.

5. 결론

본 논문에서는 AI 기반 설계 탐색 기법을 활용하여 소형 쌍동선형의 주요 치수를 최적화하고 저항 성능 관점에서 최적화 선형의 성능개선을 확인하였다. 설계 탐색 기법은 최적화 프로그램 HEEDS의 SHERPA 알고리즘을 사용하였으며 유동 해석은 상용 CFD 코드인 STAR-CCM+를 사용하였다. 주요 치수 최적화에서 설계변수는 한쪽 선형의 길이, 폭, 흘수 그리고 단동선형 간의 간격을 선정하였다. 목적함수는 총저항값으로 하였고 제약조건은 내부 의장 시스템의 크기 등으로 인한 배수 체적의 범위를 제한하였다. CFD를 사용하여 최적화 선형과 기존 선형의 저항 성능을 비교하였으며, 그 결과는 다음과 같다.

- 주요 치수 최적화 결과로 생성된 최적 선형은 선체 길이와 단동 간 간격은 증가하였고, 선체 폭과 흘수는 감소하였다. 그리고 배수 체적은 제약조건 내에서 변화함을 확인하였다.
- 기존 선형과 주요 치수 최적화에 의한 최적 선형의 파형 모습은 전반적으로 기존 선형에 비해 파고와 파저의 높이 차이가 감소하고, 파의 기울기가 상대적으로 완만해져 조파저항의 감소를 추정할 수 있다.
- 선체 표면 압력 계수 분포의 경우 기존 선형의 압력 계수 분포에 비해 주요 치수 최적화에 의한 최적 선형의 압력 계수 분포 크기가 상대적으로 감소하였음을 확인하였다.
- 이러한 최적 선형의 파형과 선체 압력 분포의 개선으로 인해 모형선 크기에서의 총저항은 약 10% 감소하였으며, 실선 크기의 총저항은 약 11.4% 감소하였다.
- 본 연구를 통해 선박의 형상을 직접 변경이 아닌 주요 치수 최적화를 통한 선박의 저항 성능 향상을 확인하였다. 이를 통해 다양한 선박의 주요 치수 최적화를 통한 성능 향상에 활용이 될 것으로 기대한다.

후 기

이 연구는 한국산업기술진흥원의 부산 암모니아 친환경 에너지 특구 사업 중 암모니아 기반 연료전지 하이브리드 친환경 선박 실증(P0020619) 과제 및 산업통상자원부와 한국산업기술진흥원의 지역혁신클러스터R&D 사업(P0015330)의 지원을 받아 수행되었습니다.

Received : 2022. 10. 24.

Revised : 2022. 12. 08.

Accepted : 2022. 12. 28.

References

- [1] CD-adapco(2018), STAR-CCM+ User Guide, Ver. 13.02.
- [2] Choi, H. J. and D. W. Park(2013), Wave-resistance Performance Analysis of the Twin Hull for a Type of the Asymmetric and Symmetric Mono Hull. Journal of the Korean Society of Marine Environment & Safety, 19(1), pp. 78-84.
- [3] Deng, G. B., R. Duvigneau, P. Queutey, and M. Visonneau (2004), Assessment of Turbulence Model for Ship Flow at Full Scale, 6th World Congress on Computational Mechanics (WCCM), Beijing, September 2004.
- [4] Ferziger, J. H. and M. Perić(2002), Computational Methods for Fluid Dynamics, 3rd Edition, Springer, Germany, pp. 292-294.
- [5] Kim, H. S. and U. C. Jeong(2010), A study on the flow characteristics between two hull forms of catamaran Leisure boat. Journal of Korean Society of Mechanical Technology, 12(1), pp. 1-6.
- [6] Kim, M. and D. W. Park(2015), A study on the green ship design for ultra large container ship. Journal of the Korean Society of Marine Environment & Safety, 21(5), pp. 558-570.
- [7] Lee, Y. K., I. H. Park, J. H. Shin, S. Kim, K. Y. Lee, and Y. S. Choi(2015), Mixed-flow pump impeller-diffuser optimization method by using CFX and HEEDS. Transactions of the Korean Society of Mechanical Engineers B, 39(10), pp. 831-842.
- [8] Park, C. W. and U. C. Jeong(2001), A study on the resistance performance of twin hull forms - the effect of distance between two hulls. Journal of Korean Society of Mechanical Technology, 3(1), pp. 163-168.
- [9] Rahkola, P.(2014), Parameter optimisation using Heeds MDO and DAKOTA.
- [10] Spalart, P. R. and C. L. Rumsey(2007), Effective Inflow Conditions for Turbulence Models in Aerodynamic Calculations, American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA) Journal, Vol. 45, No. 10, pp. 2544-2553.