

자연대류 경계층의 천이특성에 대한 실험적 연구

황성충* · 요시프 무스타파* · 임희창*,†

Experimental study of natural transition in natural convection boundary layer

ShengZhong Huang*, Mustafa Z. Yousif*, and Hee-Chang Lim*,†

Abstract We carried out a laboratory experiment about the thermo-fluidic characteristics of natural convection boundary layer over a vertical heated plate under constant heat flux condition. Particle image velocimetry has been applied to observe the surface convection velocity close to the vertical plate submerged in the water chamber with the condition of $Ra = 7 \times 10^9$ and $Pr = 8.1$. The velocity distributions indicate that the distinct stripe-like structures appears in the upstream (earlier transition region) and the distinct negative-positive and $\Lambda(\lambda)$ -shaped flow structures in the downstream (mid-transition region). In addition, the temporal variation of spanwise and streamwise velocity is also presented.

Key Words : natural transition(자연 천이), particle image velocimetry(입자 영상 유속계), natural convection (자연대류), constant heat flux(일정 열유속)

1. 서론

층류에서 난류로의 중간단계인 천이유동은 이론적으로 뿐만 아니라 실험적으로 오랫동안 연구되어 왔으나, 이와 관련된 물리적인 특성들에 대해서는 여전히 논란이 많으며, 많은 부분 밝혀지지 않고 있다. 천이라는 용어는 유체역학에서 크게 강제(forced), 우회(Bypass) 및 자연(natural) 천이 등의 세 가지 주요 유형으로 분류할 수 있다. 우회 또는 강제 천이와 비교할 때 자연 천이는 유체역학의 고유한 난류 특성을 얻

구하는데 매우 중요하며 이의 연구 가치는 크다고 할 수 있다.

Zhao 등⁽¹⁾은 천이 유동의 특성을 이해하기 위하여 일정한 온도 조건에서 수직 가열판에 인접한 자연 천이에 대한 연구를 수행하였다. 이들은 자연대류에 의해 발달하는 경계층 유동이 지수 함수로 증가하는 것을 확인하였다. 또한, 자연대류의 하류에서 흐름의 접선방향 속도도 증가시키는 방법도 제시하였다. 다양한 외란에 의한 K형 (여기서, K는 Klebanoff의 이니셜) 천이도 Zhao 등⁽²⁾에 인공적인 교란 주파수 특성에 의존한다는 것을 입증하였다. 즉, 표면에 인접한 인공 교란 주파수와 특성 주파수(f_c)에 따라 K형 천이가 발생하였다. 이와 동시에 3차원 직접 수치 시뮬레이션을 통해 유동방향 와도의 두 개의 공간 파수가 존재함을 보여주었다.⁽³⁾

자연대류경계층에서 천이유동이 K형 및 H형

† School of Mechanical Engineering,
Pusan National University, Professor
E-mail: hclim@pusan.ac.kr

* School of Mechanical Engineering,
Pusan National University, Graduate Student

(여기서 H는 Herbert의 이니셜)의 특성을 가진다는 것이 지난 수십 년 동안 많이 연구되어왔다. 특히, 직접수치모사 방법이 주로 H형 및 K형의 천이를 관찰하기 위해 많이 다루어졌다⁽⁴⁾. 해석 결과에서 H형과 K형의 독특한 형상을 관찰하였으며 서로 엇갈리고 정렬된 $\Lambda(\lambda, \lambda)$ 형상의 흐름 구조를 나타냈다. 인위적으로 제어되는 교란에 의한 천이특성과는 다르게 자연적 천이는 자연적 교란에 의해 발생하며, 이는 난류로 천이를 만들어낼 수 있는 가장 초기의 섭동 크기 및 표면거칠기와 같은 특성이 될 수 있다. 즉, 불균일한 섭동과 순간 외란에 의해 유발되는 천이를 자연 천이라 할 수 있다. 따라서 자연대류경계층에서는 정렬되거나 엇갈린 $\Lambda(\lambda)$ 형태의 유동구조와 유사한 흥미로운 유동 구조가 나타날 수 있다.

직접수치모사(Direct Numerical Simulation)를 이용하여 H형 및 K형 구조를 관찰한 한 논문은 Tollmien-Schlichting(T-S) 및 경사파를 중첩하기 위해 주파수를 변조하는 연구를 수행했으며 결과적으로 자연대류경계층에서 K형 및 H형 천이가 발생하였다.⁽⁵⁾ 또한 H형 및 K형 천이가 레이놀즈 응력보다 부력의 유기유동에 의한 난류운동에너지에 의해 지배된다는 점을 지적하였다. 그리고, 엇갈린 또는 정렬된 $\Lambda(\lambda)$ 형 유동 구조가 고정되어 있지 않고 평균 유동장에는 나타나지 않는다는 점을 지적하였다.⁽⁵⁾

가열판을 이용하여 다양한 온도 및 경사각 등의 변화에 따른 자연대류경계층 변화를 이해하기 위한 다양한 연구들도 이루어졌다.⁽⁶⁻⁹⁾ 또한 수직 판에 의한 온도변화로 성층화된 유동을 만들 때, 4개의 발달 구간 (시작, 과도기, 정상 및 최종 붕괴)가 나타나는 것을 발견하였다.⁽¹⁰⁻¹¹⁾ 이 논문들은 자연대류를 직접수치모사 시뮬레이션을 통해 층류유동에 적용한 자료라고 할 수 있다.⁽¹⁰⁻¹¹⁾ 수직 및 수평 가열판 위의 자연 대류에서 이산화티타늄(TiO_2)과 물의 혼합물에 의한 나노유체의 특성을 연구하였다.⁽¹²⁾ 또한 동심원 환형의 발열체에 대한 자연 대류 열전달 연구도 일부 있었다.⁽¹³⁻¹⁴⁾

위에서 언급한 문헌들에서 기존에 다양한 실

험적, 수치해석기법을 통해 여러 상태와 조건을 기반으로 자연대류의 특성에 대해 연구하였다. 그러나 온도가 일정한 상태가 아닌 열유속(Heat flux)이 일정한 상태에서의 자연대류경계층에 대한 연구는 아직까지 미미한 상황이다. 본 연구에서는 자연천이를 갖는 자연 발달된 대류 경계층을 입자영상유속계 측정실험을 통해 연구하였다.

2. 실험 장치 및 방법

본 연구에서는 가열판에서 만들어지는 자연대류 경계층에 대한 유동특성을 확인하기 위하여 Fig. 1과 같이 입자영상유속계 측정실험을 수

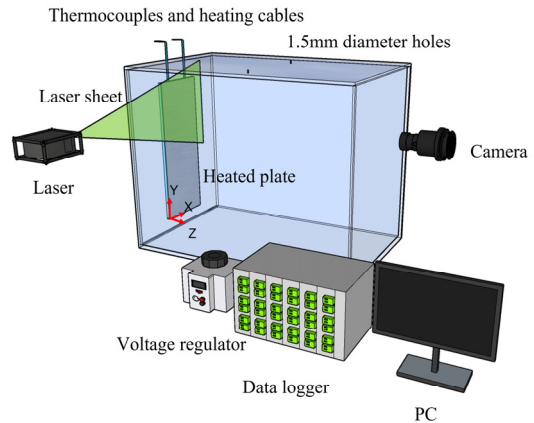


Fig. 1. PIV 시스템의 개략도

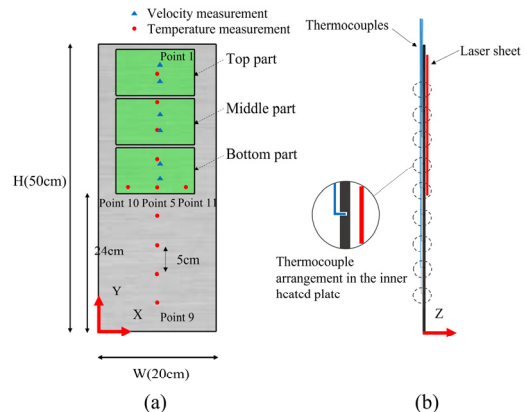


Fig. 2. 가열판의 개략도 (a) 정면도 (b) 측면도

행하였다. 일정한 열유속을 받는 3mm 두께의 가열판은 물탱크에 완전히 잠길 수 있도록 하였다. 연속광 레이저(continuous laser)와 고속 디지털 카메라를 사용하여 관심영역을 조사하고 이미지를 확인할 수 있도록 하였다. 입자영상유속계 측정 시 유효한 이미지들을 연속적으로 촬영하기 위해 레이저 시트를 가열된 가열판 표면에서 약 4mm가량 떨어진 곳에 조사할 수 있도록 하였다(Fig. 2 참조).

본 실험에 사용된 연속 레이저는 파장 532nm, 출력 2W의 고풍력 CW 녹색 레이저 (Excel 532-2000)이며, 입자영상유속계 카메라는 2288×1728 pixel² 해상도에 최대 175FPS(초당 프레임 수)를 지원하는 IDT M5 CMOS 카메라를 사용하였다. 대상 영역에 대한 카메라의 제한된 화각(Field Of View)으로 인해 전체 영역을 나누어 3개의 분할된 영역으로 각각 측정되었다(Fig. 2(a) 참조). 본 연구에 사용된 화각은 134mm×80mm이며, 카메라 해상도는 1676×1024 pixel² 으로 진행하였다. 분할된 3개의 영역들은 앞서 표시된 것처럼 표면에 가까운 가열된 플레이트(즉, z=4mm)에 모두 차례대로 배치되었다.

아크릴판으로 만들어진 물탱크의 크기는 800mm × 500mm × 600mm로 제작되었다. 일정한 열유속을 받는 가열판을 아크릴 물탱크의 좁은 측 벽면에 수직으로 위치시켰으며, 좌표축의 원점은 가열판의 왼쪽 하단 모서리로 정의하였다. 가열판의 선단 모서리에서 3차원 유동 효과로 인한 측정 불확도를 줄이기 위해 Fig. 2(a)와 같이 가열판의 측면 모서리에서 30mm 떨어진 입자영상유속계 이미지를 획득하였다. 가열판은 200mm×500mm × 3mm 치수의 스테인리스 알루미늄으로 만들어졌으며 유동이 발달함에 따른 거칠기 효과를 최소화하기 위해 표면을 완전히 연마하여 매끄러운 표면으로 만들었다. 열선 케이블은 가열판에 열을 최대한 줄 수 있도록 구불구불한 형태로 가능한 판에 완전히 붙일 수 있도록 배치하였다. 실제 가열원의 거리가 난류의 발달뿐만 아니라 표면 주위의 속도 분포에 영향을 미친다고 보고된 바 있다.⁽¹⁵⁾

열원에 의한 표면 온도의 변화를 관찰하기 위

해 열전대도 가열판의 표면에 유동에 영향없이 매립시켰으며, 직경 1mm, 깊이 2mm의 작은 구멍을 11개 만들어, 각 구멍마다 5cm 간격으로 배치시켰다. (Fig. 2(a) 참조) 본 실험에서 반복 실험에 의한 온도데이터의 측정불확도는 약 0.1°C이다. 특히, 본 논문에서는 기준 온도로 필름 온도(T_f) 15°C를 사용하였다.

실제적으로 입자영상유속계 측정을 위한 주요인자로 가시화입자는 비중이 1.06인 폴리암이드를 사용하였다. 입자의 밀도는 물과 유사한 거의 완전한 구형 입자이므로 입자의 침강속도는 실험결과에 미치는 영향이 적다고 판단된다. 또한, 수조 내의 유체의 온도는 실험실의 실내 온도와 거의 일치하는 약 11°C 상태로 진행되었다.

입자영상유속계 측정을 위해 처음에는 적절한 양의 가시화 입자를 물에 첨가하고 균일하게 저었다. 정지된 물의 상태를 유지하기 위해 교반 후 2시간 동안 기다렸으며, 이후 전압 조정기를 사용하여 코일을 가열하였고 1,232 W/m²의 일정한 열유속에 도달하였다. 표면 온도 상태가 준정상 상태에 도달한 후 입자영상유속계 측정을 진행하였다.

수직으로 놓인 가열판에서 발생하는 자연 대류의 경우 주요한 무차원 수는 다음과 같이 정의하였다.

$$\begin{cases} \theta = \frac{T - T_\infty}{T_{\max} - T_\infty} & t^* = \frac{t}{\nu^{-1} \cdot H^2} & Ra = \frac{g\beta\Delta TY^3}{\alpha\nu} \\ u^* = \frac{U}{\nu \cdot H^{-1}} & u_{std}^* = \frac{U_{std}}{\nu \cdot H^{-1}} & v^* = \frac{V}{\nu \cdot H^{-1}} \end{cases} \quad (1)$$

여기서 θ 와 t^* 는 각각 무차원 온도와 시간이 다. T 는 Point 1에서 11까지 가열판 표면의 온도이다. 또한, T_∞ 과 T_{\max} 는 각각 물의 온도와 Point 1에서 11까지 평균된 최대 온도이다. t , ν 그리고 H 는 각각 측정시간 및 동점성계수 그리고 가열판의 높이이다. 그리고, α , g , β 그리고 ΔT 는 각각 열확산율, 중력 가속도, 물의 열팽창 계수 그리고 기준 온도와 평균 Point 1과 9의 온도 간의 차이이다.

3. 온도 조건 검증

동일한 높이에서 무차원 온도의 시간에 따른 변화는 Fig. 3에 제시하였다. 결과에서 볼 수 있듯이 온도 변화는 전반적으로 가열 상태와 준정상 상태의 두 가지 보여진다. 여기에서 준정상 상태는 상대적으로 작은 진폭과 시간에 따른 값의 변화가 일정하게 유지상태를 말한다. 여기서 특히 강조되어야 할 부분은 자연대류경계층 실험의 오차 불확도를 위해 준정상 상태에서 실험이 이루어져야 한다는 점이다. 특히, 준정상 상태 이전에 온도가 급격히 상승하는 경향은 주의해야 할 것으로 판단된다.

앞서 언급했듯이 입자영상유속계실험에서 각각의 한계로 인해 측정 영역이 3개(하단, 중간, 상단 부분)로 나뉘어있으며, 가열의 초기에 일시적인 불안정한 온도특성이 있었다. 따라서, 명확한 측정을 위해 수평과 수직라인을 따라

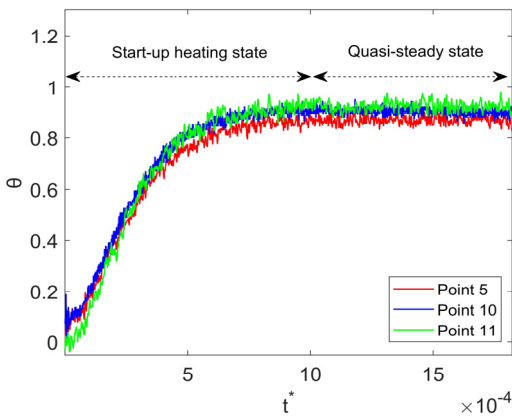


Fig. 3. 동일높이에서 시간에 따른 온도변화

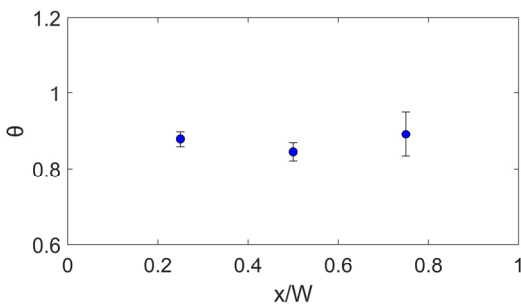


Fig. 4. 동일 높이에서의 평균 온도의 변화

온도의 변화특성을 확인하였다. Fig. 4는 자연대류 유동방향의 수직인 동일한 높이(5, 10 및 11 Point)에서 평균 온도분포를 나타내고 있다. 결과에서 알 수 있듯이 세 점에서의 온도 변화는 거의 동일한 값을 나타내었다. 여기서 표면 온도는 $t^* = 1 \times 10^{-3}$ 이후에 가열된 판에서 얻은 온도를 무차원하여 얻은 값으로 나타내었다.

Point 1에서 9까지 가열판 표면의 온도 분포(θ)는 Fig. 5에 나타내었다. 가열판 표면과 주변 유체 사이에서 측정된 온도차 ΔT 는 거의 7°C 에 다달았다. 이는 가열판 표면에서 유동방향으로 온도 구배가 분명히 있음을 나타낸다. 여기서 온도는 Point 1에서 5까지 꾸준히 상승하는 반면 급격한 상승은 Point 6에서부터 시작한다는 것을 확인하였다. 이는 대류유동이 열을 하류로 전달하여 상류에서 하류로의 흐름에 따라 점점 더 불안정해지는 것으로 판단된다. 따라서 열과 속도 경계층의 불안정성은 점차 증폭되고 유동특성도 하류로 나아감에 따라 변화하였다. 또한, Fig. 5에서 하류로 나아감에 따라 온도가 증가하는 경향은 가열판 표면의 일정한 열유속으로 인해 유동방향의 온도분포가 변하며, 하류에서는 특히 선형적인 변화를 가진다는 것을 보여주고 있다.

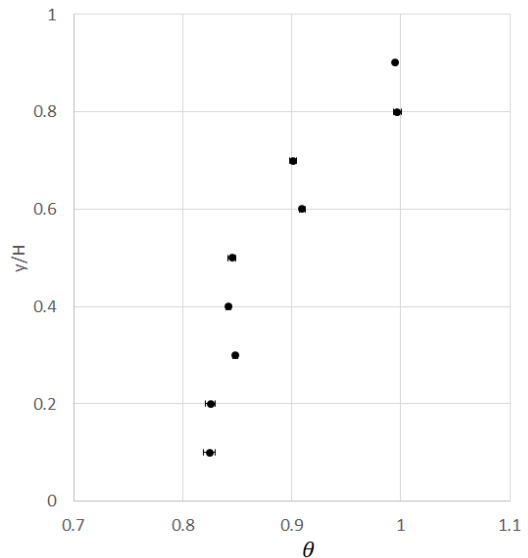


Fig. 5. 동일한 가열 조건에서 평균 및 표준편차 무차원 온도 분포

4. 결과 및 토의

4.1 유동수직 속도성분의 시간적 변화

벽면에 근접한 열 및 속도경계층의 유동특성을 이해하기 위해 여러 유동방향 위치에서 유동의 수직속도(spanwise velocity)성분의 시간에 따라 Fig. 6으로 나타내었다. 속도 측정은 $x/W = 0.52$ 에서 시작해서 평판의 중심선을 따라 이루어졌다. 이전 연구와 같이 벽 표면의 열경계층을 측정할 기존 연구는 초기에는 대략 1차원 특성이라고 보고한 바 있다(16-17). 실제 비교를 위해 본 연구에서는 이론적인 불안정 특성을 나타내는 Ra 수 7×10^9 를 적용하였다. 그림에서 알 수 있듯이, 먼저 $y/H = 0.53$ 과 0.59 에서 수직속도의 변화가 시간에 따라 거의 변동하지 않음을 알 수 있다. 그 이후, 유체가 천이 영역의 상태로 접어들면서 $y/H = 0.7$ 과 0.76 에서 상대적으로 강한 변동을 나타내기 시작하며 이는 유동방향으로 유동불안정성이 발생한 것으로 판단된다.

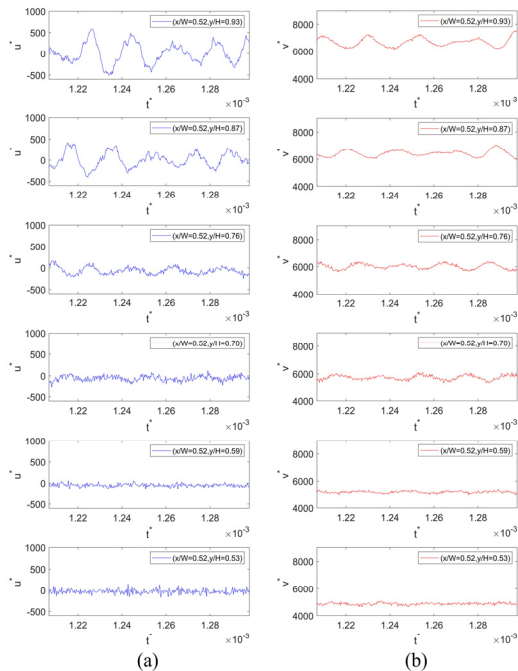


Fig. 6. 시간에 따른 유속의 변화 (a) $x/W = 0.52$ 에서 위치별 유동수직 속도성분 (b) $x/W = 0.52$ 에서 유동방향 속도성분변화

상대적으로 높은 열원은 하류로도 전달된 것으로 판단된다. 따라서 수직속도성분의 시간적 변동이 하류에서 지배적으로 보인다. 또한 자연대류유동에의해 난류 경계층이 성장하는 것은 기존의 난류경계층 유동과 그 특성이 다르다는 것을 확인하였다. 특히, 자연 대류유동 특성은 국부적인 물리적 조건에 의해 영향을 받을 뿐만 아니라 가열된 표면의 열에 의해 영향을 받았다. 마지막으로 유동이 가열판의 하류에 도달함에 따라 $y/H = 0.87$ 및 0.93 에서 시간에 다른 수직속도성분의 진폭이 상대적으로 강해지는 것을

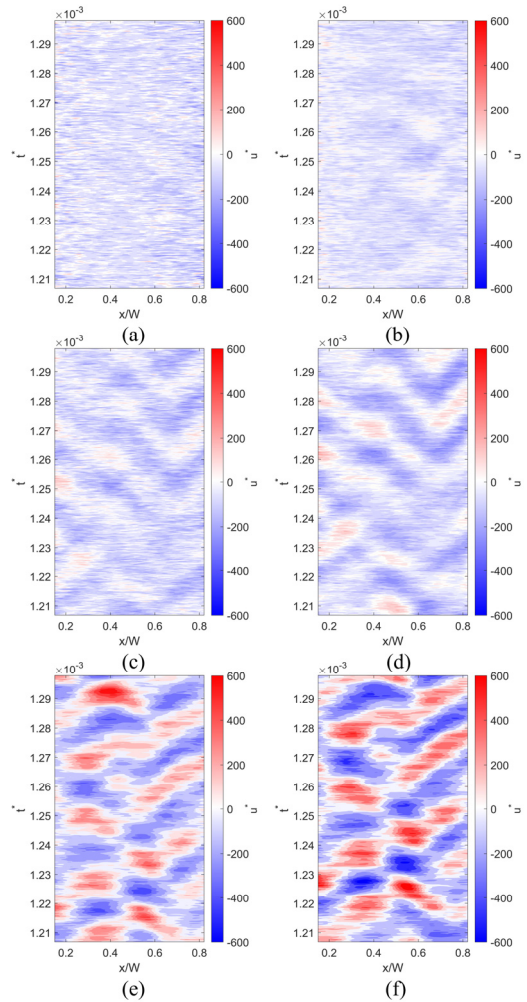


Fig. 7. y/H 의 위치별 유동수직 속도성분의 공간적 시간적 변화 (a) $y/H = 0.53$ (b) $y/H = 0.59$ (c) $y/H = 0.70$ (d) $y/H = 0.76$ (e) $y/H = 0.87$ (f) $y/H = 0.93$

관찰할 수 있었다.

자연대류 경계층에서 유동구조의 공간 및 시간적 변화를 보기 위해 Fig. 7과 같이 유동수직 속도분포의 등고선 변화를 6개의 서로 다른 가열판에 나타내었다. 여기서 x축은 준정상 상태의 무차원 시간($t^* = \frac{t}{\nu^{-1} \cdot H^2}$)으로 나타내었다.

Fig. 7에서 보는 바와 같이 초기의 유동은 아직 천이에 이르지 못하여 뚜렷하고 주기적인 유동구조가 거의 나타나지 않고 있다. 즉, 초기의 유동이 발달하는 영역에서는 유동의 수직성분의 크기가 거의 무시할 정도로 작아보인다. 그러나, Fig. 7(c)와 (d)에서 볼 수 있듯이 하류로 나아감에 따라 줄무늬 모양의 유동구조가 나타나는 것을 볼 수 있다. 이는 초기 발생한 미세한 임의의 유동이 하류로 발전함에 따라 점차 증폭되어 횡방향의 주기유동으로 점차 발달하는 것으로 보인다. 실제 본 연구와 관련하여 일정한 온도 조건의 가열판에 보고된 기존 연구에서도 줄무늬 모양의 유동 구조를 확인한 것으로 보고된 바 있다.⁽¹⁾

유동이 보다 더 하류로 갈수록 주기적 유동이 더 증폭되어 줄무늬 모양의 유동구조가 점차 소규모의 줄무늬 구조로 변하면서 결국 Fig. 9(e)와 (f)와 같이 유동에 수직속도성분이 양과 음의 속도를 번갈아 가지는 흥미로운 속도분포를 가지게 된다.

또한 속도 등고선에서 볼 수 있듯이 엇갈린 형 및 정렬된 $\Lambda(\lambda)$ 형 유동구조가 관찰되고 있다. 이러한 유동구조는 외부의 자연적인 가진 주파수와 파장의 영향으로 공간적인 영역이 확보된다면 뚜렷한 유동구조를 가질 것으로 판단된다.

4.2 순간 수직속도성분

Fig. 8은 준정상 상태에서 유동수직속도의 순간속도장을 보여주고 있다. 그림에서 볼 수 있듯이 처음 상류(Fig. 8(a))에서는 약한 수직속도 영역이 겨우 형성되기 시작하고 있다. 유동이 하류로 나아감에 따라 점차 순간속도가 더 강해

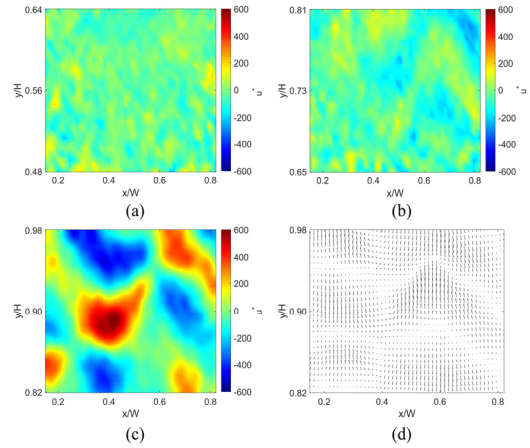


Fig. 8. 순간 수직속도장 (a) 상류부분 (b) 중류부분 (c) 하류부분 (d) 순간 수직속도 벡터

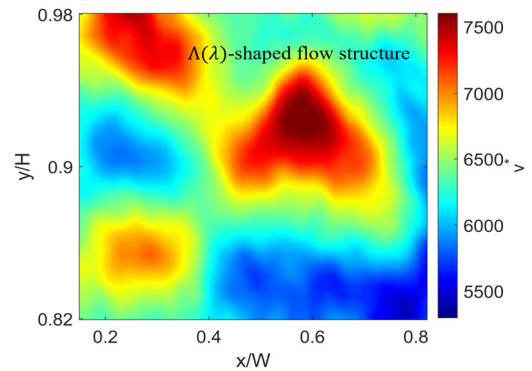


Fig. 9. 하류에서 관측된 순간 유동방향 속도성분의 등고선

지고 있다.(Fig. 8(b) 참조) 결국 하류에서 수직속도의 특성이 양과 음의 특성이 주기적으로 나타나는 형상을 보여주고 있다.(Fig. 8(c) 참조) 자연대류로 인한 천이특성을 관찰하기 위해 하류에서의 순간 변동 속도 벡터는 그림 8(d)와 같다. 그림에서 보는 바와 같이 $\Lambda(\lambda)$ 형태의 유동구조가 형성되어 자연대류 경계층에서 유동이 천이특성이 나타나고 있음을 알 수 있으며, 동시에 유동이 2차원에서 3차원 형상으로 변하고 있다는 것을 보여주고 있다.⁽³⁾

Fig. 9는 하류에서 관측된 순간 유동방향 속도성분의 등고선분포를 나타내고 있다. 그림에서 볼 수 있듯이 하류 영역에서 뚜렷한 형태의

유동 구조가 보이고 있다. 하류 지역의 유동 구조는 Sayadi등⁽⁴⁾ 및 Berlin등⁽¹⁹⁾의 결과들과 일치하였다.

4.3 Spanwise 속도 강도

유동에 수직방향속도의 변동특성은 그림 10과 같이 속도의 표준편차(STDV)로 비교해 볼 수 있다. 그림에서 수직속도성분의 표준편차특성은 유동 방향으로 점차적으로 증가하는 특성을 보여주고 있다. 이는 주로 수직속도성분의 변동값 증가로 판단되어지며, 가열판의 표면에서 초기의 미세한 흐름에서 천이에 이르기까지 유동의 성장특성에 대해 단순한 이론적 해로 예측이 가능하다. 본 입자영상유속계 측정결과와 Zhao 등⁽¹⁾의 일정한 온도 조건에서의 결과와도 잘 일치한다는 점은 흥미로운 결과로 판단된다. 본 실험에서 Ra수 자체도 기존 Zhao 등⁽¹⁾의 측정영역에서 사용한 값보다 적지만, 그림에서 볼 수 있듯이 두 결과 모두 유사한 경향을 보여주고

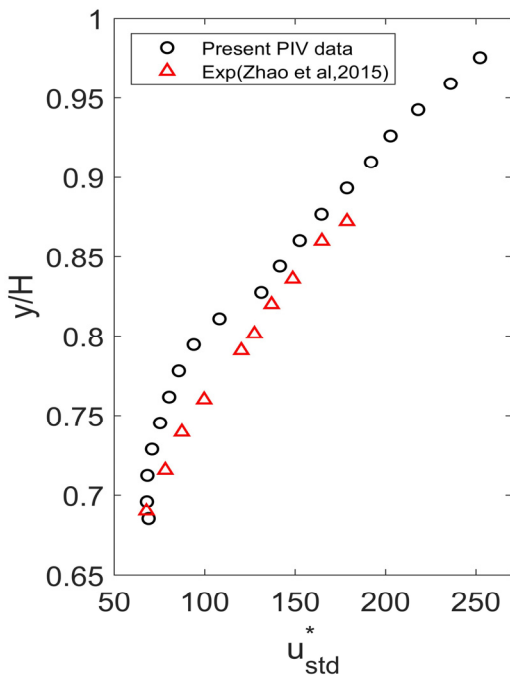


Fig. 10. 유동 수직방향의 속도성분의 표준편차 변화

있다. 현재로서는 두 결과의 차이는 가열 조건 뿐만 아니라 상대적으로 높은 준정적 평형상태의 온도차이로 인한 것으로 판단된다.

5. 결론

본 연구에서는 일정한 열유속 조건에서 자연대류경계층의 자연대류에 의한 천이유동을 조사하였다. Ra수가 7×10^9 인 수직 가열판에 인접한 자연대류경계층의 특성을 조사하기 위한 입자영상유속계 실험을 기반으로 내용을 정리하였다. 본 연구에서는 층류에서 난류유동으로 천이특성을 자연대류경계층의 유동방향과 유동수직방향의 유속성분특성을 확인하여 특성을 파악하였다. 본 연구는 입자영상유속계 측정을 통해 이루어졌으며, 다음과 같은 주요 결론을 기술하고자 한다.

- 일정한 열유속 조건에서 자연대류경계층의 다양한 유동구조를 관찰하였으며, 유동에 수직방향의 속도성분에서 뚜렷한 양과 음의 속도 성분이 관찰되었고, 특히 유동의 하류에서 뚜렷한 변화를 관찰할 수 있었다. 이 결과로 실제 유동구조가 복잡한 3차원 유동특성으로 변하고 있음을 보여주고 있다.
- 유동방향의 속도분포에서 아주 특이한 $A(\lambda)$ 형 유동 구조가 본 실험에서 관찰되었으며, 이는 기존의 연구들과 상당부분 유사한 특성을 나타내었다.
- 유동방향과 유동에 수직방향의 속도성분에 대한 시간적인 변화는 상류에서는 주기적인 특성이 나타나지 않았으나, 하류로 나아갈수록 뚜렷한 주기유동을 관찰할 수 있었다. 또한, 줄무늬 모양의 유동 구조와 뚜렷한 양과 음의 속도성분을 가지는 유동구조도 유동에 수직방향 속도성분에서 보여주었다.

후 기

이 논문은 2021년도 정부(산업통상자원부)의 재원으로 한국에너지기술평가원의 지원(202140 00000140, 청정에너지 융합 발전 융합대학원과

2019년도 정부(교육부)의 재원으로 2019(한국연구재단)의 지원을 받아 수행된 연구임(2019R111A3A01058576, 공학기술기반의 격리챔버 내 극한압력 생성 및 다물리해석)

REFERENCE

- 1) Y. Zhao, C. Lei, and J. C. Patterson, "A PIV measurement of the natural transition of a natural convection boundary layer," *Exp. Fluids*, vol. 56, no. 1, p. 9, Jan. 2015.
- 2) Y. Zhao, C. Lei, and J. C. Patterson, "PIV measurements of the K-type transition in natural convection boundary layers," *Exp. Therm. Fluid Sci.*, vol. 101, pp. 62–75, Jan. 2019.
- 3) Y. Zhao, C. Lei, and J. C. Patterson, "Natural transition in natural convection boundary layers," *Int. Commun. Heat Mass Transf.*, vol. 76, pp. 366–375, Aug. 2016.
- 4) T. Sayadi, C. W. Hamman, and P. Moin, "Direct numerical simulation of complete H-type and K-type transitions with implications for the dynamics of turbulent boundary layers," *J. Fluid Mech.*, vol. 724, pp. 480–509, Jun. 2013.
- 5) Y. Zhao, C. Lei, and J. C. Patterson, "The K-type and H-type transitions of natural convection boundary layers," *J. Fluid Mech.*, vol. 824, pp. 352–387, Aug. 2017.
- 6) K. M. Talluru, H. F. Pan, J. C. Patterson, and K. A. Chauhan, "Convection velocity of temperature fluctuations in a natural convection boundary layer," *Int. J. Heat Fluid Flow*, vol. 84, p. 108590, Aug. 2020.
- 7) A. Umemura and C. K. Law, "Natural-convection boundary-layer flow over a heated plate with arbitrary inclination," *J. Fluid Mech.*, vol. 219, no. 1, p. 571, Oct. 1990.
- 8) C. Daverat, H. Pabiou, C. Ménézo, H. Bouia, and S. Xin, "Experimental investigation of turbulent natural convection in a vertical water channel with symmetric heating: Flow and heat transfer," *Exp. Therm. Fluid Sci.*, vol. 44, pp. 182–193, Jan. 2013.
- 9) Y. Cherif, E. Sassine, S. Lassue, and L. Zalewski, "Experimental and numerical natural convection in an asymmetrically heated double vertical facade," *Int. J. Therm. Sci.*, vol. 152, p. 106288, Jun. 2020.
- 10) W. Lin and S. W. Armfield, "Natural convection boundary-layer flow on an evenly heated vertical plate with time-varying heating flux in a stratified $Pr < 1$ fluid," *Numer. Heat Transf. Part Appl.*, vol. 76, no. 6, pp. 393–419, Sep. 2019.
- 11) E. Fedorovich and A. Shapiro, "Turbulent natural convection along a vertical plate immersed in a stably stratified fluid," *J. Fluid Mech.*, vol. 636, pp. 41–57, Oct. 2009.
- 12) R. Parizad Laein, S. Rashidi, and J. Abolfazli Esfahani, "Experimental investigation of nanofluid free convection over the vertical and horizontal flat plates with uniform heat flux by PIV," *Adv. Powder Technol.*, vol. 27, no. 2, pp. 312–322, Mar. 2016.
- 13) M. Yousif and Y. Salman, "NATURAL CONVECTION HEAT TRANSFER IN INCLINED OPEN ANNULUS PASSEGE HEATED FROM TWO SIDES," *Int. J. Eng. Technol.*, vol. 5, pp. 76–91, Nov. 2014.
- 14) Y. Salman and M. Yousif, "Experimental and Numerical Investigation of Natural Convection Heat Transfer in an Inclined, Outer Cylinder Heated Concentric Annulus," *J. Mech. Eng.*, vol. 1, pp. 1–17, Dec. 2016.
- 15) A. Baudoin and D. Saury, "Temperature and velocity measurements in a buoyant flow induced by a heat source array on a vertical plate," *Exp. Therm. Fluid Sci.*, vol. 88, pp. 234–245, Nov. 2017.
- 16) S. Armfield and R. Janssen, "A direct boundary-layer stability analysis of steady-state cavity convection flow," *Int. J. Heat Fluid*

- Flow*, vol. 17, no. 6, pp. 539–546, Dec. 1996.
- 17) S. W. Armfield and J. C. Patterson, “Wave properties of natural-convection boundary layers,” *J. Fluid Mech.*, vol. 239, no. 1, p. 195, Jun. 1992.
 - 18) D. Meyer *et al.*, “Late-Stage Transitional Boundary-Layer Structures . Direct Numerical Simulation and Experiment,” 1999.
 - 19) S. Berlin, M. Wiegel, and D. S. Henningson, “Numerical and experimental investigations of oblique boundary layer transition,” *J. Fluid Mech.*, vol. 393, pp. 23–57, Aug. 1999.