

A Note for 1.5σ Shift of Six Sigma

Jong Hun Park[†]

Department of Business Administration, Daegu Catholic University

식스시그마의 1.5σ 이동에 대한 소고

박 중 훈[†]

대구가톨릭대학교 경영학과

Six Sigma is a philosophy and systematic methodology for quality improvement. It encourages continuous quality improvement efforts to achieve the ideal goal of 6σ . Sigma(σ) is a statistic representing the standard deviation of the normal distribution, and 6σ level means a level where the tolerance of the specification is six times the standard deviation of the process distribution. In terms of the defective rate, the 6σ level achieves the 0.002 defectives per one million units. However, in the field, the 6σ level is used in the sense of achieving 3.4 defects per one million opportunities, which shows a large gap from the 6σ level in the statistical viewpoint. This is because field practitioners accept a 1.5σ shift of the mean of process when calculating the defective rate under sigma level. It said that the acceptance of 1.5σ shift of the mean is from experience, but there is no research or theoretical explanation to support it logically. Although it is a non-scientific explanation based on experience, considering that there has been no objection to the 1.5σ shift for a long time and it is rather accepted, it is judged that there is a reasonable basis for the 1.5σ shift. Therefore, this study tries to find a reasonable explanation through detective power of control chart via the run-rules to the 1.5σ shift empirically recognized by practitioners.

Keywords : Six Sigma, 6σ Level, 1.5σ Shift, Mean Shift, 3.4 PPM, Control-chart, Run-rules

1. 서 론

식스시그마(Six Sigma)는 품질을 전략적인 관점에서 경쟁우위의 핵심 요소로 판단하여 최고의 품질을 지향하는 품질경영의 핵심 철학이다. 구체적으로는, 완벽에 가까운 제품이나 서비스를 개발하고 제공하는 것을 목적으로, 기업 또는 조직 내의 다양한 문제를 정량적(quantitative)으로 정의하고 현재 수준을 측정하고 평가한 후 개선하고 이를 유지 관리하는 절차 및 방법론(methodology)을 가진 경영 기법이라고 할 수 있다[2, 15, 19].

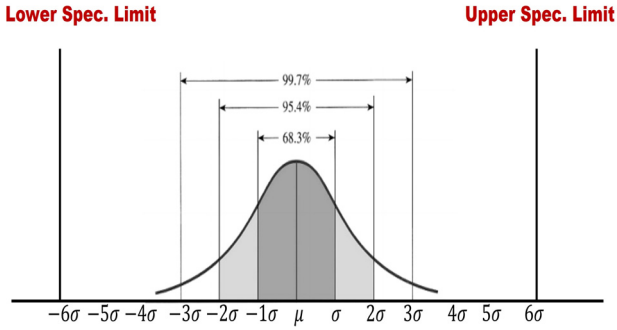
식스시그마가 다른 경영기법과 차별되는 핵심적 특징

은 측정을 통한 정량적 접근 방법론이라는 것이다. 품질 특성치를 측정하여 분석하는 것은 물론이며, 개선의 목표 역시 6σ 라는 명시적이고 측정할 수 있는 정량적 수준을 설정하여 지속적인 모표달성을 독려한다는 것이다. 즉, 불량률의 원인을 찾아 해결(개선)하여 불량률을 낮추는 일련의 과정을 끊임없이 반복하면서 6σ 수준이라는 가시적인 목표를 달성하도록 하는 것이다.

본 논문에서는 혼란을 방지하기 위하여 식스시그마라는 용어를 품질경영의 철학이나 경영기법으로 사용하는 경우에는 “식스시그마”로, 달성하기 위한 품질수준의 의미로 사용하는 경우에는 “ 6σ ”로 구분하여 사용하였다.

σ 는 통계학에서 표준편차를 의미하는 통계량을 의미하며, 식스시그마에서는 생산공정의 품질 특성치 표준편차를 의미한다. 일반적으로 식스시그마에서는 생산공정이 정규분포를 따른다고 가정하고 있으며, 6σ 수준은 규격의

허용공차가 공정의 품질특성치 표준편차(σ)의 6배가 되는 수준을 의미한다. 따라서 공정의 평균(μ)과 품질 목표치가 같은 경우, 공정의 품질 특성치 분포가 <Figure 1>에서와 같이 규격상한(USL: Upper Specification Limit)과 규격하한(LSL: Lower Specification Limit)사이에 σ 가 12개 들어갈 수 있는 수준임을 의미한다.



<Figure 1> The Concept of Six Sigma

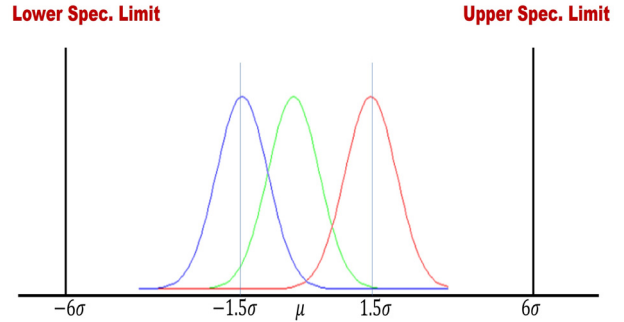
이때의 양품률은 정규분포의 확률개념을 이용하여 식 (1)과 같이 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 P(\mu - 6\sigma \leq X \leq \mu + 6\sigma) & \quad (1) \\
 = P\left(\frac{\mu - 6\sigma - \mu}{\sigma} \leq Z \leq \frac{\mu + 6\sigma - \mu}{\sigma}\right) \\
 = P(-6 \leq Z \leq 6) = 0.99999998
 \end{aligned}$$

불량률로 환산하면 약 0.00000002 (=1-0.99999998), 즉 0.002 PPM(Part Per Million)의 불량률 수준이 된다. 즉, 통계적으로 6 σ 수준의 불량률은 0.002 PPM이다.

그런데 기존의 다양한 문헌에서는 6 σ 수준의 불량률을 3.4 PPM으로 기술하고 있다[1, 3, 8, 10, 11, 21-23, 25-27, 30-34]. 식스시그마의 소개를 목적으로 과거에 출판된 도서부터 최근에 출판된 도서까지[4-8], 식스시그마를 주제로 연구한 과거부터 최근까지의 다양한 분야에서의 논문들[1, 10, 11, 21-23, 25, 26, 30, 31]에서도 모두 6 σ 수준의 불량률을 3.4 PPM 또는 3.4 DPMO(Defects Per Million Opportunities)로 표현하고 있어 통계적으로 계산한 6 σ 수준의 불량률과는 차이를 보인다.

해당 문헌들의 내용을 정확히 파악하면, 품질경영분야의 실무자 및 전문가들이 현장에서 100만 개 중 3.4(또는 3.4)개 정도의 불량률을 달성한 경우 6 σ 수준을 달성했다고 판단한다는 의미이며, 이는 식스시그마 실무자들이 시그마수준을 계산할 때 평균의 1.5 σ 이동을 허용하고 있기 때문이다[20]. 즉, 공정이 <Figure 2>와 같이 6 σ 수준을 달성한 상황에서 공정의 평균이 1.5 σ 이동한 경우라면, 식 (2)와 같이 계산되어 불량률이 3.4 PPM임을 확인할 수 있다.



<Figure 2> 6 σ Level and 1.5 σ Shift

$$\begin{aligned}
 P(\mu - 6\sigma \leq X \leq \mu + 6\sigma) & \quad (2) \\
 = P\left(\frac{\mu - 6\sigma - (\mu - 1.5\sigma)}{\sigma} \leq Z \leq \frac{\mu + 6\sigma - (\mu - 1.5\sigma)}{\sigma}\right) \\
 = P(-4.5 \leq Z \leq 7.5) = 0.9999966 \\
 \text{or} \\
 P(\mu - 6\sigma \leq X \leq \mu + 6\sigma) \\
 = P\left(\frac{\mu - 6\sigma - (\mu + 1.5\sigma)}{\sigma} \leq Z \leq \frac{\mu + 6\sigma - (\mu + 1.5\sigma)}{\sigma}\right) \\
 = P(-7.5 \leq Z \leq 4.5) = 0.9999966
 \end{aligned}$$

결국, 식스시그마의 6 σ 수준이 통계적으로 계산한 6 σ 수준의 불량률과는 차이를 보이는 이유는 식스시그마 실무자들이 시그마수준을 계산할 때 평균의 1.5 σ 이동을 반영하고 있기 때문이며, 1.5 σ 이동은 경험에 근거한다고 알려져 있다[14, 17].

그러나 이를 공식적으로 설명한 연구나 이론적인 설명은 존재하지 않으며, 단기적 공정 능력(short-term process capability)과 장기적 공정 능력(long-term process capability)이라는 개념을 사용하여 시간이 흐르면서 작업자, 부품, 장비 등의 변동과 환경의 변화 등에 의하여 공정의 품질 특성치가 이동한다는 내용을 소개함으로써 1.5 σ 이동을 설명하고 있다[7, 13, 16, 18]. 즉, 식스시그마에서는 공정의 품질수준을 여러 가지 요인에 의해서 공정의 품질 특성치 평균이 이동한 이후인 장기적 공정 능력 상태를 가정하고 평가한다는 것이다.

물론 공정이 최초 설정(setting)되고, 이후 다양한 요인들에 의하여 중심(평균)이 이동한다는 것은 의심의 여지가 없는 진실이다. 그리고 공정이 최적의 상태를 벗어나 어느 정도 변동이 발생하여 나빠진 상태라고 가정하여 평가하고 관리함으로써 최악의 상황을 대비하려는 의도도 나름 타당한 접근법이라고 판단된다.

그러나 왜 그 가정되는 이동의 정도가 1.5 σ 라는 구체적인 값으로 현장에서 결정되었는지에 대한 설명은 되지 않는다. 그러나 경험에 근거한다는 비과학적인 설명만이 존재함에도 불구하고, 오랜 세월 동안 1.5 σ 이동에 대한 반

론이 존재하지 않았고 오히려 자연스레 받아들여지고 있는 상황을 보았을 때, 1.5 σ 이동은 나름의 합리적인 근거를 가지고 있을 것이라 판단된다.

식스시그마의 품질수준에 대한 논의가 활발히 진행되었던 1980년의 주요한 품질관리도구는 관리도였고, 관리도의 주요한 역할이 공정 중심의 이동 및 변동의 증가를 탐지하는 것이라는 점을 고려한다면, 1.5 σ 이동을 경험에 근거한다는 설명은 관리도를 사용하는 과정에서의 이를 탐지하는 능력에 기인한 것이라고 가정하는 것도 가능하다.

이에 본 논문에서는 실무자들이 경험적으로 받아들이는 1.5 σ 이동을 관리도의 검정력(탐지능력) 관점에서 설명하려 한다. 이러한 시도는 다음과 같은 순서로 진행되었다. 2장에서는 식스시그마의 1.5 σ 이동과 관련된 소수의 기존 연구와 관리도 및 런규칙과 관련된 내용들을 정리하여 1.5 σ 이동에 대한 실마리를 얻고자 하였으며, 3장에서는 런규칙을 기준으로 탐지능력(detecting power)을 계산하는 과정을 소개한다. 이후, 4장에서는 3장의 결과를 사용하여 1.5 σ 이동에 대한 탐지능력을 고찰하고, 5장에서 이를 정리한다.

2. 문헌연구

서론에서 언급하였듯이 1.5 σ 이동을 공식적으로 설명한 연구는 존재하지 않는다. 그러나 1.5 σ 이동의 특징이나 이동을 탐지(detecting)하는 것을 목적으로 하는 연구들은 일부 존재한다. 본 장에서는 이러한 소수의 기존 연구들을 정리하면서 1.5 σ 이동에 대한 논리적 설명의 실마리를 얻고자 하였다.

식스시그마에서 1.5 σ 이동을 논리적으로 설명하려는 최초의 시도는 Bothe[4]의 연구였다.

Bothe[4]는 \bar{X} 관리도를 대상으로 다양한 표본 크기에 따른 관리도의 탐지능력의 변화를 조사함으로써 공정 평균의 이동을 통계적으로 이해하려는 시도를 하였으며, 그 결과 동적 C_{pk} 라는 새로운 공정능력지수를 소개하였다. Bothe[4]의 연구는 1.5 σ 이동이 경험에 근거한다는 비과학적인 설명에 대하여 탐지능력이라는 관점에서 통계적으로 설명할 수 있는 근거를 제시했다는 점에서 그 의미가 매우 크다고 할 수 있다.

이후 Harry[12]는 1.5 σ 이동이 우연요인(random error)만으로도 발생할 수 있음을 수학적으로 증명하려는 시도를 하였다. 이러한 수학적 증명을 통해 우연원인에 기인한 변동을 인정하고, 1.5 σ 이동을 통계적 보정으로 인식해 공정의 변동을 조사, 확인, 반영하는 일련의 구조적 모형을 해야 한다고 주장하였다. 그리고 일반적인 적용 상황이 가정되고 합리적으로 평가될 때 결과적인 이동은 대략

1.5 σ 일 것이라는 주장을 하였다. Harry[12]의 연구는 단기적 공정 능력과 장기적 공정 능력이라는 관점에서 공정 평균의 이동을 수학적 이론을 통하여 매우 합리적으로 설명하였다는데 그 의의가 매우 크다. 그러나 일반적인 적용 상황이 가정되고 합리적으로 평가될 때 결과적인 이동은 대략 1.5 σ 일 것이라는 주장에 대해서는 논리적 설명을 하지 못하고 있다.

Stevenson[32]은 실제로 장기적 공정 능력이 1.5 σ 내에 있는지의 여부를 다양한 실증적 데이터를 가지고 확인하였다. 금속 주물과 기계 부품 등을 조립하는 차량 제조회사의 다양한 공정들을 대상으로 공정변동을 확인할 수 있는 여러 관리 도구와 분석 방법을 동원하여 공정의 변동을 실증적으로 확인하였다. Stevenson[32]의 연구는 일반 관리도와 분산분석(ANOVA)을 포함하여 누적관리도(CUSUM), 시퀀스 차트(sequence chart), 시계열분석, 지수평활 등 다양한 분석 기법을 활용하여 공정의 변동을 확인할 수 있음을 보여주었다.

그리고 최근에 Raval and Muralidharan[28]이 식스시그마의 1.5 σ 이동은 우연요인에 기인한 것임을 인정하면서, 분산분석을 사용한 품질공학의 관점에서 공정능력지수 C_{pk} 를 보정하는 보정계수의 추정치를 제시하는 연구를 소개하였다. 그러나 해당 연구는 Harry[12]의 연구에 대하여 특별한 경우를 보완하는 정도의 의미를 지닐 뿐, 1.5 σ 이동을 설명하고 있지는 못하다.

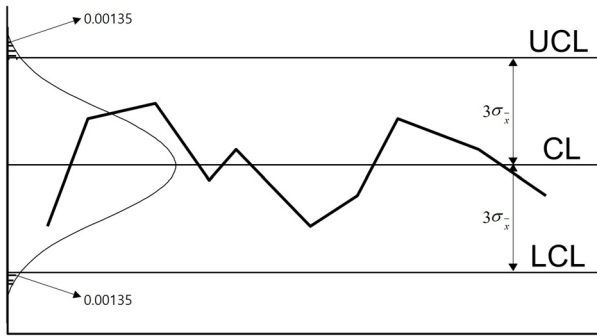
1.5 σ 이동에 대한 기존의 연구들은 단기적 공정 능력과 장기적 공정 능력이라는 관점에서 공정 평균의 이동을 인정하는 논리적 근거들을 제공하거나 이를 확인 또는 탐지하기 위한 것을 목적으로 하고 있을 뿐, 1.5 σ 라는 이동폭에 대한 논리적 설명을 제공하고 있지는 못하다. 그러나 Bothe[4]의 연구에서 명확하게 드러났듯이 공정 평균의 변동폭이 탐지능력이라는 관점에서 통계적으로 설명될 수 있음을 확인하였으며, 다른 연구들 역시 탐지능력이라는 관점에서 공정 평균의 이동을 관찰하고 있음을 알 수 있다. 이에, 공정 평균의 이동을 관찰할 수 있는 가장 고전적인 그리고 Bothe[4]의 연구에서 사용한 방법인 \bar{X} -관리도를 기준으로 공정 평균의 이동을 경험적으로 탐지하는 논리적 접근을 시도하려 한다. 즉, 런(run)의 변화를 통해 현장 전문가들이 공정의 평균을 경험적으로 파악하고 그 폭을 1.5 σ 라고 판단했을 것이라는 가정하에, 1.5 σ 이동을 논리적으로 설명하려는 시도를 시작한다. 본 논문은 공정 평균의 이동을 주제로 진행되었기에, 이후의 논의는 기본적으로 \bar{X} -관리도를 기준으로 진행한다.

2.1 관리도와 검정력

식스시그마 품질수준은 생산공정의 품질수준을 기준으로 하고 있으며, 생산공정의 품질수준은 공정의 평균과 표

준편차의 변화에 의해 결정된다. 즉, 생산공정이 높은 품질수준을 가지려면 평균과 표준편차가 안정화되어 큰 변동 없이 일정한 수준을 유지하여야 한다.

생산공정의 안정화 및 품질수준을 판단하는 품질관리도구로 관리도가 존재한다. 관리도는 우연요인에 의한 변동만을 인정하고, 이상요인에 의한 공정의 변동을 탐지하여 공정이 관리하에 있도록 하는 관리도구이다. 관리도는 관리상한(UCL: Upper Control Line)과 관리하한(LCL Lower Control Line)을 설정하고 일정한 시간 간격으로 표본을 뽑아 표본평균을 시간순으로 표시(타점)하는 관리도구로서, 각각의 표본평균(타점)이 관리선 안으로 들어오면 공정이 관리상태에 있다고 판단하며 벗어나면 이상요인이 발생했다고 판단하는 방법이다(<Figure 3> 참조).



<Figure 3> The Concept of control-chart

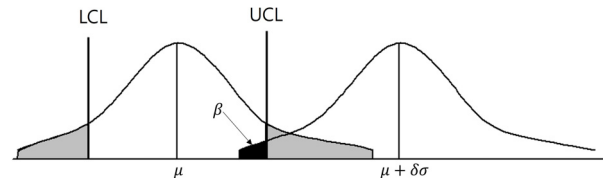
관리도를 사용하여 공정의 관리상태를 판단하는 과정에서는 공정이 관리상태에 있는데 이상상태라고 판단하는 1종 오류(α)와 공정이 이상상태임에도 불구하고 관리상태에 있다고 판단하는 2종 오류(β)를 범할 가능성이 존재한다.

일반적으로 \bar{X} -관리도에서는 관리상한과 관리하한을 $\mu \pm 3\sigma_{\bar{X}}$ 로 설계하여, 공정평균이 크게 이동하거나 공정의 산포가 증가하는 경우, 관측값이 $\pm 3\sigma_{\bar{X}}$ 의 범위를 벗어나 공정의 변화를 $1-\beta$ 의 확률로 탐지할 수 있도록 설계되어 있다. 이때 $1-\beta$ 를 관리도의 검정력(power: $1-\beta$)이라 하며, 공정의 변화를 탐지하는 능력을 의미한다.

이때, 1종 오류는 $\alpha = 0.0027$ 로 항상 낮은 확률을 가지지만, 2종 오류(β)는 표본의 크기에 따라 달라진다. $\sigma_{\bar{X}} = \sigma/\sqrt{n}$ 로 표본의 크기에 따라 관리도의 폭이 달라지기 때문이다. 즉, 표본의 크기가 커질수록 2종 오류는 작아진다. 검정력은 2종 오류를 탐지할 확률($1-\beta$)이므로, 같은 논리로 검정력은 표본의 크기가 커질수록 커진다. 즉, 관리도에서 2종 오류(검정력)는 공정평균의 이동과 표본의 크기의 함수임을 알 수 있다. 따라서 표본의 크기가 n 개인 관리도에서 공정평균이 $\mu + \delta\sigma$ 로 이동하는 경우, 2종 오류확률은 다음과 같이

구할 수 있다(<Figure 4> 참조).

$$\begin{aligned} \beta &= \Pr(LCL \leq \bar{X} \leq UCL \mid \mu = \mu + \delta\sigma) \quad (3) \\ &= \Phi\left[\frac{UCL - (\mu + \delta\sigma)}{\sigma/\sqrt{n}}\right] - \Phi\left[\frac{LCL - (\mu + \delta\sigma)}{\sigma/\sqrt{n}}\right] \\ &= \Phi\left[\frac{(\mu + 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}}) - (\mu + \delta\sigma)}{\sigma/\sqrt{n}}\right] \\ &\quad - \Phi\left[\frac{(\mu - 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}}) - (\mu + \delta\sigma)}{\sigma/\sqrt{n}}\right] \\ &= \Phi(3 - \delta\sqrt{n}) - \Phi(-3 - \delta\sqrt{n}) \end{aligned}$$



<Figure 4> Type II Error

2.2 1.5σ 이동에 대한 관리도의 검정력

우리가 논의하고 있는 식스시그마의 1.5σ 이동을 관리도의 관점에서 본다면, 1.5σ까지의 공정평균의 이동은 2종 오류(β)로 허용하지만, 그 이상의 이동은 탐지하겠다는 의도로 해석된다. 따라서 식스시그마에서는 공정평균이 1.5σ 이동한 상황에서의 검정력을 파악하는 것이 의미가 있다.

Bothe[4]는 식 (3)을 사용하여 표본의 크기(subgroup size: n)와 공정평균의 이동 크기에 따른 검정력을 계산한 <Table 1>의 결과를 제공하였으며, Lee[20]는 표본의 크기와 허용하는 1종 오류의 크기에 따라 검정력이 0.5가 되는 공정평균의 이동 크기를 계산하여 <Table 2>의 결과를 제공하였다.

<Table 1> Probabilities of Detecting Changes in μ Versus Subgroup Size[4]

shift in μ	subgroup size(n)		
	3	4	5
0.5σ	0.0164	0.0228	0.0299
1.0σ	0.1024	0.1587	0.2225
1.5σ	0.3439	0.5000	0.6384
2.0σ	0.6787	0.8413	0.9295
2.5σ	0.9083	0.9772	0.9952
3.0σ	0.9860	0.9986	0.9999

<Table 2> σ-shift Changes in α Versus Subgroup Size[20]

n \ α	0.0027	0.01	0.05
4	1.5000	1.2879	0.9800
5	1.3416	1.1519	0.8765
6	1.2247	1.0516	0.8002
7	1.1339	0.9736	0.7408
8	1.0607	0.9107	0.6930
9	1.0000	0.8586	0.6500
10	0.9487	0.8145	0.6198

Bothe[4]와 Lee[20]는 <Table 1>과 <Table 2>의 결과를 소개하면서, 표본의 크기 $n=4$ 이고 공정의 평균이 1.5σ 이동했을 경우 검정력이 0.5임을 의미있는 발견으로 소개하고 있다. 즉, 1회에 4개의 표본을 뽑아서 타점하는 관리도를 사용한다면, 공정의 평균이 1.5σ 이동했을 경우 평균적으로 2회의 타점만으로 공정의 이상 상태를 파악할 수 있다는 점을 확인한 것이다. 바꾸어 말하며, 공정은 시간이 흐를수록 평균이 이동하게 될 것이지만, 6σ 품질수준을 달성한 공정의 경우 1.5σ 까지의 이동은 불량률에 크게 영향을 미치지 않으며, 동시에 4개의 표본을 뽑아서 타점하는 관리도를 사용하면 평균 2회의 타점만으로 공정의 이동을 확인할 수 있기에 1.5σ 의 이동을 받아들이어도 품질의 관점에서 크게 문제가 되지 않는다는 나름의 주장을 펼친 것으로 해석된다. Duncan[6]의 저서에서 일반적으로 \bar{X} -관리도의 표본의 크기는 4개 정도가 가장 경제적이라고 언급하고 있으며, 변동을 탐지할 확률이 0.5가 되는 표본크기를 계산하는 등의 내용이 언급되는 것으로 보아, 당시에는 4개의 표본크기와 변동의 검정력 $1-\beta=0.5$ 을 계산한 것이 의미가 있었을 것이라 판단된다.

그러나 과학적 관리라는 관점에서 그리고 연구자의 입장에서 표본크기가 4개인 관리도라는 제한적인 상황에서 의미를 갖는 기존의 결론만으로 식스시그마의 1.5σ 이동을 받아들이기에는 아쉬움이 남는다. 표본의 크기가 더 적은, 극단적으로 표본의 크기가 하나($n=1$)인 X -관리도의 경우에는 1회 타점에서 1.5σ 이동에 대한 검정력은 0.0668로 매우 낮아지기 때문이다(식 (3)을 사용하면 2중 오류 $\beta = \Phi(3-1.5\sqrt{1}) - \Phi(-3-1.5\sqrt{1}) = 0.9332$ 이다). 앞에서 언급하였듯이, 그리고 식 (3)에서 확인할 수 있듯이 관리도의 검정력은 표본의 크기가 작을수록 작아진다. 따라서 Bothe[4]와 Lee[20]의 주장은 표본의 개수가 네 개보다 적은 경우에는 설득력이 떨어진다.

따라서, 탐지능력의 관점에서 가장 극단적인 경우인, 타점을 위한 표본의 크기가 한 개($n=1$)인 X -관리도에서도 식스시그마의 1.5σ 이동을 이해할 수 있는 설명이 필요하다. 따라서 관리도에서 관리한계선 이외에 공정평균의 이

동을 탐지할 수 있는 추가적인 기준들에 대하여 살펴본다.

2.3 Supplementary run-rules

관리도는 공정평균이 크게 이동하거나, 공정의 산포가 증가하는 경우, 관측값이 $\pm 3\sigma_{\bar{X}}$ 의 관리한계선을 벗어나 공정의 변화를 탐지할 수 있도록 설계되어 있다. 그러나 공정의 평균이 작게 이동하는 경우에는 관측값이 $\pm 3\sigma_{\bar{X}}$ 의 관리한계선을 벗어날 때까지 오랜 시간이 소요되며, 그때까지 과도한 불량품을 지속적으로 생산하게 된다.

관리도에서 공정의 이상 상태 여부를 판단하기 위한 규칙은 $\pm 3\sigma_{\bar{X}}$ 의 관리한계선을 벗어나는 규칙 이외에 관리도 타점의 배열방식에 의심될 만한 사항이 있는지를 살피는 추가적인 검사방식들이 있다. 이러한 검사방식들을 기존 문헌에서는 supplementary run-rule, supplementary zig-zag test 또는 zone-rule 등 여러 이름으로 불리고 있다[5, 9, 29]. 본 논문에서는 이러한 검사방식들을 런규칙(run-rule)이라고 통칭하여 부르겠다.

런규칙은 공정의 평균이 점진적으로 작게 이동하는 경우를 탐지하기 위한 검사방법으로, <Figure 5>와 같이 관리도를 표준편차를 기준으로 A, B, C, D 4개의 영역으로 나누고, 하나의 관측값이 각 영역에 타점 될 확률을 고려하여 연속으로 관측되는 점들에서 의심될 만한 특징을 탐지해냄으로써 제2중 오류(β)를 탐지하는 규칙이다.

UCL	Zone D_1	$P\{D_1\} = 0.00135$	$\mu + 3\sigma$
	Zone A_1	$P\{A_1\} = 0.02140$	
	Zone B_1	$P\{B_1\} = 0.13591$	
CL	Zone C_1	$P\{C_1\} = 0.34134$	μ
	Zone C_2	$P\{C_2\} = 0.34134$	
	Zone B_2	$P\{B_2\} = 0.13591$	
LCL	Zone A_2	$P\{A_2\} = 0.02140$	$\mu - 3\sigma$
	Zone D_2	$P\{D_2\} = 0.00135$	

<Figure 5> Control Chart Zones and Associated Probabilities[24]

이중 가장 널리 사용되는 Nelson[24]의 규칙과 해당 사건의 발생확률(1중 오류; α)을 소개하면 다음과 같다. 각 경우의 발생확률은 Griffiths et al.[9]을 참조하기 바란다.

- 1개의 점이 중심선(Central Line: CL)으로부터 3σ 범위 밖에 타점(즉, D_1 또는 D_2 에 타점): $\alpha = 0.0027$

- 2. 9개의 연속된 점이 관리도 중심선으로부터 같은 쪽에 타점: $\alpha = 0.00391$
- 3. 6개의 연속된 점이 모두 상승 또는 하강하면서 타점: $\alpha = 0.00278$
- 4. 14개의 연속된 점이 교대로 상승 또는 하락하면서 타점: $\alpha = 0.00457$
- 5. 3개의 점 중에서 적어도 2개의 점이 중심선으로부터 2σ 범위 밖에 타점(즉, (A_1, D_1) 또는 (A_2, D_2) 에 타점): $\alpha = 0.00306$
- 6. 5개의 점 중에서 적어도 4개의 점이 중심선으로부터 1σ 범위 밖에 타점(즉, (B_1, D_1) 또는 (B_2, D_2) 에 타점): $\alpha = 0.00553$
- 7. 15개의 연속된 점이 중심선으로부터 1σ 범위 내에 타점(즉, C_1 또는 C_2 에 타점): $\alpha = 0.00326$
- 8. 8개의 연속된 점이 중심선으로부터 1σ 범위 밖에 타점(즉, C_1 또는 C_2 에 타점되지 않음): $\alpha = 0.0001$

해당 규칙들에 대한 Nelson[24]의 해석을 살펴보면, 규칙 1, 2, 3, 5, 6은 공정의 평균이 이동하는 것을 탐지하기 위한 기준이며, 나머지는 공정 운영에서의 일관성 저하를 탐지하기 위한 기준으로 소개하고 있다. 따라서 본 논문에서는 Nelson[24]의 런규칙 1, 2, 3, 5, 6을 중심으로 논의를 진행한다.

3. 런규칙에 의한 탐지능력

본 논문에서는 관리도에서 관리한계선과 더불어 런규칙을 사용하여 공정평균의 이동에 대한 탐지능력에 대하여 고찰한다. 논의 과정에서 혼란의 여지가 있어서 1회의 타점에서 관리도의 관리한계선을 벗어나 공정의 변동을 감지할 확률은 검정력으로, 관리한계선 이탈을 포함하여 다양한 런규칙들을 사용하여 공정의 변동을 탐지할 확률을 탐지능력으로 구분하여 사용한다.

또한 표현의 효율성을 위하여, 이후부터는 Champ & Woodall[5]의 표현식을 포함하여 다음과 같은 기호를 사용하여 논의를 진행한다.

$T(k, m, a, b)$: m 개의 점 중에서 k 개의 점이 관리도의 $(\mu + a\sigma, \mu + b\sigma)$ 구간에 타점되는 사건

$P(k, m, a, b)$: m 개의 점 중에서 k 개의 점이 관리도의 $(\mu + a\sigma, \mu + b\sigma)$ 구간에 타점 될 확률,

$$P(k, m, a, b) = P[T(k, m, a, b)]$$

$P(k)$: 런규칙에서 k 개의 타점을 고려하여 탐지할 확률

$P_{at}(m)$: 관리도의 m^{th} 타점에서의 탐지능력(탐지할 확률)

$P_{cum}(m)$: 관리도의 m^{th} 타점까지의 누적 탐지능력,

$$P_{cum}(m) = \sum_{i=1}^m P_{at}(i)$$

기호를 사용하여 Nelson[24]의 규칙을 표현한다면, Nelson[24]의 규칙 1은 $\{T(1, 1, -\infty, -3), (1, 1, 3, \infty)\}$ 로 표현할 수 있으며, 규칙 1은 한 개의 타점에 의해 탐지되므로 $P(1) = P(1, 1, -\infty, 3)$ or $P(1, 1, 3, \infty)$ 이다.

$P_{at}(m)$ 은 관리도의 작성을 시작하여 매 타점마다의 탐지능력을 의미하며, $P_{cum}(m)$ 은 매 타점까지의 누적 탐지능력을 의미한다. 그러나 $P(k)$ 는 관리도의 타점과 관계없이 몇 개의 점이 고려되어 런규칙이 적용되었는가를 의미한다. 예를 들어, Nelson[24]의 규칙 5는 2개가 나란히 2σ 범위 밖에 타점되어 변동이 파악될 수도 있고, 3개의 타점 중 첫 번째와 세 번째는 2σ 범위 밖에 있고, 두 번째 타점이 2σ 범위 안에 있어서 변동이 탐지될 수도 있다. 전자에 의해 탐지될 확률은 $P(2)$ 로 후자에 의해 탐지될 확률은 $P(3)$ 로 표현된다. Nelson[24]의 런규칙을 살펴보면 규칙 1은 $P(1)$, 규칙 5는 $P(2)$ 와 $P(3)$, 규칙 6은 $P(4)$ 와 $P(5)$ 로 표현될 수 있음을 알 수 있다.

공정평균의 이동에 대한 탐지능력에 대하여 고찰로 다시 돌아와서, 공정평균은 평균을 중심으로 양(+의 방향으로 음(-)의 방향으로 이동할 수 있다. 그러나 <Figure 2>에서 확인할 수 있듯이 본 논문에서 고려되는 상황은 공정평균을 중심으로 좌우대칭이며, 런규칙 역시 중심선을 기준으로 대칭으로 정의되어 있다. 따라서 공정평균의 이동 방향은 중요하지 않으면 공정평균이 이동한 크기만이 탐지능력에 영향을 미친다. 따라서 이후부터는 이해의 편의를 위해 양의 방향으로 이동된 경우를 기준으로 논의를 진행한다.

표본크기가 n 인 관리도에서 공정평균이 $\mu + \delta\sigma$ 로 이동했을 때, $P(1, 1, a, b)$ 은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 &P(1, 1, a, b \mid \mu = \mu + \delta\sigma), \text{ where } a \leq b \quad (4) \\
 &= \Pr\left(\mu + a\sigma_{\bar{X}} \leq \bar{X} \leq \mu + b\sigma_{\bar{X}} \mid \mu = \mu + \delta\sigma\right) \\
 &= \Phi\left[\frac{(\mu + b\frac{\sigma}{\sqrt{n}}) - (\mu + \delta\sigma)}{\sigma/\sqrt{n}}\right] \\
 &\quad - \Phi\left[\frac{(\mu - a\frac{\sigma}{\sqrt{n}}) - (\mu + \delta\sigma)}{\sigma/\sqrt{n}}\right] \\
 &= \Phi(b - \delta\sqrt{n}) - \Phi(a - \delta\sqrt{n})
 \end{aligned}$$

식 (4)는 공정평균이 $\mu + \delta\sigma$ 로 이동했을 때, 한 개의 타점 $(\mu + a\sigma, \mu + b\sigma)$ 구간에 타점 될 확률을 계산한 것이다. 즉, $n=1$ 인 X -관리도에서 공정평균이 $\mu + 1.5\sigma$ 로 이동했을 경우, 식 (4)를 사용하여 <Figure 6>과 같이 각 영역

별로 관측값이 타점 될 확률을 구할 수 있음을 의미하며, 이를 사용하여 런규칙에 의한 탐지능력의 계산이 가능하다.

UCL	Zone D_1	$P\{D_1\} = 0.0668$	$\mu + 3\sigma$
	Zone A_1	$P\{A_1\} = 0.2417$	
CL	Zone B_1	$P\{B_1\} = 0.3829$	$\mu + 2\sigma$
	Zone C_1	$P\{C_1\} = 0.2417$	$\mu + \sigma$
	Zone C_2	$P\{C_2\} = 0.0606$	μ
	Zone B_2	$P\{B_2\} = 0.0060$	$\mu - \sigma$
LCL	Zone A_2	$P\{A_2\} = 0.0002$	$\mu - 2\sigma$
	Zone D_2	$P\{D_2\} = 0.0000$	$\mu - 3\sigma$

<Figure 6> \bar{X} -control Chart Zones and Associated Probabilities under $\mu + 1.5\sigma$ Shift

본격적으로 공정평균이 $\mu + 1.5\sigma$ 로 이동한 경우의 탐지능력을 살펴본다. 공정평균이 $\mu + 1.5\sigma$ 로 이동한 이후, 첫 번째 타점($m = 1$)에서 이동이 탐지될 확률은 $P_{at}(1) = P(1) = P(1, 1, 3, \infty)$ 다.

두 번째 타점($m = 2$)에서 탐지되는 경우는, 첫 타점에서 탐지되지 않고(즉, D_1 이외의 영역에 타점이 되고), 두 번째 타점이 한 개가 D_1 에 타점되어 규칙 1에 의해 탐지되거나, 첫 타점과 두 번째 타점 모두가 A_1 에 타점되어 규칙 5에 의해 탐지되는 경우이다. 따라서 $P_{at}(2) = [1 - P_{at}(1)] \times P(1) + P(2)$ 이다.

세 번째 타점($m = 3$)에서 탐지되는 경우는, 두 번째 타점까지 탐지되지 않고 세 번째 타점에서 한 개의 타점이 Rule 1에 의해 탐지되거나, 첫 타점에서 탐지가 되지 않고 두 번째와 세 번째 타점이 A_1 에 타점되어 규칙 5에 의해 탐지되거나, 앞에서 설명한 세 개의 타점에 의해 Rule 5에 의해 탐지되는 경우이다. 즉, $P_{at}(3) = [1 - P_{cum}(2)] \times P(1) + [1 - P_{cum}(1)] \times P(2) + P(3)$ 이다.

이상의 전개를 통해 우리는 다음과 같은 식 (5)를 도출할 수 있다.

$$P_{at}(m) = \sum_{k=1}^{m-1} [1 - P_{cum}(m-k)] \cdot P(k) + P(m), \quad (5)$$

where $k \leq m$

식 (5)와 같이, 관리도의 m^{th} 타점에서의 탐지능력은 $P(k)$ 를 사용하여 계산할 수 있으며, $P(k)$ 는 다음과 같이 계산할 수 있다.

$P(1) = P(1, 1, 3, \infty)$, 1개의 점이 D_1 에 타점

$P(2) = P(2, 2, 2, 3) = \{P(1, 1, 2, 3)\}^2$, 2개의 점이 나란히 A_1 에 타점

$P(3) = P(1, 1, 2, 3) \times P(1, 1, -3, 2) \times P(1, 1, 2, 3) = P(1, 1, -3, 2) \times \{P(1, 1, 2, 3)\}^2 = P(1, 1, -3, 2) \times P(2)$, 첫 번째와 세 번째의 점은 A_1 에 타점, 두 번째는 (B_1, A_2)에 타점, 다른 관점에서 보면, $P(2)$ 의 상황에서 기존의 타점 사이에서 (B_1, A_2)에 타점 $P(4) = \{P(1, 1, 1, 2)\}^4 + 4 \times [P(1, 1, 1, 3) \times \{P(1, 1, 1, 2)\}^3] + 2 \times [\{P(1, 1, 1, 3)\}^2 \times \{P(1, 1, 1, 2)\}^2]$, 개념적으로는 $P(4, 4, 1, 3)$ 로 표현할 수 있지만, 이 경우 2개 이상의 점이 A_1 에 타점되는 경우도 포함된다. 따라서 4개의 점이 모두 B_1 에 타점되는 경우, 1개의 점만 A_1 에 타점되고 나머지 3개는 B_1 에 타점되는 경우, A_1 과 B_1 에 타점이 교차되는 경우로 구분하여야 한다.

$P(5) = 3 \times P(1, 1, -3, 1) \times P(4)$, $P(5)$ 는 $P(4)$ 의 상황에서 기존의 타점 사이에서 (C_1, A_2)에 타점

본 논문에서는 $P(5)$ 까지의 결과만 사용하므로, 더 이상의 계산은 생략한다. 위와 같이 $P(k)$ 는 $P(1, 1, a, b)$ 의 형식으로 표현이 가능하며, 따라서 식 (4)를 사용하여 계산할 수 있다.

4. 1.5σ 이동에 대한 탐지능력의 고찰

타점을 위한 표본의 크기가 한 개($n = 1$)인 \bar{X} -관리도를 포함하여 \bar{X} -관리도를 대상으로 1.5σ 이동에 대한 탐지능력을 고찰한다.

<Table 3>은 식 (4)와 식 (5)를 사용하여 \bar{X} -관리도가 표본의 크기에 따라 1.5σ 이동을 탐지하는 확률을 계산하여 정리한 것이다. 전체적으로 살펴보면, 표본의 크기(subgroup size: n)가 커질수록 누적 탐지능력($P_{cum}(m)$)이 1을 초과하는 타점수가 적어지는 것을 확인할 수 있으며, 이는 기존의 연구[4, 20]로부터 쉽게 유추할 수 있는 내용이다.

따라서 \bar{X} -관리도($n = 1$)의 탐지능력을 살펴보고자 한다. 탐지능력의 관점에서 가장 능력이 떨어지는 \bar{X} -관리도에서 1.5σ 이동에 대한 탐지능력의 고찰을 통해 식스시그마에서 1.5σ 이동을 경험적으로 허용하는 상황이 이해된다면, 표본의 크기가 더 큰 경우에는 당연히 받아들여지기 때문이다. 우선, 누적 탐지능력이 1을 초과하는 타점수 $k = 5$ 이다. 이는 \bar{X} -관리도의 경우 5번의 타점이면 1.5σ 이동을 확실히 탐지한다는 것을 의미한다. 5번의 타점은 $n = 2$ & 3의 4번과 $n = 4$ 의 3번과 비교하면 비효율적이라

<Table 3> Probabilities of Detecting with Respect to the # of Point Versus Subgroup Size under Control Chart

subgroup size		# of point(sampling)				
		$k=1$	$k=2$	$k=3$	$k=4$	$k=5$
$n=1$	$P_{at}(m)$	0.0668	0.1208	0.1492	0.4057	0.6022
	$P_{cum}(m)$	0.0668	0.1876	0.3368	0.7425	≥ 1.0000
$n=2$	$P_{at}(m)$	0.1898	0.2823	0.2624	0.3602	0.2994
	$P_{cum}(m)$	0.1898	0.4721	0.7344	≥ 1.0000	≥ 1.0000
$n=3$	$P_{at}(m)$	0.3439	0.3710	0.2334	0.1483	0.0705
	$P_{cum}(m)$	0.3439	0.7148	0.9482	≥ 1.0000	≥ 1.0000
$n=4$	$P_{at}(m)$	0.5000	0.3665	0.1435	0.0383	0.0102
	$P_{cum}(m)$	0.5000	0.8665	≥ 1.0000	≥ 1.0000	≥ 1.0000

<Table 4> Probabilities of Detecting with Respect to the # of Sample Versus Subgroup Size under Control Chart

subgroup size		# of sample								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
$n=1$	$P_{at}(m)$	0.0668	0.1208	0.1492	0.4057	0.6022				
	$P_{cum}(m)$	0.0668	0.1876	0.3368	0.7425	≥ 1.0000				
$n=2$	$P_{at}(m)$		0.1898		0.2823		0.2624		0.3602	
	$P_{cum}(m)$		0.1898		0.4721		0.7344		≥ 1.0000	
$n=3$	$P_{at}(m)$			0.3439			0.3710			0.2334
	$P_{cum}(m)$			0.3439			0.7148			0.9482
$n=4$	$P_{at}(m)$				0.5000				0.3665	
	$P_{cum}(m)$				0.5000				0.8665	

고 판단될 수 있다. 그러나 기준을 타점수가 아니라 표본 수 바꾸면 그 판단이 바뀔 수 있다. <Table 4>는 <Table 3>의 가로축은 타점수가 아니라 표본수로 정리한 것이다. 즉, $n=1$ 인 경우, 타점수와 표본수는 같다. 그러나 $n=2$ 인 경우, 하나의 타점을 위해서는 2개의 표본이 필요하고, 누적 탐지능력이 1을 넘기 위해서는 8개의 표본이 필요하다. $n=3$ 인 경우와 $n=4$ 인 경우에는 12개가 필요하다.

이를 정리하면, 1.5σ 이동을 탐지하기 위한 최소의 표본수가 X -관리도($n=1$)가 5개로 가장 적다는 것을 의미한다. 관리도에서 표본추출(sampling)은 동시에 검사(inspection)의 효과도 가진다[6]. 따라서 X -관리도가 1회 타점을 기준으로 하는 $\pm 3\sigma_{\bar{x}}$ 관리한계선에 의한 탐지능력은 떨어지지만, 표본추출에 의한 검사효과를 런규칙을 통해 실현하기 때문에 오히려 탐지능력이 보완됨을 알 수 있다. 참고로 4개의 표본을 사용한 누적 탐지능력은 0.7425로, Bothe[4]와 Lee[20]의 연구에서 언급한 $n=4$ 인 관리도의 1회 타점(4개의 표본 사용)의 0.5000보다 높다.

표본의 크기가 n 인 관리도를 작성한다고 상상해보자. 관리도 작성자는 n 개의 표본(1회 표본추출)을 한 번에 추출할 수도 있고, 일정 간격을 두고 추출할 수도 있다. 전자의 경우라면 추출한 n 개 표본의 특성치를 연속하여 측정

할 것이고, 관리도가 익숙한 작성자라면 측정하는 관측치의 나열에서 런규칙의 패턴을 감지하게 될 것이다. 후자의 경우라면, n 개를 모두 추출할 때까지 각 측정치를 기록해 두어야 할 것이며 더더욱 자연스럽게 런규칙의 패턴을 확인할 수 있었을 것이다. 그리고 <Table 4>와 같은 탐지능력을 가질 수 있었을 것이다. 따라서 탐지능력의 관점에서 가장 능력이 떨어지는 X -관리도를 사용하는 상황에서도 식스시그마의 1.5σ 이동을 경험적으로 허용할 수 있었다는 추론이 가능하다.

추가적으로 Duncan[6]이 주장하는 \bar{X} -관리도의 경제적 표본의 크기 4에 대해서도 논의를 확장해보자. Duncan[6]은 표본추출의 빈도(타점의 간격)나 표본검사의 비용을 고려하여 표본의 크기는 4개 정도가 가장 경제적이라고 주장하고 있다. 표본의 크기가 작아야 표본추출의 빈도가 많아져(타점의 간격이 작아져) 공정의 변동을 더 빨리 탐지할 수 있으며, 표본을 추출하여 측정하고 계산하는 과정에서의 비용이 적게 든다는 주장이다. 이러한 주장을 $\pm 3\sigma_{\bar{x}}$ 관리한계선 기준의 1회 타점을 기준으로 한다면 타당할 수 있다. 그러나 런규칙을 동시에 고려한다면 경제적 표본의 크기는 바뀔 수 있으며, <Table 4>를 보면 X -관리도가 가장 경제적일 수 있다고 판단된다.

5. 결 론

식스시그마는 품질수준을 계산할 때 평균의 1.5 σ 이동을 허용하고 있다. 시간이 흐르면서 작업자, 부품, 장비 등의 변동과 환경의 변화 등에 의하여 공정의 품질 특성치가 이동하기 때문이라고 설명하고 있으며, 충분히 타당한 주장이라고 판단된다. 그러나 허용하는 이동의 크기가 1.5 σ 로 합의 된 내용에 대한 설명은 찾을 수 없다. 경험에 근거한다는 비과학적인 설명만이 존재한다.

이에 본 논문에서는 식스시그마에서 1.5 σ 이동을 허용하는 논리적 근거를 확인하려 하였다. Bothe[4]와 Lee[20]의 연구에서 관리도를 사용하여 설명하려는 시도에 착안하여, 그리고 식스시그마에 대한 기초적 이론이 형성되던 시기에 주요하게 사용된 품질관리도구가 관리도라는 사실을 감안하여, 관리도와 런규칙에 의한 탐지능력의 관점에서 접근하였다.

그 결과, 탐지능력이 가장 낮게 평가되는 X -관리도의 경우에도 1.5 σ 이동을 탐지하기 위한 타점수가 5회 이하임을 확인하였다. 그리고 5회의 타점수가 현장에서는 충분히 받아들여질 수준이었음도 추론할 수 있었다.

그리고 추가적으로, \bar{X} -관리도의 경제적 표본의 크기가 4라는 당시의 주장에 대해서도 런규칙을 사용할 경우, X -관리도가 가장 경제적이 될 수 있다는 새로운 주장도 하였다. 그러나 위의 주장은 \bar{X} -관리도가 R -관리도와 같이 변동을 관리하는 관리도와 같이 사용되면서 가지는 효율성까지는 고려하지 않았으며, 단지 평균의 이동을 탐지하는 탐지능력의 관점에서만 고려된 내용이라는 점을 알려준다.

또한, 현재는 기술발전으로 관리도 이외에 평균의 이동을 탐지할 수 있는 다양한 품질관리도구들이 존재하기 때문에 본 논문의 내용이 실무적인 관점에서는 큰 가치가 없을 수도 있다. 그러나 많은 사람이 궁금해하면서도 이렇다 할 논리적 근거를 제시하지 못했던 오래된 궁금증에 하나의 가능성을 소개했다는 사실을 감안하면, 과학적 관리를 표방하는 연구자의 관점에서는 가치 있는 결과라고 판단한다.

Acknowledgement

This work was supported by research grants from Daegu Catholic University in 2019.

References

[1] Aldowaisan, T., Nourelfath, M., and Hassan, J., Six Sigma performance for non-normal processes, *European*

Journal of Operational Research, 2015, Vol. 247, No. 3, pp. 968-977.

- [2] An, Y.S. and Hwang, I., A New Management Innovation Strategy Through 6sigma for R&D linked with TRIZ, *Journal of Korean Society of Industrial and Systems Engineering*, 2009, Vol. 32, No. 3, pp. 178-187.
- [3] Basu, R. and Wright, J. N., *Quality beyond six sigma*, Routledge, 2012.
- [4] Bothe, D.R., Statistical reason for the 1.5 σ shift, *Quality Engineering*, 2002, Vol. 14, No. 3, pp. 479-487.
- [5] Champ, C.W. and Woodall, W.H., Exact results for Shewhart control charts with supplementary runs rules, *Technometrics*, 1987, Vol. 29, No. 4, pp. 393-399.
- [6] Duncan, A.J., *Quality Control and Industrial Statistics*, Homewood, IL: Richard D. Irwin. Duncan5 *Quality Control and Industrial Statistics*, 1986.
- [7] Evans, D H., Statistical Tolerancing: The State of the Art: Part II. Methods for Estimating Moments, *Journal of Quality Technology*, 1975, Vol. 7, No. 1, pp. 1-12.
- [8] Evans, J.R. and Lindsay, W.M., *An introduction to Six Sigma and process improvement*, Cengage Learning, 2014.
- [9] Griffiths, D., Bunder, M., Gulati, C., and Onizawa, T., The probability of an out of control signal from Nelson's supplementary Zig-Zag test, *Journal of Statistical Theory and Practice*, 2010, Vol. 4, No. 4, pp. 609-615.
- [10] Hahn, G.J., Doganaksoy, N., and Hoerl, R., The evolution of six sigma, *Quality Engineering*, 2000, Vol. 12, No. 3, pp. 317-326.
- [11] Hahn, G.J., Hill, W.J., Hoerl, R.W., and Zinkgraf, S.A., The impact of Six Sigma improvement—a glimpse into the future of statistics, *The American Statistician*, 1999, Vol. 53, No. 3, pp. 208-215.
- [12] Harry, M.J., *Resolving the mysteries of Six Sigma: statistical constructs and engineering rationale*, Phoenix: Palladyne Publishing, 2003.
- [13] <https://www.gigacalculator.com/calculators/six-sigma-dp-mo-calculator.php>.
- [14] <https://www.isixsigma.com/new-to-six-sigma/dmaic/15-sigma-process-shift/>.
- [15] https://ko.wikipedia.org/wiki/6_시그마.
- [16] <https://www.managementstudyguide.com/six-sigma-shift.htm>.
- [17] <https://www.qualitydigest.com/inside/six-sigma-column/15-sigma-shift-explained-040406.html>.
- [18] https://www.sixsigma-institute.org/Six_Sigma_DMAIC_

- Process_Measure_Phase_Process_Capability.php.
- [19] Hwang, G.H., A Study on the Performances of Driving Six Sigma in a ICT Industry, *Journal of Korean Society of Industrial and Systems Engineering*, 2012, Vol. 35, No. 2, pp. 220-227.
- [20] Lee, P.H., Understanding the 1.5 σ shift, Samsung Economic Research Institute(SERI), 2005.
- [21] Linderman, K., Schroeder, R.G., Zaheer, S., and Choo, A.S., Six Sigma: A goal-theoretic perspective, *Journal of Operations Management*, 2003, Vol. 21, No. 2, pp. 193-203.
- [22] Mehrjerdi, Y.Z., Six-Sigma: Methodology, tools and its future, *Assembly Automation*, 2011, Vol. 31 No. 1, pp. 79-88
- [23] Montgomery, D.C. and Woodall, W.H., An overview of six sigma. *International Statistical Review/Revue, Internationale de Statistique*, 2008, pp. 329-346.
- [24] Nelson, L.S., The Shewhart control chart—tests for special causes, *Journal of Quality Technology*, 1984, Vol. 16, No. 4, pp. 237-239.
- [25] Niñerola, A., Sánchez-Rebull, M.V., and Hernández-Lara, A.B., Six Sigma literature: a bibliometric analysis, *Total Quality Management and Business Excellence*, 2019, pp. 1-22.
- [26] Perera, A.D., Jayamaha, N.P., Grigg, N.P., Tunnicliffe, M., and Singh, A., The application of machine learning to consolidate critical success factors of lean six sigma, *IEEE Access*, 2021, Vol. 9, pp. 112411-112424.
- [27] Pyzdek, T. and Keller, P.A., *The six sigma handbook* (Vol. 4). New York, NY, USA: McGraw-Hill Education, 2014.
- [28] Raval, N. and Muralidharan, K., A note on 1.5 Sigma shift in performance evaluation, *International Journal of Reliability, Quality and Safety Engineering*, 2016, Vol. 23, No. 6, pp. 1640007.
- [29] Roberts, S.W., Properties of control chart zone tests, *Bell System Technical Journal*, 1958, Vol. 37, No. 1, pp. 83-114.
- [30] Saxena, M.M., Six Sigma Methodologies and its Application in Manufacturing Firms, *International Journal Of Engineering And Management Research*, 2021, Vol. 11, No. 4, pp. 79-85.
- [31] Sony, M., Antony, J., Park, S., and Mutingi, M., Key criticisms of Six Sigma: A systematic literature review, *IEEE Transactions on Engineering Management*, 2019, Vol. 67, No. 3, pp. 950-962.
- [32] Stevenson, J.R., Detecting the process' 1.5 sigma shift: A quantitative study. University of Northern Iowa, 2009.
- [33] Tennant, G. (2017) Six Sigma: SPC and TQM in manufacturing and services. Routledge.
- [34] Yang, K., Basem, S., and El-Haik, B., *Design for six sigma* (pp. 184-186). New York: McGraw-Hill, 2003.

ORCID

Jong Hun Park | <http://orcid.org/0000-0001-7413-9564>