

Geo/Geo/1/1 대기 행렬 모형의 정보 신선도

Age of Information for Geo/Geo/1/1 Queue

Yutae Lee*

*Professor, Department of Information and Communications Engineering, Dong-eui University, Busan, 47340 Korea

ABSTRACT

Real time data exchange and information transmission are becoming more and more important these days. The concept of age of information (AoI) was proposed to quantify the freshness of information about the status of a remote source system. The AoI is defined as the amount of time that a packet experiences since it was generated at the source up to now. This paper analyses the age of information for a discrete time Geo/Geo/1/1 status updating system. The stationary probability distribution for peak AoI is obtained. Freshness ratio of information is also derived. Some numerical results obtained by the analysis are presented.

Keywords : Peak age of information, Geo/Geo/1/1,

Stationary distribution, Freshness ratio of information

I. 서론

정보를 실시간으로 전송하거나 교환하는 것은 오늘날 점점 더 중요시되고 있다. 네트워크 노드는 자원을 관리하고 할당하거나 특정한 계산을 하기 위해 가능한 최신의 정보가 필요로 한다. 정보의 신선도를 수량화하기 위해 AoI(Age of Information)가 제안되었다 [1]. 이는 패킷이 생성된 이후 지나간 시간으로 정의된다.

Kaul et al.[2]는 간단한 대기 행렬 모형에 대한 평균 AoI를 구했다. Costa et al.[3]는 AoI의 극댓값인 peak AoI라는 측도를 도입했다. Lee[4]는 FROI(Freshness

ratio of Information)이라는 측도를 제안했다. 이는 AoI가 미리 정해진 임계치를 초과하지 않는 시간의 비율을 의미한다. Maatouk et al.[5]는 정보의 정확도까지 고려한 AoII(Age of Incorrect Information)이라는 측도를 제안하였다. AoI 분석은 주로 연속 시간 대기 행렬에서 수행되었다 [6]. 이산 시간 AoI는 [7]에서 고려되었는데, 여기에서 Ber/G/1 및 G/G/∞ 대기 행렬 모형에서 AoI 및 peak AoI의 평균을 구하였다. 이산 시간 AoI는 [8]에서도 분석되었는데, 여기에서는 Geo/Geo/1 대기 행렬 모형의 AoI와 peak AoI의 확률 생성 함수를 유도하였다.

본 논문에서는 Geo/Geo/1/1 대기 행렬 모형의 정보 신선도를 고려한다. 이를 위해 시스템을 이산 시간 마르코프 연쇄 과정으로 모형화하여 수신 측의 정보 신선도에 대한 분포를 결정한다. 수신 측과 전송 중인 패킷의 AoI를 동시에 추적하는 2차원 상태 벡터를 이용하여 정상 상태에서 peak AoI와 AoI에 대한 확률 분포를 유도하고 FROI를 구한다.

II. 시스템 모형

채널이 사용되고 있지 않을 때 슬롯의 시작점에서 패킷의 생성 및 전송 여부를 결정하는 Geo/Geo/1/1 이산 시간 대기 행렬 모형을 고려한다. 이전 패킷의 전송이 완료되지 않아 채널이 사용 중일 때에는 새로운 패킷을 생성하지 않는다. 채널이 사용되고 있지 않을 때에는 새로운 패킷을 생성하지 않을 수도 있고, 새로운 패킷을 생성하여 다음 슬롯에서 패킷 전송을 시작할 수도 있다. 채널이 비어 있을 때, 정보원이 패킷을 생성하여 패킷 전송을 시작할 확률을 p 라 하자.

전송되는 패킷은 랜덤한 수의 슬롯 동안 지연을 겪은 후, 수신 측에 오류 없이 수신된다. 수신 측은 도착한 패킷으로부터 송신 측의 현재 상태에 대한 정보를 얻는다. 이 논문에서는 기하 분포의 지연 시간을 고려한다. 각 슬롯 경계에서 전송 중인 패킷이 전송 완료될 확률을 q

Received 30 January 2022, Revised 7 February 2022, Accepted 12 February 2022

* Corresponding Author Yutae Lee(E-mail:kylee@deu.ac.kr, Tel:+82-51-890-1682)

Professor, Department of Information and Communications Engineering, Dong-eui University, Busan, 47340 Korea

Open Access <http://doi.org/10.6109/jkiice.2022.26.3.483>

print ISSN: 2234-4772 online ISSN: 2288-4165

라 하자.

III. 정보 신선도 분석

확률변수 S_n 을 n 번째 슬롯의 끝에서 수신 측의 AoI로 정의한다. 확률변수 T_n 는 다음과 같이 정의한다: n 번째 슬롯의 끝에서 패킷이 전송되고 있지 않으면 0이고, 패킷이 전송 중이면 전송 중인 패킷의 AoI이다. n 번째 슬롯의 끝에서 시스템 상태를 이산 시간 확률 과정 (S_n, T_n) 로 나타내면, 확률 과정 $\{(S_n, T_n)\}$ 는 마르코프 연쇄 과정(Markov chain)이 된다. 이 마르코프 연쇄 과정의 상태 공간은 $\{(i, j) \mid i \geq 1, 0 \leq j < i\}$ 이다.

Table. 1 State transition probabilities.

S_n, T_n	S_{n+1}, T_{n+1}	transition probability
$i, 0$ ($i \geq 1$)	1, 0	pq
$i-1, 0$ ($i > 1$)	$i, 0$	$1-p$
$k, i-1$ ($k > 1, 1 < i \leq k$)	$i, 0$	q
$i-1, 0$ ($i > 1$)	$i, 1$	$p(1-q)$
$i-1, j-1$ ($i > 2, 1 < j < i$)	i, j	$1-q$

확률 분포 $\{\pi_{i,j}, i \geq 1, 0 \leq j < i\}$ 를 마르코프 연쇄 $\{(S_n, T_n), n = 1, 2, \dots\}$ 의 정상 상태에서의 확률 분포라 하자. 상태 전이 확률 (state transition probability)

$$p_{(ij),(kl)} \equiv P\{S_{n+1} = k, T_{n+1} = l \mid S_n = i, T_n = j\} \quad (1)$$

는 n 에 의존하지 않는다. 간단한 계산을 통해 0이 아닌 상태 전이 확률을 계산하면 표 1과 같다.

상태 전이 확률로부터 다음 관계식이 성립한다.

$$\pi_{i+j,j} = \pi_{i,0}p(1-q)^j, \quad i \geq 1, \quad j \geq 1, \quad (2)$$

$$\pi_{i,0} = \pi_{i-1,0}(1-p) + \sum_{k=i}^{\infty} \pi_{k,i-1}q, \quad i > 1 \quad (3)$$

정상 상태의 확률 분포를 구하기 위해, $P(z) \equiv \sum_{i=1}^{\infty} \pi_{i,0}z^i$

를 정의하면, 식 (2)와 (3)로부터 다음을 얻을 수 있다:

$$P(z) - \pi_{1,0}z = (1-p)zP(z) + \frac{pq(1-q)z^2}{1-(1-q)z}P(1) \quad (4)$$

여기서 $P(1)$ 은 전송 중인 패킷이 없을 확률로 $P(1) = q/[p(1-p) + q]$ 이다. 따라서 $P(z)$ 는 다음과 같게 된다:

$$P(z) = \frac{q}{p(1-q) + q} \frac{pqz}{[1-(1-p)z][1-(1-q)z]} \quad (5)$$

식 (5)로부터 모든 자연수 i 에 대해 정상 상태의 확률 $\pi_{i,0}$ 를 구할 수 있다. 식 (2)로부터 모든 자연수 i 와 j 에 대해 정상 상태의 확률 $\pi_{i+j,j}$ 를 구할 수 있다.

peak AoI는 정보가 갱신되기 전의 AoI 값이므로, 이를 구하기 위해 먼저 어떤 슬롯에서 정보가 갱신될 확률 $P\{update\}$ 을 계산하면 다음과 같다:

$$P\{update\} = (1-p+pq) \sum_{i=1}^{\infty} \pi_{i,0} + q \sum_{i=2}^{\infty} \sum_{j=1}^{i-1} \pi_{i,j} \quad (6)$$

따라서 peak AoI를 나타내는 확률 변수를 $PAoI$ 라 하면, $PAoI$ 는 다음과 같이 구할 수 있다:

$$P\{PAoI=1\} = \frac{(1-p+pq)\pi_{1,0}}{P\{update\}} \quad (7)$$

$$P\{PAoI=i\} = \left[(1-p+pq)\pi_{i,0} + q \sum_{j=1}^{i-1} \pi_{i,j} \right] \times \frac{1}{P\{update\}}, \quad i > 1 \quad (8)$$

슬롯 경계에서 수신 측의 AoI를 나타내는 확률 변수를 AoI 라 하면 AoI 는 다음과 같이 구할 수 있다:

$$P\{AoI=1\} = \pi_{1,0} \quad (9)$$

$$P\{AoI=i\} = \pi_{i,0} + \sum_{j=1}^{i-1} \pi_{j,0}p(1-q)^{i-j} \quad (10)$$

수신 측의 AoI의 확률 발생 함수를 $AoI(z)$ 라 하면 $AoI(z)$ 는 다음과 같이 구할 수 있다:

$$AoI(z) = \frac{1-q}{p(1-q) + q} \frac{1-(1-p)(1-q)z}{1-(1-q)z} \times \frac{pqz}{[1-(1-p)z][1-(1-q)z]} \quad (11)$$

FRoI의 임계치를 τ 라고 했을 때, FRoI는 다음과 같다:

$$FRoI(\tau) = \sum_{i \leq \tau} P\{AoI=i\} \quad (12)$$

여기서 모든 자연수 i 에 대하여 AoI가 i 일 확률 $P\{AoI=i\}$ 는 식 (11)로부터 구할 수 있다.

IV. 수치 해석

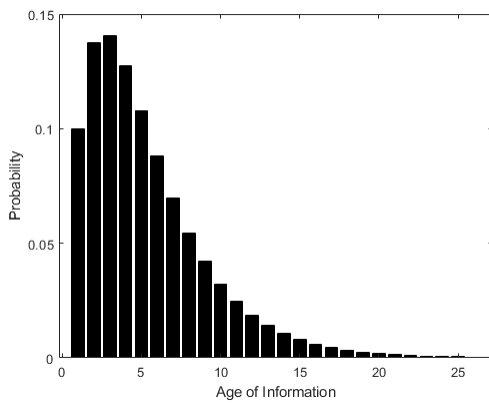


Fig. 1 Probability mass function of AoI

본 절에서는 몇 가지 수치적인 예를 제공한다. 먼저 채널이 사용 중이지 않을 때의 전송 확률 p 가 0.25이고 서비스를 끝낼 확률 q 가 0.5인 경우에, 슬롯 경계에서 수신 측의 AoI를 나타내는 확률 변수를 AoI의 확률질량함수를 그림 1에 나타내었다.

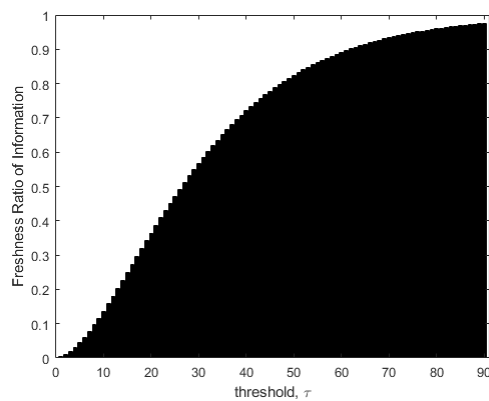


Fig. 2 FRoI with $p = 0.05$ and $q = 0.1$

다음으로 확률 p 와 q 의 다양한 값에 대해 FRoI를 비

교한다. 이 결과를 위해 $p/q=0.5$ 인 다음 두 가지 경우를 다룬다: $p = 0.05, q = 0.1$ 인 경우(그림 2); $p = 0.45, q = 0.9$ 인 경우(그림 3). p/q 가 일정할 때, 전송 시간이 짧을수록(q 가 클수록) FRoI가 크다는 것을 확인할 수 있다.

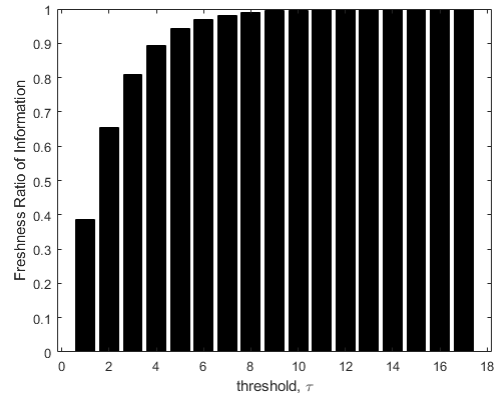


Fig. 3 FRoI with $p = 0.45$ and $q = 0.9$

V. 결론

본 논문에서는 Geo/Geo/1/1 대기 행렬 모형의 FRoI를 유도하기 위해 시스템을 이산 시간 마르코프 연쇄 과정으로 모형화하여 수신 측의 정보 신선도에 대한 분포를 결정하였다. 수신 측의 AoI와 전송 중인 패킷의 AoI를 동시에 추적하는 2차원 상태 벡터를 이용하여 peak AoI와 AoI의 정상 상태의 확률 분포를 유도하고 FRoI를 구하였다.

본 연구는 빈번하게 정보를 갱신해야 하는 이산 시각 시스템에서 정보의 신선도를 표현하는데 사용될 수 있으며, 향후 전송 오류를 고려하여 정보 신선도를 분석하고자 한다.

ACKNOWLEDGEMENT

This work was supported by the National Research Foundation of Korea(NRF) grant funded by the Korea government(MSIT).(No. NRF-2021R1A2C1011756)

REFERENCES

- [1] S. Kaul, M. Gruteser, V. Rai, and J. Kenney, "Minimizing age of information in vehicular networks," in *Proceeding of 8th Annual IEEE Communications Society Conference on Sensor, Nesh and Ad Hoc Communications and Networks (SECON)*, pp. 350 - 358, 2011.
- [2] S. Kaul, R. Yates, and M. Gruteser, "Real-time status: How often should one update?," in *Proceeding of IEEE International Conference on Computer Communications (INFOCOM)*, 2012.
- [3] M. Costa, M. Codreanu, and A. Ephremides, "Age of information with packet management," in *Proceeding of IEEE International Symposium on Information Theory*, pp. 1583 - 1587, 2014.
- [4] Y. Lee, "Freshness ratio of information: a new metric for age of information," *Electronics Letters*, vol. 56, no. 3, iss. 3, pp. 139-141, Feb. 2020.
- [5] A. Maatouk, S. Kriouile, M. Assaad, and A. Ephremides, "The age of incorrect information: a new performance metric for status updates," *IEEE/ACM Transactions on Networking*, vol. 28, no. 5, pp. 2215-2228, Oct. 2020.
- [6] M. Costa, M. Codreanu, and A. Ephremides, "On the age of information in status update systems with packet management," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 62, no. 4, pp. 1897-1910, Apr. 2016.
- [7] V. Tripathi, R. Talak, and E. Modiano, "Age of information for discrete time queues," *arXiv: 1901.10463v1*, 2019.
- [8] A. Kosta, N. Pappas, A. Ephremides, and V. Angelakis, "Non-linear age of information in a discrete time queue: stationary distribution and average performance analysis," in *Proceeding of IEEE International Conference on Communications*, pp. 1 - 6, 2020.