

직업계 고등학교 졸업생 대상 ‘Math & 코딩’을 활용한 대학 미분적분학 교육 사례 연구

이 재 화 (성균관대학교, 연구원)

이 상 구 (성균관대학교, 교수)[†]

함 윤 미 (경기대학교, 교수)

본 연구에서는 교육부가 고심하는 ‘수학올림증(Mathematics Anxiety, 수학불안)’ 문제를 근본적으로 해결하는 하나의 대안으로, 2022년 1학기 S대학에서 직업계 고등학교를 졸업한 재직자 신입생 20명을 대상으로 ‘Math & 코딩(Coding)’을 적용하여 운영한 대학 미분적분학 강좌 사례를 소개한다. 본 강좌에서는 ‘Math & 코딩’으로 쉽고 빠르게 중·고등학교 수학을 복습할 수 있는 콘텐츠와 대학 미분적분학 콘텐츠 및 교재를 새로 개발하여 활용하였다. 이를 통해 스스로 ‘수학올림증’이 있다고 여기던 학생들은 코드를 활용하여 문제를 해결하면서 복잡한 계산에 대한 부담을 덜게 되었고, 대신 확보한 시간을 수학 개념에 대해 동료 및 교수자와 토론하면서 미분적분학을 충분히 이해할 수 있게 되었다. 그 결과 본 강좌를 수강한 대부분의 학생들은 미분적분학 교재에 있는 거의 모든 문제를 지필로 또는 코드를 활용하여 해결할 수 있다고 자신있게 이야기 하였고, 미분적분학에서 다루는 주요 개념에 대해서도 자신의 언어로 충분히 설명할 수 있다고 하였다. 이와 같이 대학의 수학강좌 교수학습과정에서 ‘Math & 코딩’ 방식을 적절하게 활용한다면, 수학적 배경이 약한 학생들과 이전에 수학을 포기했었던 학생들을 대상으로 대학에서 다시 수학에 대한 자신감을 회복시키는 것이 가능하다고 여겨지며, 중등수학교육에서도 ‘Math & 코딩’ 접근방식을 충분히 적용해 볼 수 있다고 생각한다.

I. 서 론

‘수학올림증(Mathematics Anxiety, 수학불안)’은 학업 또는 일상생활 속에서 수를 다룰 때 느끼는 두려움, 공포, 긴장감, 불안감 등을 일컫는다(김영옥, 2009). 최근 진행된 설문조사¹⁾에 따르면 고등학생 10명 중 3명 이상은 ‘수학올림증’을 가진 학생이라고 하는데, ‘수학올림증’이 발생하는 원인은 대학입시를 위한 선행학습과 암기 중심의 교육으로 인해 초래된 수학에 대한 부정적인 정서와 자신감 하락 등 다양하다. 김성수(2019)는 자신의 논문에서 ‘수학올림증’ 관련 선행연구를 조사하면서 ‘수학올림증’의 발생 원인에 대해 다음과 같이 세 부류로 정리하였다.

* 접수일(2022년 8월 23일), 심사(수정)일(2022년 9월 14일), 게재 확정일(2022년 9월 29일)

* MSC2000 분류 : 97U50, 97U70

* 주제어 : 미분적분학, 코딩, 직업계 고등학교, 대학수학교육

* 이 논문은 2020년도 정부(과학기술정보통신부)의 재원으로 한국연구재단 혁신성장 선도 고급연구인재 육성사업(No.2020M3H1A1077-095)과 정부(과학기술정보통신부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(No.2021R1F1A1046714).

† 교신저자 : sglee@skku.edu

1) 교육플러스(e뉴스통신), 고교생 10명 중 3명 “나는 수포자”...원인은 “누적된 학습 결손” (게시일: 2022년도 1월 5일)
<https://www.edpl.co.kr/news/articleView.html?idxno=4122>

- ① 계통성과 위계성이 뚜렷한 수학의 학문적 특성
- ② 문제풀이 위주의 수업과 교사의 강압적이고 권위적인 태도, 학생의 발달에 맞지 않는 교수 방법
- ③ 선행학습 중심의 사교육 문화, 수학을 잘 해야 한다는 사회적 압박 등 수학에 대한 사회 문화적 영향

이러한 다양한 원인으로 인해 수학 공부를 할 때 불안하고 계산이 복잡한 문제를 풀지 못하는 경험을 반복한 학생들은 수학에 대한 자신감을 잃게 되고, 수학에 대한 부정적인 정서가 커지게 된다. 그러다가 점차 수학을 잘 해야 한다는 의지가 사라지고 아예 수학 학습을 거부하는 ‘수학올렁증’을 가진 학생이 된다고 하였다.

또한 2020년부터 신종 코로나바이러스(COVID-19)로 인하여 초·중·고를 비롯한 대학까지 수년간의 모든 강의가 온라인으로 전환되면서 전 과목에 걸쳐 기초학력미달 비율이 빠르고 가파르게 증가하였다. 교사와 학생간 상호 작용이 없는 일방적인 온라인 교육은 수학 기초학력미달과 ‘수학올렁증’ 양산에도 영향을 주었다. 실제로 최근 교육부와 한국교육과정평가원이 발표한 ‘2021년 국가수준 학업성취도 평가’ 결과에서는 고등학교 수학과목의 기초학력 미달 비율이 14.2%로 COVID-19 발생 이전인 2019년 대비 5.2%나 증가한 것으로 나타났다(한국교육과정평가원, 2022).

2015 개정 교육과정에 따라 지난해 시행된 2022학년도 수능은 사상 처음 문·이과 통합으로 치러졌다. 그러나 융합인재를 키우자는 문·이과 통합의 취지와는 다르게 이과계열 학생들이 수학 최상위 등급을 휩쓸면서 상대적으로 높은 점수를 앞세워 인문계열 학과에 지원하는 교차지원이 늘어 본래의 정책의도와 달리 입시결과가 왜곡되는 현상이 발생하였다.²⁾ 이렇게 대학수학능력시험의 변화와 문·이과 교차지원, 대학입시에서 수학과목의 약화로 인해 2022학년도부터 입학하는 신입생들의 수학 기초학력의 저하가 예상되어 대학기초교양수학과 전공 수업의 운영에 어려움을 겪게 될 것이다(최혜윤·심상길, 2021).

이러한 일련의 현상과는 대조적으로 우리나라는 인공지능(artificial intelligence, AI)을 포함한 핵심 산업에 재정을 과감하게 투자하면서, AI 이론의 근간이 되는 수학의 중요성이 점점 커지고 있다. 또한 2022년 7월 5일 미국 프린스턴 대학의 허준이 교수가 한국계 수학자로는 최초로 필즈상(Fields Medal)을 수상³⁾하면서 한국의 수학 교육은 많은 관심을 받고 있다. 최근 국제수학연맹(IMU, International Mathematical Union)은 2022년 2월 1일 한국 수학의 국가 등급을 4그룹에서 최고 등급인 5그룹으로 승격을 확정하였고, 국제수학올림피아드(International Mathematical Olympiad, IMO)에서도 한국이 십여 년간 꾸준히 상위권에 랭크되고 있는 등 한국 수학의 위상이 높아지고 있다.⁴⁾ 그러나 박형주는 한국의 중·고교 수학교육은 ‘수학올렁증’을 가진 학생들만 양산하고 있다고 지적하였다.⁵⁾ 교육부는 이러한 ‘수학올렁증’ 문제를 해결하고 수학 핵심인재 양성을 위해 2020년 5월 26일 제 3차 수학교육종합계획⁶⁾을 발표하였다(교육부, 2020). 이 계획에는 학생들의 기초학력과 자신감 향상, 인공지능을 활용한 맞춤형 수학교육 시스템 개발 및 활성화와 수학 탐구가 가능한 공학적 도구 활성화 등의 내용을 담고 있다.

본 연구진은 ‘수학올렁증’이 있는 대학 신입생들에게 다시 대학수학(미분적분학/선형대수학 등)에 대한 자신감

2) 서울경제, 통합수능에 ‘문과 침공’ 현실화...교차지원 급증하고 합격사례도 속출 (게시일: 2022년 2월 9일)

<https://www.sedaily.com/NewsView/2622PNWLPY>

3) 사이언스타임즈, 필즈상 수상자 허준이 교수의 연구, 어떻게 인류에 기여할까? (게시일: 2022년 7월 8일)

<https://www.sciencetimes.co.kr/news/필즈상-수상자-허준이-교수의-연구-어떻게-인류에-기/>

4) 스마트시티투데이, 국제수학연맹(IMU) K-수학 국가등급 “최고등급” 승격 확정 (게시일: 2022년 7월 16일)

<https://www.smartcitytoday.co.kr/news/articleView.html?idxno=23872>

5) 조선일보, 선다식 문제 빨리 풀기 강요한 중·고 수학교육은 수포자 양산 (게시일: 2022년 7월 11일)

<https://www.chosun.com/economy/science/2022/07/11/ND4VIJY2BZEQPFAYOYICPXK5Q5E/>

6) <https://if-blog.tistory.com/10470>

을 주는 구체적인 방법에 대한 연구를 진행하고 있다. 그에 대한 첫 결과물로 2022년 1학기 S대학에서 직업계 고등학교를 졸업한 재직자 20명 정원의 계약학과 신입생을 대상으로 'Math & 코딩' 교수학습법을 적용하여 운영한 대학 미분적분학 강좌 사례를 소개한다. 본 강좌에서는 미분적분학 학습을 위해 중·고등학교 수학을 쉽고 빠르게 커버할 수 있는 콘텐츠와 미분적분학 콘텐츠⁷⁾ 및 교재를 개발하여 사용하였다. 실제로 미분적분학 강좌를 운영한 결과, 학생들은 수학에 대한 두려움이 줄어들고, 교과서에서 배운 내용 수준의 다양한 문제를 어려움 없이 해결할 수 있다는 자신감을 얻게 되었다. 본 논문에서는 개발한 중·고등학교 수학 및 미분적분학 콘텐츠와 교재, 강의 운영 경험을 소개한다. 이와 같은 교수학습법으로 미분적분학 강좌를 운영한 방식이 '수학올림중' 문제를 해결하는 하나의 대안이 될 수 있으며, 중등수학교육에도 충분히 적용가능하다고 판단한다.

II. 연구의 배경

본 연구진은 2021년 12월, 직업계 고등학교를 졸업하고 10년 내외의 회사경력에 있는 재직자 20명 정원의 계약학과 신입생을 대상으로, 대학수준의 미분적분학 교육을 위한 교육과정의 구성, 그에 맞는 교재 개발 및 개발한 교재를 이용한 혁신 수업에 대한 학교 당국의 적극적인 요청을 받았다. 이에 특성화고, 마이스터고를 포함한 직업계 고등학교 졸업생 대상의 대학 미분적분학 교수학습 모델에 대하여 연구하기 시작하였다.

2022년 1학기	2022	75 손
출	손 (2022####75)	2월 18일 50 2
수업 계획서	Final OK by SGLee Sample [1st Hw and Week 1 HW before we meet in t...	
공지	이 (LEE)	2월 18일 65 1
수업자료실	2022	81 임
열린게시판	임 (2022####81)	2월 18일 28 1
문의게시판	2022	80 이
과제 및 평가	이 (2022####80)	2월 18일 26 1
시험 및 설문	2022	67 김
토론	김 (2022####67)	2월 18일 36 1
강의콘텐츠	2022	79 이
	이 (2022####79)	2월 18일 29 1
	2022	83 조
	조 (2022####83)	2월 18일 23 1

노(2022####70) 2월 18일** 안녕하세요 **학과 노**입니다. 33살에 22학번이 되다니 너무 기쁘고 떨립니다. 회사에서는 설비개발팀 기구설계자로 근무를 했습니다. 기구설계자로 근무하면서 CAD 프로그램 사용은 자유롭게 사용했지만 아무것도 없는 상태에서 목표값까지 근사치에 대한 계산 부분이 부족하다는것을 많이 느꼈습니다. (중략)

윤(2022####77) 2월 18일** 안녕하세요 28살 윤**입니다. 고등학생 때부터 어려워 했던 수학을 이번 기회를 통해 제대로 배워보고 싶습니다. 간단한 문제에서부터 어렵고 복잡한 문제까지 코딩을 통하여 쉽게 답을 찾아내는 점이 정말 신기했습니다.

[그림 II-1] 학생들의 자기소개서(일부)

7) 미분적분학 1 (일변수 미분적분학) <http://matrix.skku.ac.kr/S-calculus/>
 미분적분학 2 (다변수 미분적분학) <http://matrix.skku.ac.kr/M-calculus/>

실제로 직업계 고등학교는 일반계 고등학교보다 수학 과목의 시수가 부족하다. 게다가 학생들이 학기 초에 작성한 자기소개서([그림 II-1])에 따르면, 대부분의 학생들이 수학에 대한 두려움과 걱정이 있었으며, 미분적분학 과목을 잘 학습할 수 있을지에 대한 자신감이 많이 떨어져 있었다. 또한 각자의 수학적 배경과 실력도 다르므로 본격적인 대학 미분적분학 과목의 학습을 위해서는 중·고등학교 수학을 복습하고 미분적분학 전체 내용을 쉽고 빠르게 커버할 수 있는 대안이 필요하였다. 이에 본 연구진은 학생들의 ‘수학울렁증’을 개선하기 위해서는 적어도 복잡한 계산에 대한 부담을 덜어주고, 함수의 그래프 등을 그리는 것이 자유로운 콘텐츠가 필요하다고 생각하였다. 이는 그간 ‘Math & 코딩’ 교수학습법을 다양한 대학수학 과목(통계학, 공학수학, 선형대수학, 이산수학)에 적용한 경험(이상구 외, 2015; 이상구 외, 2016; 이상구 외, 2017; 이상구·이재화, 2019)을 바탕으로 얻은 결론이다. 본 연구진은 2021년 12월부터 2022년 6월까지 개발연구 방법론(정재삼, 1997)을 참조하면서, 30여년간의 대학수학교육 경험과 교육환경의 변화를 최대한 반영하여 대상 학생들에게 적합한 1년 과정의 대학 미분적분학 교육과정과 교안, 콘텐츠, 교재 및 교수학습 모델을 개발하였다. 이에 대하여 자세히 소개한다.

1. 중·고등학교 과목별 ‘Math & 코딩’ 콘텐츠

본 연구진은 먼저 중·고등학교 수학 과목별(중3에서 고3까지 6과목)로 교육과정, 내용요소 및 성취기준을 분석, 학생이 이를 잘 이해했는지 확인하는 기본 문제(학년 및 과정별로 약 40~50여개)를 선별하여 지필로 해결하는 풀이 과정과 참고자료 및 설명 동영상, 그리고 Python 기반의 SageMath 코드를 제작하여 html 형식의 웹페이지로 개발하였다(<표 II-1>).

<표 II-1> 중·고등학교 수학 과목별 실습실

다루는 내용	실습실
9학년(중3) 수학	http://matrix.skku.ac.kr/9th-Grade/
10학년(고1) 수학	http://matrix.skku.ac.kr/10th-Grade/
11학년(고2) 수학 1	http://matrix.skku.ac.kr/11th-Grade-1/
11학년(고2) 수학 2	http://matrix.skku.ac.kr/11th-Grade-2/
12학년(고3) 미적분	http://matrix.skku.ac.kr/12th-Grade-1/
12학년(고3) 확률과 통계	http://matrix.skku.ac.kr/12th-Grade-2/

아래는 본 연구진이 개발한 콘텐츠의 예시이다. 학생들은 먼저 기본 문제와 풀이 과정을 이해하고, 이를 코드로도 해결할 수 있도록 미리 입력해 둔 명령어를 실행해본다. 코드가 오류의 발생없이 실행되는 것을 보면 코드를 암기해야 한다는 부담과 오류 발생에 대한 걱정을 덜 수 있다. 그리고 제시된 코드의 함수와 조건들을 바꿔가면서 기본 문제와 유사한 문제들을 해결하게 되면, 유형은 동일하나 지필로 계산하기 까다로운 문제들도 주어진 코드를 변형하면서 쉽게 해결할 수 있게 된다. 이를 통해 학생들은 자연스럽게 코딩을 경험하게 되고, 특히 코드에 담긴 계산 알고리즘을 통해 어떤 절차로 문제 해결이 이루어지는지도 파악할 수 있기 때문에 수학의 문제 풀이 원리를 이해하는데 도움을 얻을 수 있다. 또한 손으로 그리기 힘들던 복잡한 함수의 그래프도 코드를 통해 쉽게 그려볼 수 있으므로, 시각적이고 직관적으로 수학 개념을 이해할 수 있다. 이렇게 학습하게 되면 학생들은 각 수학 과목에서 요구하는 성취기준에 부합된 대부분의 기본 문제들을 이해하고 (지필로든 코드를 활용해서든) 모두 해결할 수 있다는 자신감을 얻을 수 있다.

① 나머지 정리: 10학년(고1) 수학 <http://matrix.skku.ac.kr/10th-Grade/>

단 원 명	나머지 정리
필수 성취 기준	1. 항등식의 성질을 이해한다. 2. 나머지정리의 의미를 이해하고, 이를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.

10. 다항식 x^3+ax^2+bx+c 를 x^2-x+1 로 나누었을 때의 몫이 $x+2$ 이고, 나머지가 $-3x+1$ 일 때, $a+b+c$ 의 값은? (단, a, b, c 는 실수)

[참고] <https://mathbang.net/316>
[동영상] <https://youtu.be/2nz2KPOhIA>

```

1 var('a, b, c') # 변수 선언
2 f(x) = x^3 + a*x^2 + b*x + c # 다항식 입력
3 g(x) = x^2 - x + 1 # 다항식 입력
4 quo, rem = f.maxima_methods().divide(g) # 나머지와 몫 구하기
5 print(quo) # 몫 출력
6 print(rem) # 나머지 출력
7 # 나머지의 계수를 비교하여 방정식 풀기
8 solve([a + 1 == 2, a + b == -3, -a + c - 1 == 1], a, b, c)
    
```

실행 Language: Sage

```

a + x + 1
(a + b)*x - a + c - 1
[[a == 1, b == -4, c == 3]]
    
```

Help | Powered by SageMath

■ Answer: $a=1, b=-4, c=3$ 이다.

② 원의 방정식: 10학년(고1) 수학 <http://matrix.skku.ac.kr/10th-Grade/>

단 원 명	원의 방정식
필수 성취 기준	1. 원의 방정식을 구할 수 있다. 2. 좌표평면에서 원과 직선의 위치 관계를 이해한다.

47. 주어진 직선과 원에 대하여 원과 직선의 위치 관계를 말하여라.

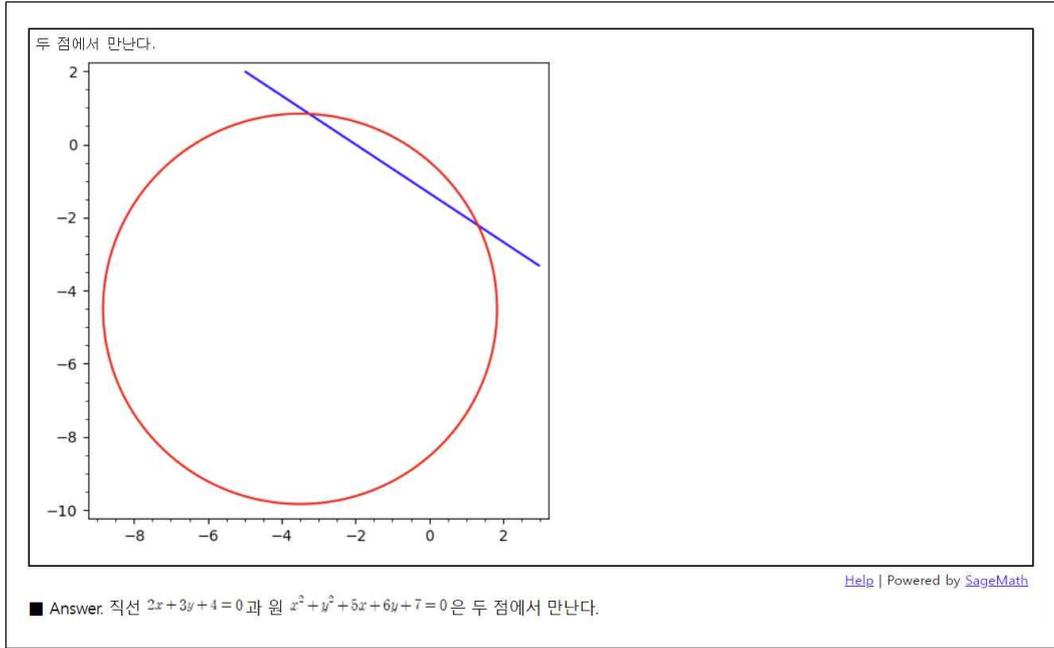
$2x+3y+4=0, x^2+y^2+5x+6y+7=0$

[참고] <https://url.kr/x5w2da>
[동영상] <https://youtu.be/job6gl9BEs>

```

1 # 직선이 ax + by + c = 0, 원이 x^2 + y^2 + dx + ey + f = 0 일때
2 var('x, y')
3 a, b, c, d, e, f = 2, 3, 4, 5, 6, 7 # 위의 원, 직선의 방정식에 문제에 따른 계수 대입
4 f(x, y) = a*x + b*y + c # 직선의 방정식 f(x, y) = 0
5 g(x, y) = x^2 + y^2 + d*x + e*y + f # 원의 방정식 g(x, y) = 0
6 r = sqrt((d^2)/4 + (e^2)/4 - f) # 원의 반지름
7 D = abs(f*(-d/2, -e/2))/sqrt(a^2 + b^2) # 원의 중심(-d/2, -e/2)에서 직선에 이르는 거리
8 * if D > r:
9     print("만나지 않는다.")
10 * elif D == r:
11     print("한 점에서 만난다.")
12 * else:
    
```

실행 Language: Sage



③ 도함수의 활용: 12학년(고3) 미적분 <http://matrix.skku.ac.kr/12th-Grade-1/>

단 원 명	도함수의 활용
필수 성취 기준	<ul style="list-style-type: none"> * 접선의 방정식을 구할 수 있다. * 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다. * 방정식과 부등식에 대한 문제를 해결할 수 있다.

36. 곡선 $y = xe^x - 1$ 위의 점 $(0, -1)$ 에서의 접선의 방정식을 구하여라.

[답안] $f(x) = xe^x - 1$ 이라 하면 $f'(x) = e^x + xe^x$ 이다. 점 $(0, -1)$ 에서의 접선의 기울기가 $f'(0) = 1$ 이므로 구하는 접선의 방정식은 $y = x - 1$ 이다.

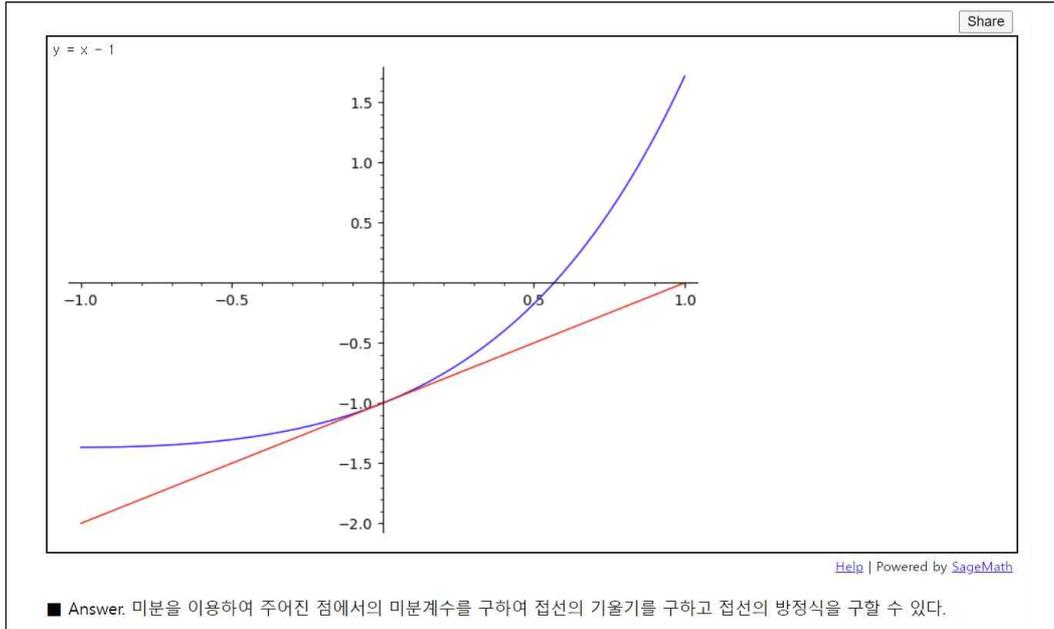
[참고] <https://m.blog.naver.com/2620950/>

[동영상] https://youtu.be/riO_ev39GSE

```

1 f(x) = x*exp(x) - 1
2 df(x) = diff(f(x), x) # 미분하기
3 x0 = 0
4 print("y =", f(x0) + df(x0)*(x - x0))
5 p = plot(f(x), (x, -1, 1))
6 q = plot(f(x0) + df(x0)*(x - x0), (x, -1, 1), color = 'red')
7 show(p + q)
    
```

실행 Language: Sage



2. 직업계 고등학교 졸업생을 위한 대학 미분적분학 교육

본 연구진은 직업계 고등학교 졸업생을 대상으로 1년 과정의 대학 미분적분학 교육을 위해 'Math & 코딩'을 적용한 교안과 실습실을 개발하였다(<표 II-2>, <부록>). 그리고 해당 내용을 따라 읽으면 전체적인 내용을 쉽게 파악할 수 있도록 교재⁸⁾로도 개발하였다. 2022년 1학기 S대학에서 진행한 <미분적분학 1(일변수 미분적분학)> 강좌는 다음과 같이 진행되었다. 먼저 강좌 초반의 약 3주(정확히는 2.5주) 동안에는 본론의 1절에서 소개한 중·고등학교 수학 내용과 문제들을 학생들이 코드를 활용하여 복습하도록 구성하였다. 그리고 학생들이 스스로 학습을 지속해 나갈 수 있도록 각 주차별로 '열린 문제'를 제공하여, 강의 중 학습한 실습실에 제시된 코드를 바탕으로 다른 교재의 유사한 유형의 문제를 해결하거나 복잡한 함수의 그래프를 그려보도록 하였다([그림 III-1]). 또한 이상구·함윤미·이재화(2020)의 논문에서와 같이 자신이 직접 시도한 결과를 학습관리시스템(LMS, Learning Management System)을 통해 동료 및 교수자와 공유하면서 질문/답변/토론/예습/복습 등의 활동을 하도록 하였다. 이 과정에서 학생들은 자신이 수학적 개념을 모두 이해하였다고 생각하면 스스로 LMS상에 'Final 선언'을 하였고, 교수자나 조교는 그 내용을 검토 후에 'Final OK'로 최종 확정해주었다([그림 III-2]). 그리고 자신이 'Final OK'를 받은 내용을 모두 모아 정기적으로 (매월 1회 기준) PBL 보고서⁹⁾에 첨부하여 제출하면 본인이 참여한 질의응답 및 토론의 양과 질, 발표, 동료 평가 항목들을 기준으로 종합적 평가가 이루어지도록 하였다. 이를 정리하면 다음과 같다.

- ① 본 연구진이 'Math & 코딩' 교수학습법을 적용하여 구성한 대학 미분적분학 교육과정에 따라 새로 개발한 교안, 코드, 실습실, 교재 및 녹화된 강의 동영상은 강의 시작 2주 전(class shopping week)부터 제공하여 학생들이 예습하면서 본 강의가 목표하는 바를 충분히 이해하도록 한다.

⁸⁾ 미적분학 & 코딩(무료전자책) <https://buk.io/@kc7894> 다변수 미적분학 & 코딩(무료전자책) <https://buk.io/@kc7895>

⁹⁾ PBL 보고서 양식(본 과목에 맞게 수정하여 사용하였음) <http://matrix.skku.ac.kr/PBL/PBL-Report-Form-Korean.hwp>

<표 II-2> 미분적분학 1 (일변수 미분적분학) 교안 / 실습실

미분적분학 1 (일변수 미분적분학) http://matrix.skku.ac.kr/S-calculus/		
주차	다루는 내용	교안 / 실습실
1	강좌소개 및 *복습: 중3 수학, 고1 수학	http://matrix.skku.ac.kr/S-calculus/W1/
2	*복습: 고2 수학 1, 수학 2	http://matrix.skku.ac.kr/S-calculus/W2/
3	*복습: 고3 미적분 / 함수의 그래프와 방정식의 해	http://matrix.skku.ac.kr/S-calculus/W3/
4	역삼각 함수, 쌍곡선 함수, 역쌍곡선 함수	http://matrix.skku.ac.kr/S-calculus/W4/
5	함수의 극한, 극한 정리, 연속함수, 중간값 정리	http://matrix.skku.ac.kr/S-calculus/W5/
6	도함수, 접선의 방정식, 미분 법칙	http://matrix.skku.ac.kr/S-calculus/W6/
7	연쇄법칙, 음함수, 매개변수함수의 미분법 / 발표평가 / 중간고사	http://matrix.skku.ac.kr/S-calculus/W7/
8	삼각, 역삼각함수, 지수, 로그함수의 미분법, 선형근사	http://matrix.skku.ac.kr/S-calculus/W8/
9	쌍곡선, 역쌍곡선 함수의 미분법, 평균값 정리, 로피탈의 법칙(부정형의 극한)	http://matrix.skku.ac.kr/S-calculus/W9/
10	극댓값과 극솟값(최댓값, 최솟값)	http://matrix.skku.ac.kr/S-calculus/W10/
11	부정적분, 치환적분법, 부분적분법, 정적분, 정적분의 기본정리, 이상적분	http://matrix.skku.ac.kr/S-calculus/W11/
12	넓이, 부피, 호의 길이, 극좌표, 극방정식, 넓이와 길이	http://matrix.skku.ac.kr/S-calculus/W12/
13	수열, 급수, 급수의 수렴, 발산 판정법, 거듭제곱 급수, 테일러 급수와 매클로린 급수	http://matrix.skku.ac.kr/S-calculus/W13/
14/15	[종합평가] PBL 보고서 / Project 발표 / 기말고사	
미분적분학 2 (다변수 미분적분학) http://matrix.skku.ac.kr/M-calculus/		

- ② 1주차에는 학생들에게 자기소개서와 수강 동기를 작성 후 LMS상에 업로드 하도록 하여, 교수자가 학생들의 상황을 파악하는 한편 학생들이 LMS를 통해 소통하는 것에 적응하도록 한다.
- ③ 각 주차마다 학생들은 오프라인 강의 전에 미리 제공된 동영상 강의를 들으며 LMS 상에 자신이 이해한 내용을 요약하거나 궁금한 사항에 대하여 질문하도록 한다. 특히 이를 매주 T/F 형식의 퀴즈로 반영하여 학생들이 학습과정에 꾸준히 참여하도록 유도한다.
- ④ 오프라인 강의에서는 학생들의 질문을 바탕으로 그에 대한 답을 제공하여 부족한 부분을 완전히 이해하도록 한다. 그리고 실습실의 코드를 바탕으로 다른 교재의 유사한 유형의 문제도 해결하도록 한다. 이때 교수는 학생들에게 적절히 질문을 하여 학생간 토론 또는 이해한 바를 발표하게 하고, 각자 자신이 깨우친 부분에 대해서 LMS에 Final Comment와 함께 공유하도록 한다.
- ⑤ 이러한 학습과정을 통해 LMS 상에서 'Final OK'를 받은 질의/응답에 참여한 학생은 본인이 토론에 참여한 기록/결론을 모두 모아 제공된 양식의 PBL 보고서에 정기적으로 제출하게 한다.
- ⑥ 학기말에 교수의 수정의견을 받아서 최종 보고서를 제출하면 이에 근거하여 평가(예. 필기시험/프로젝트(제안서)/발표) 하도록 한다.

이러한 과정중심평가의 좀 더 구체적인 운영방법에 대해서는 저자의 논문(이상구·함윤미·이재화, 2020)을 참고하

면 된다. 즉 본 미분적분학 강좌가 추구하는 목표는

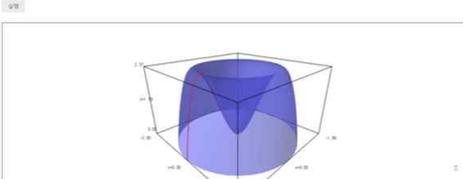
- ① 기초가 약하여 '수학울렁증'이 있는 신입생들이 교재를 읽고, 동영상 강의를 들으며, 실습실의 코드를 클릭 해가면서 미분적분학의 주요 개념과 예제를 계산과정과 관련 코드를 실습하면서 이해하고
- ② 다른 미분적분학 책에 제시된 문제의 답도 직접 지필로 풀거나 코드를 이용한 계산을 통해 충분히 해결할 수 있다는 자신감을 제공하는 것이다.

III. 연구결과 및 논의

2022년 1학기 S대학에서 직업계 고등학교를 졸업하고 회사 경력이 있는 재직자 학생 20명 정원의 계약학과 신입생을 대상으로 <미분적분학 1> 강좌를 운영한 결과는 학생들이 스스로 한 학기 동안 학습한 기록을 담은 PBL 보고서 <http://matrix.skku.ac.kr/2022-S-Final-PBL/>에서 확인가능하다. 이를 정리하면 다음과 같다.

- ① 학생들은 첫 2.5주 동안 중·고등학교 수학 과목의 복습을 통해 코드를 활용하여 수학 문제를 해결해 나가는 것에 점차 익숙해지게 되었다. 그리고 복잡한 계산에 대한 부담을 덜면서 확보한 시간을 수학 개념에 대해 동료 및 교수자와 토론하는데 할애하였고, 이를 통해 중·고등학교 수학 과목의 핵심 개념들을 빠르게 파악할 수 있었다. <미분적분학 1> 과목은 고등학교에서 다루는 미분적분학의 내용에 일부 새로운 내용(예, 역삼각함수, 쌍곡선 함수, 극좌표 등)을 추가한 형태이므로 강좌 초반에 배치한 2.5주의 복습 시간은 이후 대학 미분적분학을 학습하는데 큰 도움이 되었다.

안녕하세요. 소재부품융합공학과 입니다.11주차 적분의 응용(회전체(입체)의 부피(Volume)) 실습한 내용을 공유하도록 하겠습니다.



```

var ('x')f(x) = 4*x^2 - 2*x^3revolution_plot3d(f(x), (x, 0, 2), show
_curve = True, opacity = 0.6, parallel_axis = 'z') # y축을 중심으로
회전시킬 때는 parallel_axis = 'z'를 입력한다. (3차원 그래프로 인식)
f(x) = 4*x^2 - 2*x^3solve ( f(x) == 0, x )
                    
```

```

f(x) = 4*x^2 - 2*x^3
solve ( f(x) == 0, x )
                    
```

[x == 0, x == 2]

```

f(x) = 4*x^2 - 2*x^3integral (2*pi*x*f(x), x, 0, 2)
                    
```

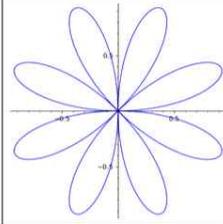
```

f(x) = 4*x^2 - 2*x^3
integral (2*pi*x*f(x), x, 0, 2)
                    
```

30/5*pi

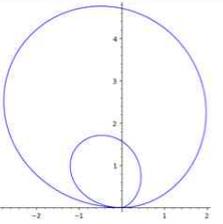
```

var ('t')
polar_plot (cos(3*t), (t, 0, 2*pi))
                    
```



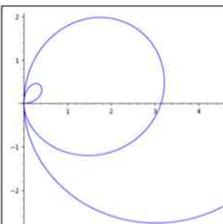
```

var ('t')
polar_plot (4*cos(t)-cos(3*t), (t, 0, 2*pi))
                    
```



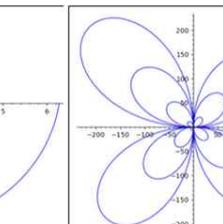
```

var ('t')
polar_plot (1+cos(3*t+sin(t)), (t, 0, 2*pi))
                    
```



```

var ('t')
polar_plot (2+cos(3*t+sin(t)), (t, 0, 2*pi))
                    
```



[그림 III-1] 학생들은 실습실에 미리 제시된 코드를 변경해가면서 다양한 문제풀이 활동을 시도하였다.

- ② <미분적분학 1> 강좌에서 코딩을 계산이 필요한 부분에 적절히 활용하면서, 학생들은 과정중심평가를 따르는 중간고사와 기말고사, 고등학교 수학 복습에 사용한 2.5주를 제외한 실제 11주의 학습만으로도 충분히 <미분적분학 1>에서 다루는 거의 모든 문제를 해결할 수 있게 되었다. 이 과정에서 학생들은 문제 풀이와 함께 자신이 이해한 바를 자신만의 언어로 정리하여 동료 및 교수자와 공유하면서([그림 III-1]) 충분한 시간을 가지고 토론하여 강좌에서 학습한 수학적 개념을 한층 더 심화시킬 수 있었다. 본 강좌에서 학생들은 LMS상에 약 500여 회가 넘는 질문/답변/토론/예습/복습 등의 활동을 하였다([그림 III-2]).

The screenshot shows the LMS interface for the course '미분적분학1'. On the left is a navigation menu with options like '홈', '수업 계획서', '공지', '수업자료실', '열린게시판', '문의게시판', '과제 및 평가', '시험 및 설문', '토론', and '강의콘텐츠'. The main area displays a search bar and a list of posts. The posts include:

- [Final OK by TA] Finalize [HW W10] 정적분의 성질 조, 윤, 노, 김 (4월 27일, 40 views, 5 replies)
- Final [HW W10] 박, 천, 김, 신, 김, 노, 조, 윤 역도함수와 부정적분 예습 (4월 27일, 28 views, 7 replies)
- Final [HW W10] 손, 신, 박, 천, 조, 윤, 노, 신, 김, 김 부정적분, 정... (4월 27일, 33 views, 6 replies)
- Final [HW 10W] 박, 손, 신, 임 부정적분, 정적분 예습 (4월 27일, 27 views, 1 reply)
- project 1 team 초안 [Sage&Math를 활용을 통한 자율주행 자동차 사고 예방] (4월 27일, 53 views, 1 reply)
- [HW W10] 손, 김 4월 27일 수요일 출석했습니다. (4월 27일, 30 views, 2 replies)

[그림 III-2] 학생들의 LMS에서의 온라인 활동 기록(일부, 총 500여 회)

예를 들어, 학생들은 미분적분학을 수강한 후에 필히 알아야 하는 주요 내용 중 하나인 주기함수의 정적분 ([그림 III-3])에 관하여 LMS 상에 자신이 지필로 풀이한 과정과 관련 코드를 공유하였고, 다른 학생들이 궁금한 것에 관하여 서로 댓글을 다는 방법으로 질문과 답을 하였다. 그리고 교수가 적절한 방향으로 관련 토론을 이끌어가면서 학생들이 정확하게 개념을 이해할 수 있도록 하였고, 최종적으로 학생의 Final Comment와 함께 정리하였다.

- ③ 학생들의 학습 기록과 발표¹⁰⁾를 살펴보면, 대부분의 학생들은 어렵다고 느꼈던 미분적분학을 ‘Math & 코딩’을 이용하여 해결함으로써 교재에 있는 거의 모든 문제를 지필로 또는 코드를 활용하여 풀 수 있다고 자신있게 얘기하였다. 또한 계산 뿐만 아니라 미분적분학에서 다루는 주요 개념에 대해서도 자신의 언어로 충분히 설명할 수 있다고 하였다.

¹⁰⁾ PBL 보고서 <http://matrix.skku.ac.kr/2022-S-Final-PBL/>

PBL 학생 발표 (일부) <https://youtu.be/u0gzv4kto4> <https://youtu.be/rq9o6wIFjuU>

(예제2)

$$f(x) = \begin{cases} -x^2+4x & (0 \leq x \leq 2) \\ -2+6 & (2 < x \leq 6) \end{cases}$$

이 때 모든 x 에 대해 $f(x) = f(x+6)$ 을 만족하면 $\int_0^{18} f(x) dx$ 의 값은?

※ 풀이 : $\int_0^{18} f(x) dx = 2 \left(\int_0^2 (-x^2+4x) dx \right) + 3 \left(\int_2^6 (-2+6) dx \right)$

$$= 2 \left[-\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 \right]_0^2 + 3 \left[-2x + 6x \right]_2^6$$

$$= 2 \times \frac{16}{3} + 3 \times 8 = \frac{104}{3}$$

[Sage Code]

```
var('x') # 변수 선언
f1(x) = -x^2 - 4*x # first piecewise part
f2(x) = -x + 6 # second piecewise part
show(plot(piecewise([(0, 2), f1(x)], [(2, 6), f2(x)])), (x, 0, 6)) # (0, 2)에서의 적분+2*(2, 6)에서의 적분*3
2*integral(f1(x), x, 0, 2) + 3*integral(f2(x), x, 2, 6)
```

임경섭(2022##81)3월 9일 오후 8:45
 주기함수의 정적분에 대해 공부했습니다. 감사합니다!! 추가로 아래 응용문제 만들어 주신 거에서 2가지가 궁금해서 질문 남깁니다. 첫 번째 질문 : $-x^2+4x$ 의 범위가 0에서 1까지인데 밑에 줄이 그래프는 0에서 2까지 그렸는데 범위를 상관없이 만나는 점까지 그리는 게 맞는 건가요?? 두 번째 질문 : 함수가 모든 실수에서 $f(x) = f(x+4)$ 만족한다고 하는데 x 에 2를 대입하면 $f(2)=4$ 이고 $f(6)=0$ 인데 그래프가 맞게 그려지는 게 맞는지 궁금합니다. → 제 의견을 말씀드리면 $f(x) = f(x+4)$ 하는 것은 주기 함수라고 정의한 것입니다. 말씀하신 " $f(2)=4$ 이고 $f(6)=0$ "은 주기가 없을 때의 값입니다. 그러나, $f(2)=4, f(6)=4$ 가 정의된다는 것은 즉 주기함수라고 생각하시면 됩니다. 관련 Link) <https://www.youtube.com/watch?v=RQ9Y3s9S4H0>

이주환(2022##78)3월 9일 오후 9:39
 첫 번째 질문 $-x^2+4x$ 의 범위가 0에서 1까지인데 밑에 줄이 그래프는 0에서 2까지 그렸는데 범위를 상관없이 만나는 점까지 그리는 게 맞는 건가요?? → 오히려요. 수정해서 다시 올리겠습니다. 감사합니다.^^ 두 번째 질문 : 함수가 모든 실수에서 $f(x) = f(x+4)$ 만족한다고 하는데 x 에 2를 대입하면 $f(2)=4$ 이고 $f(6)=0$ 인데 그래프가 맞게 그려지는 게 맞는지 궁금합니다. → 제 의견을 말씀드리면 $f(x) = f(x+4)$ 하는 것은 주기 함수라고 정의한 것입니다. 말씀하신 " $f(2)=4$ 이고 $f(6)=0$ "은 주기가 없을 때의 값입니다. 그러나, $f(2)=4, f(6)=4$ 가 정의된다는 것은 즉 주기함수라고 생각하시면 됩니다. 관련 Link) <https://www.youtube.com/watch?v=RQ9Y3s9S4H0>

임경섭(2022##81)3월 9일 오후 9:51
 답변 감사합니다. 두 번째 질문은 문제에서 모든 실수에서 $f(x)=f(x+4)$ 에서 만족한다고 되어있는 게 $f(x)=f(x+6)$ 로 되어야 맞는 것 같아서 드린 질문입니다. 위에 그려주신 그래프를 보게 되면 $f(6)$ 가 $f(2)$ 값이 0으로 같고 $f(2)$ 가 $f(6)$ 의 값이 4로 같은 것처럼 주기를 6을 나타내줘야 하는 게 맞는 것 같습니다.

이상구(LEE SANGGU)3월 10일 오전 8:07
 Q1) 불연속 함수도 적분이 가능한가요? Answer: 모든 점에서 불연속인 함수는 리만(Riemann Integral) 관점에서 적분 불가능합니다. 단, 리만 적분 가능한 함수가 가진 수가 있는 불연속점의 최대 Cardinality는 countable입니다. (불연속점이 finite인 경우는 대부분 리만 적분 가능하고, 불연속점이 countable인 경우는 리만 적분 가능한 일도 있고 아닌 경우도 있습니다.) <--- 이런 내용은 수학과 전공 3학년 이상 학생 대상에서 가르치고, 보통 대학 1학년 미적분학에서는 모든 연속함수는 적분 가능하다는 것 정도로 배웁니다.

손혜원(2022##75)3월 10일 오후 4:19
 주기함수의 정적분에 대해 쉽게 알 수 있었습니다. 감사합니다.

이주환(2022##78)3월 12일 오후 2:36
 교수님 답변 감사합니다.^^

● Final Final Comment

: 우선 곡선 구간에 대해서 정적분을 이용하여 면적을 쉽게 구할 수 있었습니다.

$f(x) = f(x+a)$ 의 형태로 정의되었을 경우 일정한 주기를 가지는 함수임을 알 수 있었습니다.

Q&A: 불연속 함수도 적분이 가능한가요?

→ 모든 점에서 불연속인 함수는 항상 적분이 불가능하나, 리만 적분이 가능한 함수가 가진 수 있는 불연속점의 한정된 경우에만 가능하고, 이 경우 불연속 함수도 적분이 가능하다는 것을 배웠습니다.

(대학교 1학년 미적분학에서는 모든 연속함수는 적분이 가능하다는 것으로 배움)

[그림 III-3] LMS에서 진행한 토론 예시(주기함수의 정적분)

따라서 학생들은 미분적분학 문제 풀이에 대하여 자신감을 갖게 되었고, 풀이 과정을 공유하고(LMS 상에서 Solve, Finalize, Re-Finalize 단계) 토론하면서 기존의 학습 방법보다 계산 시간을 훨씬 단축하며 수학 개념과 문제에 더 쉽게 그리고 심도있게 다가갈 수 있었음을 확인할 수 있다. 주목할 부분은 수학에 대한 학생들의 인식 변화이다. 학생들은 수학은 단순히 복잡한 수식을 적어가며 정답을 얻는 과목이라는 생각에서, 수학에 대하여 함께 논의하고, 코드를 활용하여 계산/시뮬레이션하면서, 어려운 문제에서도 최적의 답을 찾아가는 과정이 더 중요하다라는 생각으로 변화하였다고 보고하였다. 더 나아가 미분적분학 뿐만 아니라 앞으로 배울 다른 수학과목을 학습할 충분한 동기부여가 되었음을 적극적으로 서술하였다. 다음은 'Math & 코딩' 교수학습법을 적용한 <미분적분학 1>을 수강한 직업계고 출신 학생들의 소감 일부이다.

- ① 13주 동안 미분적분학 1을 열심히 학습하면서 수학에 대한 인식이 많이 바뀌었습니다. 처음 이 과정을 시작하며 중, 고등학교 복습을 마쳤을 때 까지만 해도 수학이란 정확히 딱 떨어지는 값을 구해야 하며 칠판에 빼곡히 수식을 적어가며 문제들을 해결하는 것이라 생각했습니다. 하지만 대학 미적분에 들어서면서 ... 개념을 익힌 후에 복잡한 계산은 컴퓨터에게 맡겨 간단하게 해결할 수 있다는 점이 놀라웠습니다. 문제를 풀면서 학습내용을 Q&A에 공유하고 다른 학우들이 토론하는 내용을 보며 들었던 생각은 컴퓨터에만 의존하는 것이 아니라 정확한 문제 해결방법을 알고 이를 컴퓨터에 적용해야 한다는 것입니다. 그리고 프로그램이 완벽하지 않다는 점을 인지하고 개념과 문제해결 방법을 먼저 익히며, 컴퓨터에게 풀이를 시켰는데 정답이 안 나오는 경우를 파악하고 문제의 조건을 구분하여, 코드를 수정해가면서 어려운 문제가 발생했을 때도 best possible 한 답을 찾는 문제 해결 능력을 기르는 것이 요점이라 생각합니다.

- ② 고등학교 과정을 안 배우고 왔기에 진도를 따라 잡을 수 있을지 고민이 많았는데 중3-고3까지의 복습과정과 어려운 계산 문제는 프로그램으로 풀며 개념에 집중한 덕분에 어느 정도 따라잡을 수 있었던 것 같습니다. ... 여러 학우들과 Q&A 활동을 하면서 서로의 부족한 부분을 도와주고 학습하면서 스스로와 같이 공부하는 학우들 모두 성장했다는 것을 알 수 있었습니다.
- ③ 기존의 수학 학습과는 다른 방식의 수업을 통해 보다 수학적 개념에 많은 시간을 투자하고, 코딩을 통한 효율적인 문제해결을 해나가면서 그동안 어렵고 불편하게만 느껴졌던 수학에 대해 좀 더 많은 관심이 생기게 된 계기가 된 것 같다.
- ④ 문의게시판을 활용하여 내가 학습했던 내용을 올리면서 다시 복습하게 되고 학우들이 올린 학습내용을 보면서 나도 다시 부족했던 개념을 보충하게 되고 서로 윈윈하게 되는 이 시스템이 너무 많은 도움이 되었습니다.
- ⑤ 미분적분학 수업을 들으며 어려워했던 수학 과목에 대한 자신감이 생겼습니다. 그리고 강의만 듣고 학습하는 것 보다 문의 게시판을 통해 학습한 내용을 공유하고 이를 통한 복습과 어려운 문제들을 공유하며 동기들과 함께 문제 해결하여 시간도 절약되었고, 문의게시판에 있는 내용만으로도 큰 도움이 되었다고 생각합니다.
- ⑥ Final PBL report를 작성하면서 1학기에 걸쳐 수학에 대한 자신감이 많이 상승한 것을 느꼈습니다.
- ⑦ 학생들 모두 수학적 배경이 다르고 학기 초기 수학적 지식이 부족하여 다들 걱정과 두려움으로 가득 차 있었습니다. 하지만 ... 제작해주신 맞춤 교재와 SageMath 프로그램을 활용한 최신 수학 강의는 정말 수월하게 진행됐다는 것을 새삼 느끼게 되었습니다.
- ⑧ 코딩을 이용해 손쉽게 원하는 답을 구하고 더 나아가 직관적으로 그래프까지 확인이 가능하니 이전 자신 있게 문제의 답을 찾을 수 있고, 문제를 풀기 위한 수학이 아닌 생각하는 수학을 할 수 있었습니다. ... 미리 공유해주신 미적분학 2 교재를 보니 두려움이 아닌 나도 해결할 수 있다는 자신감이 생겨서 미적분학 2가 기대됩니다.

<표 III-1> <미분적분학 1> 수강생들의 프로젝트 결과

학생 프로젝트	
SageMath를 활용한 자율주행 안전사고 예방	http://matrix.skku.ac.kr/S-calculus-project-1/
포물선 운동 with Math & Coding	http://matrix.skku.ac.kr/S-calculus-project-2/
Sage Program을 이용한 설비관리	http://matrix.skku.ac.kr/S-calculus-project-3/
클린룸 환기횟수와 FFU 풍속 계산기	http://matrix.skku.ac.kr/S-calculus-project-4/
Sage프로그램을 이용한 3D 프린트 도안만들기	http://matrix.skku.ac.kr/S-calculus-project-5/
초등학생을 위한 사칙연산의 역사와 실습도구	http://matrix.skku.ac.kr/S-calculus-project-6/

또한 학생들은 학기 중에 깨우친 미분적분학 지식과 코드를 바탕으로 실습 프로젝트를 진행하여 자신의 관심 문제를 해결해보는 경험을 갖게 되었고(<표 III-1>), 이를 통해 대부분의 학생들은 미분적분학이 실제 문제를 해결하는데 유용하다는 것을 깊이 인식하였다고 명확하게 기록하였다. 따라서 수학 과목에 'Math & 코딩' 교수학습법을 적절하게 활용한다면 수학적 배경이 약한 학생들과 이전에 수학을 포기했었던 학생들 대상으로 대학에서 다시 수학에 대한 자신감을 회복시키는 것이 가능했던 사례를 만들었다고 판단된다.

IV. 결론 및 제언

본 논문에서는 교육부가 고심하는 '수학올림중' 문제를 근본적으로 해결하는 하나의 대안으로, '수학올림중'을 호소하는 직업계 고등학교 졸업생을 대상으로 개설된 대학 미분적분학 강좌에서 'Math & 코딩' 교수학습법을 적용하여 강좌를 설계하고 운영한 내용을 자세히 소개하였다. 본 강좌에 적용된 'Math & 코딩' 콘텐츠와 교수학습법은 ① 복잡한 계산에 대한 부담을 덜어주어, 학생들이 수학에 관해 생각하고 논의할 시간을 충분히 갖도록 해주었으며, ② 학생 스스로 제시된 코드를 활용하여 유사한 문제를 해결하도록 유도하여 수학에 대한 자신감을 회복시키는 것을 확인할 수 있었다. 따라서 수학적 배경이 약한 학생들과 이전에 수학을 포기했었던 학생들 대상으로 대학에서 다시 수학에 대한 자신감을 회복시키는 것이 가능했던 사례라고 판단된다.

중등 수학 과목에서도 'Math & 코딩' 교수학습법을 적용한다면 모든 학생이 단원별 교수학습목표에 어렵지 않게 도달하는 것이 가능하며, 내신과 수능의 변별력만을 위해 만들어진 수학문제들로 인해 수학에 흥미를 잃어 버리는 학생들이 발생하지 않게 할 수 있다. 그래서 복잡한 계산에 힘을 쏟느라 시간을 낭비하지 않고, 주어진 수학 문제의 의미를 직관적으로 이해하고 코드를 활용하여 짧은 시간 내에 계산을 마칠 수 있다. 이렇게 확보된 시간에 각 단원의 교수학습내용에 대한 충분한 토론과 설명을 거치면서, 각 단원의 주요 개념, 역사, 코딩, 응용 등을 이해하는데 활용할 수 있다. 이를 통해 학생들이 '수학올림중'을 극복하고 즐겁게 다른 수학과목을 학습할 충분한 동기부여가 될 것으로 여겨진다.

본 사례에서 대상으로 삼았던 직업계 고등학교 졸업생 뿐만 아니라 수학 기초가 약한 학생들은 각자 자기의 학습 속도에 맞추어, 스스로 수학을 공부할 수 있다. 또한 기초가 튼튼하여 수학을 이미 잘하고 있는 학생들도 내용을 빠르게 읽고 소화하여 계산 능력 및 그 이상의 수학적 이해 폭(알고리즘, 시뮬레이션, 시각화 등)을 획기적으로 향상시킬 수 있다. 즉 우리나라 중·고등학교 학생들 누구나 수학에 대한 자신감을 갖게 하여, 그들이 상급학교에 진학하거나 사회로 진출할 수 있을 것이라고 생각한다.

감사의 글: 본 연구가 가능하도록 콘텐츠 제작에 도움을 주신 유주연 박사님, 김수호, 김보민, 김수민 학생에게 감사드립니다.

참 고 문 헌

- 교육부 (2020). 과학·수학·정보·융합 교육 종합계획(2020-2024). 교육부.
 Ministry of Education (2020). *Science-Mathematics-Information-Convergence Education Comprehensive Plan*. Ministry of Education
 김영옥 (2009). 이공계 대학 신입생들의 수학불안과 수학 학업 성취도와의 상관관계. *수학교육*, **48(4)**, 469-481.
 Kim, Y. (2009). The relationship of mathematics anxiety and achievement in mathematics for college of engineering. *The*

- Mathematical Education*, **48(4)**, 469-481.
- 김성수 (2019). 수학 포기자의 수학 포기 경험에 대한 교육과정 사회학적 해석. 경희대학교 박사학위 논문.
- Kim, S.S. (2019). *Interpretations of Supojas' Experiences of Giving Up Math: The Sociology of Curriculum Perspectives* [Doctoral dissertation, Kyung Hee University].
- 이상구·이공희·최용석·이재화·이지영 (2015). R을 활용한 '대화형 통계학 입문 실습실' 개발과 활용. 수학교육 논문집, **29(4)**, 573-588.
- Lee, S.-G., Lee, G.-H., Choi, Y.-S., Lee, J.H. & Lee, J.J. (2015). Interactive Statistics Laboratory using R and Sage. *Communications of Mathematical Education*, **29(4)**, 573-588.
- 이상구·이재화 (2019). 학생중심의 대학 이산수학 강의 운영사례. 수학교육 논문집, **33(1)**, 1-19.
- Lee, S.-G. & Lee, J.H. (2019). Student-Centered Discrete Mathematics Class with Cyber Lab. *Communications of Mathematical Education*, **33(1)**, 1-19.
- 이상구·이재화·박준현·김응기 (2016). SageMath를 활용한 '대화형 공학수학 실습실'의 개발과 활용. 수학교육 논문집, **30(3)**, 281-294.
- Lee, S.-G., Lee, J.H., Park, J.H. & Kim, E.-K. (2016). Interactive Engineering Mathematics Laboratory. *Communications of Mathematical Education*, **30(3)**, 281-294.
- 이상구·이재화·박경은 (2017). 디지털 시대의 대학수학교육: 선형대수학을 중심으로. 수학교육논문집, **31(4)**, 367-387.
- Lee, S.-G., Lee, J.H. & Park, K.-E. (2017). Linear Algebra Teaching in the Digital Age. *Communications of Mathematical Education*, **31(4)**, 367-387.
- 이상구·함윤미·이재화 (2020). 뉴노멀(New Normal) 시대 대학수학교육에서의 과정중심 PBL 평가: '인공지능을 위한 기초수학' 강좌 사례를 중심으로. 수학교육논문집, **34(4)**, 421-437.
- Lee, S.-G., Ham, Y. & Lee, J.H. (2020). A Study on Evaluation in College Mathematics Education in the New Normal Era. *Communications of Mathematical Education*, **34(4)**, 421-437.
- 정재삼 (1997). 결정지향적인 교육공학 연구방법론: 개발연구를 중심으로. 교육공학연구, **13(2)**, 286-302.
- Chung, J. (1997). A Decision-Oriented Research Methodology for Educational Technology: Focused on Development Research. *Journal of Educational Technology*, **13(2)**, 286-302.
- 최혜윤·심상길 (2021). 이공계열 1학년 학생들의 수학기초학력 변화에 따른 기초교양수학 개선 방안. 교양 교육 연구, **15(5)**, 85-95.
- Choi, H.Y. & Shim, S.K. (2021). A study on the improvement of basic general mathematics according to changes in the basic mathematical ability of first-year college students in the fields of science and engineering, *Korean Journal of General Education*, **15(5)**, 85-95.
- 한국교육과정평가원 (2022). 2021년 국가수준 학업성취도 평가 결과.
- Korea Institute for Curriculum and Evaluation (2022). *The 2021 National Assessment of Educational Achievement*.

Case Study on College Calculus Education for Vocational High School Graduates with Coding

Lee, Jae Hwa

Sungkyunkwan University
E-mail : jhlee2chn@skku.edu

Lee, Sang-Gu[†]

Sungkyunkwan University
E-mail : sglee@skku.edu

Ham, Yoonmee

Kyonggi University
E-mail : ymham@kyonggi.ac.kr

In this study, we introduced the case of college calculus course for vocational high school graduates with coding. We suggest this case as an alternative to overcome mathematics anxiety. Contents, python/SageMath codes, and textbook for this course, which help students to easily and quickly review middle and high school mathematics, were newly developed by authors. Due to the use of codes and chat with classmates in learning management system, most of the students who took this course reported that they no longer felt anxious in complex mathematics problems, had a full understanding of calculus concepts, could solve almost problems in any calculus textbooks with or without codes, and could explain calculus concepts to other students in their own words. In this way if mathematics and coding is properly used in mathematics education, it helps students with weak mathematical backgrounds or mathematics anxiety to restore confidence in mathematics in college. This could be applicable in secondary mathematics education.

* 2000 Mathematics Subject Classification : 97U50, 97U70

* Key Words : Calculus, Coding, Vocational High School, College Mathematics Education

* This research was supported by Korea Initiative for fostering University of Research and Innovation Program of the National Research Foundation (NRF) funded by the Korean government (MSIT) (No.2020M3H1A1077095) and the National Research Foundation of Korea (NRF) grant funded by the Korea government (MSIT) (No.2021R1F1A1046714).

[†] Corresponding author

<부록> 미분적분학 2 (다변수 미분적분학) 교안 / 실습실

미분적분학 2 (다변수 미분적분학) http://matrix.skku.ac.kr/M-calculus/		
주차	다루는 내용	교안 / 실습실
1	강좌 소개, 벡터와 행렬, 선형연립방정식, 가우스 소거법, 선형연립방정식의 해집합	http://matrix.skku.ac.kr/M-calculus/W1/
2	3차원 좌표계, 벡터, 내적, 외적, 3차원 공간에서의 직선 및 평면의 방정식, 벡터함수와 공간곡선	http://matrix.skku.ac.kr/M-calculus/W2/
3	벡터함수의 미분과 적분, 다변수함수, 극한과 연속, 편도함수	http://matrix.skku.ac.kr/M-calculus/W3/
4	접평면과 선형근사, 연쇄 법칙, 방향 도함수와 그래디언트 벡터 / 발표평가 / 중간고사	http://matrix.skku.ac.kr/M-calculus/W4/
5	다변수 함수의 극대, 극소, 최대, 최소	http://matrix.skku.ac.kr/M-calculus/W5/
6	직사각형 위에서의 이중 적분, 일반적인 영역 위에서의 이중 적분	http://matrix.skku.ac.kr/M-calculus/W6/
7	극 좌표에서의 이중 적분, 삼중 적분	http://matrix.skku.ac.kr/M-calculus/W7/
8	원기둥 좌표와 구면 좌표에서의 삼중 적분	http://matrix.skku.ac.kr/M-calculus/W8/
9	벡터장, 선적분, 그린 정리, 회전, 발산, 면적분, 스톡스 정리, 발산정리	http://matrix.skku.ac.kr/M-calculus/W9/
10	복소수와 복소함수 / 공학수학 소개 / [종합평가] PBL 보고서 / Project 발표 / 기말고사	http://matrix.skku.ac.kr/M-calculus/W10/