

세 자리 수의 불규칙 배열 대상에 대한 초등학교 2학년의 수 세기 분석

장혜원 (서울교육대학교, 교수)

수 세기는 수 개념 및 연산과의 관련성으로 인해 수학 학습에서 기초적이면서도 중요한 위상을 차지한다. 특히 큰 수 세기는 수학 학습 초기의 수 개념 도입시 수 세기가 요구하는 일대일 대응이나 기수의 원리 등은 물론 자릿값의 이해를 포함하는 구조적 세기라는 점에서 핵심 학습 요소라 할 만하다. 본 연구는 현행 교과서 활동으로 구성되어 있지 않아 학생들의 경험이 전무할 것으로 예상되는 큰 수에 대한 수 세기 가능 여부 및 세기 전략을 파악하여 교수학적 시사점을 도출하는 것을 목적으로 한다. 이를 위해 세 자리 수까지 학습하였고 교과서 활동으로서 묶어 세기와 띄어 세기를 경험한 초등학교 2학년 학생 89명을 대상으로 세 자리 수만큼의 대상이 불규칙적으로 배열된 그림에서 수 세기 및 세기 방법을 묻는 문항으로 구성된 검사지를 제공하였다. 학생 응답을 정오답률과 사용한 세기 전략 및 인지적 특징 측면에서 분석한 결과, 오답률이 매우 높고 심진 원리, 묶어 세기, 1씩 세기, 부분합 전략 등의 사용이 확인되었다. 이와 같은 분석 결과에 기초하여 교과서 활동으로서 큰 수 세기 활동을 포함할 필요성을 비롯한 몇 가지 교수학적 시사점을 도출하였다.

I. 서론

수 세기는 아동이 처음으로 갖게 되는 수학적 기능으로, 수 개념 이해에 필수이다(Grégoire & Van Nieuwenhoven, 1995). 따라서 아동의 수학 학습 출발점이라는 측면에서 예로부터 수학교육 또는 학습심리 분야의 연구가 다수 진행되어온 주제이기도 하다. 특히 최근 들어 모든 학생의 기초 학력을 보장하여 능력에 따라 교육을 받을 수 있는 기반을 조성하는 것을 목적으로 하는 기초학력보장법(국가법령정보센터, 2022)을 시행하는 등 수학습기초학력에 대한 국가적 차원의 관심과 더불어 학교 수학의 기초 기능으로서 다시금 생각해볼 필요가 있는 주제라 할 수 있다. 아주 약한 발달 지체를 가진 학생은 기본 수 세기 능력에서조차 어려움에 당면한다는 사실(Baroody, 1986)과 수학적 지식의 위계적 특성을 고려할 때 수학 학습을 위한 기초 학력으로서 수 세기 능력을 포함하는 것은 자연스럽다. 한편 수학·과학 성취도 추이변화 국제비교 연구(TIMSS 2019)의 초등 4학년 수학에서 내용 영역 중 '수' 영역의 성취가 이전 주기보다 통계적으로 유의한 하락(교육부, 2020)을 보였다는 점에서도 초등수학의 수 지도와 관련한 검토는 의미 있다.

수 세기의 기본 목적은 양을 파악하는 데 있지만, 학교 수학에서 수 세기는 수 개념과 더불어 연산을 하기 위한 기초 기능에 해당한다. 나아가 큰 수 세기의 교육적 목적은 단순히 양을 파악하는 것이 아니라 그 외에 세기 기능과 묶음이나 자릿값과 같은 개념의 상호 관계를 파악하여 자연수 체계의 구조적 발달을 꾀함으로써 이후 수학 활동의 기반이 되는 수 체계 이해를 확고히 하는 것 또한 필수적이다(Thomas, Mulligan, & Goldin, 2002). 이때 수 세기 전략을 탐구하도록 함으로써 사고력 신장이라는 목표까지 나아갈 수 있고, 심지어 Russo(2015; 2020)는 초등 저학년을 위한 도전적 과제로 수 세기를 활용하는 방안도 제안한다.

수 세기의 이와 같은 강력한 교육적 효과에도 불구하고 학교 수학에서 수 세기는 1학년 초기의 집합수 도입

* 접수일(2022년 10월 25일), 심사(수정)일(2022년 12월 2일), 게재확정일(2022년 12월 10일)

* MSC2000분류 : 97C30

* 주제어 : 세 자리 수, 불규칙 배열, 수 세기 전략, 묶어 세기, 심진 원리

과 일부 연산의 기초로서의 맥락을 제외하고는 그렇게 강도 있게 다루어지지 않는 것으로 보인다. 이후 융통성 있는 연산 수행과 자릿값에 기반한 수 개념에 대한 구조적 이해 등을 위해 수 세기가 유의미하게 연결 가능하지만 수 세기 자체에 대해서는 교과 활동이 미흡한 것으로 나타나는데, 이는 수 세기를 지나치게 기초적인 기본 기능으로 고려하기 때문일 수 있다. 즉 학생들은 어려서부터 비형식적 지식으로 수사를 습득하고 수 세기 능력을 갖추는 것으로 간주되기 때문이다.

학령기 아동은 작은 수 세기를 능숙하게 수행하는 것에 반해 큰 수 세기는 어려워하고, 특히 구체물보다 그림 세는 것을, 규칙 배열의 대상보다 불규칙 배열의 대상을 세는 것을 어려워한다(유민정, 2014; 장수연, 2010; Fuson, Pergament, Lyons, & Hall, 1985; Logie & Baddeley, 1987; Schiffman & Laski, 2018; Shanon, 1978 등). 불규칙 배열의 그림 대상을 셀 때 셀 것을 중복하여 세거나 빠뜨리지 않고 세기 위한 표시 전략이 수반되어야 하며, 큰 수까지 체계적으로 수를 세는 것은 수의 계열성에 대한 구조적 이해를 요구하기 때문이다. 관련하여 Greeno, Riley, & Gelman(1984)은 역량의 3요소로 개념 역량, 절차 역량, 활용 역량을 꼽고 수 세기 역시 이러한 세 가지 역량의 측면에서 접근하였다. 수 세기에서 개념 역량은 수 세기를 위한 일반 원리에 대한 암묵적 이해, 절차 역량은 계획을 위한 발견술, 활용 역량은 과제 특성과 목표 수행 간의 관계를 말한다. 불규칙 배열된 그림 대상의 큰 수 세기 과제라면, 수 세기를 위한 일대일 대응, 기수 원리, 자릿값 등의 개념과 큰 수를 세기 위한 수행 전략과 세어야 할 대상이 불규칙 배열의 그림이라는 과제 상황에 대한 총체적 고려가 요구되는 것이다.

이에 본 연구에서는 세 자리의 수까지 학습하였고, 교과서 활동으로서 묶어 세기와 뛰어 세기를 경험한 초등 학교 2학년 학생들에게 세 자리 수의 대상이 불규칙적으로 배열된 그림을 제공하고 그 수를 파악하도록 하는 과제에 대한 학생 응답을 조사하고자 한다. 이들의 정오답률과 사용한 세기 전략 및 인지적 특징을 분석하여 큰 수 세기 활동의 경험에 대한 필요성을 비롯한 몇 가지 교수학적 시사점을 도출할 것이다.

II. 연구의 배경

1. 이론적 배경

가. 수학 학습에서 수 세기의 의의

수 세기는 양을 파악하기 위한 충분조건이지만 필요조건은 아니다. 수 세기의 결과로 양을 파악하지만, 양의 파악을 위해 수 세기가 반드시 필요한 것은 아니다. 예를 들어, 입학 전 아동은 ‘비수치적인 양 관련 지식의 보고(large store of non-numerical quantity knowledge)’를 발달시켜, 수 세기가 없이도 ‘(더) 크다/작다’와 같이 크기나 그 비교 용어로서 양에 대한 판단을 표현할 수 있다(Resnick, 1989). 같은 맥락에서 Nieder(2019)는 일부 동물의 경우 대상 집합의 절대적 크기를 가늠하는 것이 아니라 다른 집합과 비교하여 더 많은지/적은지 크기를 파악할 수 있고 적은 양을 식별하는 다양한 사례를 제시하였다. 이는 인간에게도 마찬가지로 성립하여 5~6개의 대상은 수 세기 없이도 단번에 양을 파악할 수 있는 직산(subitizing) 능력을 포함한다.

그러나 수 세기는 수 개념 발달의 기초이다. Fritz, Ehlert, & Balzer(2013)는 핵심적인 수 개념이 단계별로 발달하여 아동 발달에 따라 점차 정교화되고 추상화된다고 보아 4~8세 아동의 수 개념 발달 6단계를 말하는데, 그 첫 단계가 수 세기이다. 그런데 기초인 수 세기 역시 그 발달상 6개의 성장점이 있다(Gervasoni, 2003). 첫째, 20까지 기계적 세기(rota counting), 둘째, 약 20개의 대상을 자신 있게 세기, 셋째, 1과 10 사이의 임의의 수에서 출발하여 앞으로 세기와 거꾸로 세기, 넷째, 0부터 2씩, 5씩, 10씩 뛰어 세기, 다섯째, 임의의 수에서 출발하여 2씩, 5씩, 10씩 뛰어 세기, 여섯째, 임의의 수에서 출발하여 한 자리 수씩 뛰어 세고 실제 과제에 세기 능력을 적용하기이다. 이 발달 단계는 첫 단계인 대상 없이도 수 이름 자체를 기억하여 열거하는 기계적 수 세기로 시작

하여 이후 단계에서는 수의 범위와 전략에 대한 고려가 내재되어 있음을 확인할 수 있다. 결국 기계적 세기로 시작하여 세는 수의 범위가 확장되고 세기 전략이 다양화되어 출발점이 어디가 되어도 능숙하게 세어 과제 해결에 이용할 수 있는 수준까지 발달하는 것으로 보였다.

한편 수 세기는 수 개념뿐만 아니라 연산을 위한 디딤돌의 역할을 한다. Maclellan(1995)은 수 세기가 덧셈과 뺄셈 발달에 중요한 역할을 한다고 보고 그 관계를 규명하고자 하였다. 연산 발달 과정에서 덧셈과 뺄셈 구구를 기억으로부터 자동적으로 인출해낼 수 있기까지 다른 전략을 사용해야 하고 그 전략 중 하나로 수 세기를 고려하였다. 곧 수 세기는 덧셈과 뺄셈을 이해하기 시작하는 수단인 것이다. 덧셈과 뺄셈을 위해 서로 다른 세기 절차를 이용하게 되며, 전부 세기와 이어 세기는 덧셈을 위해, 피감수로부터 감수만큼 거꾸로 세기와 감수로부터 피감수까지 위로 세기는 뺄셈을 위해 이용되는 수 세기 전략이다.

요컨대 수 세기는 수 개념 및 연산과 밀접한 관련이 있음을 알 수 있다. 수 세기를 시작으로 수 개념이 발달하며(Fritz, Ehlert, & Balzer, 2013), 수 세기의 오류는 학생이 자릿값 개념 이해에 어려움이 있음을 함의한다(Chan, Au, Lau, & Tang, 2017). 한편 사칙 계산 전략은 수 세기 스킴과 관련되며(Biddlecomb & Carr, 2011), 수 세기를 통해 형식적인 덧셈과 뺄셈 이전의 직관적 수준에서의 연산이 가능하다(Starkey & Gelman, 2020).

나. 초등수학 교과서의 수 세기

유아는 수 세기에 대해 선천적으로 타고난 암묵적 지식을 지니며(Geary, 2000), 이 지식은 이후 수 세기 활동을 위한 안내 역할을 한다(Grégoire & Van Nieuwenhoven, 1995). 우리나라 수학교육에서도 2015년 고시된 5세 누리과정(국가교육과정정보센터, 2021)에 근거할 때 초등학교 입학 전 유아는 20여 개의 대상을 셀 수 있을 것으로 기대되며, 실제로 Baroody(1986)에 따르면 5세 정도면 29개까지 셀 수 있다고 한다. 따라서 아동의 수 세기 관련 연구는 주로 유아를 대상으로 한 연구이다. 앞서 수 세기가 4~8세 수 개념의 제1 단계라는 Fritz, Ehlert, & Balzer(2013)의 관점은 이를 정당화하지만, 학교 수학에서 수 세기의 의의를 고려할 때 학령기 아동의 수 세기 관련 연구는 좀 더 활성화될 필요가 있다.

2015 개정 교육과정에 따른 초등학교 수학 교과서에서 학년, 학기에 따른 수 세기와 관련된 학습 요소는 다음과 같다.

- 1-1-1¹⁾ 한 자리 수 세기
- 1-1-3 덧셈을 위한 모두 세기와 이어 세기
- 1-1-5 50 이하의 수 세기(규칙적 배열 또는 십틀 제공), 십뿔이 되는 모으기를 위한 이어 세기
- 1-2-1 100 이하의 수 세기, (두 자리 수)+(한 자리 수)의 이어 세기
- 1-2-4 십뿔이 되는 덧셈의 이어 세기
- 2-1-1 세 자리 수 세기(비비레모델), 자릿값에 따른 뛰어 세기(동전 이용)
- 2-1-6 곱셈 단원의 묶어 세기, 뛰어 세기

앞서 보았듯이, 교과서의 수 세기 활동은 수 개념을 이해하게 하고, 수 세기가 연산 알고리즘 이전의 비형식적인 전략적 도구가 되며, 이어 세기, 묶어 세기, 뛰어 세기 등 여러 유형의 수 세기를 이용하여 수 개념 이해와 연산 수행을 돕는다는 사실을 확인할 수 있다. 한편 두 자리 이하에서 비레 모델의 사용에 비해 세 자리 수에서는 비비레모델이 함께 사용된다는 것을 확인할 수 있다.

2015 개정 교육과정에 따른 수학 교과서 집필시 교수·학습 자료를 학생들에게 너무 어렵지 않게 제공한다는

1) 순서대로 각각 학년-학기-단원을 지칭하며, 이후에도 같은 방식으로 사용한다.

방침은 최우선이라 할 만큼 주의했던 부분이다. 예를 들어, 현장검토본 적용 후 학생 정답률이 특정 비율 이하인 문항에 대해서는 문항 수정이 필수였던 집필 과정이 이를 보여준다. 그만큼 학생들에게 지나친 어려움을 초래할 문제 제공의 우려가 미리 차단되었고, 이러한 기초의 반영으로 두 자리의 수 도입을 위한 수 모델은 [그림 II-1]에서 보듯이 10개씩 묶음을 명시적으로 표현하여 낱개와 구별하고 있다.



[그림 II-1] 10개씩 묶음과 낱개 표현(교육부, 2017a, pp. 16~17)

[그림 II-2] 또한 같은 맥락의 사례이다. 동일 문제의 삽화가 왼쪽의 현장검토본(교육부, 2016)으로부터 오른쪽 초판본(교육부, 2017a)으로 수정되었다. 소재만 바뀌었을 뿐 묶음의 제시가 동일하고 매우 유사한 공간 구조를 이루며 배치되어 있다. 그러나 상세히 들여다보면 묶음으로 제시된 대상의 두 줄 사이에 놓인 낱개들의 배열에서 차이를 발견할 수 있다. 현장검토본에서 함께 묶어야 할 대상이 비교적 명확하지 않은 데 비해 수정을 거친 초판본은 묶어야 할 그룹 사이의 간격을 벌려서 묶음의 대상을 암시하고 있다. 이러한 수정은 학교 적용 후 교육 현장의 의견을 반영하였다는 점에서 낱개를 묶어 세는 활동의 어려움을 함의하여, 과제의 난도를 좀 더 낮춘 것으로 해석된다.



[그림 II-2] 수 세기의 현장검토본(교육부, 2016, p.18)과 초판본(교육부, 2017a, p.18)의 비교

이와 같은 학습 상황에서는 주어진 대상을 세어보는 경험이 매우 제한되어 학생들은 10개를 묶어야 할지, 5개를 묶어야 할지 스스로 고민해볼 기회조차 주어지지 않을 것으로 예상된다. 이는 세 자리 수에 대해서도 마찬가지다. [그림 II-3]은 2-1-1에서 '세 자리 수를 알아볼까요?'의 도입 활동으로 꽃의 수를 세어보는 활동이다.



[그림 II-3] 세 자리 수를 위한 수 모델(교육부, 2017b, p. 14)

세어야 할 대상인 꽃은 투명한 상자에 100송이씩 3통, 10송이씩 2통으로 묶여있고 날개 4송이로 표현되어 있다. 삽화에 '어떻게 셀까?'라는 발문을 통해 학생들로 하여금 여러 가지 세기 방법을 고안할 것을 유도하고 있다. 이와 관련하여 교사용 지도서(교육부, 2017c)에 제시된 방법은

- 100, 200, 300, 310, 320, 321, 332, 323, 324
- 100씩 3묶음, 10씩 2묶음, 1씩 4개가 있으므로 324입니다.
- 1, 2, 3, 4, 14, 24, 124, 224, 324

이다. 이후 차시에 나오는 100, 10, 1개씩 뛰어 세기, 십진 원리에 따른 수 세기, 그리고 첫째와 대조적으로 날개부터 뛰어 세는 방법을 제시하였다. 방법의 다양성을 예시하는 집필진의 의도를 파악할 수 있지만, 이때 삽화 자체가 십진 원리에 따른 묶어 세기를 강요하고 있음을 알 수 있고 학생 스스로 십진 원리를 떠올려 10개씩 묶음을 선택하는 기회를 제공하지 못한다는 한계가 있다. 이러한 교수·학습 상황에서 10개씩 묶어 세는 것이 왜 편리한지, 기수법의 기초 원리에 대한 경험을 제공하기는 어려울 것이다.

다. 수 세기에 대한 교사 인식 및 학생 오류와 어려움

강정민(2016)은 교사의 수 세기에 대한 인식과 지도 실태를 조사한 결과, 다음과 같은 결론을 내렸다. 첫째, 많은 교사가 수 세기가 기초 산술의 기본이 된다는 것은 대부분 인식하고 있으나 직접적으로 연산 능력을 기르는 데 목적을 두지 않았다. 둘째, 교사들은 처음부터 세기, 이어 세기, 뛰어 세기, 거꾸로 세기 순으로 수 세기 전략을 활용하고 있었다. 또한 수 세기의 중요성은 어느 정도 인식하고 있는 반면, 교과서에 명시되지 않는 수 세기 지도에 적극적이지 않았다. 셋째, 교사들은 수 세기를 연산의 기초로 지도하는 데 소극적인 모습을 보였다. 요컨대 교사들은 수학 학습 특히 산술 연산과 관련한 수 세기의 기본 역할에 대해서 인식하고 있지만 그러한 방향에서 수 세기를 지도하지는 않았으며, 그 이유를 교과서에 명시되어 있지 않은 것에서 찾을 수 있다고 보았다. 해당 연구는 2009 개정 교육과정에 따른 교과서의 적용 시기에 시행되었다. 이후 2015 개정 교과서에서 덧셈을 위한 비형식적 전략으로서 이어 세기가 1학년 1학기 덧셈 도입 및 2학기 두 자리와 한 자리 수의 덧셈, 세 수의 덧셈에서 명시적으로 사용되는 변화가 있었으므로 다소간 보완이 되었을 것으로 기대된다. 요컨대 교과서에서 수 세기를 다루어야 교실에서의 교수·학습으로 이어질 것이라는 예측이 가능하다.

장수연(2010)은 초등학교 1학년 학생 26명을 대상으로 수와 연산 각각에서 20문항씩 검사하여 오류 분석을 실시하였다. 총 40문항 중 가장 높은 오답률을 보인 문항이 100까지 수의 범위에서 수 세기였다. 오답률은 50%

로, 검사지에 포함된 19까지와 50까지의 수 세기 문항 오답률이 각각 11.5%, 15.4%인 데 비해 높으며, 수의 범위가 커질수록 오답률이 높아진다는 것을 확인할 수 있다.

유민정(2014)은 초등학교 1학년 학생 25명을 대상으로 여러 가지 수 세기 능력을 조사하였다. 말로 세기와 대상 세기로 구분하여, 전자는 한자어 세기, 고유어 세기, 거꾸로 세기, 5씩 뛰어 세기, 10씩 뛰어 세기, 후자는 구체물(전체와 일부) 세기, 그림(규칙 배열과 불규칙 배열) 세기가 포함된다. 연구 결과, 한자어 세기는 100까지 범위에서 대부분 가능하였고, 고유어 세기는 ‘몇십’에 해당하는 고유어를 잘 모르고 있지만 평균적으로 ‘십하나’까지 가능하였고, 거꾸로 세기는 28%, 5씩 뛰어 세기는 40%, 10씩 뛰어 세기는 96%가 완수하였다. 이는 우리가 사용하는 수 체계가 심진 원리라는 사실에 부합하며 거꾸로 세기의 어려움을 확인시켜준다. 한편 구체물 더미 중 35개 세어내기에서는 52%만 바르게 수행하였고, 그림 대상은 그림 규칙 배열 > 구체물 > 그림 불규칙 배열 세기의 순으로 나타났다. 그림 대상 세기의 경우 빠뜨리지 않고 셀 수 있는 전략의 지도 필요성을 제안하였다.

장혜원, 임미인, 강태석(2015)은 초등학교 3학년 학습부진아 10명을 대상으로 자릿값 개념 이해를 검사했는데, 84개 바둑돌의 수 세기 과제에서 7명이 오류를 보였다. 이동 가능한 구체물임에도 불구하고 오답률이 높게 나타난 것이다. 오류 유형으로는 10묶음을 제대로 만들지 못한 경우, 10묶음과 5묶음의 혼재, 묶음 수 세기의 오류, 낱개 처리의 부적절함 등이 있었다. 이때 낱개든 묶음이든 수 세기의 오류가 단순 실수라기보다 세기에 대한 점검 기제의 부재 및 자릿값 개념의 기초 이해 부족의 탓인 것으로 해석되었다.

Gervasoni(2003)는 호주의 ENRP(Early Numeracy Research Project) 연구 결과로서 수 세기 과정에서 초등학교 1학년이 경험하는 어려움을 규명하였다. 수 세기 원리 및 방법 관련 과제에 대한 학생 응답 분석 결과, 수 보존, 일대일 대응, 기수 원리에서 소수의 아동만이 어려움을 보인 것과 달리, 대부분의 오류는 110을 포함한 ‘몇십 단위의 연결(Bridging the Decades) 오류’로 나타났다. 이 오류는 19, 29, 39 등의 다음 수 세기를 어려워하는 것을 말하며 특히 109를 넘는 수 세기를 어려워하여 109 다음에는 멈추거나 200 또는 1000을 말하는 사례가 다수 있었다. 이는 학생들이 수 이름의 배열에서의 계열적인 본성뿐만 아니라 수 계열에 포함된 패턴을 이해하지 못한다는 사실을 보여주는 것으로 해석되었다.

어린 아동의 수 세기 오류는 오류 추적 과제를 통해 확인할 수 있다(Rodríguez, Lago, Enesco, & Guerrero, 2013). 오류 추적 과제는 제공된 옳거나 그른 세기 과정을 보고 대상이 적절히 세어졌는지를 결정하는 것을 말한다. 연구자들은 몇몇 실험 연구에 기반하여 3~5세 아동조차 Gelman & Gallistel(1978)의 수 세기를 위한 다섯 가지 원리인 일대일 원리, 안정된 순서 원리, 기수의 원리, 추상성의 원리, 순서 무관의 원리 중 일부를 위반한 수 세기를 높은 비율로 인식한다고 하였다.

이상의 선행 연구 결과 및 교과 활동으로서의 경험이 없다는 사실에 기초하면, 본 연구에서 2학년 학생들에게 불규칙 배열의 260개 그림 대상을 세는 것이 도전적 과제일 가능성이 크다. 또한 그림 대상을 빠뜨리지 않고 세는 전략에 대해서도 주의할 필요가 있다.

2. 연구 방법 및 절차

가. 연구 대상

본 연구에서는 수도권에 위치한 4개 초등학교 2학년 학생 89명을 대상으로 검사를 실시하였다. 연구 대상 중에는 학습 부진 학생이 4명 포함되어 있고, 검사 시기가 2학년 2학기의 시작 즈음이라서 학교에 따라 1단원의 ‘네 자리 수’를 배우고 있거나 배우기 직전의 학생들이다. 따라서 II-1-나 절에서 설명한 교과서의 수 세기 관련 내용 요소에 대한 학습을 완료한 상태이다.

이에 연구 대상 89명은 교과서에 포함된 수 세기 유형 및 연산 맥락 속에서의 수 세기를 경험하였을 것으로 가정된다. 특히 2-1-1에서 세 자리 수의 자릿값에 따른 100단위, 10단위, 1단위별 뛰어 세기를 통해 세 자리 수

범위에서 수 체계에 대한 구조적 이해가 기대되는 학생들이다. 다만 세 자리 수에 대한 수업시 자릿값에 따른 수 계열성 파악을 위해 몇백 개 정도의 낱개를 세어 본 경험은 없고 [그림 II-3]과 같이 이미 묶음 상태로 주어진 모델이나 화폐 모델을 이용한 수 세기를 경험한 바 있다. 교과서 활동은 물론 교사가 고안한 수업 활동으로서도 본 연구의 검사 문항인 불규칙적으로 배열된 세 자리 수 대상에 대한 수 세기 경험은 전무하다.

나. 검사 문항

연구 대상에게 배부된 검사지는 [그림 II-4]와 같이 펭귄 260마리가 불규칙적으로 배열되어있는 그림이 제공되고 모두 몇 마리인지와 수 세기 방법을 묻는 문항으로 구성된다.



[그림 II-4] 2007 개정 교과서의 수 세기 차시(교육과학기술부, 2009a. p.8)

이는 2007 개정 수학과 교육과정에 따른 교과서 2-1-1 '세 자리 수' 단원에 수록된 활동이므로 학교 수학에서 다루는 과제로서의 타당성이 확보된다. 해당 단원은 세 자리 수의 계열을 이해하여 일상적인 상황에서 세 자리 수를 올바르게 사용하는 것과 이후 학습할 더 큰 수에 대한 기초를 다지는 것을 목적으로 하며, 본 문항은 '백의 도입', '몇백의 이해' 차시에 이어 세 자리 수 세기를 목표로 하는 차시 활동이다. 펭귄이 모두 몇 마리인지 알아보는 방법을 생각해보게 하고, 방법을 선택하여 세어보고, 결과를 이야기 나누는 활동이다. 교사용지도서(교육과학기술부, 2009b)에서는 한 마리씩 세기, 몇 마리씩 묶어 세기, 10마리, 100마리씩 묶어 세기 등의 방법을 제시하며, 10마리씩 묶어 셀 경우 26묶음이 되어 모두 260마리라는 예시 답안을 제시하고 있다. 이어지는 차시에서 십진 원리에 따른 자릿값을 강조한 세 자리 수의 읽기와 쓰기, 뛰어 세기를 통한 세 자리 수의 계열성을 다루기에 앞서 다양한 세기 전략을 스스로 생각해보고 십진 원리를 택할 수 있도록 독려하는 차시라고 볼 수 있다.

2015 개정 교과서에서는 이와 같은 문제 상황이 학생에게 어려움을 유발한다는 이유에서 셀 대상의 배열을 가능한 한 구별되도록 규칙적으로 배열하거나 아예 묶음을 지어주는 교수학적 전략을 사용한 바 있어, 연구 대상은 큰 수의 불규칙 배열 대상 세기 활동을 경험해본 적이 없다. 따라서 수 세기가 기초·기본 기능이고 검사가 세 자리 수의 계열성을 이미 학습한 시기에 이루어졌음에도 불구하고 본 문항은 연구 대상에게 인지적 요구도가 높은 과제라 할 수 있다. 더욱이 본 연구에서는 학생들의 수 세기 전략을 파악하려는 목적에서 교과서 그림 우측 상단에 비계로 제공된 10개 묶음 표시를 지우고 제공하였다. 교과서에 제공된 묶음 표시 비계는 수 세기와 수 개념의 밀접한 관계로부터 10개씩 묶음의 수와 낱개의 수를 파악하여 자릿값과 관련하여 수를 파악해

야 한다(Chan, Au, Lau, & Tang, 2017)는 관점에 부합함을 교사용지도서의 '1) 학생들에 따라 2마리, 5마리씩 묶어 셀 수도 있다. 2) 10씩, 100씩 묶음을 이용하여 세는 전략을 사용하게끔 유도한다(교육과학기술부, 2009b, p. 95)'에서 확인할 수 있다.

다. 자료 수집 및 분석 방법

검사는 2022학년도 2학기가 시작된 직후 학교별로 학급 담임교사의 안내 하에 실시되었다. 교사들에게 검사의 의도가 학생들이 대상을 잘 셀 수 있는지, 그때 사용하는 전략은 무엇인지 파악하기 위함임을 안내하였고, 검사시 몇 가지 주의사항을 당부하였다. 첫째, 검사 목적상 학생들의 수 세기 전략이 다양하게 나타날 수 있도록 교사의 개입을 배제하고자 추가적인 설명 없이 검사지에 응답하도록 하였다. 둘째, 검사 시간은 제한을 두지 말고 모둠 활동이 아닌 개별 활동으로 진행하도록 하였다. 셋째, 자신의 세기 방법을 그림에 표시하는 것을 허용하되 질문에 따로 답하도록 하였고, 언어적 설명 표현이 어려워서 답을 작성하기 부적절한 경우 교사가 학생의 말을 듣고 대신 작성하는 것을 허용하였다.

이와 같은 절차를 거쳐 대부분 학생의 세기 전략이 검사지에 그대로 드러났지만, 학생의 생각이 잘 파악되지 않는 경우에는 각 담임교사에게 의뢰하여 사후 면담을 실시하였다. 학생들의 검사 결과지를 제시하고 방법을 재 설명하도록 하였고 면담 결과를 전달받아 분석 대상으로 삼았다.

Camos(2003)에 근거할 때 연구 대상의 학령을 고려하면 학생들이 사용할 것으로 예상되는 전략은 n 개씩 묶어 세기, 낱개로 세기, 덧셈이었다. 그러나 이외에 학생 개별적으로 변형된 전략이 가능할 것으로 예상되었기 때문에, 학생들이 사용한 수 세기 전략을 상향식(bottom-up)으로 범주화하여 분석틀을 마련하였다. 각 전략에 따른 정오답률을 산출하여 비교하기 위해 <표 II-1>과 같은 분석틀을 이용하였고, 오답의 경우 수치의 범위를 파악하기 위해 각 전략별로 발생한 오답의 맨 윗자리 수를 1, 10, 100, 1000의 자리에 따라 분석하였다.

<표 II-1> 분석틀

	전략 1	전략 2	전략 3	...	전략 n	합	
						명	%
정							
오							
합계							

III. 연구 결과 및 논의

1. 학생들의 수 세기 전략 및 정오답률

분석 결과는 <표 III-1>과 같이 정리된다. 연구 대상이 사용한 수 세기 전략은 자릿값과 관련된 10개씩 묶음, 10개씩 묶음, 낱개의 개수를 파악한 십진 원리 전략, n 개씩 묶어 세기 전략, 1씩 세기 전략, 복합 전략 등으로 확인되었다. 사용한 전략의 비율은 10개씩 묶어 세기가 52.8%로 가장 높았고, 전체 대상을 1씩 세기가 22.5%로 다음을 이었다. 이 두 가지가 전체의 3/4 이상을 차지할 정도로 주요 사용 전략이었으며, 그 외에 n 개씩 묶어 세기($n=2, 3, 5$)가 9명, 20개씩 묶어 세기와 2개씩 묶은 후 10개 묶음으로 재묶음한 학생이 각각 1명, 십진 원리의 활용이 2명, 부분합으로 1씩 세기가 5명, 10개씩 묶어 세기와 1씩 세기 또는 2씩 세기와 부분합의 복합 전략이 3명이었다.

구체적으로, 묶음을 만든 경우 10개씩 묶음이 가장 많았고 이어 5개씩 > 2개씩 > 3개씩 > 20개씩 묶음 또는

2개씩 묶음 후 10개로 재묶음의 순으로 나타났다. 이는 10개씩 묶음 수 26을 세어 구한 5명과 묶음 수의 곱셈으로 전체 수를 파악한 2명(III-2절 설명 참고)을 제외하면, n개씩 묶음 후 뛰어 세는 경우를 의미한다. 1씩 세기는 자릿값이 증가할수록 수 이름이 길어지고 익숙하지 않으며 상대적으로 사용 경험이 적기 때문에 전체를 대상으로 세는 전략 외에 부분적으로 세어서 더하는 부분합 전략이 함께 나타났다. 기타 중 1명은 무의미한 응답이고, 3명은 두 전략을 함께 사용한 복합 전략에 해당한다. 그림 대상 중 일부는 10개씩 묶어 세고 일부는 1씩 세는 경우나 2개씩 묶어 세기와 부분합을 함께 사용한 학생이다. 물론 n개씩 묶음을 만들기 위해서는 1씩 세기가 선행되어야 하지만, 이는 복합 전략으로 간주하지 않는다. 따라서 복합 전략의 1씩 세기는 대상의 일부에만 해당하므로 부분합을 구하여 더하는 활동이 자연스럽게 포함된다.

<표 III-1> 수 세기 전략

	집진 원리	n개씩 묶어 세기						1씩 세기		기타 (복합, 무의미)	합	
		n=20	n=10	n=2	n=5	n=3	n=2 & 10	전체	부분합		명	%
정	1	1	24	0	0	0	0	4	1	1	32	36.0
오	1	0	23	3	4	2	1	16	4	3	57	64.0
합계	명	2	47	3	4	2	1	20	5	4	89	100.0
	%	2.2	52.8	3.4	4.5	2.2	1.1	22.5	5.6	4.5	99.9	

한편, 수 세기 가능 여부와 관련하여, 전체 학생 89명 중 64%인 57명이 오답을 하였고 36%가 정답을 하였다. 수 세기 활동동안 오류가 누적되기 때문에 세어야 할 대상이 많을수록 오류 가능성이 커진다는 Logie & Baddeley(1987)의 주장을 고려한다고 해도 오답률은 큰 편이라 할 수 있다. 이로부터 본 연구에서 제시한 불규칙 배열의 세 자리 수 세기 과제를 초등학교 2학년 학생들이 매우 어려워한다는 사실을 확인할 수 있다.

전략별 정오답 비율을 고려하면, 10개씩 묶어 세기는 거의 반반에 해당하는 반면, 1씩 전체 세기는 오답이 정답의 4배로 오답률이 매우 크다. 1씩 세기의 정답은 단지 다섯 사례뿐인데, 그중 한 명은 100이 되는 부분합을 이용하고 다른 한 명은 100이 될 때마다 그림 옆에 100, 200을 표시하는 하위 전략을 추가적으로 이용한 것으로 나타났다. 나머지 학생은 단순 세기이다. 이는 큰 수를 셀 때 1씩 단순 세기는 효과적인 전략이 아님을 드러내며, 몇백 개의 세 자리 수를 세는 인지적, 심리적 부담이 있음에도 불구하고 적절한 묶어 세기 전략을 사용하지 않은 학생이 다수라는 사실을 보여준다. 큰 수 세기를 위한 묶어 세기의 경험이 미흡하며, 따라서 전략을 경험할 필요성을 함의한다. 한편 2, 3, 5씩 세기는 모두 오답을 한 것으로 나타나 이 역시 효과적인 전략으로 작용하지 못했음을 드러낸다.

이상으로부터 학생들이 가장 선호한 전략이 10개씩 묶어 세기 전략이고 이 전략의 사용 비율이 전체의 반 이상이었다는 결과는 교과서 활동으로 구성된 집필진의 의도와 일치한다는 점에서 바람직하지만, 정답률이 반 정도에 머물러 바람직한 전략의 선택이 옳은 수 세기 결과를 보장하는 것은 아님을 알 수 있다. 10개씩 묶어 세기를 했음에도 불구하고 오답을 얻은 경우 대부분의 원인은 묶음의 수를 셀 때와 묶기 위해 10개를 셀 때의 세기 오류와 관련된다. 즉 양 경우에 중복 세기나 누락 세기가 다수 나타났다(III-2절 참고).

한편 오답의 경우 정답인 260과 얼마나 차이 나는가를 파악하기 위해 응답의 오류가 발생한 최대 자릿수를 조사하였다. 결과는 <표 III-2>와 같다.

<표 III-2> 오답이 발생한 최대 자릿수

	집진 원리	n개씩 묶어 세기						1씩 세기		기타	합	
		n=20	n=10	n=2	n=5	n=3	n=2 & 10	전체	부분합		명	%
오	1	0	23	3	4	2	1	16	4	3	57	100.0
자릿 수	1	·	4	·	1	·	·	1	1	1	8	14.0
	10	1	14	3	1	1	1	8	2	2	33	57.9
	100	·	1	·	2	1	·	7	1	·	12	21.1
	1000	·	4	·	·	·	·	·	·	·	4	7.0

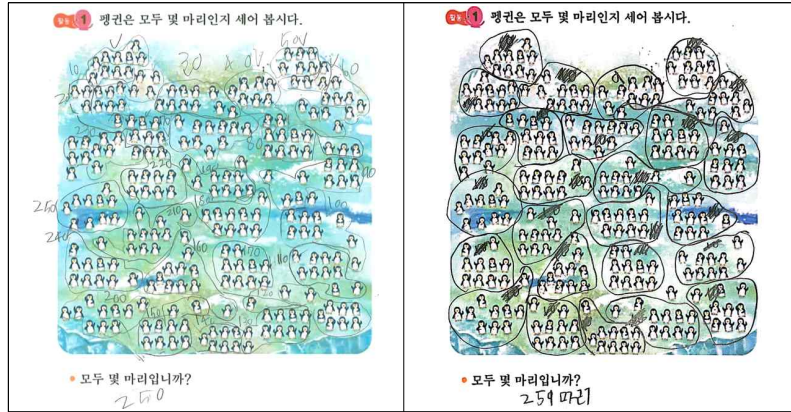
오답이 발생한 맨 앞자리 수로 분류한 결과, 10의 자리 오류가 57.9%로 가장 많았고, 이어 100의 자리 오류 21.1%, 1의 자리 오류 14.0%, 1000의 자리 오류 7.0%의 순이었다. 이중 1000의 자리 오류가 모두 10개씩 묶어 세기 전략에서 나타난 것은 주목할 만하다. 네 경우 모두 묶어 세기 하였지만, $10 \times 24 = 2400$ 의 계산 오류와 학습 부진 학생이 과제 해결의 어려움 때문에 대략 어렵거나 수 계열성에 대한 이해 부족으로 인해 1000, 7000, 8006으로 답한 경우이므로, 이것만으로 10개씩 묶어 세기 전략의 비효율성을 말하기는 어렵다. 이외에 모든 학생이 세 자리 수의 답을 하였고, 900으로 답한 한 명을 제외하면 100, 200, 300단위의 결과를 보였다. 특히 1, 10, 100의 자리 각각에서 1씩 차이 나는 오류는 단순 세기 오류로 간주할 수 있을 것이다. 다만, 충분한 시간이 주어졌음에도 불구하고 오답을 유지했다는 점에서 장혜원, 임미인, 강태석(2015)에서 언급했듯이 수 세기 활동의 점검 기제가 약하다는 특징으로 설명될 수 있을 것이다.

2. 응답 사례에서 드러난 학생들의 수 세기 특징

학생들의 활동 결과에서 드러난 수 세기 전략 및 오류로부터 몇 가지 특징을 도출할 수 있다.

첫째, 10개씩 묶어 세기 전략을 사용했음에도 불구하고 반 정도의 학생이 오답을 한 것에는 다양한 이유가 있었다. 가장 흔한 오류는 묶음을 만들기 위해 날개를 제거나 묶음의 수를 셀 때 중복 세기나 빠뜨리고 세기 등의 단순 오류이다. 예를 들어, 묶을 때 불규칙 배열의 대상을 적절히 묶지 못하여 남겨두거나 10개를 제대로 세지 못한 경우가 있었다. 10개를 묶어야 하는데 대상의 군집에 대한 대략적인 구조화가 없이 임의로 묶다 보면 대상의 불규칙 배열로 인해 군데군데 날개가 남아있어 원하는 개수가 안 되기 마련이고 거리상 떨어져 있는 대상을 함께 고려해야 하는 상황에서는 더욱 그러하였다. [그림 III-1]에서 왼쪽은 차례대로 묶음의 수를 셀 때의 오류, 오른쪽은 묶을 때 아래쪽에 남아있는 1개를 간과하고 맨 윗줄 가운데에 있는 9개만 셀 오류를 보여준다. 후자에서 위에 남은 9개와 아래에 남은 1개가 함께 모여있었다면 학생은 쉽게 10개를 묶을 수 있고, 그렇다면 260을 적절히 셀 수 있었을 것이다. 결국 묶음에 효과적인 대상의 군집화, 묶음을 위한 공간 구조화가 미흡하여 적절히 세지 못한 오류를 보여준다. 고립되어 남은 대상을 최소화하면서 가까이 있는 것끼리 적절히 묶는(chunking) 기능도 수 세기 역량을 강화시키는 효과적인 하위 전략이 될 수 있음을 시사한다.

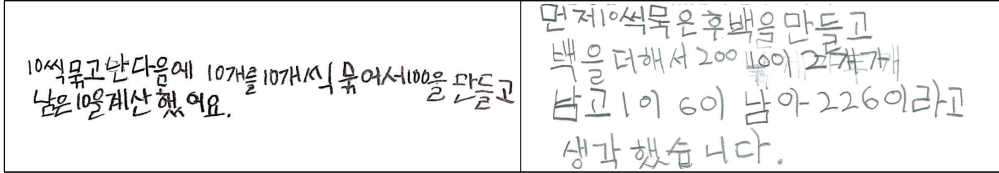
본 연구의 그림 대상은 구체물과 달리 옮길 수 없으므로 수 세기에 더 어려움을 초래하는 것으로 간주된다. 바둑돌 같은 구체물을 같은 수만큼 세었다면 셀 것을 다시 세거나 빠뜨리고 세지 않기 위해 옮겨서 표시할 수 있지만, 그림은 셀 대상을 구별짓기 위한 표식을 남겨야 한다. 이에 학생들은 10개씩 묶음에는 대개 폐곡선을 이용하여 구분하였고, 1씩 세기에는 \checkmark , $/$, \bigcirc 와 같이 표시하거나 줄긋기나 숫자를 일일이 써가는 방식을 택하였다. 이 외에도 유민정(2014)에서는 두 자리 수 만큼의 그림을 세기 위한 표시로 빗금과 동그라미 중복, 색칠하기 등이 사용되었다.



[그림 III-1] 10개씩 묶어 세기 전략의 오류 사례

둘째, 수 세기는 수 감각 신장에 도움이 되고, 수 감각은 어림과도 밀접한 관련이 있음을 보여주는 사례도 있다. 본 연구에서 900 및 몇천 단위로 답한 학생이 5명 있었다. 그중 900이라 답한 학생을 자신의 검사지 기반으로 면담한 결과, 1씩 세다가 너무 많아서 포기했고, 많아 보여서 900으로 적었다고 하였다. 1000으로 답한 학생의 경우에는, 10개씩 묶어 세기를 했지만, 처음에는 10, 20, ..., 100으로 세다가 100 다음에는 110이 아니라 200으로 세는 등 수 계열성을 이해하지 못하였고, 수가 커질수록 자신감이 확연히 떨어지는 특징을 보였다. 이러한 학생의 인지적 특성은 Gervasoni(2010)에서 주목한 109 다음에 110을 말하지 못하고 200이나 1000을 말하는 사례와 같은 맥락에 있다. 2400을 답한 학생은 수 감각이 없이 계산에 의한 절차적 지식에만 의존한 경우이다. 10개씩 묶어 24개라고 세었는데 $10 \times 24 = 2400$ 을 계산하여 2400개라고 답하였다. 미리 곱셈을 알고 있어 묶음의 수에 10을 곱하여 결과를 얻었지만, 그 답의 적절성을 판단할 정도의 수 감각은 지니지 못한 것이다. 한편 7000, 8006마리라고 답한 두 학생은 펭귄을 10마리씩 묶어 놓은 모양이 각각 7, 8개 있어서 70, 80마리이고 그것이 계속 밑에 나오니까 7000마리 또는 밑에 10개 더 있어서 800마리, 그리고 6마리가 남았다고 설명하여 수의 범위나 사고 방식에 있어 매우 유사한 양상을 보였다. 이는 큰 수와 관련한 개념뿐만 아니라 수 계열성 및 기수법에 대한 이해가 부족한 것으로 해석된다. 24700, 35700, 45700, 55700과 같이 세어나가는 아동의 예를 통해 설명된 10의 거듭제곱 자릿값과 관련한 오류(Chan, Au, Lau, & Tang, 2017)와 관련이 깊다. 더불어 Geary(2003)에서 이백십을 20010으로 적는 수 변환 오류(number transcoding error)와도 관련이 있을 것으로 보인다. 장혜원, 임미인, 강태석(2015)에서 3학년 학습부진 학생에게서도 나타났던 오류이다.

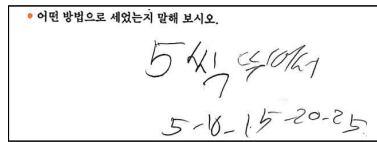
셋째, 수를 셀 때 가장 높은 수준의 전략은 십진 원리가 적용된 구조적 수 세기였다. 2명의 사례를 볼 수 있다. [그림 III-2]의 왼쪽 사례는 10개씩 묶음 후 그것을 다시 10개씩 묶어 새로운 단위인 100을 만드는 방식으로 십진 원리를 정확하게 적용하고 설명한 학생을 보여준다. 한편 오른쪽 사례는 세기 오류로 인해 비록 정답을 하지는 못했지만, 10개씩 묶음 10개로 새로운 단위 100을 만들어 2개를 세고 남은 10개 단위와 1개 단위를 고려하여 답했다는 점에서 십진 원리에 대한 이해를 잘 드러낸다.



[그림 III-2] 십진 원리 전략에 대한 설명

한편 앞서 설명했듯이 묶어 세기 전략의 경우 대부분 뛰어 세기가 이어졌지만 묶음 수를 이용해 답한 학생이 5명 있었다. 즉 10개씩 묶음을 만들고 10, 20, 30, ...과 같이 뛰어 세기 하는 경우와 달리 10개씩 묶음이 26개라서 260이라고 하였다. 이는 자릿값의 개념적 구조에서 가장 높은 단계인 표현의 유연성(Price, 2001)에 해당하는 특징이다. 100개씩 묶음 2개와 10개씩 묶음 6개를 10개씩 묶음 26개로 생각하는 유연성 덕분에 10씩 뛰어 세기를 할 때 필요한 큰 수의 이름 대신 1~26의 수 이름으로 충분히 수를 파악할 수 있다.

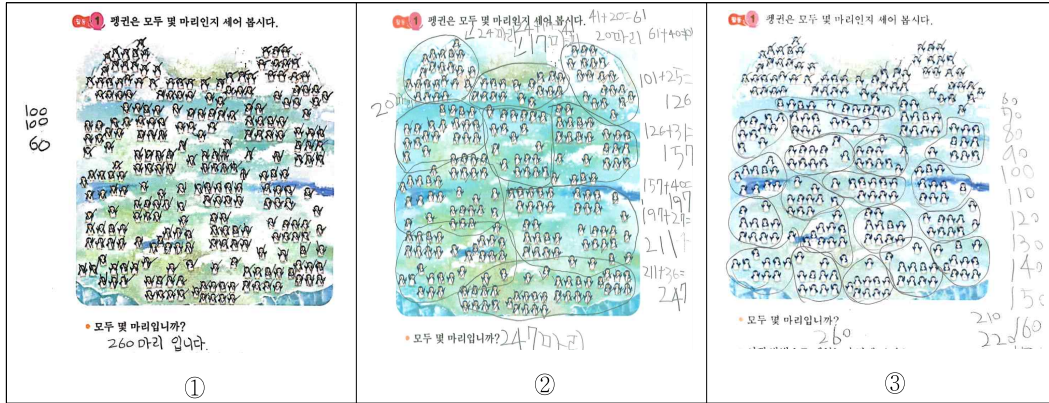
넷째, n개씩 묶어 세기 전략은 묶음을 만든 후 뛰어 세기와 병합된 양상으로 나타났다. 연구 대상은 곱셈의 개념은 배웠지만, 아직 구구단은 물론 곱셈 계산 방법을 배우지 않은 시기에 있었다. 따라서 n개씩 묶은 후 묶음의 수를 세어 n을 곱하는 계산을 하기 어려운 상태이다. 따라서 2-1-6 단원에서 곱셈 개념을 배울 때 경험했듯이 n개씩 묶은 후 뛰어 세기를 하는 방식으로 수 세기를 수행한 것이다. 다수의 검사 결과에서 그림에 폐곡선으로 묶음 표시를 한 다음 묶음마다 또는 여백에 n, 2n, 3n, ...과 같이 기록하며 뛰어 세기를 수행한 흔적을 남긴 것으로 확인된다. [그림 III-3]은 그림 대상을 5씩 묶어 놓은 상황에서 5씩 뛰어 세기한 것을 보여준다.



[그림 III-3] 5씩 뛰어 세기

뛰어 세기가 필요한 상황에서 학생들은 수가 커짐에 따라 수 이름을 말하는 것 자체의 어려움을 보이는 것으로 확인되었다. 1000이라고 답한 학생이 십, 이십, ..., 백까지 잘 셀 다음 이백, 삼백, ...으로 셀 경우뿐만 아니라 3씩 뛰어서 썼으나 100의 자리를 넘어가니 셀 수가 없어 300으로 적었다고 답한 사례도 있었다. 그 결과로 n(2, 3, 5)개씩 묶어 세기는 모두 오답으로 이끌었고, 큰 수 세기에서 묶어 세기가 효과적인 전략이 되기 위해서는 뛰어 세기가 아닌 곱셈으로의 연계가 가능한 시점이어야 함을 시사한다.

다섯째, 부분합 전략은 3가지 유형으로 구분되어 나타났다. 부분합 전략을 사용한 학생들의 공통된 설명은 1씩 세기 힘들다는 것이었는데, 적용 방법의 유형에는 차이가 있었다. [그림 III-4]에서 보는 바와 같이, 순서대로 1씩 세지만 자릿값에 따라 10이 되면 여백에 표시하여 100+100+60으로 구한 경우(①), 대상의 수와 관계없이 그림을 임의의 부분으로 나누어서 각각을 셀 다음 더하는 경우(②), 10씩 세기와 1씩 세기의 복합 전략(③)이다. 복합 전략의 경우 처음 119개까지는 1씩 세다가 이후 10개씩 묶음을 만들어 세거나 삼화 배경의 영향으로 얼음 위에 있는 것은 1씩, 밑에 있는 것은 10개씩 묶어 세는 경우 등이 있었다. 부분합 전략으로 인한 정답률이 높지는 않았지만, 작은 수 세기가 더 쉽다는 판단에 근거하여 학생 스스로 선택한 전략이라는 점에서 의의가 있고, ①의 경우처럼 십진 원리에 따라 부분을 세어 더하는 활동으로 안내한다면 바람직한 전략으로 이용될 것이 기대된다.



[그림 III-4] 부분합 전략 사례

IV. 결론 및 제언

본 연구에서는 초등학교 2학년 학생 89명에게 불규칙 배열의 세 자리 수만큼의 그림 대상을 세어보고 센 방법을 말하게 하는 검사를 실시하여 학생이 사용한 전략 및 전략별 정오답률을 분석하였다. 분석 결과로부터 다음과 같은 결론을 도출하고 제언하였다.

첫째, 수 세기와 자릿값 개념, 연산, 어림 관련 수 감각 등의 관계를 고려할 때 교과서 차원에서 큰 수 세기에 대한 경험을 제공할 필요가 있다. 본 연구의 검사 결과, 오답률이 정답률의 거의 2배에 육박하였다. 이와 같이 정규 교육과정에 충실했던 초등학교 2학년 학생들이 큰 수 세기 과제에서 미흡함을 보인 원인 중 하나를 학생들의 과제 경험이 전무하다는 사실에서 찾을 수 있다. 교과서에서는 검사 문항과 같은 불규칙 배열의 큰 수 세기 활동을 다루지 않았고, 따라서 강정민(2016)에서 보았듯이 교사의 세기 활동에 대한 긍정적인 인식과 달리 교과서에 명시되지 않은 수 세기 지도는 이루어지지 않는다는 실태를 확인할 수 있다. 실제로 본 연구에서 검사를 시행해준 4명의 교사 모두 큰 수 세기는 교과서에 제시되지 않은 활동이라 학생들에게 제공한 적이 없다고 하였고, 따라서 큰 수 세기 과제에 대한 학생들의 반응은 흥미로움과 어려움의 두 가지 양상으로 나타났다고 한다. 학생들은 큰 수를 효과적으로 세는 전략을 모색하면서 자릿값의 이해와 연계하여 수 개념에 대한 구조적 이해를 도출할 수 있을 것이 기대된다.

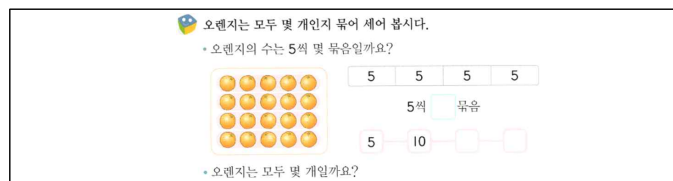
둘째, 수 세기는 연산, 자릿값에 따른 수 개념의 논리적 이해 등과 밀접히 관련되므로 큰 수 세기는 구조적 세기로 향하도록 10개씩 묶어 세기 및 십진 원리 전략의 사용으로 안내해야 한다. 연구 결과 수 세기 전략의 다양성을 확인하였고, 많은 양을 파악하는 데 있어 묶음의 유형은 수 세기 결과에 영향을 미치는 것으로 나타났다. 양을 수로 나타내는 것 자체가 단위의 선택이 본질적이고, 이산량에서 단위는 곧 묶음 속 수를 의미한다. 검사 시기상 수 표기의 십진 체계에 숙달되어 구체적인 비계 없이도 10개씩 묶어 세기를 할 것으로 기대되었지만, 실제로 다수의 학생이 1씩 세거나, 2, 3, 5씩 묶어 세는 접근을 취한 것은 수 개념의 논리적 이해가 부족함을 보여 준다. 과제 기반 면담 결과에 근거하여 많은 아동(K-6)이 수의 10개씩 묶음과 관련된 구조를 표상할 수 없는 것 같다고 한 Thomas, Mulligan, & Goldin(1996)과 같은 맥락에 있다. 10개씩 묶어 세기 전략시 1씩 세어 10개씩 묶음을 만든 다음, 그 묶음 자체가 하나의 새로운 단위로 간주되어야 한다. 마찬가지로 10개씩 묶음 열 개가 모인 100개씩 묶음 또한 새로운 단위로 인식되어야 자릿값에 기초한 십진 체계의 완성을 이룰 수 있는 것이다.

셋째, 불규칙적으로 배열된 대상의 큰 수 세기 오류 중 많은 경우의 원인이었던 묶기 오류 및 단순 세기 오

류에 대한 주의가 필요하다. 묶기 위해 1씩 세거나 묶은 후 묶음 수를 셀 때 발생한 세기 오류이다. Shanon(1978)에서도 세어야 할 대상 수의 증가는 아동이 조직화된 방식으로 세는 것을 방해하는 것으로 나타났다. 전체를 1씩 세는 것은 가장 기본적인 수 세기 전략이지만 구조적 수 세기와 동떨어진 전략일 뿐만 아니라 단순 세기 오류의 가능성을 높인다. 아울러 묶어 세기 전략시 어떤 수의 묶음을 만드는가에 관계없이 묶고자 한 n개가 아닌 묶음이 다수 있거나 묶지 않고 날개로 남겨둔 대상이 있는 경우도 있었다. 배열이 불규칙하므로 원하는 개수가 한군데 남아있지 않고 거리상 떨어져 있는 대상을 함께 고려해야 하는 상황에서는 더욱 그러하였다. 그 경우 멀리 있는 것을 끌어와서 묶거나 또는 묶지 않고 남은 것만 날개로 표시하여 더하여 옳게 셀 학생도 있지만, 대부분은 오답으로 이끌었다. 불규칙 배열 대상의 큰 수 세기 경험 제공시 대상을 학생들이 묶기 쉽도록 적당한 거리를 떨어뜨려 놓을 것인지 학생 스스로 묶기 전략 및 공간 구조도 생각하도록 독려할 것인지는 교수학적 선택의 문제이다. 전자는 Schiffman & Laski(2018)에서 언급된 교수 자료나 학습 활동이 학생의 정신적 표상에 일치할수록 그 표상을 얻기 쉽도록 한다는 ‘인지적 맞춤 접근(cognitive alignment approach)’의 관점에서 바람직하겠지만, 도전적 문제를 통한 깊이 있는 학습을 위해서는 후자가 선호될 것이다.

넷째, 묶어 세기 전략을 사용한 학생 대부분은 묶음 후 뛰어 세기를 시행하였지만, 그 과정에서 발생한 오류는 수 계열성에 대한 지도 강화의 필요를 함의한다. 2, 3, 5씩 뛰어 세기에서는 결국 모두 오류를 보였고, 10개씩 묶음을 셀 때 100 다음이 110, 120인데 200, 300으로 셀 학생도 있었다. 이에 대해 담임교사는 뛰어 세기가 숙달되지 않아 바르게 셀 때도 있고 그렇지 않을 때도 있다고 해석하였지만, 보다 근본적으로 학생들이 큰 수에서는 대상을 세는 논리적 세기 이전에 수 이름을 열거하는 기계적 세기에도 숙달되어 있지 않다는 것을 함의한다. 이는 자릿값에 기초한 수 계열성에 대한 명확한 이해와 더불어 임의의 수에서 출발하여 10씩, 100씩 뛰어 세기 등에 숙달할 필요를 보여준다. 일의 자리에서만 뛰어 세기가 아니라, 10단위씩 100단위씩 뛰어 세기로 19, 29, 39 나 190, 290, 390 다음 수에 대한 발문을 추가할 수 있다. 이는 표준 알고리즘 외의 다양한 연산 전략을 사용할 수 있도록 하는 활동으로 이어질 수 있다. 예를 들어, 190+254를 구할 때 190에서 출발하여 290, 390, 그 다음 400, 410, 420, 430, 440, 이어서 444에 도달하는 방식을 취함으로써 수와 연산 감각을 신장시킬 수 있다.

다섯째, 곱셈 학습 후라면 묶음을 만든 후 뛰어 세기가 아닌 곱셈을 이용한 수 세기 전략을 지도할 필요가 있다. 반드시 10개씩 묶음이 아니더라도 학생 스스로 처리가 용이한 n개씩 묶음을 이용하는 것은 양의 파악이라는 목적에서는 과도기적으로 이용 가능한 전략이다. 다만 묶음 후 뛰어 세기를 하는 과정에서 이 전략을 선택한 모든 학생이 오류를 범하였다는 것은 주목할 필요가 있다. 앞서 언급했듯이 뛰어 세기를 큰 수까지 오류 없이 지속하는 것은 어려운 과제이고, 이 어려움을 경험한 뒤 묶음의 수만 세어서 묶음 속 대상의 수와 곱하는 곱셈 전략을 활용하는 경험은 큰 수 세기뿐만 아니라 곱셈의 활용 측면에서도 가치가 있다. 2-1-6 곱셈 단원에서 곱셈 도입 바로 전에 묶어 세기를 이용하여 물건의 개수를 세어보는 활동이 있다([그림 IV-1]). 5씩 4묶음을 만들어 5, 10, 15, 20으로 파악하는 것은 묶어 세기와 뛰어 세기의 혼합 유형이고, 이를 추후 $5+5+5+5=5\times 4$ 의 곱셈 도입 맥락으로 이용하는 것이다.



[그림 IV-1] 곱셈을 위한 묶어 세기와 뛰어 세기(교육부, 2017b, p. 146)

여섯째, 교실 활동으로서 큰 수 세기를 위해 그림이 아닌 구체물의 활용이나 그림에서 센 대상의 표시, 묶음의 공간 배치 고려 등 다양한 전략을 지도할 수 있다. 교과서는 지면으로 제공된다는 한계상 구체물이 아닌 그림 대상을 세도록 할 수 밖에 없다. 그러나 학생들이 더 어려움을 느끼는 불규칙 배열의 대상일 경우 그림보다 구체물 세기가 더 쉽다는 연구 결과(유민정, 2014)나 본 연구의 복잡한 그림 배열 상황에서 10개씩 묶음을 만들 때 고정된 배열로 인해 발생한 오류 사례에 기초할 때, 교사는 수업 활동으로 의도한 수만큼의 공깃돌이나 바둑돌과 같은 구체물을 활용하여 큰 수 세기 활동을 할 수 있다. 이는 불규칙 배열의 큰 수 세기를 어려워하는 학생들을 위한 비계 역할을 할 것이며 몇 번의 경험으로 숙달된 후에 그림으로 확장하는 방식을 취할 수 있다. 이때 본 연구에 참여한 학생들이 보인 중복 세기나 누락 세기를 막고자 이미 센 대상에 혼동되지 않는 명확한 표시를 남기는 하위 전략을 지도하는 것은 효과적인 것이다. 또한 대상마다 숫자를 일일이 쓰는 학생이나 멀리 떨어져 있는 대상을 함께 묶지 못하여 발생한 오류를 고려할 때 적절한 표시 방법이나 효과적인 묶음을 위한 공간 배치 고려에 대해 명시적인 지도를 하는 것도 도움이 될 것이다.

일곱째, 수 세기 활동을 통해 큰 수에 대한 어림 능력 및 수 감각을 강화할 필요가 있다. 수 세기와 어림 능력의 밀접한 관계(Muldoon et al., 2013)에 따르면, 본 연구에서 확인된 일부 수 세기 오류는 어림 능력의 부재를 드러낸다. 검사 문항을 본 학생들의 첫 반응은 그림에 포함된 양이 '많다'는 것이었지만 그것이 어느 정도 되는지에 대해서는 파악하기 어려워하였다. 예를 들어, 학습 부진 학생들은 수 세기가 어려워서 어렵하다고 했지만, 어림수가 터무니없는 값이었다. 큰 수를 세어본 경험이 없는 학생들은 그 수만큼의 양이 어느 정도 되는지 가늠할 수 없었고 네 자리 수로 답한 네 명의 학생이 있었다. 한편 비록 정답률은 낮았지만 일부 학생이 선택한 부분합 전략은 양이 많다는 인식으로부터 자연스럽게 발현된 전략이다. 따라서 적절한 어림 능력이 수반된다면 효과적인 전략이 될 수 있을 것으로 기대된다. 교과서 활동인 [그림 II-3]과 같이 상징적인 수 라벨이 있는 묶음으로 제시되어 양에 대한 감각의 형성 기회를 제공하지 못하는 한계를 고려할 때 학습 활동으로서 큰 수를 직접 세어보는 활동의 가치를 활용할 만하다.

참 고 문 헌

- 강정민 (2016). 수 세기에 대한 초등학교 교사들의 인식 및 지도 실태. 부산교육대학교대학원 석사학위논문.
- Kang, J. (2016). *A survey on the elementary school teachers' perceptions and actual conditions of counting* [Master's Thesis, Busan National University of Education].
- 교육과학기술부 (2009a). 수학 2-1. 두산.
- Ministry of Education, Science and Technology (2009a). *Mathematics 2-1*. Doosan.
- 교육과학기술부 (2009b). 교사용지도서 수학 2-1. 두산.
- Ministry of Education, Science and Technology (2009b). *Teacher's guide: Mathematics 2-1*. Doosan.
- 교육부 (2016). 수학 1-2 현장검토본. 천재교육.
- Ministry of Education (2016). *Mathematics 1-2*. Chunjae Education.
- 교육부 (2017a). 수학 1-2. 서울: 천재교육.
- Ministry of Education (2017a). *Mathematics 1-2*. Chunjae Education.
- 교육부 (2017b). 수학 2-1. 서울: 천재교육.
- Ministry of Education (2017b). *Mathematics 2-1*. Chunjae Education.
- 교육부 (2017c). 교사용지도서 수학 2-1. 천재교육.
- Ministry of Education (2017c). *Teacher's guide: Mathematics 2-1*. Chunjae Education.

- 교육부 (2020). 수학·과학 성취도 추이변화 국제비교 연구(TIMSS) 2019 결과 발표. <https://if-blog.tistory.com/11535>
- Ministry of Education (2020). Results of TIMSS 2019. <https://if-blog.tistory.com/11535>
- 국가교육과정정보센터 (2021). 연령별 누리과정.
<http://ncic.re.kr/mobile.kri.org4.inventoryList.do?degreeCode=1010&classCodes=1000&openYear=2015&openMonth=02>
- National Curriculum Information Center (2021). Nuri curriculum by ages.
- 국가법령정보센터 (2022). 기초학력보장법 [법률 제18458호].
<https://www.law.go.kr/LSW/lsInfoP.do?efYd=20220325&lsiSeq=235575#0000>
- National Legal Information Center (2022). Basic Education Guarantee Act [No. 18458].
- 유민정 (2014). 초등학교 1학년 학생들의 초기 수세기 능력 조사. 경인교육대학교 대학원 석사학위논문.
- Yoo, M. J. (2014). *Investigation of the first grade students' beginning counting ability* [Master's Thesis, Gyeongin National University of Education].
- 장수연 (2010). 초등학교 1학년 수와 연산영역에서 오류에 따른 효과적인 지도 방안. 광주교육대학교 대학원 석사학위논문.
- Jang, S. Y. (2010). *Effective teaching method with errors on numbers and operations in the first grade of elementary school* [Master's Thesis, Gwangju National University of Education].
- 장혜원 · 임미인 · 강태석 (2015). 초등 수학 학습부진아의 자릿값 이해 수준. *수학교육학연구*, **25(3)**, 347-366.
- Chang, H., Lim, M., & Kang, T. (2015). Levels of elementary mathematics underachievers' understanding of place value. *Journal of Educational Research in Mathematics*, **25(3)**, 347-366.
- Baroody, A. J. (1986). Counting ability of moderately and mildly handicapped children. *Education and Training of the Mentally Retarded*, **21(4)**, 289-300.
- Biddlecomb, B., & Carr, M. (2011). A longitudinal study of the development of mathematics strategies and underlying counting schemes. *International Journal of Science and Mathematics Education*, **9(1)**, 1-24.
- Camos, V. (2003). Counting strategies from 5 years to adulthood: Adaptation to structural features. *European Journal of Psychology of Education*, **18(3)**, 251-265.
- Chan, W. W. L., Au, T. K., Lau, N. T., & Tang, J. (2017). Counting errors as a window onto children's place-value concept. *Contemporary Educational Psychology*, **51**, 123-130.
- Fritz, A., Ehlert, A., & Balzer, L. (2013). Development of mathematical concepts as basis for an elaborated mathematical understanding. *South African Journal of Childhood Education*, **3(1)**, 38-67.
- Fuson, K. C., Pergament, G. G., Lyons, B. G., & Hall, J. W. (1985). Children's conformity to the cardinality rule as a function of set size and counting accuracy. *Child Development*, **56(6)**, 1429-1436.
- Geary, D. C. (2000). From infancy to adulthood: The development of numerical abilities. *European Child & Adolescent Psychiatry*, **9(2)**, S11-S16.
- Gelman, R., & Gallistel, C. (1978) *The child's understanding of number*. Harvard University Press.
- Gervasoni, A. (2003). Difficulties children face when learning to count. In *Mathematics education research: Innovation, networking, opportunity. Proceedings of the 26th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (pp. 388-395).
- Greeno, J. G., Riley, M. S., & Gelman, R. (1984). Conceptual competence and children's counting. *Cognitive Psychology*, **16(1)**, 94-143.
- Grégoire, J., & Van Nieuwenhoven, C. (1995). Counting at nursery school and at primary school: Toward an instrument for diagnostic assessment. *European Journal of Psychology of Education*, **10(1)**, 61-75.

- Logie, R. H., & Baddeley, A. D. (1987). Cognitive processes in counting. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, **13**(2), 310.
- Maclellan, E. (1995). Counting all, counting on, counting up, counting down: The role of counting in learning to add and subtract. *Education 3-13*, **23**(3), 17-21.
- Muldoon, K., Towse, J., Simms, V., Perra, O., & Menzies, V. (2013). A longitudinal analysis of estimation, counting skills, and mathematical ability across the first school year. *Developmental Psychology*, **49**(2), 250.
- Nieder, A. (2019). *A brain for numbers*. 박선진(역, 2022). 수학하는 뇌. 바다출판사
- Price, P. S. (2001). *The development of year 3 students' place-value understanding: Representations and concepts* [Unpublished Doctoral Thesis: Queensland University of Technology].
- Resnick, L. B. (1989). Developing mathematical knowledge. *American Psychologist*, **44**(2), 162 - 169
- Rodríguez, P., Lago, M. O., Enesco, I., & Guerrero, S. (2013). Children's understandings of counting: Detection of errors and pseudoerrors by kindergarten and primary school children. *Journal of Experimental Child Psychology*, **114**(1), 35-46.
- Russo, J. (2015). Teaching with challenging tasks: Two 'how many' problems. *Prime Number*, **30**(4), 9-11.
- Russo, J. (2020). Designing and scaffolding rich mathematical learning experiences with challenging tasks. *Australian Primary Mathematics Classroom*, **25**(1), 3-10.
- Schiffman, J., & Laski, E. V. (2018). Materials count: Linear-spatial materials improve young children's addition strategies and accuracy, irregular arrays don't. *PloS One*, **13**(12), e0208832.
- Shannon, L. (1978). Spatial strategies in the counting of young children. *Child Development*, **49**(4), 1212-1215.
- Starkey, P., & Gelman, R. (2020). The development of addition and subtraction abilities prior to formal schooling in arithmetic. In T. P. Carpenter, J. M. Moser, & T. A. Romberg (Eds.). *Addition and subtraction: A cognitive perspective*. (pp. 99-116), Routledge.
- Thomas, N. D., Mulligan, J., & Goldin, G. A. (1996). Children's representations of the counting sequence 1-100: cognitive structural development. In L. Puig, & A. Gutierrez (Eds.), *Proceedings of the 20th annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 307-315). International Group for the Psychology of Mathematics Education.
- Thomas, N. D., Mulligan, J., & Goldin, G. A. (2002). Children's representation and structural development of the counting sequence 1 - 100. *The Journal of Mathematical Behavior*, **21**(1), 117-133.

Analysis of Second Graders' Counting an Irregular Arrangement of Three-Digit Objects

Chang, Hyewon

Seoul National University of Education

E-mail : hwchang@snu.ac.kr

Counting occupies a fundamental and important position in mathematical learning due to its relation to number concepts and numeral operations. In particular, counting up to large numbers is an essential learning element in that it is structural counting that includes the understanding of place values as well as the one-to-one correspondence and cardinal principles required by counting when introducing number concepts in the early stages of number learning. This study aims to derive didactical implications by investigating the possibility of and the strategies for counting large numbers that is expected to have no students' experience because it is not composed of current textbook activities. To do this, 89 second-grade elementary school students who learned the three-digit numbers and experienced group-counting and skip-counting as textbook activities were provided with questions asking how many penguins were in a picture where 260 penguins were irregularly arranged and how to count. As a result of analyzing students' responses in terms of the correct answer rate, the strategy used, and their cognitive characteristics, the incorrect answer rate was very high, and the use of decimal principles, group-counting, counting by one, and partial sum strategies were confirmed. Based on these analysis results, several didactical implications were derived, including the need to include counting up to large numbers as textbook activities.

* 2000 Mathematics Subject Classification : 97C30

* Key words : three-digit numbers, irregular arrangement of objects, counting strategies, group-counting, decimal principles