

초등학교 수학 교과서에 제시된 원주율의 지도방안 비교·분석

최 은 아 (우석대학교, 교수)

강 향 임 (공주교육대학교, 강사)[†]

본 연구는 2023년부터 적용 예정인 6학년 2학기 검정 교과서를 대상으로 초등 수학에서 원주율 개념을 어떻게 지도하고 있는지를 비교·분석하여 교수학적 시사점을 도출하고자 하였다. 이를 위해 원주율 개념과 원주율 지도에 관한 선행연구를 분석하여 분석 기준을 마련하였으며, 개념 추론하기, 속성 이해하기, 관계 적용하기의 교수·학습요소로 나누어 살펴보았다. 분석 결과를 통해, 어림 활동이 원주율 개념의 추론 활동으로 연결되기 위한 다양한 어림 맥락의 개발이 필요하다는 것과 지름과 원주를 실제로 측정할 수 있는 동기를 제공하는 문제 상황의 제시, 지름을 단위로 하여 원주 위를 반복하여 세는 측도의 속성을 탐구할 수 있는 기회의 제공, 원주율의 상수 속성의 명시화, 상황에 따라 원주율의 근삿값 선택의 유연함을 경험하게 할 것을 시사점으로 제시하였다. 이상의 결과와 교수학적 시사점을 바탕으로 원주율의 도입 맥락과 공학 도구 활용에 초점을 맞추어 초등 수학에서 원주율 개념의 지도 방안과 향후 2022 개정 교육과정에 따른 교과서 개발에 개선점을 제안하였다.

I. 서론

수학의 역사에서 원주율 개념과 계산 방법에 대한 관심은 고대 아르키메데스의 고전적 방법에서부터 컴퓨터 모의실험을 이용한 몬테카를로 방법에 이르기까지 많은 변화를 거치면서 지속적으로 이어져 왔다(정동권, 1998; Baravalle, 1969). 실제로 원주율은 원과 관련된 평면도형과 입체도형을 다루는 기하학 분야에서뿐만 아니라, 수론, 통계학, 해석학 등의 수학의 다양한 분야에서 등장하는 중요한 수치로 알려져 있다(Baravalle, 1969). 원주율 개념과 계산 방법의 역사적 발달과 다양한 수학 분야에서의 원주율의 중요성은 학교수학에서 원주율 개념을 지도하는 방안에 대해서 심도 있는 탐색과 논의를 요구한다.

현재 적용 중인 2015 개정 교육과정에 따르면, 원주율 개념은 초등학교 6학년 2학기에 지도된다. 최근에 고시된 2022 개정 수학과 교육과정에서도 원주율의 지도 학년은 동일하다. 원주율 개념에 대한 2015 개정 수학과 교육과정의 성취기준 “여러 가지 둥근 물체의 원주와 지름을 측정하는 활동을 통하여 원주율을 이해한다”는 2022 개정 수학과 교육과정에서 “여러 가지 원 모양 물체의 원주와 지름을 측정하는 활동을 통하여, 원주율이 일정한 값을 추측하고 그 근삿값을 사용할 수 있다”로 수정·보완되었다(교육부, 2020; 교육부, 2022). 기존 교육과정과 새로운 교육과정 모두 원주율 개념 도입을 원주와 지름을 측정하는 활동으로 특정하고 있는 것에 주목해야 한다. 원주율을 원주가 측정 단위인 지름의 몇 배에 해당하는지를 확인해 보는 활동을 통해 도입하는 것은 원주율의 속성 중 측도 속성과 비율 속성을 통해 이해하는 것을 의미한다. 덧붙여 2022 개정 교육과정에서는 원주율의 상수 속성과 무한 속성에 따른 근삿값에 대한 이해와 적용까지 성취기준에 명시화하고 있음을 알 수 있다.

원주율과 관련된 선행연구들은 수학의 역사에서 원주율 개념의 발생과 계산 방법의 발달을 바탕으로 원주율

* 접수일(2022년 12월 2일), 심사(수정)일(2022년 12월 12일), 게재확정일(2022년 12월 19일)

* MSC2000분류 : 97U20

* 주제어 : 초등 수학 교과서, 원주율, 측정 활동, 어림 활동, 원주율의 속성

† 교신저자 : hikang2002@hanmail.net

개념에 내포된 다양한 속성을 논하거나(구광조, 라병소, 1997; 정동권, 1998; 최영기, 홍갑주, 2008; Baravalle, 1969; Boyer & Merzbach, 1968; Beckmann, 1971), 원주율에 대한 개념적 학습을 위한 교수학적 시사점을 도출하고자 원주율에 대한 학생들의 이해를 살펴보고(신대운, 2009; 강향임, 최은아, 2015; 허선희, 2019), 수학과 교육과정과 교과서에서 원주율을 어떻게 지도하고 있는지를 분석한 연구(최은아, 2018; 임훈택, 고은성, 황은지, 2022)가 수행되었다. 역사적으로 보다 정밀한 원주율을 계산하려는 노력은 많은 실험을 통해 원주율의 근삿값을 경험적으로 추측한 방법으로부터 아르키메데스의 고전적 방법을 거쳐 대수적 방법과 이론적 방법으로 발전되어 왔다. 이 과정에서 원주율이 가지는 여러 가지 의미들이 정교화되었는데, ‘지름에 대한 원주의 비율’로서의 비율 속성뿐만 아니라, 측도, 상수, 무리수, 몫, 무한, 초월수 속성들이 논의되었다.

원주율 지도와 관련된 교수학적 관점에서, 신대운(2009)은 원주율의 근삿값에 대한 초등학생의 이해를 조사하여 원주율을 3.14가 아니라 3으로 학습한 경우의 장점을 보여주었으며, 강향임과 최은아(2015) 또한 초등수학 영재교육 대상자 학생들이 ‘원주율=3.14’라는 사고의 고착화로 인하여 원주율의 다양한 속성에 대한 이해가 미흡함을 드러내었다. 최근에는 교육과정과 교과서에서 원주율을 어떻게 지도하고 있는지를 살펴보는 연구가 수행되었다. 최은아(2018)는 다른 나라에서 사용되는 교과서는 한정된 여건 속에서 진행되는 자국의 수학 학습을 새로운 관점으로 접근하는데 도움을 줄 수 있다(최은아, 정연준, 2021)는 측면에서, 한국과 일본, 미국, 싱가포르의 초등학교 수학 교과서를 비교 분석하여 측도 속성의 강조 등 의미 있는 아이디어를 제시하였다. 반면에 임훈택, 고은성, 황은지(2022)는 우리나라 역대 교육과정에 따른 교과서를 비교 분석하여 원주율 지도와 관련한 교수학적 시사점을 제안하고 있다.

그러나 지금까지 수행된 교과서 분석은 2015 개정 교육과정을 비롯한 각 교육과정 시기에 따른 국정 교과서에 한해서 이루어져 왔다. 교육부(2019)는 다양하고 창의적인 교과서 발행을 통한 교육과정 자율화를 지원하고, 경쟁을 통한 품질 향상 및 교사·학생의 선택권 보장을 도모하고자 기존의 초등 국정 교과서를 단계적으로 검정 체제로 전환한 바 있다. 2022년에 3, 4학년에 적용된 검정 교과서 체제가 2023년부터는 5, 6학년으로 확대 적용된다. 현재 검정을 통과한 10종의 교과서가 다양하고 창의적인 맥락 속에서 원주율 개념에 대한 깊이 있는 학습을 위해 어떠한 구성을 하고 있는지를 살펴볼 필요가 있다. 본 연구의 결과는 새로운 2022 개정 교육과정에 따른 검정 교과서 개발을 앞두고 있는 시점에서 원주율 단원의 설계와 집필 방향에 도움을 줄 수 있다.

이에 본 연구에서는 원주율 개념의 여러 가지 속성에 초점을 맞추어 초등학교 수학 교과서에서 원주율 개념을 어떻게 지도하고 있는지를 살펴보고자 한다. 특히 2023년부터 적용될 예정인 초등학교 수학 6학년 2학기 검정 교과서 분석을 통해 교과서에서 원주율을 지도하는 방안과 관련된 시사점을 도출하여 후속 교과서 개발에 개선점을 제안할 것이다.

II. 연구의 배경

1. 이론적 배경

가. 원주율 계산법의 발달과 개념화

원주율 개념과 관련된 선행연구들은 주로 수학의 역사에서 원주율 개념의 발생과 계산 방법의 발달을 다루거나(Baravalle, 1969; Beckmann, 1971) 원주율 개념에 내포된 다양한 속성에 초점을 맞추었다. ‘원주율은 인류의 역사를 비출 수 있는 거울(Beckmann, 1971)’로 비유될 정도로 역사적으로 원주율의 정밀도가 한 국가의 수학 수준을 평가하는 기준이 되기도 하였으며, 고대 국가로부터 현대에 이르기까지 원주율을 사용하고 계산법을 지속적으로 연구하는 과정에서 원주율의 다양한 속성들이 수학적으로 정교화되고 개념화되었다. 대표적으로 원주율이 원주보다는 원의 넓이와 관련해서 연구되어 왔기 때문에 원과 같은 넓이의 정사각형을 작도하는 원적 문제

의 해결 과정에서 π 가 초월수임을 밝힌 새로운 수학적 지식의 발견으로 연결되기도 하였다.

원주율 계산 방법의 역사적 발달을 살펴본 Baravalle(1969)는 많은 실험을 통해 원주율의 근삿값을 경험적으로 추측한 방법로부터 아르키메데스의 고전적 방법을 거쳐 대수적 방법과 정교한 이론적 방법으로 발전되어왔다고 설명한다. 정동권(1998)은 이를 보완하여 원주율 π 의 근삿값 계산의 역사적 발달 단계를 실험적 방법에 의한 추측 단계, 고전적 방법에 의한 산출 단계, 해석학적·대수적 방법에 의존하는 단계, 전자계산기에 의한 대량 사냥 단계로 명명하였다. 최근에는 강향임과 최은아(2015)가 기존에 수행된 선행연구를 분석하여 원주율 계산법의 역사적 발달을 4단계로 정리한 바 있다. 연구자들은 첫 번째 경험적 추측 단계를 원적 문제나 원주에 근사하는 외접 다각형 문제에서 경험적 측정을 통해 원주율을 추측하는 수준으로 설명하였다. 두 번째 기하적 근사 단계는 원에 외접, 내접하는 다각형의 둘레와 비교하여 원주의 상한과 하한을 구한 아르키메데스 방법과 그 변형의 시기이다. 아르키메데스는 다각형의 변의 수를 더 이상 늘리지 않고 의도적으로 정96각형에서 멈추었다고 볼 수 있는데, 그 이유는 재귀적 알고리즘을 통해 원하는 만큼 정밀한 원주율의 근삿값을 구할 수 있다는 성질, 즉 원주율의 근사성을 인식했기 때문이다(최영기, 홍갑주, 2008). 세 번째 대수적 접근 단계는 원주율 π 를 수렴하는 무한곱을 통해 근사한 Viète 공식으로 시작된다(Boyer, 1968). 무한 연분수, 급수 등의 해석적 표현으로 원주율을 계산한 시기이다. 원주율의 대수적 계산의 의의는 원주율 값의 정밀함보다는 원주율 π 가 유리수가 아님을 보인 Lambert의 증명이나 π 가 대수적인 수가 아님을 보인 Lindemann의 증명과 같은 새로운 수학적 지식의 발견에 있다(Cajori, 1905). 마지막 확률적 방법과 컴퓨터를 이용한 계산 단계는 Buffon의 바늘문제를 해결하는 과정에서 시작되었으며, 여기에는 서로 독립된 사건을 여러 번 시행하여 그 결과를 실험적으로 관찰하여 수치를 구하는 확률적 접근 방법이 내포되어 있다. ‘몬테카를로법’이라고 불리는 이 방법은 컴퓨터 기반 시뮬레이션 기능으로 더욱 강력해졌으며, 컴퓨터 프로그래밍에 의해 보다 정밀한 원주율 값을 찾는 것이 가능해졌다고 볼 수 있다.

원주율의 역사에 관한 선행연구들은 원주율의 계산방법의 발달뿐 아니라 원주율의 여러 가지 의미와 속성의 개념화를 다루고 있다(구광조, 라병소, 1997; 최영기, 홍갑주, 2008; Baravalle, 1969; Beckmann, 1971; Boyer, 1968; Burke & Taggart, 2002; Linn & Neal, 2006; Scott, 2008; Smith, 1925). 강향임과 최은아(2015)는 선행연구들을 요약하여 원주율의 의미를 측도, 상수, 무리수, 초월수 관점에서 살펴보았으며, 최은아(2018)는 원주율 개념을 비율, 측도, 상수, 몫, 무한 속성으로 재정리하였다.

<표 II-1> 원주율의 여러 가지 속성

| 속성 | 설명 |
|----|--|
| 비율 | 원주율은 길이라는 동일한 속성을 가진 두 양인 지름과 원주의 곱셈적 관계를 나타낸다. |
| 측도 | 원주율은 지름을 단위로 원주를 측정할 때 원주가 지름의 몇 배인지를 수치화한 값이다. |
| 상수 | 모든 원은 닮은 도형이므로 동심원의 경우에 두 원의 둘레와 지름의 비는 항상 일정하다. |
| 몫 | ‘원주 ÷ 지름 = 원주율’이라는 계산식과 연결된다. |
| 무한 | 원주율 π 는 순환하지 않는 무한소수이다. |

가장 기본적 속성인 비율 속성은 원주율이 ‘원의 지름에 대한 원주의 비율’로 정의된다는 것에 기인한다. 비율 속성은 원주율이 길이라는 동일한 속성을 가진 두 양, 즉 지름과 원주 사이의 곱셈적 관계를 나타낸다는 것을 의미한다. 측도 속성은 지름을 단위로 원주를 측정할 때 원주가 지름의 몇 배인지를 수치화한 값으로 원주율을 해석하는 것이다. 아르키메데스에 의해 밝혀진 상수 속성은 모든 원은 닮은 도형이므로 동심원의 경우에 두 원의 둘레와 지름의 비는 항상 일정하다는 것을 의미한다(구광조, 라병소, 1997). 원주율이 지름에 대한 원주의 비로 정의된다는 것 자체가 이 비가 항상 일정하다는 것을 전제로 하기 때문에 상수 속성은 비율 속성에 내포되어 있다. 몫 속성은 ‘원주 ÷ 지름 = 원주율’이라는 계산식과 연결되는 것으로, 원주를 지름으로 나눈다는 것 또

한 원주율의 비율 속성과 연결된다. 마지막 무한 속성은 원주율 π 는 순환하지 않는 무한소수라는 것이다. 재귀적 알고리즘에 의해 원에 내접, 외접하는 다각형의 변의 수를 증가시키으로써 원하는 만큼의 정밀한 원주율 값을 구할 수 있다는 아르키메데스 알고리즘은 무한의 아이디어가 내포된 원주율의 근사성과 연결된다.

한편 허선희(2019)는 수학적 연결성 측면에서 초등수학에서 중학교, 고등학교 수학에 이르는 다양한 학교수학의 개념과 연결되는 원주율에 대한 내용지식을 9가지로 나누어 살펴보았다. 초등수학에서 원주율은 6학년 2학기 측정 영역에서 ‘원의 지름에 대한 원주의 비율’로 도입되고 있으므로 연결된 내용지식은 비와 비율로 설명된다. 중학교 수학에서 원주율은 정비례, 함수, 닮음, 무리수, 초월수 등 다양한 내용 요소와 연결된다. 지름과 원주를 정비례 관계로 이해하는 것은 $\frac{\text{원주}}{\text{지름}}$ 가 일정하고 그 값이 불변량으로서 원주율임을 드러낼 수 있으며, 함수와의 연결은 원주 y 와 지름 x 의 관계식 $y = \pi x$ 의 그래프를 탐구하는 과정에서 지름과 원주의 공변성에 초점을 맞추는 것이다. 닮음 단원은 모든 원이 모두 닮음이므로 지름과 원주의 비가 일정하다는 원주율의 상수성과 불변성을 이해시키기에 적합하다. 원주율이 무리수임을 지도할 때는 π 가 순환하지 않는 무한소수라는 것뿐만 아니라 실재하는 수로서 수직선에 대응하는 점이 존재하는 실수라는 점을 강조하는 것이 필요하다. 초월수로서의 원주율은 π 의 작도 불가능성을 중학교 1학년 작도 단원의 소재로 제시하거나 수와 기하의 연결성의 사례로서 π 의 작도 불가능성을 제시하는 것이다. 고등학교 수학에서는 호도법과 통계적 확률을 원주율과 연결되는 내용 요소로 제시하고 있다. 호도법에서는 라디안이 원의 반지름을 기본 단위로 설정한 이유를 생각해보게 함으로써 π 와 연결할 수 있으며, 통계적 확률에서는 원주율과 관련된 확률 실험인 Buffon의 바늘 문제와 정사각형에 내접하는 원을 이용한 몬테카를로법 문제를 다루는 과정에서 원주율과 연결가능하다.

이상에서 살펴본 바와 같이, 원주율은 계산 방법의 역사적 발달 과정에서 여러 가지 속성이 개념화되었으며 학교 수학의 다양한 내용 요소와 내적으로 연결되는 복합적 개념이라 할 수 있다. 다음 절에서는 이러한 원주율의 다의적 측면이 학교 수학에서 어떻게 지도되고 있는지에 대해서 초등학교 6학년 수학의 원주율 단원을 중심으로 살펴볼 것이다.

나. 원주율 지도에 관한 선행연구

원주율과 관련된 교수학적 관점의 연구는 크게 원주율에 대한 학생들의 이해를 살펴본 연구와 교육과정과 교과서에서 원주율을 어떻게 지도하고 있는지를 살펴본 연구로 나누어 볼 수 있다. 전자의 경우로 신대윤(2009)은 원주율의 근사값에 대한 초등학생의 이해를 조사하여 원주율을 3으로 학습한 집단이 그렇지 않은 집단에 비해 원과 원기둥 단원의 학업성취도에서 통계적으로 유의미한 차이가 있음을 보여주었다. 강항임과 최은아(2015)는 초등수학 영재교육 대상자 12명을 대상으로 원주율 개념에 대한 이해정도를 조사하였는데, 학생들이 ‘원주율 = 3.14’라는 사과의 고착화로 인하여 원주율의 의미와 근사성, 무한성을 미흡하게 이해하고 있다는 점과 원주율과 원주율의 근사값을 혼동하는 오류를 보인다는 점, 원주율을 ‘(원주) ÷ (지름)’의 대수적인 식으로 이해하려는 성향, 원주율의 상수성과 무한성에 대한 이해가 깊지 않다는 점을 드러내었다. 연구자들은 원주율 지도의 시사점으로 원의 지름을 단위 길이로 하여 원의 둘레를 측정하여 얻을 수 있는 값으로 원주율을 도입할 것과 공학적 도구 등을 활용하여 직관적인 이해를 도모하고 원주율의 다양한 의미 학습이 가능하도록 다양한 상황을 제시할 것을 제안하였다. 원주율 이해 정도를 중학생을 대상으로 조사한 연구로는 조혜정(2006)과 허선희(2019)를 살펴볼 수 있다. 조혜정(2006)은 중학생 79명을 대상으로 원주율에 대한 이해도와 측정 활동을 통한 학습 경험을 조사하여 상당수의 학생들이 원주율을 ‘지름의 길이에 대한 원주의 비’로 이해하지 못하고 있다는 점과 중학교 1학년에서 원주율 π 를 배운 후에도 사과의 고착화로 인하여 π 가 아니라 근사값 3.14를 사용하여 계산한다는 점을 함을 밝혔다. 허선희(2019)는 중학교 3학년 학생 29명을 대상으로 비율, 정비례 관계에서 원주율을 어떻게 이해하고 있는지를 조사하여 50%가 넘는 학생들이 원의 지름과 원주 사이의 곱셈적 관계를 직관적으로 이해하지 못

하고 있는 점과 약 83%의 학생들이 원주와 원의 지름 사이의 정비례 관계를 답하였지만 두 양 사이의 관계식이나 공변성을 설명한 학생은 소수였다는 점, 비례상수로서 원주율을 설명하거나 모든 원은 닮은 도형이므로 같다고 설명한 학생은 극소수에 불과했다는 점 등 원주율에 대한 학생들의 미흡한 이해를 드러내었다.

한편, 최근에는 교육과정과 교과서에서 원주율을 어떻게 지도하고 있는지를 살펴본 연구가 수행되었다. 최은아(2018)는 한국과 일본, 싱가포르, 미국 수학 교과서에서 원주율의 속성이 어떻게 다루어지고 있는지를 비교 분석하였다. 한국은 'A에 대한 B의 비'라는 비의 정의 형식에 맞추어 정의하는 반면에 일본과 미국은 'B는 A의 몇 배'라는 형식으로 정의하고 있음을 제시하고 있다는 것과 지름의 길이에 해당하는 끈을 만들어 이 끈을 단위로 하여 원 둘레를 감아보는 활동을 제시함으로써 원주율을 도입하는 측정 활동을 측도 속성이 좀 더 부각되게 구성한 미국 교과서 사례와 원주가 지름의 몇 배인지에 대한 답은 원의 크기에 상관없으며 그 값은 변하지 않고 일정한 수라는 설명을 제시한 싱가포르와 미국 교과서 사례를 보여주었다. 연구자는 측도 속성이나 상수 속성 등 원주율의 다양한 의미를 이해하기 위해 '(원주)÷(지름)=(원주율)'이라는 몫 속성을 일정 동안 의도적으로 유예시키는 방안과 원주율의 근삿값을 상황에 따라 적절하게 선택할 수 있는 활동을 제공할 것을 시사점으로 제안하고 있다.

임훈택, 고은성, 황은지(2022)는 우리나라 역대 교육과정에 따른 교과서에 대해서 종적 분석을 시도하였다. 측정 속성은 모든 교육과정에서 명시적으로 다룬 반면에 비율, 상수, 몫, 무한 속성은 교육과정별로 차이를 보였다는 점과 원주율 계산 방법에서는 경험적 추측과 기하적 근사 방법이 다루어졌음을 밝혔다. 예를 들어, 상수 속성 활동은 1차, 4차부터 2015 개정 교과서에서 다루고 있으며, 상수 속성을 명시적으로 기술한 교육과정은 7차와 2009 개정 교육과정이었다. 측정 속성의 경우에도 지름과 원이 굴러간 거리를 모두 제시한 경우(2차, 3차)와 학생들이 물건의 원주와 지름을 직접 측정하는 활동으로 제시한 경우(1차, 5차, 7차, 2007 개정, 2009 개정), 계산 결과가 3.14와 유사한 값이 나오는 원주와 지름을 제시하여 측정하도록 한 경우(4차, 6차), 원주와 지름을 직접 측정하는 활동과 제시된 원주와 지름을 이용하는 경우를 모두 제시한 경우(2015 개정) 등 다양한 모습을 보이고 있다. 연구자들은 직접 측정한 값을 이용하는 방법과 주어진 값을 이용하는 방법이 학생들의 원주율에 대한 이해에 어떠한 영향을 미치는지 실증연구가 이루어질 필요가 있음을 제안하였다.

이상에서 살펴본 원주율 지도에 관한 선행연구에서 핵심적으로 강조하는 것은 원주율을 '(원주)÷(지름)'의 계산식으로만 이해할 것이 아니라 측정 활동을 통해 지름과 원주 사이의 비율로서 원주율 개념을 추론할 것과 원주율의 여러 가지 속성을 경험할 수 있는 다양한 맥락의 제공, 적절한 원주율을 선택하여 문제해결에 적용하는 것으로 정리할 수 있다.

2. 연구방법 및 절차

가. 연구 절차

본 연구는 원주율에 대한 깊이 있는 개념적 학습을 위한 지도 방안을 탐색하기 위하여 2015 개정 교육과정에 따른 국정 교과서와 검정 교과서 10종의 원주율 관련 구성 내용에 대한 분석을 포함한 연구 절차를 다음과 같이 진행하였다.



[그림 II-1] 4단계의 연구 절차

먼저 1단계는 탐구활동의 내용 설계를 위한 이론적 기초 작업으로 원주율 개념의 여러 가지 속성을 다룬 선행연구를 살펴보고, 추가적으로 원주율 지도와 관련하여 우리나라 역대 교육과정 또는 다른 나라의 교육과정과 비교 분석을 수행한 선행연구를 살펴보는 단계이다. 이미 1절에서 기술한 바와 같이, 선행연구 분석을 통해 확인한 원주율 개념의 본질인 다섯 가지 속성을 토대로 다음 단계에서 수행할 교과서 분석의 틀의 핵심 기준을 설정한 것이 연구의 2단계이다. 3단계는 2015 개정에 따른 국정 교과서와 2023학년도부터 새롭게 적용되는 초등학교 6학년 검정교과서 10종을 이전 단계에서 설정한 분석 기준에 따라 분석하는 단계이다. 4단계에서는 교과서 분석 결과를 원주율의 다섯 가지 속성에 기반하여 기술하고 학교 수학에서 원주율 개념을 지도하는데 유의미한 교수학적 시사점을 논의할 것이다.

나. 분석 대상

본 연구의 3단계에서 분석한 교과서는 원주율을 다루고 있는 초등학교 6학년 2학기 수학 교과서로, 현재 2015 개정 교육과정에 따른 국정 교과서와 2023년부터 현장에 적용될 예정인 교과용 도서 검정에 합격한 10종의 교과서가 해당된다. 해당 교과서들은 2015 개정 교육과정의 성취기준 “[6수03-07] 여러 가지 등근 물체의 원주와 지름을 측정하는 활동을 통하여 원주율을 이해한다”와 “[6수03-08] 원주와 원의 넓이를 구하는 방법을 이해하고, 이를 구할 수 있다”를 다루기 위해 2개 내지 4개에 해당하는 소단원을 구성하고 있다. 본 연구에서 분석한 검정 교과서를 출판사명을 오름차순으로 정리하면 <표 II-2>와 같다. 다만, 본 연구의 분석 목적이 검정 교과서 간의 상대적 비교에 있지 않은 관계로, 10종의 교과서에 알파벳 A부터 J를 임의로 부여하여 표기할 것이다.

<표 II-2> 분석 대상 수학 6-2 교과서 목록

| 출판사 | 성취기준 [6수03-07] 원주율 개념 | | 성취기준 [6수03-08] 원주 구하기 | | 코드 |
|-----------------|-------------------------------------|---------|--|---------|----|
| | 소단원 | 쪽수 | 소단원 | 쪽수 | |
| (주)천재교육 | 원주와 지름의 관계를 알아볼까요 원주율을 알아볼까요 | 92-95 | 원주와 지름을 구해볼까요 | 96-97 | 국정 |
| (주)금성출판사 | 원주율 | 90-93 | 원주와 지름 구하기 | 94-95 | |
| (주)대교 | 원주와 지름의 관계를 알아볼까요 원주율을 알아볼까요 | 108~111 | 원주와 지름을 구해볼까요 | 112~113 | |
| (주)동아출판(박) | 원주와 지름 사이의 관계를 알아볼까요 원주율을 알아볼까요 | 102~105 | 지름을 알 때 원주를 구해볼까요 원주를 알 때 지름을 구해볼까요 | 106~109 | |
| (주)동아출판(안) | 원주와 지름의 관계를 알 수 있어요 원주율을 알 수 있어요 | 106~110 | 원주율을 알 수 있어요 | 111 | |
| (주)미래엔 | 원주와 지름의 관계를 알아봐요 원주율을 알아봐요 | 104~107 | 원주와 지름을 구해요 | 108~109 | |
| (주)비상교육 | 원주를 알아볼까요 원주율을 알아볼까요 | 94-97 | 원주율을 알아볼까요 | 98-99 | |
| (주)아이스크림 미디어 | 원주와 지름의 관계를 알아볼까요 원주율을 알아볼까요 | 104~107 | 원주와 지름을 구해볼까요 | 108~109 | |
| (주)와이비엠 | 원주와 지름의 관계를 알아볼까요 원주율을 알아볼까요 | 108~111 | 원주와 지름을 구해볼까요 | 112~113 | |
| (주)천재교육(박) | 원주와 지름의 관계를 알아볼까요 | 96-99 | 원주와 지름을 구해볼까요 | 100~101 | |
| (주)천재교육(한) | 원주와 지름의 관계를 알아볼까요 원주율을 알아볼까요 | 107~110 | 원주와 지름을 구해볼까요 | 111~112 | |

다. 분석 기준

1절에서 살펴본 최은아(2018)의 연구를 비롯한 원주율의 속성과 지도와 관련된 선행연구의 핵심적인 아이디어와 제언을 바탕으로 원주율 지도 방안을 분석하기 위한 기준을 설정하였다. 먼저 분석 항목으로 개념 추론하기, 속성 이해하기, 관계 적용하기를 설정하고, 각 항목에 따른 분석의 초점을 <표 II-3>과 같이 도출하였다.

<표 II-3> 분석 기준

| 분석 항목 | 분석의 초점 |
|---------|--|
| 개념 추론하기 | · 원주와 지름의 관계 추론을 위한 어림 활동은 어떻게 구성되는가? · 원주와 지름의 관계 추론을 위한 측정 활동은 어떻게 구성되는가? |
| 속성 이해하기 | · 원주율의 정의와 설명에서 비율, 측도, 몫, 상수성은 어떻게 드러나는가? · 원주율의 무한 속성은 어떻게 드러나며 근삿값은 어떻게 제시되는가? |
| 관계 적용하기 | · 원주 또는 지름을 구하는 과정에서 어떠한 원주율 속성이 집중되는가? · 원주 또는 지름을 구하는 과정에서 보조 도구는 어떻게 활용되고 있는가? |

‘개념 추론하기’ 항목에서는 2015 개정 교육과정의 성취기준에서 강조하고 있는 측정 활동을 통한 원주율 지도가 각 교과서의 도입 활동에서 어떻게 반영되고 있는지를 살펴본다. 성취기준은 여러 가지 등근 물체의 원주와 지름을 측정하는 활동을 특정하고 있는 바, 지름과 원주의 관계를 추론하기 위한 어림 활동과 측정 활동을 살펴본다. ‘속성 제시하기’ 항목에서는 원주율의 형식적 정의와 개념 설명에서 비율, 측도, 몫, 상수성, 무한 속성 등 원주율의 여러 가지 속성들이 어떻게 다루어지고 있는지를 분석한다. 특히 무한 속성과 관련해서는 원주율의 근삿값 선택의 자유성 등 원주율의 근삿값이 제시되는 방식을 살펴본다. ‘관계 적용하기’ 항목에서는 원주율 설명에서 제시된 계산식 ‘(원주율)=(원주)÷(지름)’의 관계를 변형하여 원주와 지름을 구하기 위해 원주율을 적용하는 과정을 살펴본다. 예를 들어 지름을 알 때 원주를 구하거나 원주를 알 때 지름을 구하는 과정에서 어떤 원주율 속성이 집중되어 드러나고 있는지와 원주율을 적용하는 문제해결에서 계산기를 포함한 공학 도구가 어떻게 사용되고 있는지를 살펴본다.

이상의 분석 기준에 따라 각 소단원 본문에 제시된 단원의 도입 활동, 개념 설명, 활동 문제, 단원 확인 문제 등 서술 전체를 분석한다. 특히 검정 교과서의 도입이 원주율 지도에 있어서 학생의 학습권과 교사의 선택권을 지원하기 위해 어떠한 형태의 다양하고 창의적인 맥락을 제공하고 있는지를 살펴볼 수 있는 기회가 될 것이다.

III. 연구 결과 및 논의

1. 측정 활동을 통한 원주율 개념 추론하기

원주율 개념에 대한 2015 개정 교육과정의 성취기준은 “[6수03-07] 여러 가지 등근 물체의 원주와 지름을 측정하는 활동을 통하여 원주율을 이해한다”로, 원주율 개념 학습을 위해 원주와 지름을 측정하는 활동을 특정하고 있다. 측정 활동을 강조하는 것은 새로운 2022 개정 교육과정의 성취기준에서도 동일하다. 분석 대상인 2015 개정 검정 교과서 10종 모두 원주와 지름의 관계를 알아보기 위하여 제시하고 있는 원주율 지도 순서는 국정 교과서와 동일하였고, 원주와 지름의 관계를 추론하는 맥락에서 약간의 차이가 있었다.

먼저 2015 개정 교육과정에 따른 국정 교과서는 교육과정의 성취기준을 반영하여 원주와 지름을 측정하는 활

등을 통해 원주율 개념을 도입하고 있다. [그림 III-1]과 같이 국정 교과서에서의 ‘원주율 개념 추론하기’ 지도는 ① 원의 지름과 원의 둘레의 관계에 대한 맥락 제시하기 ② ‘원주’ 정의하기 ③ 내접하는 정육각형과 외접하는 정사각형의 둘레가 지름의 몇 배인지를 이용하여 원주가 지름의 몇 배인지 어렵하기 ④ 원 모양의 구체물의 원주를 직접 측정하기 ⑤ 직접 측정 결과를 이용하여 (원주)÷(지름) 계산하기 ⑥ 주어진 측정값을 이용하여 (원주)÷(지름) 계산하기 순서로 전개되며 이후에 ‘원주율’을 정의한다.

2 정육각형의 둘레와 원의 지름을 비교해 봅시다.

- 정육각형의 둘레를 자로 재어 수직선에 표시해 보세요.

원의 지름

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10(cm)

- 정육각형의 둘레는 원의 반지름의 몇 배일까요?
- 정육각형의 둘레는 원의 지름의 몇 배일까요?
- 원주와 정육각형의 둘레를 비교해 보세요.

(원주) ○ (정육각형의 둘레)

3 정사각형의 둘레와 원의 지름을 비교해 봅시다.

- 정사각형의 둘레를 자로 재어 수직선에 표시해 보세요.

원의 지름

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10(cm)

- 정사각형의 둘레는 원의 지름의 몇 배일까요?
- 원주와 정사각형의 둘레를 비교해 보세요.

1 원주는 지름의 약 몇 배인지 정리해 봅시다.

원주는 지름의 배보다 길고, 배보다 짧습니다.

2 원 조각과 종이 자를 이용하여 원주는 지름의 몇 배인지 알아봅시다. **준비물 3**

원 조각을 종이 자에 옮기고 돌려 보자.

4 cm

- 세 원 조각의 지름과 원주를 재고, (원주)÷(지름)을 구해 보세요.

| 원 조각 | 원주(cm) | 지름(cm) | (원주)÷(지름) 반올림하여 소수 첫째 자리까지 |
|------|--------|--------|----------------------------------|
| 가 | | | |
| 나 | | | |
| 다 | | | |

원의 크기에 상관없이 (원주)÷(지름)의 값은 변하지 않아.

- 원주와 지름 사이에는 어떤 관계가 있는지 말해 보세요.
- 원주는 지름의 약 몇 배인가요?

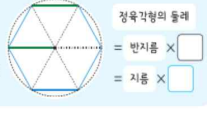
[그림 III-1] 2015 개정 교육과정의 국정 교과서(교육부, 2019, 92-93쪽)

다음으로 원주와 지름의 관계 추론을 위한 맥락으로 ‘어림’ 활동을 살펴보았다. 그 결과 8종(A, I 제외)의 교과서에서 국정 교과서에서 제시된 ‘내접하는 정육각형과 외접하는 정사각형의 둘레가 지름의 몇 배인지를 이용하여 원주가 지름의 몇 배인지 어렵하기’가 유사하게 활용되고 있었다. 예를 들어 [그림 III-2]의 왼쪽 그림과 [그림 III-1]은 정다각형을 활용한 유사한 맥락임을 알 수 있다. 8종의 교과서들은 내접 정육각형의 둘레가 지름의 3배이고 외접 정사각형의 둘레가 지름의 4배라는 사실로부터 원주가 지름의 3배보다 길고, 4배보다 짧다는 사실을 추론하도록 하였다. 이는 정다각형이 원주를 어렵하도록 돕는다는 선행연구의 제안을 적극적으로 반영한 것으로 볼 수 있다. 2종(A, I)의 교과서에서는 정다각형의 맥락을 생략하거나 다른 맥락을 활용하여 어렵하도록 하였다. 구체적으로 교과서 A의 경우 발문 제시와 원주 용어 도입 후에 내접 정육각형과 외접 정사각형을 이용한 어렵 활동을 생략한 경우이며, 교과서 I는 정다각형을 이용한 어렵 활동 대신에 원의 지름만큼 끈을 잘라 원주를 감아보는 활동으로 어렵 활동을 대체한 경우이다. 역대 교육과정 시기와 연결지어 본다면, 교과서 A는 2009 개정 교육과정의 방식을 따르고 있고, 교과서 I는 7차 교육과정의 방식을 취하고 있다고 할 수 있다. 한편 [그림 III-2]의 오른쪽 사례인 교과서 G는 외접 및 내접 정다각형을 이용한 원주율의 어렵 활동 이전에 또 다른 어렵 활동을 추가한 경우이다. 이 사례는 500원짜리 동전의 둘레에 해당하는 털실을 펼친 후에 500원짜리 동전을 나란히 붙이는 활동을 하게 함으로써 원의 둘레가 지름의 약 3배에 해당함을 어렵하게 하고 있다. 실생활에서 쉽게 찾아볼 수 있는 동전이라는 구체물을 이용하여 지름과 원주의 관계를 추론하도록 한 것은 실생활과 연계한 학습이라는 측면과 검정 교과서 도입 목적인 맥락의 다양성 측면에서 의미 있는 활동으로 볼 수 있다.

2 원주가 원의 지름의 몇 배인지 어렵해 봅시다.

- 정육각형의 둘레는 원의 지름의 몇 배인가요?

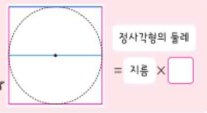
정육각형의 한 변의 길이는 원의 반지름과 같아



정육각형의 둘레 = 반지름 ×

= 지름 ×
- 정사각형의 둘레는 원의 지름의 몇 배인가요?

정사각형의 한 변의 길이는 원의 지름과 같아





정사각형의 둘레 = 지름 ×
- 원주는 지름의 약 몇 배인지 정리해 보세요.

(원주) > (정육각형의 둘레) → (지름) × 배보다 길고,
 (원주) < (정사각형의 둘레) → (지름) × 배보다 짧습니다.

Q 원주와 지름의 관계 알아보기 준비물 6

- 500원짜리 동전의 둘레를 따라 표시해 보세요.


- 500원짜리 동전의 둘레를 털실로 두른 후 펼쳤습니다. 털실 위에 준비물 6의 500원짜리 동전을 나란히 붙여 보세요.

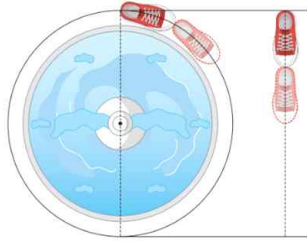

- 500원짜리 동전의 둘레는 동전의 지름의 몇 배쯤인가요?

원의 둘레를 **원주**라고 합니다.

[그림 III-2] 원주와 지름의 관계의 어린 사례(교과서 B)와 실험관찰을 통한 어린 사례(교과서 G)

이어서 원주와 지름의 관계 추론을 위한 맥락으로 ‘측정’ 활동의 측면에서 살펴보았다. 그 결과 7종의 교과서(A, B, D, E, F, G, I)는 기존의 국정 교과서의 방식대로 원 조각과 종이 자를 이용한 측정 활동과 사물에 대한 직접 측정 활동을 모두 제시하고 있었다. 원 모양의 여러 가지 대상에 대한 측정 활동을 통해 얻은 지름과 원주의 측정값 사이의 관계의 규칙성을 추측하도록 하는 것은 귀납추론에 해당한다. 대부분의 교과서가 지름에 대한 원주의 비율로서 원주율을 도입하는 맥락은 귀납추론의 관점에서 구성되어 있다고 볼 수 있다. 나머지 3종에서, 교과서 C와 교과서 J의 경우는 사물에 대한 측정 활동을 생략하였는데 측정을 강조하고 있는 현 교육과정의 측면에서 직접 측정 활동의 생략은 다소 아쉬운 부분이라고 할 수 있다. 반면에 교과서 H는 타 교과서와는 다른 방식의 측정 활동을 포함하였다. 원 조각과 종이 자를 이용한 실험·관찰 활동을 제시한 국정 교과서와 7종의 검정 교과서와 달리 임의 단위를 이용한 측정 활동을 제시하고 있다. [그림 III-3]의 왼쪽 그림에서 확인할 수 있듯이, 임의 단위 역할을 하는 붙임 딱지를 주어진 원 모양의 그림의 둘레와 지름에 각각 붙인 다음에, 두 길이의 붙임 딱지 개수를 비교하는 방법으로 원주와 지름의 관계를 추측하도록 하고 있다. 이에 대해 임의 단위를 통한 측정과 두 길이의 비율 개념을 다루고 있다는 점에서 의미 있는 활동이라고 판단하였다. [그림 III-3]의 오른쪽 사례는 대부분의 교과서가 측정 활동을 통해 얻은 원주와 지름의 측정값을 ‘(원주) ÷ (지름)’으로 계산하도록 요구하는 것과 달리 ‘지름에 대한 원주의 비율’로 계산하도록 한 경우이다. 이 사례는 바로 이어지는 원주율의 정의와 일관성 있는 표현을 사용함으로써 원주율 개념을 ‘비율’ 속성으로 이해하는 것을 돕는다는 장점이 있다.

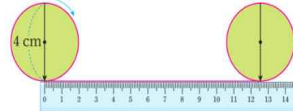
2 분수대 바깥쪽 원 모양의 둘레와 지름의 몇 배인지 구해 봅시다.



- 분수대 바깥쪽 원 모양의 둘레와 지름에 붙임 딱지를 이어 붙여 보세요.
- 붙임 딱지의 수로 분수대 바깥쪽 원 모양의 둘레는 지름의 몇 배쯤인지 구해 보세요.

052 원과 종이 자 이용하기

• 크기가 다른 원에서 다음과 같이 원주를 재고, 지름에 대한 원주의 비율을 반올림하여 소수 첫째 자리까지 나타내어 보세요.



| 지름 (cm) | 원주 (cm) | 지름에 대한 원주의 비율 |
|---------|---------|---------------|
| 4 | 약 12.5 | |
| 5 | | |
| 6 | | |
| 8 | | |

• 표를 보고 알 수 있는 것을 말해 보세요.



[그림 III-3] 임의 단위를 통한 측정 활동 사례(교과서 H)와 ‘뫼’ 대신 ‘비율’로 접근한 사례(교과서 E)


한편, 실생활과 연계된 학습이라는 측면에서 원주율의 도입 맥락에서 활용된 원 모양의 구체물을 살펴보았다. 원주율 개념 추론하기의 ②단계 ‘원주’ 정의하기를 위한 도입 맥락에서 활용한 원 구체물은 실생활 관련 구체물이 8종, 즉 자전거 바퀴 6종, 홀라후프 1종, 동전 1종으로 확인되었으며, 2종의 교과서에서는 원 모양의 그림이 활용되었다. 그런데 전형적인 원 구체물의 제시만으로는 원주와 지름의 관계를 탐구해야 할 필요성이 보장되지 못한다는 점에서 검정 교과서의 도입 맥락은 다소 아쉬운 측면이 있다. 실제 측정을 해야 하는 동기를 제공하는 문제 상황의 제시가 원주율 학습의 적극적인 동기유발로 이어질 것이기 때문이다.

2. 원주율의 다의적 속성 제시하기


2015 개정 검정 교과서의 원주율 단원은 국정 교과서의 구성 방식과 동일하게 원주율의 도입 활동에 이어서 원주율 정의가 제시된다. 원주율 개념에 대한 정의와 설명에서 드러나는 원주율의 여러 가지 속성, 즉 비율, 측도, 뫼, 상수, 무한성은 교과서별로 약간의 차이를 보이고 있었다.

가. 비율과 측도 속성

먼저 [그림 III-4]의 왼쪽은 2015 개정 국정 교과서에 제시된 원주율 정의와 관련 설명 그리고 사진 발문이다. 원주율은 ‘원의 지름에 대한 원주의 비율’이라고 약속되고 있는데, 이는 지름과 원주의 관계를 두 양 사이의 곱셈적 관계로 설명하는 방식이다. 원주율 지도에 대한 국가 간 비교 연구를 수행한 최은아(2018)에 따르면, 비율로서 원주율을 정의하는 우리나라 교과서와 달리, 일본과 미국 교과서는 ‘원주가 지름의 몇 배인지를 나타내는 수’라고 정의하고 싱가포르 교과서는 ‘원주를 지름으로 나눈 값’으로 정의한다. 원주율 개념을 ‘A에 대한 B의 비율’이라는 표현 방식에 맞추어 기술하는 것은 ‘B는 A의 몇 배’라는 표현 방식보다 형식화 수준이 높다고 할 수 있지만, 두 양 사이의 곱셈적 관계로서의 비율 속성을 드러낸다는 점에서 근본적으로 동일하다. 또한 별도의 원주율 개념의 정의 없이 계산식 ‘(원주율)=(원주)÷(지름)’을 제시하는 절차적 접근과 비교하면 상대적으로 개념적 이해를 강조하고 있다고 볼 수 있다. 본 연구의 분석 대상인 10종의 검정 교과서 모두 국정 교과서와 동일하게 원주율을 ‘원의 지름에 대한 원주의 비율’이라고 약속하고 있었다. [그림 III-4]의 오른쪽 검정 교과서 H의 사례에서도 비율 속성이 드러나는 원주율의 정의 방식을 확인할 수 있다.

시디(CD)를 이용하여 (원주)÷(지름)을 구하고, 원주는 지름의 몇 배인지 알아봅시다. 

| 시디(CD)에 있는 원 | 원주(cm) | 지름(cm) | (원주)÷(지름) |
|--------------|--------|--------|------------------|
| | | | 반올림하여 소수 둘째 자리까지 |
| 작은 원 | 4.7 | 1.5 | |
| 큰 원 | 37.7 | 12 | |


| 물건 | 원주(cm) | 지름(cm) | (원주)÷(지름) |
|--|--------|--------|--------------------------|
|  양초 | 17.9 | 5.7 | 17.9 ÷ 5.7 = 3.140350... |
| | | | |
| | | | |

- 원주는 지름의 약 몇 배인가요?
- (원주)÷(지름)으로 알 수 있는 사실을 말해 보세요.
- 원의 지름에 대한 원주의 비율은 어떠한지 이야기해 보세요.
- 원주는 지름의 몇 배인지 이야기해 보세요.

원의 지름에 대한 원주의 비율을 **원주율**이라고 합니다.

(원주율)=(원주)÷(지름)

원주율을 소수로 나타내면
3.1415926535897932.....와 같이 끝없이 계속됩니다. 따라서 필요에 따라 3. 3.1, 3.14 등으로 어림하여 사용하기도 합니다.



원의 지름에 대한 원주의 비율을 **원주율**이라고 합니다.

원주율 = 원주 ÷ 지름

원주율을 계산하면 3.1415926535...와 같이 끝없는 소수로 나타납니다. 원주율은 보통 3.14로 어림하여 사용하지만, 필요에 따라 3 또는 3.1로 어림하여 사용할 수도 있습니다.

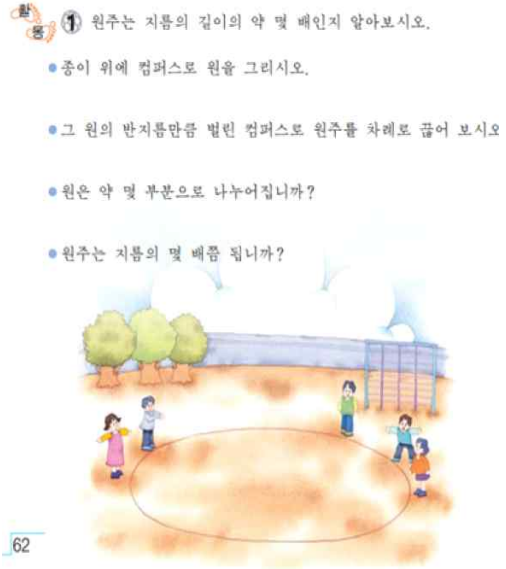
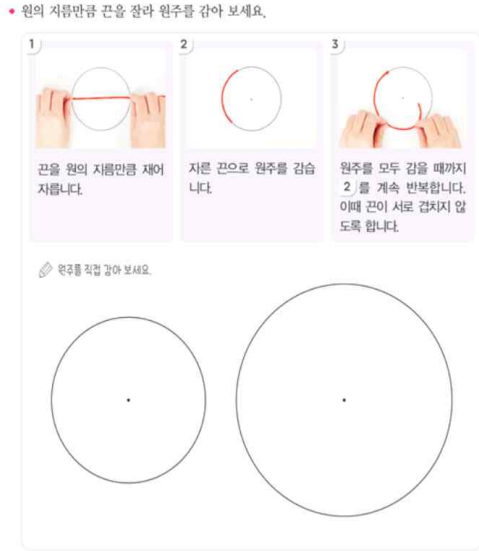
[그림 III-4] 원주율 개념에 대한 정의와 설명(좌: 국정교과서, 우: 교과서 H)

다만, 원주율 개념 정의에 앞선 측정 활동의 발문 내용에서 약간의 차이가 있음을 확인하였다. [그림 III-4]의 두 사례 모두 ‘원주는 지름의 몇 배’인지를 묻고 있지만, 왼쪽은 측정 활동을 통해 얻은 ‘(원주)÷(지름)’ 결과를 ‘뭣’ 형태의 계산식에 집중하도록 유도하는 반면에 오른쪽은 ‘원의 지름에 대한 원주의 비율’이라는 원주율의 정의와 일관된 비율 속성에 주목하도록 유도한다.

한편 ‘원주는 지름의 몇 배인가’라는 사전 발문은 지름과 원주의 비율로서의 의미뿐 아니라, 측정 상황에서 지름을 단위로 하여 몇 번을 반복해야 원주가 되는지, 즉 원주가 지름의 몇 배인지를 수치화하는 측도로서의 의미를 가진다. 이러한 원주율의 측도 속성은 교과서 E를 제외한 9종의 교과서에서 ‘원주는 지름의 몇 배’라는 표현에서 간접적으로 드러났다고 할 수 있다. 유일하게 교과서 E는 원주율을 도입하는 측정 활동의 모든 발문에서 일관되게 ‘원의 지름에 대한 원주의 비율’을 사용한 사례로 확인되었다.

그런데 원주율이 ‘원의 지름에 대한 원주의 비율’로 정의되어 비율 속성이 강하게 부각된다면 측도 속성으로 원주율을 이해하는 상황에서는 방해가 될 수 있다. [그림 III-5]의 교과서 I 사례는 원주율의 측도 속성을 명시적으로 잘 드러낸 경우라고 할 수 있다. 원의 지름만큼 자른 끈으로 원주를 모두 감을 때까지 반복한 다음에 이 끈이 원주에 몇 개 들어가는지를 발문하고 있는데, 이러한 방식은 원주가 지름의 몇 배인가라는 측면에서 본다면 비율 속성을 드러낸다고 볼 수 있지만, 지름이라는 임의 단위의 확인과 단위의 반복, 세기 전략에 의한 측정이라는 측면에서 본다면 측도 속성을 잘 드러내는 효과가 있다.

원주율 지도에 대한 우리나라 역대 교육과정의 교과서를 분석한 임훈택, 고은성, 황은지(2022)에 따르면, 7차 교육과정에 따른 교과서에서 이와 유사한 활동이 관찰된다. [그림 III-5]의 오른쪽 그림에서 확인할 수 있듯이, 7차 교과서 사례는 종이 위에 컴퍼스로 원을 그린 다음 반지름만큼 벌린 컴퍼스를 이용하여 원주를 차례로 끊어 보게 함으로써 원주가 지름의 몇 배에 해당하는지를 탐구하게 하고 있다. 대부분의 검정 교과서가 원 조각과 종이 자를 이용하여 사전 측정 활동을 구성한 것과 비교할 때, [그림 III-5]와 같이 원주 위를 지름을 단위로 해서 반복하여 세는 방식은 원주율의 측도 속성을 가장 잘 드러내는 방식이라고 할 수 있다.



• 원의 지름만큼 자른 끈이 원주에 약 몇 개 들어어나요?

[그림 III-5] 원주율의 측도 속성이 드러난 검정 교과서 I와 7차 교육과정에 따른 교과서 사례

나. 몫과 상수 속성

몫 속성은 교과서 내의 원주율의 여러 가지 속성 중에서 반복적인 형태로 가장 명시적으로 제시된 속성이라고 할 수 있다. [그림 III-4]의 사례에서도 확인할 수 있듯이, 원주율을 구하는 식 ‘(원주율)=(원주)÷(지름)’은 1절에서 언급한 ‘원주율 개념 추론하기’ 지도 순서 중 ‘⑤ 직접 측정 결과를 이용하여 (원주)÷(지름) 계산하기’와 ‘⑥ 주어진 측정값을 이용하여 (원주)÷(지름) 계산하기’에서 일차적으로 수행한다. 분석 대상인 10종 검정 교과서 모두 원 조각과 종이 자를 이용한 측정 활동 또는 구체적 사물에 대한 측정 활동을 통해 원주와 지름의 길이를 각각 측정한 다음, (원주)÷(지름)을 계산하도록 하여 이 결과값으로부터 알 수 있는 사실을 추론하도록 하고 있다. 결과값은 대부분 소수 둘째 자리까지 나타내도록 하고 있는데, 학생들은 이 활동을 통해 원주가 지름의 약 3.14배이라는 것과 지름에 대한 원주의 비율이 약 3.14라는 사실을 발견할 수 있다. 모든 검정 교과서에서 식 ‘(원주율)=(원주)÷(지름)’은 원주율이 ‘지름에 대한 원주의 비율’로 정의된 직후에 바로 제시된다. 교과서 J는 유일하게 몫으로서의 나눗셈식뿐만 아니라 분수식을 함께 표현하여 ‘(원주율)=(원주)÷(지름)= $\frac{원주}{지름}$ ’의 형태로 제시하고 있다. 그런데 원주율의 정의 직후에 나눗셈식 또는 분수식 형태의 몫 속성을 곧바로 제시하는 방식이 비율로서의 원주율 개념을 충분히 이해하고 음미할 기회를 방해하지는 않는지 고민해 볼 필요가 있다(최은아, 2018). 이와 관련하여 우정호(2017)는 ‘비율 조금히 몫인 분수로 나타내는 것은 초등수학에서 가장 수학적인 내용인 비에 대한 통찰을 어렵게 하고 그 논리적 지위를 낮추는 것이다’라고 지적한 바 있다.

한편, 원주율의 상수 속성에 대해서는 원의 크기에 상관없이 지름에 대한 원주의 비율이 일정하다는 점을 다루고 있는지를 살펴보았다. [그림 III-4]의 2015 개정 국정 교과서는 원주율 약속하기 부분에서는 상수 속성을 언급한 부분을 찾아볼 수 없지만, 크기가 서로 다른 두 원 조각의 지름과 원주를 재는 도입 활동에서 ‘원의 크기에 상관없이 (원주)÷(지름)의 값은 변하지 않아’라는 말풍선 형식의 보조 설명을 확인할 수 있다. 분석 대상 검

정 교과서 중에서 상수 속성을 언급한 교과서는 4종(B, C, E, I)이었으며, 나머지 6종에서는 모든 원에서 원주율이 일정하다는 것에 대한 명료한 설명이 드러나지 않았다. 물론 원주율이 지름에 대한 원주의 비율로 정의된다는 것 자체가 이 비가 항상 일정하다는 것을 전제로 하는 것이지만, 학생들이 이 정의로부터 원주율이 일정하다는 상수 속성을 도출하는 것은 쉽지 않아 보인다. [그림 III-6]의 왼쪽 위 사례는 원주율을 정의하는 문장 자체에 ‘원의 크기가 달라도 원의 지름에 대한 원주의 비율은 일정하고~’라고 기술함으로써 원주율의 상수 속성을 명시화한 교과서 E의 사례이다.



[그림 III-6] 원주율의 상수 속성이 드러난 검정 교과서 사례(E, B, C, I(시계방향 순))

[그림 III-6]의 나머지 사례(B, C, I)는 상수 속성을 원주율의 정의가 아니라 문제 상황에 드러낸 경우이다. 교과서 B와 교과서 C는 발췌문 형식의 보조 설명으로 원주율이 일정하다는 것을 제시한다. 교과서 C는 ‘(원주) ÷ (지름)의 값은 원의 크기와 관계있나요?’라는 대화문으로 원주율의 상수성에 대한 발견을 유도하고 있는 반면에 교과서 B는 학생들의 대화 속에서 ‘원의 크기에 따라 원주율은 달라져’라는 문장의 오류를 찾게 함으로써 모든 원에서 원주율이 일정하다는 사실을 유도한다. 교과서 I는 ‘원의 크기는 (원주) ÷ (지름)의 값은 어떻게 되는지 이야기해보세요’라는 발문을 직접적으로 제시하는 경우이다. 이상의 사례는 지름에 대한 원주의 비율이라는 원주율 정의로부터 원주율이 일정하다는 사실을 도출하기 쉽지 않은 초등학교 6학년 학생들에게 원주율의 상수 속성을 의식하게 하는 기회를 제공한다는 측면에서 교수학적으로 의미있는 활동으로 보인다.

다. 무한 속성과 근삿값


[그림 III-4]의 2015 개정 국정 교과서에서 확인할 수 있듯이, 원주율의 무한 속성은 ‘원주율을 소수로 나타내면, 3.1415926535897932……와 같이 끝없이 계속됩니다’는 설명에서 드러난다. 또한 원주율을 나선형 모양의 그림으로 제시하는 방식으로 원주율이 무한소수라는 사실을 암묵적으로 제시하고 있다. 그런데 원주율이 무한소수라는 것은 실제 상황에서 원주율의 근삿값을 선택할 수밖에 없다는 것을 의미한다. 이에 따라 국정 교과서는 ‘따라서 필요에 따라 3, 3.1, 3.14 등으로 어림하여 사용하기도 합니다’ 라는 설명으로 원주율의 근삿값을 제시하고 있

다. 상황과 맥락에 맞게 원주율의 근삿값을 선택할 수 있다는 설명은 2015 개정 수학 교육과정에 제시된 ‘원주율을 나타내는 3, 3.1, 3.14 등은 정확한 값이 아님을 알고 상황에 따라 적절하게 선택하여 사용할 수 있게 한다’는 교수·학습 방법 및 유의사항을 반영한 것으로 보인다(교육부, 2015).

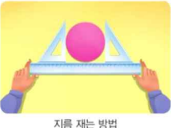
분석 대상인 10종의 검정 교과서 모두 국정 교과서와 동일하게 원주율 개념을 정의하고 정리하는 부분에서 무한 속성을 드러내고 있었다. 다만, 이어지는 활동에서 무한 속성을 탐구할 수 있는 내용을 어떻게 구성하고 있는지에 대해서는 교과서별로 약간의 차이가 확인되었다. 2015 개정 국정 교과서와 같이 원주율 개념을 정의하고 설명한 이후에 원주율의 무한 속성을 바탕으로 원주율의 근삿값을 탐구하는 내용을 추가적으로 구성한 교과서는 8종(A, B, C, D, E, F, I, J)이었다. 대표적으로 [그림 III-7]의 왼쪽 그림인 F 교과서는 주변 사물의 원주와 지름을 측정하여 원주율의 근삿값을 소수 둘째 자리까지 계산해보도록 하고 있다. 원주율 개념 정의 이전에 이루어진 측정 활동에서는 (원주)÷(지름)의 값을 구하여 결과값의 일정함을 확인하는 것이 목표였다면, 원주율 개념 정의 이후에 제시된 측정 활동에서는 원주율의 근삿값을 확인하는 것이 목표라고 할 수 있다. 특히, 교과서 F는 줄자를 이용하여 원주를 측정하는 삽화와 두 개의 삼각자와 직선자를 이용하여 지름을 측정하는 삽화를 제시하고 있는데, 학생들에게 구체적 측정 방법을 안내하고 있는 방식은 교과서 G, I, J에서도 확인할 수 있었다.

원의 지름에 대한 원주의 비율을 **원주율**이라고 합니다.
(원주율)=(원주)÷(지름)
원주율을 소수로 나타내면 3.1415926535897932...와 같이 끝없이 계속됩니다. 따라서 필요에 따라 3, 3.1, 3.14 등으로 어림하여 사용하기도 합니다.

3 주변에서 원 모양이 있는 물건을 찾아 원주와 지름을 재고, 원주율을 반올림하여 소수 둘째 자리까지 나타내어 봅시다. ▶ (문제풀이)



원주 재는 방법



지름 재는 방법

지름은 원 위의 두 점을 이은 선분 중에서 가장 긴 선분 길이를 제어하여.

| 원 모양이 있는 물건 | 원주 (cm) | 지름 (cm) | 원주율 |
|-------------|---------|---------|------|
| ▶ 선물 상자 | 22 | 7 | 3.14 |
| | | | |
| | | | |

재미자료
원의 지름에 대한 원주의 비율을 **원주율**이라고 합니다.
(원주율)=(원주)÷(지름)
원주율을 소수로 나타내면 3.1415926535897932...와 같이 끝없이 계속됩니다.

4 원주율을 나타내는 여러 가지 방법을 알아봅시다.

- 원주율을 간단히 나타낼 수 있는 방법을 생각해 보세요.
- 원주율을 반올림하여 나타내 보세요.

| 반올림하여 일의 자리까지 | 반올림하여 소수 셋째 자리까지 | 반올림하여 소수 둘째 자리까지 | 반올림하여 소수 셋째 자리까지 |
|---------------|------------------|------------------|------------------|
| 원주율 | | | |

원주율을 구해 봅시다. ▶

| 원주(cm) | 지름(cm) | 원주율 | | |
|--------|--------|---------------|------------------|------------------|
| | | 반올림하여 일의 자리까지 | 반올림하여 소수 셋째 자리까지 | 반올림하여 소수 둘째 자리까지 |
| 194.7 | 62 | | | |
| 150.8 | 48 | | | |

[그림 III-7] 원주율의 근삿값을 탐구하는 활동 사례(교과서 F, 교과서 A)

[그림 III-7]의 오른쪽 그림인 교과서 A는 원주율의 정의와 설명에서 근삿값을 언급하지 않은 유일한 교과서였다. 대신 교과서 A는 이어지는 활동에서 원주율 3.1415926535897932...를 간단히 나타내는 방법을 질문하고 있었는데, 원주율의 근삿값을 직접 제시하지 않고 학생들로 하여금 근삿값 3, 3.1, 3.14, 3.142를 발견하도록 하는 방식은 학생의 주도성과 수학화 경험의 측면에서 의미가 있다고 볼 수 있다.

한편, 원주율의 근삿값의 사용은 계산의 편리함이 일차적 목적이다. 관련하여 미국과 싱가포르 교과서는 근삿값으로 3이나 3.14 이외에 분수 형태의 근삿값 $\frac{22}{7}$ 를 사용할 수 있음을 설명한다(최은아, 2018). 상황과 맥락에 따라서 소수 형태의 근삿값보다 분수 형태의 근삿값이 계산에 더 편리한 경우가 있을 수 있기 때문이다. 그럼에도

도 이번 분석 대상 검정 교과서에서 교육과정의 원주율의 근삿값 3, 3.1, 3.14 이외에 $\frac{22}{7}$ 나 $\frac{157}{50}$ 과 같은 분수 형태의 근삿값을 제시한 교과서는 찾아볼 수 없었다.

3. 관계 변형하기를 통한 계산의 형식화

분석 대상 교과서 모두 교육과정의 성취기준 순서에 따라 원주율 개념을 다룬 이후에 원주율을 이용하여 원주 또는 지름을 구하는 내용으로 전개된다. 이번 절에서는 지름을 알 때 원주를 구하거나 원주를 알 때 지름을 구하는 과정에서 원주율의 어떤 속성이 집중되어 드러나고 있는지를 살펴보았다.

[그림 III-8]의 왼쪽 그림인 교과서 G에서 확인할 수 있듯이, 대부분의 교과서들은 원주율을 구하는 식 ‘(원주율)=(원주)÷(지름)’을 이용하여 원주를 구하는 방법을 식으로 나타내도록 발문하고 있었다. 결과적으로 원주율 계산식은 원주를 구하는 식 ‘(원주)=(지름)×(원주율)’로 변형된다. 다시 이 공식은 지름에 관한 식으로 변형되어 지름을 구하는 공식 ‘(지름)=(원주)÷(원주율)’로 형식화된다. 이 과정의 출발점인 계산식 ‘(원주율)=(원주)÷(지름)’은 원주율 개념의 ‘몫’ 속성에 해당한다. 원주율의 몫 속성의 강조는 원주 또는 지름을 구하는 간편한 공식을 제공한다는 장점이 있지만, 한편으로는 원주율을 지름과 원주의 곱셈적 관계, 즉 원주가 지름의 몇 배인지를 의미하는 비율로서 개념적으로 이해하기보다는 원주를 지름으로 나눈 나눗셈식으로 절차적으로 이해하게 한다는 아쉬움이 있다. 예를 들어, ‘원주의 길이는 지름 길이의 약 3배(또는 3.1배, 3.14배)로 구한다’, ‘원주는 지름 길이의 끈을 약 3번 감으면 구할 수 있다’ 등으로 해석하는 것은 원주율의 다양한 속성을 이해한다는 점에서 의미가 있기 때문이다. 일부 교과서에서는 [그림 III-8]의 오른쪽 그림과 같이 원주나 지름을 구하는 식을 요구하지 않고 ‘지름을 알 때 원주를 구하는 방법을 이야기해보세요’ 형태로 발문하는 교과서(A)가 있었으며, 원주나 지름을 구하는 식을 쓰도록 요구하되 정리된 공식을 본문에 제시하지 않는 교과서(D, F)도 있었다.

③ 원주율을 이용하여 원주를 구하는 방법을 식으로 나타내 보세요.

(원주율)=(원주)÷(지름) ⇒ (원주)=()×()

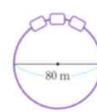
• 원주를 구하는 방법을 이용하여 지름을 구하는 방법을 식으로 나타내 보세요.

(원주)=(지름)×(원주율) ⇒ (지름)=()÷()

단자기 1 꼬마 기차가 달린 거리를 구해 봅시다.(원주율: 3)

• 원주율을 구하는 식을 써 보세요.

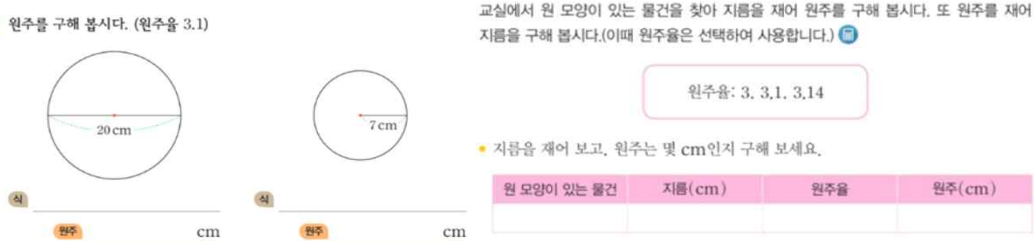
(원주율)=()÷()



• 지름을 알 때 원주를 구하는 방법을 이야기해 보세요.

[그림 III-8] 원주율의 몫 속성이 드러나는 원주와 지름을 구하는 사례(교과서 G, 교과서 A)

한편 원주율이 순환하지 않는 무한소수라는 사실은 원주율의 여러 가지 근삿값을 만들어낸다. 2015 개정 교육과정에서는 교수학습방법 및 유의사항으로 ‘원주율을 나타내는 3, 3.1, 3.14 등은 정확한 값이 아님을 알고 상황에 따라 적절하게 선택하여 사용할 수 있게 한다’는 것을 제시하고 있는 바, 대부분의 교과서들은 원주 또는 지름을 구하는 상황에서도 원주율의 근삿값을 상황에 따라 적절하게 선택할 수 있는 활동을 제시하고 있었다. 반면에 3종 교과서(D, E, G)는 원주와 지름 계산 단원에서 원주율 3을 전혀 사용하지 않고 3.1과 3.14만 사용하는 제한된 접근이 확인되었다. [그림 III-9]의 왼쪽 사례는 원주율 3.1이 지정된 경우로, 학생들에게 원주율의 근삿값을 상황에 맞게 선택할 수 있는 경험을 주지 못한다는 아쉬움이 있다. 반면에 오른쪽 그림인 교과서 F 사례는 좀 더 정밀한 원주의 길이를 원하는지, 신속한 계산을 통해 원주의 길이를 어렵히는 것이 필요한지에 따라서 세 가지의 원주율을 선택하는 경험을 제공한다는 장점이 있다.



[그림 III-9] 원주율이 지정된 사례(교과서 C)와 선택하게 한 사례(교과서 F)

10종 교과서 모두 원주율 관련 단원에서 계산기 아이콘 표시나 ‘계산기를 사용하여’라는 명시적 문장을 기술하여 계산기 사용을 제시하고 있었다. ‘원주율과 원주를 구할 때 복잡한 계산은 계산기를 사용하게 할 수 있다’는 2015 개정 교육과정의 교수학습방법 및 유의사항과 정보처리역량의 함양을 위한 교수학습방법에 제시된 계산기 사용을 반영한 것으로 보인다. 2022 개정 교육과정에서도 계산 능력 배양을 목표로 하지 않는 교수·학습 상황에서 복잡한 계산을 할 때 계산기를 포함한 공학 도구의 사용을 권장한 것은 동일하다. 다만, 원주율을 이용하여 원주와 지름을 구하는 단원에서의 계산기 사용은 ‘복잡한 계산’의 정도에 대한 판단에 따라 교과서별로 다양하게 나타나는 모습을 보였다. 예를 들어, 원주율을 3이나 3.1로 주어진 경우는 계산기를 사용하지 않고 3.14로 주어진 경우에만 계산기를 사용하게 한 교과서(A, E, J)가 있었으며, 3.14라 하더라도 곱셈 연산이 필요한 원주 계산에서는 허용하지 않고 3.1을 사용한 나눗셈 계산이 필요한 지름 계산에서만 허용한 교과서(F)와 모든 경우에 계산기를 허용하지 않은 교과서(B, D) 등으로 조사되었다. 한 가지 아쉬운 점은 원주와 지름의 관계나 그 계산을 다룰 때, 계산기 이외의 공학 도구가 전혀 제시되지 않았다는 점이다. 원주율 단원에서의 공학 도구의 활용이 원주율 개념의 탐구와 이해에 도움을 줄 수 있다는 점에서 컴퓨터, 교육용 소프트웨어를 활용한 디지털 기반의 교수학습활동을 교과서에 반영하는 것을 고려할 필요가 있다.

IV. 결론 및 제언

원주율은 원과 관련된 도형을 다루는 기하 분야를 포함한 다양한 수학 분야에서 중요한 수치이다. 현재 초등학교 6학년에서 처음 다루어지는 원주율은 보다 깊이 있는 개념적 학습을 위해 주의 깊게 지도될 필요가 있다. 최근 우리나라는 2022 개정 교육과정을 개발하여 고시하였고, 이에 따른 새로운 교과서를 학년군별로 연차적으로 개발해야 할 시점에 있다. 현재 2015 개정 교육과정에 따른 검정 교과서가 5, 6학년으로 확대 적용되는 시기와도 맞물려 있는 상황으로, 본 논문은 2023년부터 적용될 예정인 6학년 2학기 검정 교과서의 원주율 개념을 여러 가지 속성에 초점을 맞추어 초등학교 수학 교과서에서 원주율 개념을 어떻게 지도하고 있는지를 살펴보았다. 본 연구에서 얻은 결과와 시사점을 정리하면 다음과 같다.

첫째, 2015 개정 검정 교과서 10종 모두 원주와 지름의 관계를 알아보기 위하여 어림 활동을 구성하고 있었지만, 어림 활동의 구체적 맥락에서 약간의 차이를 보였다. 일단 국정 교과서와 차별화된 어림 활동을 시도한 검정 교과서 사례는 많지 않았다. 10종 교과서 중 8종에서 2015 개정 국정 교과서와 유사한 맥락, 즉 내접하는 정육각형의 둘레와 외접하는 정사각형의 둘레를 활용한 어림 활동이 제공되고 있었다. 반면에 교과서 I는 정다각형을 이용한 어림 활동 대신에 원의 지름만큼 끈을 잘라 원주를 감아보는 활동을 제시하였는데, 지름을 단위로 한 원주의 어림 활동은 임훈택, 고은성, 황은지(2022)의 연구에서 분석한 7차 교육과정 방식과 유사하였다. 교과서 G의 경우는 실생활 구체물인 500원짜리 동전을 나란히 붙이는 활동을 통해 원의 둘레가 지름의 약 3배에 해

당함을 어렵하게 한 다음, 외접 및 내접 정다각형을 이용한 보다 형식화된 어렵 활동을 단계적으로 구성하기도 하였다. 예외적으로 정다각형을 이용한 어렵 활동을 생략하고 원 조각과 종이 자를 이용한 어렵 활동만을 제시한 교과서 사례에 대해서는 원주율이 지름을 단위로 원주를 측정할 결과임을 추론하기에는 다소 어려움이 있을 수 있다고 판단하였다. 어렵 활동이 원주율 개념의 추론 활동으로 연결되기 위해서는 보다 다양한 어렵 맥락의 개발이 필요해 보인다.

둘째, 원주와 지름의 관계 추론을 위한 맥락으로 ‘측정’ 활동을 살펴본 결과, 대부분의 검정 교과서가 기존의 국정 교과서의 방식대로 원 조각과 종이 자를 이용한 측정 활동과 사물에 대한 직접 측정 활동을 모두 제시하고 있음을 확인하였다. 2종의 교과서는 사물에 대한 측정 활동을 생략하였는데 측정을 강조하고 있는 현 교육과정의 측면에서 직접 측정 활동의 생략은 다소 아쉬운 부분이라고 할 수 있다. 예외적으로 임의 단위 역할을 하는 붙임 딱지를 주어진 원 모양의 그림의 둘레와 지름에 각각 붙인 다음에, 두 길이의 붙임 딱지 개수를 비교하는 방법으로 원주와 지름의 관계를 추측하도록 한 교과서 사례는 임의 단위를 통한 측정과 두 길이의 비율 개념을 다루고 있다는 점에서 의미 있는 활동이라고 판단하였다. 한편 실생활과 연계된 학습이라는 측면에서 원주율의 도입 맥락에서 활용된 원 모양의 구체물을 살펴본 결과, 자전거 바퀴 등 전형적인 원 구체물의 제시만으로는 원주와 지름의 관계를 탐구해야 할 필요성이 보장되지 못한다는 점에서 검정 교과서의 도입 맥락은 다소 아쉬운 측면이 있었다. 원주율 학습의 적극적인 동기유발로 이어질 수 있도록 지름과 원주를 실제로 측정을 해야 하는 동기를 제공하는 문제 상황의 제시가 필요해 보인다.

셋째, 검정 교과서 모두 원주율을 국정 교과서와 동일하게 ‘원의 지름에 대한 원주의 비율’이라고 약속하고 있었지만, 원주율 개념 정의에 앞선 측정 활동의 발문 내용에서 약간의 차이가 있음을 확인하였다. 즉 제시된 발문은 ‘원주는 지름의 몇 배’인지를 묻고 있지만, 측정 활동을 통해 얻은 ‘(원주)÷(지름)’ 결과를 ‘몫’ 형태의 계산식에 집중하는지, ‘원의 지름에 대한 원주의 비율’이라는 원주율의 정의와 일관된 비율 속성에 주목하도록 하는지에 있어서 차이를 나타내었다. 한편 원주율의 측도 속성은 대부분의 교과서가 제시하고 있는 측정 활동인 종이 자에 원 모양의 바퀴를 직접 굴려 원주를 측정하는 활동과 원주의 측정값이 지름의 측정값의 몇 배인지를 계산하는 활동으로 제시되고 있었다. 그런데 원주와 지름의 측정값을 얻으면 바로 ‘(원주)÷(지름)’의 연산으로 이동하는 방식은 측정 활동 속에서 측도의 속성을 탐구하는 과정을 거치지 않고 바로 몫이라는 계산식으로 진행함으로써 측도 속성을 통해 원주율의 개념을 깊이 있게 이해하는 기회를 축소한다는 점에서 아쉬움이 있다. 따라서 우정호(2017)와 최은아(2018)의 제언과 맥을 같이하여, 측정 과정 후에 계산식의 도입을 잠시 유예하고 지름을 단위로 하여 원주 위를 반복하여 세는 방식을 도입하는 등 측도 속성을 탐구할 수 있는 기회를 충분히 제공하는 것이 필요하다.

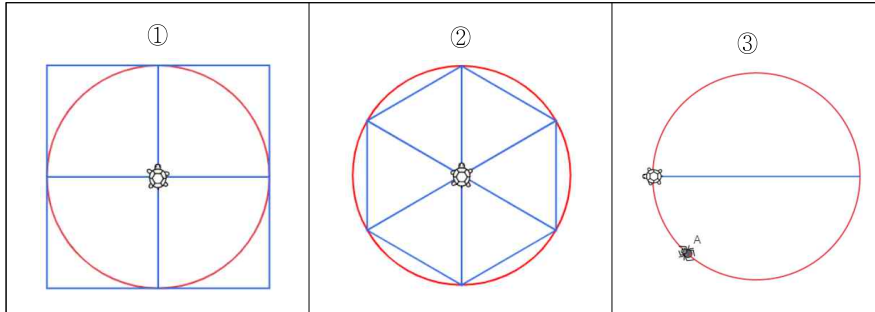
넷째, 원의 크기에 상관없이 지름에 대한 원주의 비율이 일정하다는 원주율의 상수 속성을 언급한 교과서는 4종에 불과하였다. 물론 원주율이 지름에 대한 원주의 비로 정의된다는 것 자체가 이 비가 항상 일정하다는 것을 전제로 하고 있는 것이지만, 초등학교생들이 비율 정의로부터 상수성을 파악하는 것은 쉽지 않다. 실제로 강항임과 최은아(2015), 허선희(2019)는 원주율의 상수성에 대한 초등학교생과 중학생들의 인식이 미흡함을 보여준 바 있다. 따라서 원주율 정의 및 설명에서 ‘모든’이라는 한정사를 추가하는 방법 등 지속적으로 상수 속성을 부각시키는 것을 고려할 필요가 있다. 한편, 검정 교과서 모두 원주율 개념을 정의하고 설명하는 부분에서 무한 속성을 드러내고 있었지만, 원주율의 무한 속성에 따른 근삿값을 상황에 따라 적절하게 선택할 수 있는 자율성의 정도에는 차이를 보이고 있었다. 즉 원주율의 근삿값을 직접 제시하지 않고 학생들로 하여금 근삿값 3, 3.1, 3.14, 3.142를 발견하도록 하는 발문을 제공한 사례는 학생의 주도성과 수학적 경험의 측면에서 의미가 있다고 해석하였다. 다양한 근삿값의 제시는 2015 개정 수학 교육과정의 ‘원주율을 나타내는 3, 3.1, 3.14 등은 정확한 값이 아님을 알고 상황에 따라 적절하게 선택하여 사용할 수 있게 한다’는 교수·학습방법 및 유의사항을 반영한 것이다(교육부, 2020). 그런데 새롭게 행정 예고되어 공고된 2022 개정 교육과정에서는 원주율의 근삿값에 대해서 ‘원주

율의 근삿값으로 3.14를 사용하게 한다'는 성취기준 해설이 제시되어 있는 상황이다(교육부, 2022). 교육과정상의 변화에 대한 정확한 근거가 아직 공유되지 않은 상태이지만, 상황에 따른 원주율의 근삿값 선택의 유연함을 경험하지 못한다는 것은 상당히 아쉬운 점이라고 할 수 있다. 따라서 신대윤(2009), 강항임과 최은아(2015) 등의 선행연구에서 제안한 바와 같이, 보다 정밀한 값이 필요한 상황인지 아니면 간단한 계산을 통해 대략적인 값이 어도 충분한 상황인지를 판단하여 적절한 원주율을 선택하도록 하는 경험을 제공함으로써 학생들이 '원주율=3.14'로 사고를 고착화하지 않도록 지도하는 것을 강조할 필요가 있다.

다섯째, 지름을 알 때 원주를 구하거나 원주를 알 때 지름을 구하는 과정, 즉 관계 변형하기를 통한 계산의 형식화 과정에서 원주율 속성 중 π 속성이 집중되어 드러나고 있었다. π 속성의 지나친 강조는 원주율을 지름과 원주의 곱셈적 관계로서 개념적으로 이해하기보다는 원주를 지름으로 나눈 나눗셈식으로 절차적으로 이해하게 한다는 한계가 있다. 또한 대부분의 교과서가 원주 또는 지름을 구하는 상황에서도 원주율의 근삿값을 상황에 따라 적절하게 선택할 수 있는 활동을 제시하고 있었지만, 일부 교과서는 원주율 3을 전혀 사용하지 않거나 원주율을 미리 지정하여 제시하는 등 학생들에게 원주율의 근삿값을 상황에 맞게 선택할 수 있는 경험을 주지 못하고 있었다. 한편 원주율을 이용하여 원주와 지름을 구하는 단원에서의 계산기 사용은 '복잡한 계산'의 정도에 대한 판단에 따라 교과서별로 다양하게 나타나는 모습을 보였다. 다만, 계산기 이외의 공학 도구의 활용이 전혀 제시되지 않았다는 것은 상당히 아쉬운 부분이다. 공학 도구의 활용이 학생들의 디지털 소양의 신장과 원주율 개념의 탐구와 이해에 도움을 줄 수 있다는 점에서 향후 개발되는 교과서에서는 다양한 공학 도구를 활용하는 활동을 적극적으로 추가할 필요가 있다.

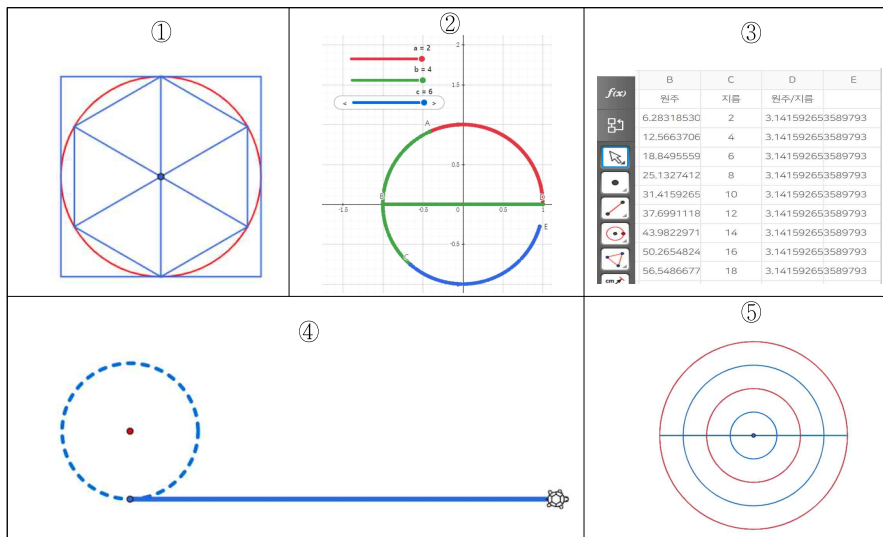
이상의 결론과 교수학적 시사점을 바탕으로 초등 수학에서 원주율 개념의 지도 방안과 2022 개정 교육과정에 따른 점정 교과서 개발 방향에 도입 맥락과 공학 도구 활용에 초점을 맞추어 다음과 같이 제언하고자 한다. 먼저 원의 둘레와 지름을 측정해야 하는 이유에 대한 보다 설득력 있는 도입 맥락이 연구될 필요가 있다. 현재 교과서들이 제시하고 있는 자전거 바퀴의 지름과 원주 사이의 관계나 단순히 원 모양의 둘레를 재야 하는 상황들은 학생들에게 원주율을 알아보아야 할 이유에 대한 흥미를 불러 일으키거나 학습동기를 유발하기에는 한계가 있다고 할 수 있다. 원주율이라는 개념으로 조직해야 할 적절한 맥락으로 "세종시에 있는 이응다리는 원 모양으로 강을 가로질러 건설되었다. 이 다리는 세종대왕이 한글을 반포한 1446년을 기념하여 다리의 둘레를 1446m로 정하였다고 알려져 있다. 그렇다면 강폭은 얼마나 될까?"와 같은 예시가 가능해보인다. 또는 이 문제를 변형한 "세종시에는 폭이 약 460m인 금강이 있다. 이 강에 원 모양의 다리를 건설한다면 다리의 둘레는 얼마나 될까?"와 같은 문제 상황이 보다 설득력 있는 학습 맥락이 될 것이다. 원 모양의 다리 건설에 필요한 자재의 길이를 구해야 하는 상황이 굳이 측정할 필요가 없는 자전거 바퀴보다는 원주율 개념으로 조직할 필요성과 유용성이 더 느껴지는 맥락이라고 보이며, 학생들에게 흥미와 관심을 유발하고 학습 동기를 제공할 수 있기 때문이다.

다음으로, 원주율을 추론하는 어림활동과 원주율의 다양한 속성을 이해하는 교수학습자료로 공학 도구의 활용하는 방안을 제안한다. 2015 개정 수학과 교육과정뿐 아니라 2022 개정 수학과 교육과정에서도 디지털 소양 함양과 추상적인 수학 내용의 시각화와 직관적 이해, 논리적 사고를 돕는 방안으로 공학 도구를 활용한 탐구 활동을 강조하고 있다. 이에 내접하는 정육각형과 외접하는 정사각형을 이용한 어림 활동과 지름을 단위로 원주의 길이를 직접 재어보는 측정 활동을 공학을 활용하여 구성한다면 원주율을 추론하고 성질을 탐구하는 보다 풍부한 경험을 제공할 수 있다. [그림 IV-1]의 ①과 ②는 내접하는 정육각형과 외접하는 정사각형의 둘레와 원주를 비교하는 활동을 공학 도구 알지오매스(Algeomath)로 구현한 것이다. ③은 원주를 따라 회전하는 점(거미)과 지름을 따라 좌우로 이동하는 점(거북이)을 동시에 한 점에서 출발하게 하고 두 점이 다시 만나지 않는다는 것을 시각화한 것이다. 학생들은 이 활동을 통해 원주가 지름의 약 3배라는 사실을 발견할 수 있으며, 원주가 지름으로 나누어 떨어지지 않는다는 것, 즉 원주율이 무한소수가 됨을 직관적으로 이해할 수 있다.



[그림 IV-1] 공학을 사용한 어림활동의 사례

[그림 IV-2] 또한 원주율의 다양한 속성을 이해하는 것을 목표로 알지오메스(Algeomath)로 구현한 교수학습 자료이다. ①은 다각형을 이용한 어림 활동을 위한 자료이며, ②는 지름과 원주의 관계에 대한 탐구 자료, ③은 실측과 연산에 의한 스프레드시트 자료, ④는 지름을 단위로 원주를 측정하는 활동 자료, ⑤는 크기가 다양한 원의 지름과 원주를 탐구함으로써 공통성을 탐구할 수 있는 자료로 활용가능하다.



[그림 IV-2] 공학을 활용한 원주율의 여러 가지 속성 이해 자료

본 연구는 2023년부터 적용될 예정인 6학년 2학기 검정 교과서 분석을 통해 원주율을 지도하는 방안과 관련된 시사점을 도출하였으며, 2022 개정 교육과정에 따른 새로운 교과서 개발이 도래하는 시기에 맞추어 원주율 지도 방안에 대한 개선점을 제안하였다. 특히, 본 연구에서는 원주율의 여러 가지 속성에 초점을 맞추어 원주율 개념의 깊이 있는 학습을 위한 구체적인 지도 방안을 도입 맥락과 공학 도구의 활용 측면에서 제안하였다. 앞으로 측정 활동을 통한 원주율 개념의 추론과 원주율의 다양한 속성을 이해를 돕는 지도 방안의 측면에서 본 연구 결과와 개선 방안이 검토되기를 바란다.

참고문헌

- 강완·백석윤·전인호·이경화·김연·이미연 외 15인 (2022). 수학 6-2. 대교출판.
- Kang, W., Baek, S., Jeon, I., Lee, K., Kim, Y., ..., Lee, M. (2022). *Mathematics 6-2*. Daekyo.
- 강항임·최은아 (2015). 초등수학 영재교육 대상자의 원주율 개념에 대한 이해. 수학교육 논문집, **29(1)**, 91-110.
- Kang, H., & Choi, E. (2015). Elementary mathematically gifted students' understanding of Pi. *Communications of Mathematical Education*, **29(1)**, 91 - 110.
- 구광조·라병소 (1997). 초등학교에서의 도형의 넓이 지도. 數學 및 統計研究, **21**, 41-57.
- Gu, K. & Na, B. (1997). The teaching of the area of figures in elementary school. *Studies in mathematical and statistical*, **21**, 41-57.
- 교육부 (2019). 초등학교 교과용도서 구분 수정 고시문. 교육부 고시 제 2019-195호.
- Ministry of Education (2019). *Notice of revision of classification of elementary school textbooks*. Proclamation of the Ministry of Education #2019-195. Ministry of Education.
- 교육부 (2020). 수학과 교육과정. 교육부 고시 제 2020-236호(별책 8).
- Ministry of Education (2020). *Mathematics curriculum*. Proclamation of the Ministry of Education #2020-236[Annex 8]. Ministry of Education.
- 교육부 (2022). 수학과 교육과정. 교육부 고시 제 2022-33호(별책 8).
- Ministry of Education (2022). *Mathematics curriculum*. Proclamation of the Ministry of Education #2022-33[Annex 8]. Ministry of Education.
- 교육부 (2021). 수학 6-1. 천재교육.
- Ministry of Education (2021). *Mathematics 6-2* Chunjae.
- 김성여·강연진·강요한·고창수·김보현·김영준 외 9인 (2022). 수학 6-2. 아이스크림.
- Kim, S., Kang, E., Kang, Y., Go, C., Kim, B., ..., Kim, Y. (2022). *Mathematics 6-2* I-Scream.
- 류희찬·유현주·이종영·조영미·탁병주·최인숙 외 20인 (2022). 수학 6-2. 금성출판사.
- Lew, H., Yu, H., Lee, C., Cho, Y., Tak, B., ..., Choi, I. (2022). *Mathematics 6-2* Kumsung.
- 박교식·정영옥·고정화·권석일·남진영·박진형 외 27인 (2022). 수학 6-2. 두산동아.
- Park, K., Chong, Y., Ko, J., Kwon, S., Nam, J., ..., Prak, J. (2022). *Mathematics 6-2* Bookdonga.
- 박만규·강경은·김대진·김도경·김수정·김은혜 외 8인 (2022). 수학 6-2. 천재교육.
- Park, M., Kang, K., Kim, D., Lim, D., Kim, S., ..., Kim E. (2022). *Mathematics 6-2* Chunjae.
- 박성선·류성림·김상미·권성룡·김남균·강호진 외 11인 (2022). 수학 6-2. YBM.
- Park, S., Ryu, S., Kim, S., Kwon, S., Kim, N., ..., Kang, H. (2022) *Mathematics 6-2* YBM.
- 신대윤 (2009). 원주율 π 를 3으로 했을 때 수학학습에 미치는 영향. 춘천교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- Shin, D. (2009). *A study on the influences on mathematics learning when π is taught as 3* [Master's thesis, Chucheon national university of education].
- 신항균·김태환·조보영·김리나·정나영·최혜령 외 8인 (2022). 수학 6-2. 비상교육.
- Shin, H., Kim, T., Cho, B., Kim, L., Jeong, N., ..., Choi, H. (2022). *Mathematics 6-2* Visang.
- 안병곤·나귀수·김민경·이광호·류현아·최지선 외 14인 (2022). 수학 6-2. 두산동아.
- Ahn, B., Na, G., Kim, M., Lee, K., Ryu, H., ..., Choi, J. (2022). *Mathematics 6-2* Bookdonga.
- 임훈택·고은성·황은지 (2022). 초등 수학 교육과정별 원주율의 지도 내용과 지도 방법 분석: 1차 교육과정에서 2015 개정 교육과정까지. 학습자중심교과교육연구, **22(2)**, 615-630.
- Im, H., Ko, E., & Hwang, E. (2021). *Analysis of instruction content and instruction method of circular constant by elementary mathematics curriculum: from the 1st curriculum to the 2015 revised curriculum*. Journal of

- Learner-Centered Curriculum and Instruction. 22(2), 615-630.
- 장혜원 · 서동엽 · 김민희 · 김선 · 김주숙 · 김차명 외 8인 (2022). 수학 6-2. 미래엔.
- Chang, H., Seo, D., Kim, M., Kim, S., Kim, J., ..., Kim, C. (2022). *Mathematics 6-2* Mirae-n.
- 정동권 (1998). 교사를 위한 수학기초론, 인천교육대학교(수학문화사 강좌 자체 교재).
- Jeong, D. (1998). *Introduction to the history of mathematics for teachers*. Incheon national university of education.
- 조혜정 (2007). 중학교 학생들의 원주율 이해에 관한 연구. 공주대학교 교육대학원 석사학위논문.
- Cho, H. (2007). *A study on the understanding of pi of middle school students* [Master's thesis, Kongju national university].
- 최영기 · 홍갑주 (2008). 원주율의 상수성과 아르키메데스의 계산법. 수학교육, 47(1), 1-10.
- Choi, Y., & Hong, G. (2008). The nature of Pi as a constant and Archimedes' calculation method. *The Mathematical Education*, 47(1), 1-10.
- 최은아 (2018). 한국, 일본, 싱가포르, 미국 교과서에서 제시된 원주율과 원의 넓이 지도 방안의 비교분석. 한국학 교수학회논문집, 21(4), 445-467.
- Choi, E. (2018). A comparative analysis of Pi and the area of a circle in mathematics textbooks of Korea, Japan, Singapore and The US. *Journal of the Korean School Mathematics*, 21(4), 445-467.
- 최은아 · 정연준 (2021). 한국, 일본, 싱가포르, 미국의 초등교과서에 제시된 곱하는 수가 두 자리 수인 자연수 곱셈 지도 내용의 비교 분석. 수학교육 논문집, 35(4), 505-525.
- Choi, E., Jung, Y. (2021). Comparative research on teaching method for multiplication by 2-digit numbers in elementary mathematics textbooks of Korea, Japan, Singapore, and USA. *Communications of Mathematical Education*, 35(4), 505-525.
- 한대회 · 고은성 · 이수진 · 조형미 · 한상의 · 신희영 외 11인 (2022). 수학 6-2. 천재교육.
- Han, D., Ko, E., Lee, S., Cho, H., Han, S., ..., Shin, H. (2022). *Mathematics 6-2* Chunjae.
- 허선희 (2019). 원주율 π 에 대한 교수학적 분석. 서울대학교 석사학위논문.
- Heo, S. (2019). *A didactical analysis on the ratio of circumference, π* [Master's thesis, Seoul national university].
- Baravalle, H. (1969). The number π , In J. K. Baumgart (Ed.), *Historical topics for the mathematics classroom*. NCTM.
- Beckmann, P. (1971). *A history of pi*. The Golem Press.
- Boyer, C. B. & Merzbach, U. C. (1968). *A history of mathematics*. John Wiley & Sons.
- Burke, M. J., Taggart, D. L. (2002). So that's why $22/7$ is used for Pi!, *The Mathematics teacher*, 95(3), 164-169.
- Cajori, F. (1905). *History of mathematics*. The Macmillan Company.
- Linn, S. L. & Neal, D. K. (2006). Approximating Pi with the golden ratio. *The Mathematics teacher*, 99(7), 472-477.
- Smith, D. E. (1925). *History of Mathematics vol. 2 special topics of elementary mathematics*. Dover Publications.

A Comparative Analysis of pi in Elementary School Mathematics Textbooks

Choi, Eunah

Woosuk University

E-mail : eunachoi@woosuk.ac.kr

Kang, Hyangim[†]

Gongju National University of Education

E-mail : hikang2002@hanmail.net

This study aimed to derive pedagogical implications by comparing and analyzing how the concept of pi is taught in 10 different elementary mathematics textbooks, which are scheduled to be applied from 2023. We developed a textbook analysis framework by previous studies on the concept of pi and the teaching of pi, and analyzed in terms of three instructional elements (i.e. inferring concepts of pi, understanding properties of pi, and applying relationships). We derived the need to emphasize various contexts for estimation of pi, presentation of problem situations that provide motivation to actually measure diameters and circumferences, providing an opportunity to explore the properties of measurement, and an experience the flexibility of selecting an approximate value of pi. Based on the above conclusions and pedagogical implications through the research results., we suggested ways to teach the concept of pi in elementary mathematics and improvement points for developing textbooks focusing on the context of introduction of pi and the use of technological tools.

* 2000 Mathematics Subject Classification : 97U20

* Key words : elementary school mathematics textbook, pi, measuring activities, estimation activities, the property of pi

[†] corresponding author