

# 수급 불균형을 고려한 전력망의 최적 자원 할당을 위한 일치 기반의 분산 알고리즘

임영훈\*

## Consensus-Based Distributed Algorithm for Optimal Resource Allocation of Power Network under Supply-Demand Imbalance

Young-Hun Lim\*

**요약** 최근 분산 에너지 자원들의 도입으로 전력망의 최적 자원 할당 문제의 중요성이 강조되고 있고, 대규모 전력망의 방대한 양의 데이터를 처리하기 위해 분산 자원 할당 기법이 요구되고 있다. 최적 자원 할당 문제에서 각 발전기의 발전 용량의 한계로 인하여 수급의 균형이 만족하는 경우를 고려한 연구는 많이 진행되고 있지만, 총 요구량이 최대 발전 용량을 초과하는 경우인 수급 불균형을 고려한 연구는 아직 미미한 실정이다. 본 논문에서는 수급 균형인 상황뿐만 아니라 수급 불균형 상황을 고려하여 전력망의 최적 자원 할당을 위한 일치 기반의 분산 알고리즘을 제안한다. 제안하는 분산 알고리즘은 수급 균형을 만족하는 경우에는 최적의 자원을 할당하고, 수급이 불균형한 경우에는 부족한 자원의 양을 예측할 수 있도록 설계하였다. 마지막으로 모의실험을 통하여 제안된 알고리즘의 성능을 검증하였다.

**Abstract** Recently, due to the introduction of distributed energy resources, the optimal resource allocation problem of the power network is more and more important, and the distributed resource allocation method is required to process huge amount of data in large-scale power networks. In the optimal resource allocation problem, many studies have been conducted on the case when the supply-demand balance is satisfied due to the limitation of the generation capacity of each generator, but the studies considering the supply-demand imbalance, that total demand exceeds the maximum generation capacity, have rarely been considered. In this paper, we propose the consensus-based distributed algorithm for the optimal resource allocation of power network considering the supply-demand imbalance condition as well as the supply-demand balance condition. The proposed distributed algorithm is designed to allocate the optimal resources when the supply-demand balance condition is satisfied, and to measure the amount of required resources when the supply-demand is imbalanced. Finally, we conduct the simulations to verify the performance of the proposed algorithm.

**Key Words** : Consensus, Distributed algorithm, Optimization, Power network, Resource allocation

### 1. 서론

최근 신재생 에너지원 및 분산 에너지 자원들의 도입으로 분산형 전력망을 위한 최적 자원 할당 문제가

많은 관심을 받고 있다. 최적 자원 할당 문제는 최소한의 운영 비용으로 요구량을 충족시키도록 자원을 할당하는 것을 의미한다. 최적 자원 할당을 위한 기존의 중

This work was partly supported by the National Research Foundation of Korea(NRF) grant funded by the Korea government(MSIT)(No.NRF-2019R1C1C1009879) and by the MSIT(Ministry of Science and ICT), Korea, under the ICAN(ICT Challenge and Advanced Network of HRD) program(IITP-2022-RS-2022-00156409) supervised by the IITP(Institute of Information & Communications Technology Planning & Evaluation)

\*Department of Convergence Electronic Engineering, Gyeongsang National University

Received November 28, 2022

Revised December 11, 2022

Accepted December 11, 2022

양 제어 방식들은 모든 발전기의 정보를 이용하여 최적의 자원을 계산해야 하기 때문에 전력망의 규모가 커짐에 따라 방대한 양의 데이터를 처리해야 하고 단일 장애점 문제를 유발할 수 있다. 따라서 발전기들이 정보교환을 통하여 최적 자원 할당 문제를 해결하기 위한 분산 제어 방식이 많은 관심을 받고 있다.

대부분의 분산 최적 자원 할당 알고리즘들은 일치 알고리즘을 기반으로 제안되었다. 초창기 연구에서는 일치 기반의 최적 자원 할당 문제에서 발전 용량의 제약을 고려하지 않았고, 알고리즘의 파라미터들에 대한 초기 설정을 필요로 하였다[1-3]. 하지만 실제 발전기의 발전 용량에는 한계가 있고, 최적 솔루션이 경계에 존재할 때 초기화에 대한 어려움이 있기 때문에 실제 시스템으로의 적용에 한계가 존재한다. 따라서 동적 평균 일치 알고리즘을 기반으로 발전 용량의 제약을 고려하고 알고리즘의 초기화가 필요 없는 분산 알고리즘들이 제안되었다[4-8]. [4]에서는 사영 연산자와 사영 연산자의 미분 함수를 이용한 최적 자원 할당 알고리즘을 제안하였다. [5]에서는 쌍대 경사기반의 일치 알고리즘을 제안하였고, [6]에서는 상태 의존적 정보 교환 네트워크를 고려한 최적 자원 할당 알고리즘을 제안하였다. 또한, [7]과 [8]에서는 2차 시스템을 고려한 최적 자원 할당 문제를 연구하였다.

비록 분산 최적 자원 할당에 대한 많은 결과들이 있지만, 기존의 연구들은 수급의 균형 조건을 만족하는 경우를 고려하였다[4],[6-8]. 하지만 각 발전기의 발전 용량의 제약으로 인하여 요구량이 최대 발전 용량을 초과하는 경우인 수급 불균형 조건을 고려한 연구는 아직 미미한 실정이다[5]. 따라서, 기존의 자원 분배 알고리즘들은 수급 불균형 상황을 판단할 수 없기 때문에 실제 시스템으로의 적용에 한계가 존재한다. 따라서, 본 논문에서는 수급 불균형을 고려하여 최적 자원 할당을 위한 연구를 진행한다.

본 논문의 목표는 전력망의 최대 발전 용량이 요구량을 만족하는 수급 균형 조건에서는 최적 자원 할당 문제를 해결하고, 최대 발전 용량이 요구량을 만족하지 못하는 수급 불균형 조건에서는 전력망에 추가로 필요로 하는 자원의 양을 예측할 수 있는 분산 알고리즘을 개발하는 것이다. 이 문제를 위하여 강볼록 지역

목적함수를 고려하고, 부족한 자원의 양을 예측하는 모니터링 센터가 존재한다고 가정한다. 이러한 가정하에 발전 용량의 제약을 고려한 최적화 문제를 해결하기 위하여 [4]의 결과를 확장하여 사영 연산자의 미분 함수를 기반으로 최적 자원 분배 알고리즘을 제안한다. 또한, 초기화 문제를 해결하기 위하여 동적 평균 알고리즘을 확장한 분산 알고리즘을 제안한다. 제안된 알고리즘을 적용하여 수급 균형 조건에 대한 최적화 솔루션을 해석하고, 수급 불균형 조건에서 모니터링 센터가 추가로 필요로 하는 자원의 양을 측정할 수 있다는 것을 보인다. 비록 [4]에서 제안된 분산 알고리즘은 상태가 발산함으로써 수급 불균형 조건을 판단할 수는 있지만, 추가로 필요로 하는 자원의 양을 측정하지는 못하였다. [5]에서 수급 불균형 조건에서 부족한 자원의 평균을 측정할 수 있는 알고리즘을 제안하였다. 따라서, [5]의 알고리즘은 총 부족한 자원을 알기 위해서는 전체 전력망의 개수를 알아야 하는 단점이 있다. 반면 본 논문에서 제안된 알고리즘은 전체 부족한 자원의 양을 측정할 수 있는 장점이 있다.

## 2. 최적 자원 할당

### 2.1 최적 자원 할당 문제

본 논문에서는  $N$ 개의 발전기로 구성된 전력망을 고려한다. 최적 자원 할당 문제는 최소한의 운영 비용으로 수급의 균형을 맞추기 위한 최적의 발전량을 할당하는 문제이다. 발전기  $i \in N := \{1, \dots, n\}$ 의 발전량을  $P_i$ , 요구량을  $D_i$ 라 하자. 수급의 균형을 맞추기 위해서는 전력망의 총 발전량과 총 요구량이 같아야 한다. 즉,  $\sum_{i \in V} P_i = \sum_{i \in V} D_i$ 로 표현할 수 있다. 또한 각 발전기의 발전 용량에는 제약이 존재하고,  $\Omega_i := \{P_i \in \mathbb{R} : \underline{P}_i \leq P_i \leq \bar{P}_i\}$ 로 표현할 수 있다. 여기서  $\underline{P}_i$ 와  $\bar{P}_i$ 는 발전기  $i$ 의 최소 및 최대 발전 용량을 나타낸다. 따라서 제약조건을 고려한 최적 자원 할당 문제는 식 (1)과 같은 최적화 문제로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \min_{P_i \in \mathbb{R}, i \in N} \sum_{i \in V} f_i(P_i) & \quad (1) \\ \text{subject to } \sum_{i \in N} P_i = \sum_{i \in N} D_i \\ P_i \in \Omega_i, \forall i \in N := \{1, \dots, n\} \end{aligned}$$

위 식에서  $f_i(P_i) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ 은 발전기  $i$ 의 발전비용을 나타내는 지역 목적함수이고, 이제 도함수가 존재하는 강볼록 함수라 가정한다. 이러한 가정은 전력망의 자원 할당 문제에서 일반적으로 고려되는 가정이다 [1-5].

본 논문에서는 식 (1)과 같이 주어진 최적화 문제를 풀기 위한 분산 알고리즘을 제안한다. 최적 자원 할당 문제 식 (1)의 해가 존재하기 위해서는 발전량의 제약을 고려한 수급의 균형 조건을 만족해야 한다. 즉, 총 요구량이 식 (2)와 같은 조건을 만족해야 한다.

$$\sum_{i \in N} P_i \leq \sum_{i \in N} D_i \leq \sum_{i \in N} \bar{P}_i \quad (2)$$

따라서 기존의 최적화 알고리즘들은 수급 균형을 위한 조건식 (2)를 만족시키는 경우에 초점을 두고 있다. 하지만 요구량이 총 발전 가능 용량을 초과하는 경우인 수급 불균형인 상황을 고려한 연구는 거의 진행되지 않았다. 따라서 본 논문의 목표는 수급 균형을 만족하는 경우 최적 자원 할당 문제 식 (1)을 해결하고 수급 불균형인 상황에서는 전체 전력망의 부족한 발전량을 측정하는 알고리즘을 개발하는 것이다.

### 2.2 분산 최적화 및 그래프 이론

최적화 문제 식 (1)을 풀기 위하여 라그랑주 쌍대 문제를 고려한다. 라그랑주 쌍대 함수  $q : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ 를 고려하면 식 (1)의 라그랑주 쌍대 문제는 식 (3)과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \max_{\lambda \in \mathbb{R}} q(\lambda) &= \sum_{i \in N} q_i(\lambda) & (3) \\ &= \sum_{i \in N} \inf_{P_i \in \Omega_i} (f_i(P_i) - \lambda x_i + \lambda d_i) \end{aligned}$$

위 식에서  $\lambda$ 는 라그랑주 승수이다. 라그랑주 쌍대 문제 식 (3)을 분산적으로 해결하기 위하여 라그랑주 승수  $\Lambda = [\lambda_1, \dots, \lambda_n]^T$ 를 정의하면 식 (3)은 식 (4)와 같이 다시 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned} \max_{\Lambda \in \mathbb{R}^n} q(\Lambda) &= \sum_{i \in N} q_i(\lambda_i) & (4) \\ \text{subject to } \Lambda &= 0_n \end{aligned}$$

위 식에서  $L \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 은 라플라시안 행렬로 양의 준정부호 행렬이고, 0인 고유값과 좌와 우 고유 벡터  $1_n$ 을 갖게 된다. 즉  $1_n^T L = L 1_n = 0_n$ 이 된다. 여기서  $0_n, 1_n \in \mathbb{R}^n$ 은 각 모든 원소가 0과 1인 벡터를 의미한다. 따라서 식 (4)의 제약조건은 모든  $\lambda_i$ 가 같은 값으로 일치되는 것을 의미하고, 최적화 문제 식 (4)를 풀기 위하여 일치 기법을 적용한다.

일치 기법은 이웃 간의 정보교환을 이용하여 모든 시스템의 상태를 같은 상태로 만드는 데에 목표를 두고 있다. 따라서, 본 논문에서 각 발전기는 이웃한 발전기와 정보를 교환할 수 있다고 가정한다.  $n$ 개의 발전기 사이의 정보교환은 무향그래프  $G = (N, E)$ 로 나타낼 수 있다. 여기서 노드들의 집합  $N = \{1, \dots, n\}$ 는 발전기들의 식별번호 집합을 의미하고, 에지들의 집합  $E \subseteq N \times N$ 은 두 노드 사이의 정보교환을 나타낸다. 무향그래프에서 만약  $(i, j) \in E$ 인 경우 발전기  $i$ 와  $j$ 가 서로 정보를 교환할 수 있다.

그래프  $G$ 의 임의의 두 노드  $i$ 와  $j$  사이에 경로가 있는 경우 그래프가 연결되어 있다고 하고, 이 경우에는 라플라시안 행렬  $L$ 의 고유값 0의 대수적 중첩도는 1이 된다. 그래프의 연결성은 일치를 달성하기 위한 필요충분조건이 된다. 따라서, 본 논문에서는 발전기 사이의 정보교환 그래프  $G$ 가 연결되어 있다고 가정한다. 또한 전체 전력망의 수급 불균형을 검출 및 측정할 수 있는 모니터링 센터가 존재한다고 가정하고, 모니터링 센터는  $i = 1 \in N$ 로 정의한다.

### 2.3 일치 기반의 분산 알고리즘

최적 자원 할당 문제 식 (4)를 풀기 위하여 식(5)와 같은 일치 기반의 분산 알고리즘을 제안한다.

$$\begin{aligned} \dot{P}_i &= \Pi_{\Omega_i}(P_i, -\partial f_i(P_i) + \lambda_i + x_i) & (5) \\ \dot{\lambda}_i &= \sum_{j \in N_i} (\lambda_j - \lambda_i) + a_i x_i \\ \dot{x}_i &= \sum_{j \in N_i} (x_j - x_i) - a_i x_i - y_i + D_i - P_i \\ \dot{y}_i &= - \sum_{j \in N_i} (x_j - x_i + \lambda_j - \lambda_i) \end{aligned}$$

위 식에서  $N_i$ 는 발전기  $i$ 와 정보교환이 가능한 노드들의 집합을 나타내고,  $a_i$ 는 모니터링 센터를 나타내는 변수로  $a_1 = 1$ 이 되고 모든  $i = 2, \dots, n$ 에 대하여  $a_i = 0$ 이 된다.  $\lambda_i$ 는 발전기  $i$ 의 라그랑주 승수이고,  $x_i$ 는 전체 전력망의 수급의 불균형을 측정하기 위한 변수이다. 또한  $\Pi_{\Omega_i}(\cdot)$ 은 사영 연산자의 미분 함수로 식 (6)과 같이 정의된다.

$$\Pi_{\Omega_i}(P_i, v) = \begin{cases} 0 & \text{if } \bar{P}_i - P_i = 0 \text{ and } v \geq 0 \\ 0 & \text{if } P_i - \underline{P}_i = 0 \text{ and } v \leq 0 \\ v & \text{otherwise} \end{cases} \quad (6)$$

따라서,  $P_i$ 는 항상 집합  $\Omega_i$ 안에 존재한다. 즉,  $P_i(t) \in \Omega_i, \forall t \geq 0$ 이다. 또한,  $y_i(0) = 0, \forall i \in N$ , 으로 설정한다.

다음으로 전역변수  $P, \lambda, x, z, D, \Pi_{\Omega}(\cdot)$ , 그리고  $\partial f(P) \in \mathbb{R}^n$ 를 모든  $i \in N$ 에 대하여  $P_i, \lambda_i, x_i, z_i, D_i, \Pi_{\Omega_i}(\cdot)$ , 그리고  $\partial f_i(P_i)$ 를 쌓아 만든 열벡터라 정의하고,  $a = \text{diag}(a_1, \dots, a_n) \in \mathbb{R}^n$ , 그리고  $\Omega = \Omega_1 \times \dots \times \Omega_n$ 이라 정의하면, 제안된 알고리즘 식 (5)는 식(7)과 같이 전체 발전기에 대하여 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{P} &= \Pi_{\Omega}(P, -\partial f(P) + \lambda + x) & (7) \\ \dot{\lambda} &= -L\lambda + ax \\ \dot{x} &= -Lx - ax - y + D - P \\ \dot{y} &= Lx + L\lambda \end{aligned}$$

### 2.4 해석 - 수급 균형의 경우

수급 균형 조건식 (2)를 만족하는 경우, 알고리즘 식 (7)의 평형 상태들을  $P^*, \lambda^*, x^*, y^* \in \mathbb{R}^n$ 이라 하자. 평형 상태에서  $\dot{\lambda} = \dot{x} = \dot{y} = 0_n$ 이라 하면 식 (7)로부터  $Lx^* = -L\lambda^*, L\lambda^* = ax^*$ 를 만족해야 하므로  $(L+a)x^* = 0_n$ 임을 알 수 있다. 또한  $(L+a)$ 는 그 래프  $G$ 가 연결된 경우 양의 정부호 행렬이 되므로  $x^* = 0_n$ 이 되고,  $Lx^* = -L\lambda^* = 0_n$ 이기 때문에  $L$ 의 정의로부터  $\lambda^* \in \text{span}\{1_n\}$ 임을 알 수 있다. 다음으로  $\dot{x} = 0_n$ 와  $\dot{y} = 0_n$ 이기 때문에  $-y^* + D - P^* = 0_n$ 이 된다. 또한  $L$ 의 정의로부터

$1_n^T \dot{y} = 1_n^T Lx + 1_n^T L\lambda = 0_n$ 이기 때문에  $y(0) = 0_n$ 인 경우  $1_n^T y(t) = 0, \forall t \geq 0$ , 이된다. 따라서 평형 상태  $P^*$ 는  $1_n^T y^* = 1_n^T (D - P^*) = 0$ 이 되어 수급 균형 조건  $\sum_{i \in N} D_i = \sum_{i \in N} P_i^*$ 를 만족한다. 결론적으로 식 (7)의 평형 상태들은 식 (8)과 같이 정리할 있다.

$$\begin{aligned} L\lambda^* &= 0_n, x^* = 0_n, & (8) \\ y^* &= D - P^*, \sum_{i \in N} D_i = \sum_{i \in N} P_i^* \end{aligned}$$

또한 평형점에서  $\Pi_{\Omega_i}(P^*, -\partial f(P) + \lambda^*) = 0_n$ 이 되므로 식 (9)와 같은 식을 얻는다[4].

$$-\partial f_i(P_i^*) + \lambda^* \in C_{\Omega_i}(P_i^*), \forall i \in N \quad (9)$$

위 식에서  $C_{\Omega}(\cdot)$ 은 법선 원뿔(normal cone)을 의미한다. 따라서 평형 상태들은 식 (10)을 만족한다.

$$\begin{aligned} 0_n &\in \partial f(P^*) - \lambda^* + C_{\Omega}(P^*) & (10) \\ 1_n^T P^* &= 1_n^T D, P^* \in \Omega \end{aligned}$$

즉, KKT 조건으로부터  $P^*$ 는 최적화 문제 식 (1)의 최적의 해가 된다[4].

다음으로 최적의 해 식 (10)으로의 수렴성 해석을 위하여 오차 상태들의 수렴성을 해석한다. 우선 보조 상태 변수  $w = \lambda + x$ 라 정의하면, 제안된 알고리즘 식 (7)은 식 (11)과 같이 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{P} &= \Pi_{\Omega}(P, -\partial f(P) + w) & (11) \\ \dot{w} &= -Lw - y + D - P \\ \dot{y} &= Lw \end{aligned}$$

사영 연산자의 미분 함수는 특성에 따라 식 (12)와 같이 나타낼 수 있다[4].

$$\begin{aligned} \Pi_{\Omega_i}(P_i, -\partial f_i(P_i) + w_i) & & (12) \\ = -\partial f_i(P_i) + w_i - \alpha(P_i)\beta_i(P_i) \end{aligned}$$

위 식에서  $\alpha(P_i) \geq 0, \beta_i(P_i) \in C_{\Omega_i}(P_i)$ 이고, 평형점에서 식 (13)을 만족하는  $\alpha(P_i^*) \geq 0$ 와  $\beta_i(P_i^*)$ 가 항상 존재한다.

$$\partial f_i(P_i^*) - w^* = -\alpha(P_i^*)\beta_i(P_i^*) \quad (13)$$

다음으로 식 (14)와 같은 오차 벡터들을 정의한다.

$$\psi = P - P^*, \bar{w} = w - w^*, \bar{y} = y - y^* \quad (14)$$

또한  $\Phi = [\alpha(P_1)\beta_1(P_1), \dots, \alpha(P_n)\beta_n(P_n)]^T$ , 그리고  $\bar{\Phi} = [\alpha(P_1^*)\beta_1(P_1^*), \dots, \alpha(P_n^*)\beta_n(P_n^*)]^T$ 라 정

의하면, 식 (8), (11)-(14)로부터 식 (15)와 같은 오차 방정식을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\psi} &= -\partial f(\psi + P^*) + w - \Phi \\ &\quad + \partial f(P^*) + \Phi^* - w^* \\ &= -h + \bar{w} \\ \dot{\bar{w}} &= -L\bar{w} - y + D - P \\ &= -L\bar{w} - y + y^* - D + P^* + D - P \\ &= -L\bar{w} - \bar{y} - \psi \\ \dot{\bar{y}} &= L\bar{w} \end{aligned} \quad (15)$$

위 식에서  $h = \partial f(\psi + P^*) - \partial f(P^*) + \Phi - \Phi^*$ 이다. 다음으로 라플라시안 행렬  $L$ 에 대하여, 유니타리 행렬(unitary matrix)  $U = \left[ \frac{1}{\sqrt{n}}1_n, R \right]$ 라 정의하면  $U^T L U = \text{diag}(s_1, \dots, s_n)$ 이 된다. 여기서  $s_i$ 는  $L$ 의  $i$ 번째로 작은 고유값을 나타내고 연결된 그래프에 대하여  $s_1 = 0$ 이고  $s_i > 0, \forall i = 2, \dots, n$ 이다. 또한 행렬  $R \in \mathbb{R}^{n \times (n-1)}$ 은  $RR^T = I_n - \frac{1}{n}1_n 1_n^T$ 와  $R^T R = I_{n-1}$ 인 행렬이다. 다음으로  $\bar{w} = U^T \bar{w}$ 와  $\bar{y} = U^T \bar{y}$ 라 정의하자.  $y(0) = 0_n$ 이라 가정하였고  $1_n^T \dot{\bar{y}} = 0$ 라는 사실로부터,  $1_n^T \bar{y} = 1_n^T \bar{y} = 0$ 이 되고,  $RR^T \bar{y} = \left( I_n - \frac{1}{n}1_n 1_n^T \right) \bar{y} = \bar{y}, \bar{y}_1 = \frac{1}{\sqrt{n}}1_n^T \bar{y} = 0$ 이 된다. 또한  $\bar{y}_i = s_i \bar{w}_i$ 가 된다.

다음으로 오차 방정식 (15)의 수렴성 해석을 위하여 식 (16)과 같은 함수를 고려하자.

$$\begin{aligned} V &= \frac{k_1}{2}(\psi^T \psi + \bar{w}^T \bar{w}) + \sum_{i=2}^n \frac{k_2}{2s_i} \bar{y}_i^2 \\ &\quad + \frac{k_3}{2}(\bar{w} + \bar{y})^T R R^T (\bar{w} + \bar{y}) \end{aligned} \quad (16)$$

함수  $V$ 의 도함수를 구하면 식 (17)과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= k_1(-\psi^T h - \bar{w}^T (L\bar{w} + \bar{y})) + k_2 \sum_{i=2}^n \bar{y}_i \dot{\bar{w}}_i \\ &\quad + k_3 (\bar{w} + \bar{y})^T R R^T (-\bar{y} - \psi) \end{aligned} \quad (17)$$

위 식에서  $f_i(P_i)$ 는 강볼록 함수라는 가정으로 인하여 식 (18)을 얻을 수 있다[4].

$$\begin{aligned} \psi^T h &= (P - P^*)^T (\partial f(P) - \partial f(P^*) + \Phi - \Phi^*) \\ &= (P - P^*)^T (\partial f(P) - \partial f(P^*)) \\ &\quad + \sum_{i=1}^n (P_i - P_i^*) (\alpha(P_i) \beta_i(P_i)) \\ &\quad + \sum_{i=1}^n (P_i - P_i^*) (-\alpha(P_i^*) \beta_i(P_i^*)) \\ &\geq \nu \psi^T \psi \end{aligned} \quad (18)$$

위 식에서  $\nu > 0$ 인 상수이다. 또한  $U$ 의 정의로부터 식 (19)를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \bar{w}^T L \bar{w} &= \bar{w}^T U^T L U \bar{w} = \sum_{i=2}^n s_i \bar{w}_i^2 \\ -\bar{w}^T \bar{y} &= -\bar{w}^T U U^T \bar{y} = -\bar{w}^T \bar{y} = -\sum_{i=2}^n \bar{w}_i \bar{y}_i \\ \bar{y}^T R R^T L \bar{w} &= \bar{y}^T L \bar{w} = \bar{y}^T U^T L U \bar{w} = \sum_{i=2}^n s_i \bar{y}_i \bar{w}_i \\ -\bar{w}^T R R^T \psi &\leq \frac{1}{2} \bar{w}^T R R^T R R^T \bar{w} + \frac{1}{2} \psi^T \psi \\ &= \frac{1}{2} \sum_{i=2}^n \bar{w}_i^2 + \frac{1}{2} \psi^T \psi \\ -\bar{y}^T \psi &\leq \frac{1}{2} \bar{y}^T \bar{y} + \frac{1}{2} \psi^T \psi = \frac{1}{2} \sum_{i=2}^n \bar{y}_i^2 + \frac{1}{2} \psi^T \psi \end{aligned} \quad (19)$$

따라서, 식 (17)은 식 (18)과 식 (19)로부터 아래의 식 (20)과 같이 다시 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -k_1 \nu \psi^T \psi - k_1 \bar{w}^T L \bar{w} - k_1 \bar{w}^T \bar{y} + k_2 \sum_{i=2}^n \bar{y}_i \bar{w}_i \\ &\quad + k_3 (\bar{w} + \bar{y})^T (-\bar{y} - R R^T \psi) \\ &= -k_1 \nu \psi^T \psi - k_1 \sum_{i=2}^n s_i \bar{w}_i^2 - (k_1 - k_2) \sum_{i=2}^n \bar{y}_i \bar{w}_i \\ &\quad - k_3 (\bar{w}^T \bar{y} + \bar{y}^T \bar{w} + \bar{w}^T R R^T \psi + \bar{y}^T R R^T \psi) \\ &\leq -(k_1 \nu - k_3) \psi^T \psi - \left( k_1 s_2 - \frac{k_3}{2} \right) \sum_{i=2}^n \bar{w}_i^2 \\ &\quad - \frac{k_3}{2} \sum_{i=2}^n \bar{y}_i^2 - (k_1 + k_3 - k_2) \sum_{i=2}^n \bar{w}_i \bar{y}_i \end{aligned} \quad (20)$$

위 식에서  $k_2 = k_1 + k_3$ , 그리고  $k_1 \nu - k_3 > 0$ 와  $k_1 s_1 - \frac{k_3}{2}$ 를 만족하도록  $k_1, k_2, k_3 > 0$ 을 선정하면  $\dot{V} < 0$ 임을 보일 수 있다. 따라서, 리아푸노프 안정성 이론에 따라 식 (21)과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \psi = 0_n, \lim_{t \rightarrow \infty} \bar{w} = 0_n, \lim_{t \rightarrow \infty} \bar{y} = 0_n \quad (21)$$

즉, 제안된 알고리즘의 상태 변수들이 최적의 해로 수렴함을 알 수 있다.

### 2.5 해석 - 수급 불균형의 경우

전력망의 최대 발전량이 총 요구량보다 부족한 경우를 고려한다. 즉,  $\sum_{i \in N} \bar{P}_i < \sum_{i \in N} D_i$ 인 경우에 대하여 제안된 알고리즘의 수렴성을 조사한다. 이 경우,  $P \in \Omega, \forall t \geq 0$ , 이기 때문에 식 (11)로부터 식 (22)를 얻을 수 있다.

$$1_n^T \dot{w} = 1_n^T (D - P) > 0 \quad (22)$$

즉,  $\lim_{t \rightarrow \infty} 1_n^T w = \infty$ 가 된다. 또한 일차 이론에 따라  $\dot{P}$ 는 유계이고  $P \in \Omega$ 이기 때문에, 모든  $i, j \in N$ 에 대하여  $(w_i - w_j)$ 는 유계이다. 또한  $\partial f(P)$ 는 유계이기 때문에, 유한시간 내에  $P_i \rightarrow \bar{P}_i, \forall i \in N$ 가 된다. 즉, 유한시간 내에  $D - P \rightarrow D - \bar{P}$ 가 된다. 따라서, 일차 이론에 따라  $\lim_{t \rightarrow \infty} Lw = 0_n, \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{y} = Lw = 0_n$ 이 된다.

또한  $-(L+a)$ 는 양의 정부호 행렬이 되므로  $x$ 는 평형 상태로 수렴하게 된다. 따라서  $\lim_{t \rightarrow \infty} 1_n^T \dot{x} = \lim_{t \rightarrow \infty} (-x_1 + 1_n^T (D - \bar{P})) = 0$ 이 되어 모니터링 센터는 부족한 전력량을 측정할 수 있다. 또한  $\sum_{i \in N} \bar{P}_i > \sum_{i \in N} D_i$ 인 경우, 위의 해석을 따라 같은 결론을 얻을 수 있다.

## 3. 모의실험

이번 장에서는 제안된 알고리즘의 성능을 검증하기 위하여 모의실험을 진행한다. 모의실험에서는 10개의 발전기( $N = \{1, \dots, 10\}$ )로 구성된 전력망을 고려한다. 발전기 사이의 정보교환은 Fig. 1에서 볼 수 있다.

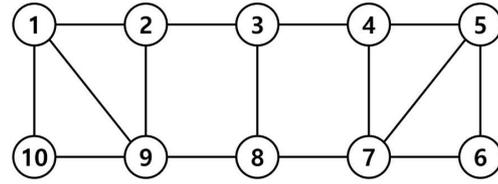


그림 1. 네트워크 그래프  
Fig. 1. Network Graph

발전기  $i$ 의 지역 목적함수는 식 (23)과 같이 주어진다.

$$f_i(P_i) = \gamma_i P_i^2 + \beta_i P_i \quad (23)$$

모의실험에서 매개변수들은 Table 1에 주어진 값을 사용하였다.

표 1. 발전기들의 Parameters of generators  
Table 1. Parameters of generators

No.	$\gamma_i$	$\beta_i$	$\bar{P}_i$	$P_i$
1	0.1	1	30	100
2	0.01	2	100	200
3	0.05	3	50	150
4	0.07	1.5	20	90
5	0.03	2.5	10	80
6	0.06	5	5	50
7	0.5	10	150	250
8	0.002	12	10	60
9	0.2	3.5	50	180
10	0.3	6	60	140

Table 1로부터 전체 전력망의 최대 발전량은  $\sum_{i \in N} \bar{P}_i = 1300(MW)$ 로 주어지고, 최소 발전량은  $\sum_{i \in N} P_i = 1060(MW)$ 로 주어짐을 알 수 있다.

### 3.1 수급 균형의 경우

이번 장에서는 수급 균형 조건을 만족하는 경우에 대한 모의실험을 진행한다. 각 발전기의 요구량은 식 (24)와 같이 주어진다.

$$D = [150, 80, 40, 130, 100, 80, 120, 200, 50, 110]^T \quad (24)$$

따라서, 총 요구량은  $\sum_{i \in N} d_i = 1060(MW)$ 으로 수급 균형 조건을 만족한다. 제안된 알고리즘의 성능 평가를 위하여 Matlab의 Optimization Toolbox를 이

용하여 전역적 기법으로 최적화의 해를 구하면  $P^* = [70, 200, 120, 90, 80, 50, 150, 60, 180, 60]^T (MW)$  를 얻을 수 있다. 다음으로 제안된 알고리즘 식 (5)를 적용하여 모의실험한 결과는 Fig. 2-5에서 볼 수 있다. Fig. 2에서 볼 수 있듯이 발전기들의 발전량이 최적의 해로 수렴하는 것을 볼 수 있다. 따라서, 제안된 알고리즘은 분산적으로 최적화의 해를 구할 수 있는 장점이 있다. 또한 Fig. 3-4에서 볼 수 있듯이 해석의 결과와 같이 알고리즘의 상태들이 평형점 식 (8)로 수렴함을 볼 수 있다.

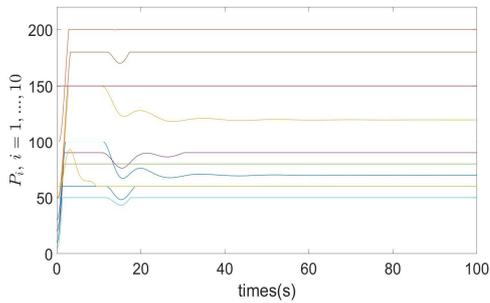


그림 2. 상태  $P_i (i = 1, \dots, 10)$ 의 궤적  
Fig. 2. The trajectories of state  $P_i (i = 1, \dots, 10)$

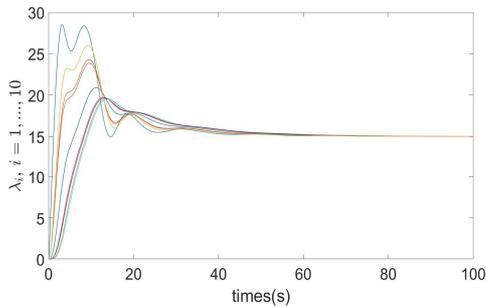


그림 3. 상태  $\lambda_i (i = 1, \dots, 10)$ 의 궤적  
Fig. 3. The trajectories of state  $\lambda_i (i = 1, \dots, 10)$

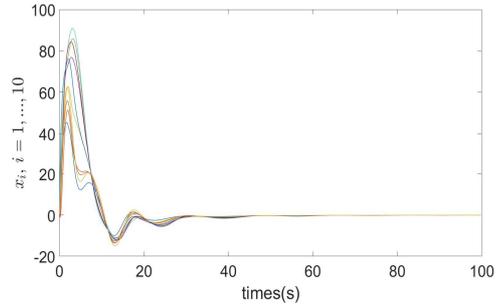


그림 4. 상태  $x_i (i = 1, \dots, 10)$ 의 궤적  
Fig. 4. The trajectories of state  $x_i (i = 1, \dots, 10)$

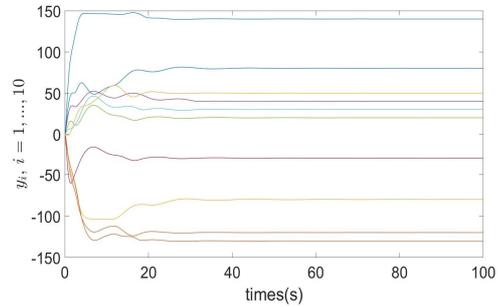


그림 5. 상태  $y_i (i = 1, \dots, 10)$ 의 궤적  
Fig. 5. The trajectories of state  $y_i (i = 1, \dots, 10)$

### 3.2 수급 불균형의 경우

이번 장에서는 총 요구량이 전체 발전량을 초과하는 경우를 고려한 모의실험을 진행한다. 각 발전기의 요구량은 식 (23)과 같이 주어진다.

$$D = [200, 180, 90, 230, 150, 100, 150, 200, 70, 120]^T \quad (23)$$

따라서, 총 요구량은  $\sum_{i \in N} d_i = 1490 (MW)$ 로 최대 발전량  $1300 (MW)$ 를 초과하게 된다. 다음으로 제안된 알고리즘 식 (5)를 적용하여 모의실험한 결과는 Fig. 6-9에서 볼 수 있다. Fig. 6에서 볼 수 있듯이 발전기들의 발전량은 최대 발전량  $\bar{P}$ 로 수렴하는 것을 볼 수 있다. 또한 Fig. 7에서 볼 수 있듯이  $\lambda$ 는 무한대로 발산함을 알 수 있고, Fig. 8과 9에서 볼 수 있듯이  $x$ 와  $y$ 는 일정한 값으로 수렴함을 볼 수 있다. 또한, Fig. 8에서 점선은 상태  $x_1$ 의 궤적을 나타낸다. 해석

의 결과와 같이  $x_1$ 은 부족한 발전량인  $\sum_{i \in N} d_i - \sum_{i \in N} \bar{P}_i = 190(MW)$ 로 수렴한다. 즉, 모니터링 센터는 전체 전력망의 부족한 발전량을 측정할 수 있다.

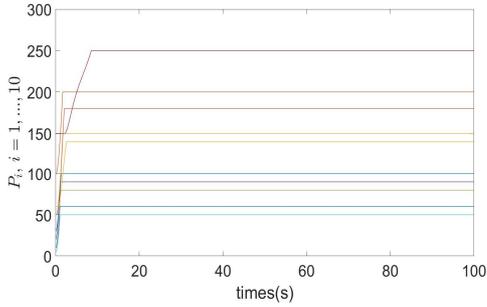


그림 6. 상태  $P_i (i = 1, \dots, 10)$ 의 궤적  
Fig. 6. The trajectories of state  $P_i (i = 1, \dots, 10)$

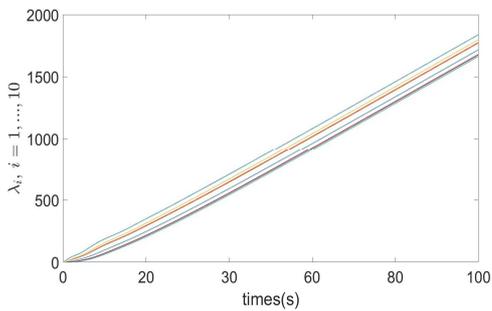


그림 7. 상태  $\lambda_i (i = 1, \dots, 10)$ 의 궤적  
Fig. 7. The trajectories of state  $\lambda_i (i = 1, \dots, 10)$

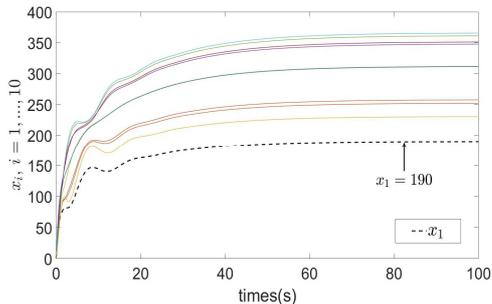


그림 8. 상태  $x_i (i = 1, \dots, 10)$ 의 궤적  
Fig. 8. The trajectories of state  $x_i (i = 1, \dots, 10)$

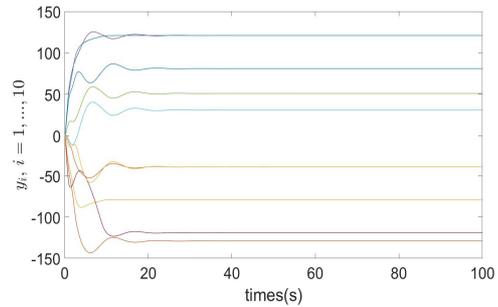


그림 9. 상태  $y_i (i = 1, \dots, 10)$ 의 궤적  
Fig. 9. The trajectories of state  $y_i (i = 1, \dots, 10)$

#### 4. 결론

본 논문에서는 수급 불균형을 고려한 전력망의 최적 자원 할당 문제를 연구하였다. 사영 연산자의 미분 함수를 이용하여 발전량의 제약조건을 고려한 일치 기반의 분산 알고리즘을 제안하였다. 제안된 알고리즘은 수급 균형인 상황에서 대규모 전력망의 최적 자원 할당을 위한 최적의 솔루션을 제공함을 증명하였다. 또한 수급 불균형인 상황에서 알고리즘의 수렴성 해석을 통하여 모니터링 센터가 부족한 발전량을 측정할 수 있음을 증명하였다. 제안된 알고리즘은 정보교환 그래프의 연결성이 보장된다면 최적의 솔루션을 제공하고, 기존의 결과들과 비교하여 전력망의 부족한 발전량을 측정할 수 있도록 설계되어 실제 전력망에 적용이 용이할 것으로 기대된다.

#### REFERENCES

[1] S. Kar, G. Hug, J. Mohammadi, and J. M. F. Moura, "Distributed state estimation and energy management in smart grids: a consensus+innovations approach", *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, vol. 8, no. 6, pp. 1022-1038, December, 2014.

[2] T. Yang, J. Lu, D. Wu, J. Wu, G. Shi, Z. Meng, and K. H. Johansson, "A distributed algorithm for economic dispatch over time-varying directed networks with delays", *IEEE Transactions on Industrial Electronics*,

vol. 64, no. 6, pp. 5095-5106, June, 2017.

[3] H.-S. Ahn, B.-Y. Kim, Y.-H. Lim, B.-H. Lee, and K.-K. Oh, "Distributed coordination for optimal energy generation and distribution in cyber-physical energy networks", *IEEE Transactions on Cybernetics*, vol. 48, no. 3, pp. 941-954, March, 2018.

[4] P. Yi, Y. Hong, and F. Liu, "Initialization-free distributed algorithms for optimal resource allocation with feasibility constraints and application to economic dispatch of power systems", *Automatica*, vol. 74, pp. 259-269, December, 2016.

[5] H. Yun, H. Shim, and H.-S. Ahn, "Initialization-free privacy-guaranteed distributed algorithm for economic dispatch problem", *Automatica*, vol. 102, pp. 86-93, April, 2019.

[6] X. Wang, S. Yang, Z. Guo, M. Lian, and T. Huang, "A distributed dynamical system for optimal resource allocation over state-dependent network", *IEEE Transactions on Network Science and Engineering*, vol. 9, no. 4, pp. 2940-2951, July-August, 2022.

[7] Q. Wang, J. Chen, X. Zeng, and B. Xin, "Distributed proximal-gradient algorithms for nonsmooth convex optimization of second-order multiagent systems", *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 30, no. 17, pp. 7574-7592, November, 2020.

[8] Z. Deng, "Distributed algorithm design for resource allocation problems of second-order multiagent systems over weighted-balanced diagraphs", *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, vol. 51, no. 6, pp. 3512-3521, June, 2021.

---

저자약력

---

임 영 훈 (Young-Hun Lim)

[정회원]



- 2010년 2월: 단국대학교 전기공학과 공학사
- 2012년 2월: 광주과학기술원 기전공학부 공학석사
- 2016년 2월: 광주과학기술원 기전공학부 공학박사
- 2017년 9월 - 현재: 경상국립대학교 융합전자공학부 부교수

<관심분야>

분산제어, 군집제어, 비선형제어