

부가성 잡음이 존재하는 모노펄스 시스템 성능의 2변수 2차 테일러 전개 기반 분석

유규태¹, 함형우², 이준호^{3*}

¹세종대학교 전자정보통신공학과 학생, ²세종대학교 정보통신공학과 석사과정, ³세종대학교 정보통신공학과 교수

Performance Analysis of Monopulse System Based on Second-Order Taylor Expansion of Two Variables in the Presence of an Additive Noise

Kyu-Tae Ryu¹, Hyeong-Woo Ham², Joon-Ho Lee^{3*}

¹Student, Department of Electrical Engineering, Sejong University

²Master's Course, Department of Information and Communication Engineering, Sejong University

³Professor, Department of Information and Communication Engineering, Sejong University

요약 본 논문은 부가적인 잡음이 존재할 경우 모노펄스 알고리즘의 성능을 분석한 연구이다. 이전 연구에서는 변수가 4개일 때의 1차 테일러급수 전개와 2차 테일러급수 전개를 통한 진폭비교 모노펄스 알고리즘 성능 분석을 진행하였다. 4개의 잡음랜덤변수에서 2개의 잡음랜덤변수로 새롭게 정의하였으며, 2개의 랜덤변수와 관련된 수식의 복잡성이 4개의 랜덤변수와 관련된 수식의 복잡성보다 낮은 것을 보인다. 성능분석은 평균제곱오차(Mean Square Error : MSE)관점에서 몬테카를로(Monte-Carlo) 방법을 이용하여 분석하였다. 본 논문에서 제안한 방식은 기존 연구에서 제안한 방식보다 계산 복잡도 측면에서 더 효율적이다. 또한 본 연구에서 도출된 표현을 활용하여 추정 각도 평균제곱오차의 해석적 표현을 구하는데 활용될 수 있다.

주제어 : 진폭비교 모노펄스 레이더, 테일러 전개, 추적 레이더, 몬테카를로, 평균제곱오차

Abstract In this paper, it is shown how the performance of the monopulse algorithm in additive noise is evaluated. In the previous study, the performance analysis of the amplitude-comparison monopulse algorithm was conducted via the first-order and second-order Taylor expansion of four variables. By defining two new random variables from the four variables, it is shown that computational complexity associated with two random variables is much smaller than that associated with four random variables. Performance in terms of mean square error is analyzed from Monte-Carlo simulation. The scheme proposed in this paper is more efficient than that suggested in the previous study in terms of computational complexity. The expressions derived in this study can be utilized in getting analytic expressions of the mean square errors.

Key Words : Amplitude-comparison monopulse radar, Taylor expansion, Tracking radar, Monte-Carlo, Mean square error(MSE)

*The authors gratefully acknowledge the support from Electronic Warfare Research Center at Gwangju Institute of Science and Technology (GIST), originally funded by Defense Acquisition Program Administration (DAPA) and Agency for Defense Development (ADD).

*Corresponding Author : Joon-Ho Lee(joonhlee@sejong.ac.kr)

Received November 14, 2021

Revised December 14, 2021

Accepted January 20, 2022

Published January 28, 2022

1. 서론

레이더는 전파를 사용하여 목표물의 거리, 방향 및 속도를 측정하는 시스템이다. 항공기, 선박, 지형 탐지 등 다양한 분야에서 사용될 수 있는 만큼 중요한 기술이라고 할 수 있다. 그 중에서 진폭비교 모노펄스(Amplitude Comparison Monopulse : ACM) 레이더는 추적레이더로 분류되며, 하나의 펄스(monopulse)로 목표물의 추적 각도오차를 정밀하게 측정할 수 있다. 본 논문에서 사용된 모노펄스 레이더의 안테나는 동일한 편향각(squint angle)을 가진 4개의 수신안테나 빔으로 구성된다. 4개의 편향된 수신 빔에 입사된 신호들은 합 채널과 차이 채널로 입력된다. 이 채널들의 신호 진폭 비를 통해서 방위각(azimuth) 및 앙각(elevation) 각도를 구할 수 있다[1-4].

레이더 안테나가 목표물 echo 신호를 수신하는 과정에서 잡음 또한 필연적으로 수신되는데 이 잡음은 다양한 요인으로 인해서 수신 된다[5,6]. 잡음 성분은 열잡음과 같은 내부 잡음 및 외부 근원에 의한 진폭 불일치, 우주잡음, 잡음 재밍 등 다양하며 이러한 잡음들이 존재할 때 표적에 대한 추정 각도의 신뢰도를 하락시킨다. 특히 인위적인 외부 방해요소인 재밍 신호를 수신하게 되면 레이더는 정상적으로 목표물을 추적하지 못한다. 따라서 해당 잡음성분들이 존재할 때 추정 각도 정확성 측면에서 얼마만큼의 영향력을 행사하는지 명시적으로 분석할 필요성이 있다.

본 논문에서는 잡음을 고려했을 때의 합 채널과 차이 채널에서 추가되는 4개의 잡음 랜덤변수를 두 개의 보조 변수로 치환해서 테일러 전개를 진행한다. 모노펄스의 추정각도식에서 고차 근사를 진행할수록 원래 모노펄스 알고리즘의 MSE에 다가가는 것을 보이고, 테일러 전개를 진행했을 때 변수가 4개일 때보다 변수가 2개일 때 식이 간소화돼서 연산을 진행하면 더 용이하다는 것을 확인한다.

2절에서 진폭비교 모노펄스에 대해서 기존에 연구한 내용과 본 연구와 기존 연구와의 차이점을 자세히 다룰 것이다. 3절에서 잡음이 포함될 때 모노펄스 성능분석을 진행하기 위해 필요한 식들을 자세히 설명한다. 4절에서는 MATLAB을 이용하여 생성한 그래프와 함께 실험 결과와 성능분석을 진행하여 정리할 것이다.

2. 관련연구

진폭비교 모노펄스 레이더에 대한 성능분석과 관련된 연구는 다양하게 진행되었다. [7]에서는 진폭비교 모노펄스 각도 추정 알고리즘을 제시하며 해당 알고리즘에서 측정 잡음이 존재할 때, 공분산 예측 방정식을 통한 추정 각도의 RMSE를 제시하였다. 또한 이전에 진행한 연구[8,9]에서는 (5)와 같이 이득 근사를 진행한 식을 이용하여 수신 빔의 이득을 유도하고 테일러 전개를 진행하였다. 그 후 추적각도오차의 평균제곱오차를 1차, 2차 테일러 근사를 진행하여 해석학적으로 표현하여 몬테카를로 방법과 비교하였다. [10]에서는 3차 테일러 근사기반의 추정 근사식을 제시하여 해석적 MSE를 유도하였으며, 모노펄스의 각도 추정 능력을 분석하였다.

[7]에서 제안한 공분산 예측 방정식은 성능 분석을 위해 4개의 잡음랜덤변수가 고려되었다. 마찬가지로 [8-10]에서 유도한 4개의 잡음 랜덤변수에 대한 테일러 전개를 통해 MSE를 유도하였다. [7-10]에서는 변수의 개수가 많아 수식을 한 눈에 이해하기 힘들다. 따라서 본 논문에서는 잡음을 고려했을 때의 합 채널과 차이 채널에서 추가되는 4개의 잡음 랜덤변수를 두 개의 보조 변수로 치환해서 테일러 전개를 진행한다. 모노펄스의 추정 각도식에서 고차 근사를 진행할수록 원래 모노펄스 알고리즘의 MSE에 다가가는 것을 보이고, 테일러 전개를 진행했을 때 변수가 4개일 때보다 변수가 2개일 때 식이 간소화돼서 연산을 진행하면 더 용이하다는 것을 확인한다.

3. 연구 방법 및 내용

3.1 모노펄스 레이더의 추적각도오차

Fig. 1은 모노펄스 레이더의 추적 중심으로부터 목표물의 각도오차를 간략히 도시한 것이다. 추적중심축(track axis)는 레이더가 목표물을 추적하기 필요한 중심축을 의미한다. 4개의 보어사이트(boresight)을 가진 수신 빔들은 추적중심축으로부터 동일한 편향각(squint angle)을 가지고 있다. Fig. 1에서 목표물의 추적오차는 $\theta_{azi}, \theta_{ele}$ 로 나타내고 θ_{azi} 는 방위각 추적오차, θ_{ele} 는 앙각 추적오차다. θ_{azi} 는 방위각 차이 채널인 (A+D)-(B+C)의 신호와 합 채널인 (A+B+C+D) 신호의 진폭비를 통해서 구한다. θ_{ele} 는 앙각 차이 채널인 (A+B)-

(C+D)의 신호와 합 채널인 (A+B+C+D) 신호의 진폭비를 통해서 구한다[1-4].

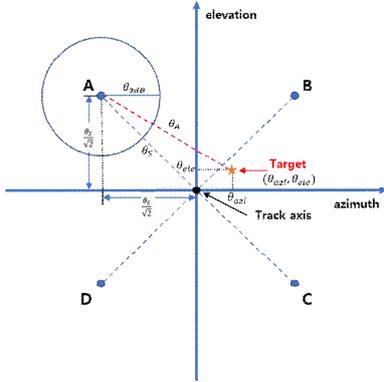


Fig. 1. Tracking center and angle error of monopulse radar

모노펄스 레이더 편향빔의 빔 패턴이 가우시안 패턴을 따른다고 가정한다면 다음과 같다[11].

$$G(\theta) = G_0 \exp[-2\ln 2(\theta/\theta_{3dB})^2] \quad (1)$$

여기서 θ 는 한 수신 빔의 보어사이트를 기준으로 위치한 목표물의 각도, θ_{3dB} 는 3-dB 빔폭, G_0 는 한 수신 빔의 보어사이트 방향의 이득이다.

(1)을 확장하면 각각 4개의 수신안테나요소에 대해서 목표물에 대한 이득을 유도할 수 있다. 목표물의 입사 각도를 편향각(θ_s)과 $\theta_{azi}, \theta_{ele}$ 에 대해서 식을 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \theta_A^2 &= \left(\frac{\theta_s}{\sqrt{2}} + \theta_{azi}\right)^2 + \left(\frac{\theta_s}{\sqrt{2}} - \theta_{ele}\right)^2, \\ \theta_A^2 &= \theta_s^2 + \sqrt{2}\theta_s(\theta_{azi} - \theta_{ele}) + \theta_{azi}^2 + \theta_{ele}^2 \end{aligned} \quad (2)$$

여기서, θ_A 는 A방향의 보어사이트를 가진 수신 빔을 기준으로 입사되는 신호의 각도이다. 보통 목표물은 추적중심축에 가깝게 위치한다. 따라서 θ_{azi} 와 θ_{ele} 의 제곱은 θ_s 의 제곱에 비하면 매우 작은 값을 가진다[11]. 따라서 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\theta_A^2 \approx \theta_s^2 + \sqrt{2}\theta_s(\theta_{azi} - \theta_{ele}) \quad (3)$$

(1)을 이용해서 $G(\theta_A)$ 를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} G(\theta_A) &= G_0 \exp[-2\ln 2 \left(\frac{\theta_s^2 + \sqrt{2}\theta_s(\theta_{azi} - \theta_{ele})}{\theta_{3dB}^2} \right)] \\ &= G_0 \exp[-2\ln 2 \frac{\theta_s^2}{\theta_{3dB}^2}] \exp[-2\sqrt{2}\ln 2 \frac{\theta_s}{\theta_{3dB}} (\theta_{azi} - \theta_{ele})] \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 계산의 편의성을 위해서 $-2\sqrt{2}\ln 2 \frac{\theta_s}{\theta_{3dB}}$ 는 k_m 으로 치환하고, $G_0 \exp[-2\ln 2 \frac{\theta_s^2}{\theta_{3dB}^2}]$ 는 $G(\theta_s)$ 로 치환한다. 참고로 k_m 는 모노펄스 오차기울기 계수에 해당한다.

$$\begin{aligned} G(\theta_A) &= G(\theta_s) \exp\left[\frac{k_m}{\theta_{3dB}}(\theta_{azi} - \theta_{ele})\right] \\ &\approx G(\theta_s) \left(1 + \frac{k_m}{\theta_{3dB}}(\theta_{azi} - \theta_{ele})\right) \\ &\approx G_0 \left(1 + \frac{k_m}{\theta_{3dB}}(\theta_{azi} - \theta_{ele})\right) \end{aligned} \quad (5)$$

$k_m(\theta_{azi} - \theta_{ele})/\theta_{3dB} \approx 0$ 이고, $G(\theta_s) \approx G_0$ 이기에 (5)로 나타낼 수 있다[11]. 나머지 수신 빔의 이득을 유도하면 다음과 같다[12].

$$\begin{aligned} G(\theta_B) &= G_0 \left(1 + \frac{k_m}{\theta_{3dB}}(-\theta_{azi} - \theta_{ele})\right) \\ G(\theta_C) &= G_0 \left(1 + \frac{k_m}{\theta_{3dB}}(-\theta_{azi} + \theta_{ele})\right) \\ G(\theta_D) &= G_0 \left(1 + \frac{k_m}{\theta_{3dB}}(\theta_{azi} + \theta_{ele})\right) \end{aligned} \quad (6)$$

(6)에 안테나를 향해 입사된 신호의 진폭(A)을 곱하여 입사신호의 전압을 구할 수 있다. 방위각 차이 패턴은 (A+D)-(B+C)을 통해서 계산되고, 양각 차이 패턴은 (A+B)-(C+D)을 통해 계산된다. 합 패턴은 (A+B+C+D)을 통해 얻어진다. 여기서 A, B, C, D는 각각 4개의 수신 빔을 통해 얻은 신호의 전압이다[8].

$$\Delta_{azi} = A[(G(\theta_A) + G(\theta_D)) - (G(\theta_B) + G(\theta_C))] \quad (7)$$

$$\Delta_{ele} = A[(G(\theta_A) + G(\theta_B)) - (G(\theta_C) + G(\theta_D))] \quad (7)$$

$$\Sigma = A[G(\theta_A) + G(\theta_B) + G(\theta_C) + G(\theta_D)] \quad (8)$$

여기서 Δ_{azi} 와 Δ_{ele} 는 차이 패턴을 의미하고, Σ 는 합 패턴을 의미한다. 이 패턴들을 이용해서 다음과 같이 추적각도를 산출하는 수식을 유도할 수 있다.

$$\frac{\theta_{3dB}\Delta_{azi}}{k_m\Sigma} = \hat{\theta}_{azi}, - \frac{\theta_{3dB}\Delta_{ele}}{k_m\Sigma} = \hat{\theta}_{ele} \quad (9)$$

3.2 테일러 전개기반 ACM의 추적각도오차

3.2.1 4변수 테일러 전개기반 ACM의 추적각도오차

일반적인 상황에서는 입사신호에 외부 근원으로 인한 잡음신호도 추가된다. 따라서 (7)-(9)에 잡음을 추가하면 다음과 같다[8-10].

$$\Delta'_{azi} = A[(G(\theta_A) + G(\theta_D)) - (G(\theta_B) + G(\theta_C))] + n_A + n_D - n_B - n_C \quad (10)$$

$$\Delta'_{ele} = A[(G(\theta_A) + G(\theta_B)) - (G(\theta_C) + G(\theta_D))] + n_A + n_B - n_C - n_D$$

$$\Sigma' = A[G(\theta_A) + G(\theta_B) + G(\theta_C) + G(\theta_D)] + n_A + n_B + n_C + n_D \quad (11)$$

여기서 n_A, n_B, n_C, n_D 는 4개의 수신 빔에 추가된 잡음 랜덤변수이다. (10)과 (11)을 토대로 잡음이 추가된 추적각도식을 구하면 다음과 같다.

$$\hat{\theta}' = \frac{\theta_{3dB}\Delta'_{azi}}{k_m\Sigma'} = \left(\frac{\theta_{3dB}}{k_m}\right) \left(\frac{\Delta_{azi} + n_A + n_D - n_B - n_C}{\Sigma + n_A + n_B + n_C + n_D}\right) \quad (12)$$

$$\hat{\phi}' = \frac{\theta_{3dB}\Delta'_{ele}}{k_m\Sigma'} = \left(\frac{\theta_{3dB}}{k_m}\right) \left(\frac{\Delta_{ele} + n_A + n_B - n_C - n_D}{\Sigma + n_A + n_B + n_C + n_D}\right) \quad (13)$$

여기서 $\hat{\theta}'$ 와 $\hat{\phi}'$ 는 각각 잡음을 추가했을 때, 근사를 진행하지 않은 추정 방위각과 양각이다. 잡음으로 인한 ACM 알고리즘의 추정각도를 근사적으로 분석하기 위해서는 (12)와 (13)에 테일러 급수를 적용하여 추정 각도 식을 잡음랜덤변수에 대한 다항식으로 전개한다. (12)와 (13)에 4변수 테일러 전개를 진행하면 잡음에 대한 추정근사식을 유도할 수 있다[13].

$$\begin{aligned} \hat{\theta}'(\text{approx} = 2) &= \frac{\theta_{3dB}\Delta_{azi}}{k_m\Sigma} + n_A\alpha_{Aazi} + n_B\alpha_{Bazi} + n_C\alpha_{Cazi} + n_D\alpha_{Dazi} \\ &+ n_A n_B \beta_{ABazi} + n_A n_C \beta_{ACazi} + n_A n_D \beta_{ADazi} \\ &+ n_B n_C \beta_{BCazi} + n_B n_D \beta_{BDazi} + n_C n_D \beta_{CDazi} \\ &+ \frac{1}{2!}(n_A^2\beta_{Aazi} + n_B^2\beta_{Bazi} + n_C^2\beta_{Cazi} + n_D^2\beta_{Dazi}) \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \hat{\phi}'(\text{approx} = 2) &= \frac{\theta_{3dB}\Delta_{ele}}{k_m\Sigma} + n_A\alpha_{Aele} + n_B\alpha_{Bele} + n_C\alpha_{Cele} + n_D\alpha_{Dele} \\ &+ n_A n_B \beta_{ABele} + n_A n_C \beta_{ACele} + n_A n_D \beta_{ADele} \\ &+ n_B n_C \beta_{BCEle} + n_B n_D \beta_{BDele} + n_C n_D \beta_{CDele} \\ &+ \frac{1}{2!}(n_A^2\beta_{Aele} + n_B^2\beta_{Bele} + n_C^2\beta_{Cele} + n_D^2\beta_{Dele}) \end{aligned} \quad (15)$$

(14),(15)는 2차 테일러 전개를 진행한 추정각도식의 근사식이다. 여기서 α, β 는 각각 1차, 2차 테일러 계수이다. (14),(15)에서 사용한 테일러 계수에 대한 식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \alpha_{Aazi} = \alpha_{Dazi} &= \frac{\theta_{3dB}}{k_m} \frac{(\Sigma - \Delta_{azi})}{\Sigma^2} \\ \alpha_{Bazi} = \alpha_{Cazi} &= \frac{\theta_{3dB}}{k_m} \frac{(-\Sigma - \Delta_{azi})}{\Sigma^2} \\ \alpha_{Aele} = \alpha_{Bele} &= \frac{\theta_{3dB}}{k_m} \frac{(\Sigma - \Delta_{ele})}{\Sigma^2} \\ \alpha_{Cele} = \alpha_{Dele} &= \frac{\theta_{3dB}}{k_m} \frac{(-\Sigma - \Delta_{ele})}{\Sigma^2} \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \beta_{ABazi} = \beta_{ACazi} = \beta_{BDazi} = \beta_{CDazi} &= 2 \frac{\theta_{3dB}}{k_m} \frac{\Delta_{azi}}{\Sigma^3} \\ \beta_{ADazi} = \beta_{Aazi} = \beta_{Dazi} &= -2 \frac{\theta_{3dB}}{k_m} \frac{(\Sigma - \Delta_{azi})}{\Sigma^3} \\ \beta_{BCazi} = \beta_{Bazi} = \beta_{Cazi} &= 2 \frac{\theta_{3dB}}{k_m} \frac{(\Sigma + \Delta_{azi})}{\Sigma^3} \\ \beta_{ACele} = \beta_{ADele} = \beta_{BCEle} = \beta_{BDele} &= 2 \frac{\theta_{3dB}}{k_m} \frac{\Delta_{ele}}{\Sigma^3} \\ \beta_{ABele} = \beta_{Aele} = \beta_{Bele} &= -2 \frac{\theta_{3dB}}{k_m} \frac{(\Sigma - \Delta_{ele})}{\Sigma^3} \end{aligned} \quad (17)$$

테일러 계수의 아래첨자는 특정 변수에 대한 미분을 진행한 것을 나타내는 표시이다.

3.2.2 2변수 테일러 전개기반 ACM의 추적각도오차

n_A, n_B, n_C, n_D 는 각각 4개의 수신 빔에 추가된 잡음이다. 이 때 n_A, n_B, n_C, n_D 를 평균이 0인 서로 상관 없는 가우시안 랜덤변수라고 가정하면 다음과 같다[14].

$$\begin{aligned} n_A &\sim N(0, \sigma_A^2) \\ n_B &\sim N(0, \sigma_B^2) \\ n_C &\sim N(0, \sigma_C^2) \\ n_D &\sim N(0, \sigma_D^2) \end{aligned} \quad (18)$$

식을 간소화하기 위해서 변수 n_{azi} , n_{ele} , n_{sum} 를 설정해서 식을 정리해주면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} n_{azi} &= n_A + n_D - n_B - n_C \\ n_{ele} &= n_A + n_B - n_C - n_D \\ n_{sum} &= n_A + n_B + n_C + n_D \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} n_{azi} &\sim N(\mu_A + \mu_D - \mu_B - \mu_C, \sigma_A^2 + \sigma_B^2 + \sigma_C^2 + \sigma_D^2) \\ n_{ele} &\sim N(\mu_A + \mu_B - \mu_C - \mu_D, \sigma_A^2 + \sigma_B^2 + \sigma_C^2 + \sigma_D^2) \\ n_{sum} &\sim N(\mu_A + \mu_B + \mu_C + \mu_D, \sigma_A^2 + \sigma_B^2 + \sigma_C^2 + \sigma_D^2) \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} n_{azi} &\sim N(0, \sigma_A^2 + \sigma_B^2 + \sigma_C^2 + \sigma_D^2) \\ n_{ele} &\sim N(0, \sigma_A^2 + \sigma_B^2 + \sigma_C^2 + \sigma_D^2) \\ n_{sum} &\sim N(0, \sigma_A^2 + \sigma_B^2 + \sigma_C^2 + \sigma_D^2) \end{aligned} \quad (21)$$

(19)에서 n_{azi} , n_{ele} , n_{sum} 은 정규분포 가법성[15]에 따라서 (20)로 표현할 수 있다. (20)는 (18)에 의해서 (21)로 표현할 수 있다. (19)를 토대로 (10)과 (11)를 다시 정리하면 다음과 같다.

$$\Delta'_{azi} = A[(G(\theta_A) + G(\theta_D)) - (G(\theta_B) + G(\theta_C))] + n_{azi} \quad (22)$$

$$\Delta'_{ele} = A[(G(\theta_A) + G(\theta_B)) - (G(\theta_C) + G(\theta_D))] + n_{ele}$$

$$\Sigma' = A[G(\theta_A) + G(\theta_B) + G(\theta_C) + G(\theta_D)] + n_{sum} \quad (23)$$

(22),(23)을 토대로 (12),(13)을 정리하면 다음과 같다.

$$\hat{\theta}' = \frac{\theta_{3dB} \Delta'_{azi}}{k_m \Sigma'} = \left(\frac{\theta_{3dB}}{k_m} \right) \left(\frac{\Delta_{azi} + n_{azi}}{\Sigma + n_{sum}} \right) \quad (24)$$

$$\hat{\phi}' = \frac{\theta_{3dB} \Delta'_{ele}}{k_m \Sigma'} = \left(\frac{\theta_{3dB}}{k_m} \right) \left(\frac{\Delta_{ele} + n_{ele}}{\Sigma + n_{sum}} \right) \quad (25)$$

(24),(25)를 테일러 급수를 이용해서 테일러 전개를 하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \hat{\theta}'(\text{approx} = 1) &= \frac{\theta_{3dB} \Delta_{azi}}{k_m \Sigma} + n_{azi} \alpha_{azi} + n_{sum} \alpha_{sum} \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \hat{\phi}'(\text{approx} = 1) &= \frac{\theta_{3dB} \Delta_{ele}}{k_m \Sigma} + n_{ele} \alpha_{ele} + n_{sum} \beta_{sum} \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \hat{\theta}'(\text{approx} = 2) &= \frac{\theta_{3dB} \Delta_{azi}}{k_m \Sigma} + n_{azi} \alpha_{azi} + n_{sum} \alpha_{sum} + n_{azi} n_{sum} \gamma_{azisum} \\ &+ \frac{1}{2!} (n_{azi}^2 \gamma_{aziazi} + n_{sum}^2 \gamma_{sumsum}) \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \hat{\phi}'(\text{approx} = 2) &= \frac{\theta_{3dB} \Delta_{ele}}{k_m \Sigma} + n_{ele} \alpha_{ele} + n_{sum} \beta_{sum} + n_{ele} n_{sum} \gamma_{elesum} \\ &+ \frac{1}{2!} (n_{ele}^2 \gamma_{eleele} + n_{sum}^2 \delta_{sumsum}) \end{aligned} \quad (29)$$

(26), (27)은 1차 테일러 전개를 진행한 추정각도식의 근사식이고 (28), (29)는 2차 테일러 전개를 진행한 추정각도식의 근사식이다. 여기서 $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ 는 각각 1, 2차 테일러 계수이다. (26)-(29)에서 사용한 테일러 계수에 대한 식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \alpha_{azi} = \alpha_{ele} &= \frac{\theta_{3dB}}{k_m \Sigma} \\ \alpha_{sum} &= \frac{-\Delta_{azi} \theta_{3dB}}{k_m \Sigma^2} \\ \beta_{sum} &= \frac{-\Delta_{ele} \theta_{3dB}}{k_m \Sigma^2} \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \gamma_{azisum} = \gamma_{elesum} &= -\frac{\theta_{3dB}}{k_m \Sigma^2} \\ \gamma_{aziazi} = \gamma_{eleele} = \gamma_{sumsum} = \delta_{sumsum} &= 0 \end{aligned} \quad (31)$$

테일러 계수의 아래첨자는 특정 변수에 대한 미분을 진행한 것을 나타내는 표시이다.

3.3 모노펄스 알고리즘 MSE 표현

모노펄스 알고리즘에 추가된 잡음은 정규분포를 따르는 랜덤변수이므로, 구체적 측정값은 매번 바뀐다. 따라서 잡음의 모든 측정값에 대하여 모노펄스 레이더의 정량적인 성능을 분석하기 위해 몬테카를로 시뮬레이션을 수행한다. 본 연구에서는 몬테카를로 방법 기반의 MSE를 제시하며, 이를 식으로 표현하면 다음과 같다[16].

$$\begin{aligned} \text{SimulationE}[(\hat{\theta}' - \theta)^2] &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\hat{\theta}'_{(i)} - \theta)^2 \\ \text{SimulationE}[(\hat{\phi}' - \phi)^2] &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\hat{\phi}'_{(i)} - \phi)^2 \end{aligned} \quad (32)$$

여기서 $\hat{\theta}$ 와 $\hat{\phi}$ 는 추정 각도이고, θ 와 ϕ 는 실제 각도를 의미한다. N 은 시뮬레이션 반복횟수를 의미한다. 다음은

4변수 2차 테일러 추정 근사식에 MSE를 적용한 식이다.

$$E[(\hat{\theta}^{(approx=2)} - \theta)^2] = E\left[\left(\frac{\theta_{3dB} \Delta_{azi}}{k_m \Sigma} + n_A \alpha_{azi} + n_B \alpha_{Bazi} + n_C \alpha_{Cazi} + n_D \alpha_{Dazi} + n_A n_B \beta_{ABazi} + n_A n_C \beta_{ACazi} + n_A n_D \beta_{ADazi} + n_B n_C \beta_{BCazi} + n_B n_D \beta_{BDazi} + n_C n_D \beta_{CDazi} + \frac{1}{2!} (n_A^2 \beta_{Aazi} + n_B^2 \beta_{Bazi} + n_C^2 \beta_{Cazi} + n_D^2 \beta_{Dazi})\right)^2\right] \quad (33)$$

$$E[(\hat{\phi}^{(approx=2)} - \phi)^2] = E\left[\left(\frac{\theta_{3dB} \Delta_{ele}}{k_m \Sigma} + n_A \alpha_{ele} + n_B \alpha_{Bele} + n_C \alpha_{Cele} + n_D \alpha_{Dele} + n_A n_B \beta_{ABele} + n_A n_C \beta_{ACele} + n_A n_D \beta_{ADele} + n_B n_C \beta_{BCele} + n_B n_D \beta_{BDele} + n_C n_D \beta_{CDele} + \frac{1}{2!} (n_A^2 \beta_{Aele} + n_B^2 \beta_{Bele} + n_C^2 \beta_{Cele} + n_D^2 \beta_{Dele})\right)^2\right] \quad (34)$$

다음은 2변수 1차 테일러 추정 근사식에 MSE를 적용한 식이다.

$$E[(\hat{\theta}^{(approx=1)} - \theta)^2] = E\left[\left(\frac{\theta_{3dB} \Delta_{azi}}{k_m \Sigma} + n_{azi} \alpha_{azi} + n_{sum} \alpha_{sum}\right)^2\right] \quad (35)$$

$$E[(\hat{\phi}^{(approx=1)} - \phi)^2] = E\left[\left(\frac{\theta_{3dB} \Delta_{ele}}{k_m \Sigma} + n_{ele} \alpha_{ele} + n_{sum} \beta_{sum}\right)^2\right] \quad (36)$$

다음은 2변수 2차 테일러 추정 근사식에 MSE를 적용한 식이다.

$$E[(\hat{\theta}^{(approx=2)} - \theta)^2] = E\left[\left(\frac{\theta_{3dB} \Delta_{azi}}{k_m \Sigma} + n_{azi} \alpha_{azi} + n_{sum} \alpha_{sum} + n_{azi} n_{sum} \gamma_{azisum} + \frac{1}{2!} (n_{azi}^2 \gamma_{aziazi} + n_{sum}^2 \gamma_{sumsum})\right)^2\right] \quad (37)$$

$$E[(\hat{\phi}^{(approx=2)} - \phi)^2] = E\left[\left(\frac{\theta_{3dB} \Delta_{ele}}{k_m \Sigma} + n_{ele} \alpha_{ele} + n_{sum} \beta_{sum} + n_{ele} n_{sum} \gamma_{elesum} + \frac{1}{2!} (n_{ele}^2 \gamma_{eleele} + n_{sum}^2 \delta_{sumsum})\right)^2\right] \quad (38)$$

4. 실험 결과 및 성능분석

이 절에서는 2변수 1, 2차 테일러 근사 기반 MSE의 성능 분석과 연산 시간 측정을 진행한다. 실험에 사용한 변수들은 Table 1에 정리되어있다. 가독성을 위해서 Fig. 2, 3, 4의 label 부분에 있는 식들을 Table 2에 정리했다. 위 첨자에서 ‘approx’은 테일러 전개의 차수를 의미한다. 예를 들어 ‘approx=2’는 2차 테일러 전개를 이용한 근사식을 뜻한다.

Table 1. Parameters for Simulation.

description	value	units
Monte-Carlo simulation	1,000,000	times
The mean of the noise received at Antenna A, B, C, D	0	voltage/meter
The standard deviation of the noise received at Antenna A, B, C, D	2.83×10^{-5} 3.65×10^{-5} ...	voltage
3-dB beam width	9.53	degrees
Track axis gain	126	voltage
Antenna squint angle	4.19	degrees
Gain of received signal	2.19×10^{-6}	voltage

Table 2. Labels for MSE expressions

MSE expressions	Label
Simulation E $[(\theta' - \theta)^2]$	SE θ
Simulation E $[(\phi' - \phi)^2]$	SE ϕ
Simulation E $[(\theta^{(approx=1)} - \theta)^2]$	S θ 1
Simulation E $[(\theta^{(approx=2)} - \theta)^2]$	S θ 2
Simulation E $[(\phi^{(approx=1)} - \phi)^2]$	S ϕ 1
Simulation E $[(\phi^{(approx=2)} - \phi)^2]$	S ϕ 2

Fig. 2와 Fig. 3은 각각 방위각과 양각 추정값의 SNR에 대한 MSE 결과이다. SNR이 증가할수록 MSE가 감소하는 것을 확인할 수 있다.

Fig. 2와 Fig. 3에서 SE θ 와 SE ϕ 에 사용된 각도 추정식은 (24),(25)이고 S θ 1과 S ϕ 1에 사용된 각도 추정식은 (26),(27)이고 S θ 2와 S ϕ 2에 사용된 각도 추정식은 (28),(29)이다. Fig. 4는 몬테카를로 시뮬레이션을 1,000,000번 진행하였을 때 연산 시간을 나타낸 그래프다. Simulation MSE에 사용된 각도 추정식은 (12),(13)이고 4변수 2차 테일러 근사와 2변수 2차 테일러 근사에서 사용된 각도 추정식은 (14),(15),(28),(29)이다. 모든 시뮬레이션 MSE는 (32)를 기반으로 하여 구한다.

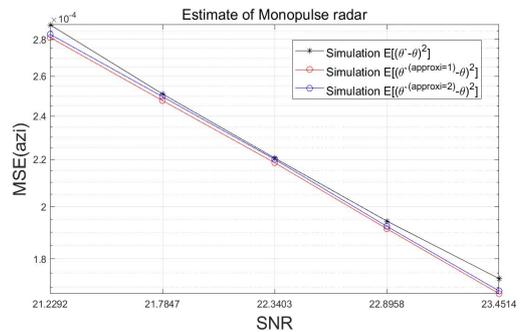


Fig. 2. Azimuth MSE for SNR

Fig. 2와 Fig. 3에서 SE_{θ} 와 SE_{ϕ} 의 결과와 $S_{\theta 1}$ 와 $S_{\phi 1}$ 의 결과를 비교하면 차이가 있는 것을 알 수 있다. 이는 $S_{\theta 1}$ 와 $S_{\phi 1}$ 에서 사용된 식에 근사를 진행하였기 때문이다. $S_{\theta 2}$ 와 $S_{\phi 2}$ 는 $S_{\theta 1}$ 와 $S_{\phi 1}$ 보다 근사를 한 차수 더 진행하였기에 $S_{\theta 1}$ 와 $S_{\phi 1}$ 에 비해서 SE_{θ} 와 SE_{ϕ} 의 결과에 근접하게 결과가 도출된 것을 알 수 있다.

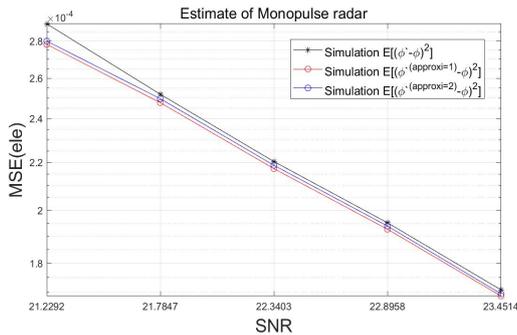


Fig. 3. Elevation MSE for SNR

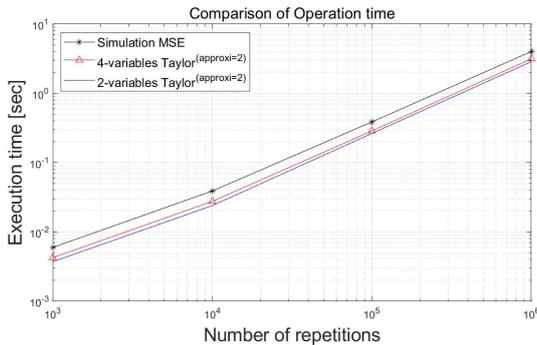


Fig. 4. Execution Time for Number of Repetitions

Fig. 4에서 Simulation MSE와 4변수 2차 테일러 근사를 비교해보면 근사를 진행하지 않을 때보다 근사를 진행하였을 때 연산 시간이 단축되는 것을 알 수 있다. 4변수 2차 테일러 근사와 2변수 2차 테일러 근사를 비교해보면 변수가 4개일 때보다 변수를 2개로 치환했을 때의 연산 시간이 단축되는 것을 보인다. 이는 MSE 산출에 사용된 추정각도식의 복잡도가 감소하여 연산시간이 감소한 결과이다.

5. 결론

본 연구에서 진폭비교 모노펄스 레이더에서 잡음에 대한 영향을 분석하기 위해, 2변수 테일러 근사기반 각

도 추정 근사식을 제시하여 몬테카를로 방법을 이용한 성능분석을 진행하였다. 이와 관련된 연구[8-10]에서는 수신 빔 4개에서 각각 수신하는 4개의 잡음들을 랜덤변수라 가정하고 식을 전개해나갔다. 본 논문에서는 3.2.2에 나와 있는 내용처럼 변수를 2개로 설정해서 식을 전개하는 2변수 1,2차 테일러 근사기반의 MSE 추정기법을 제안하였다. 4변수 테일러 근사식과 2변수 테일러 근사식을 비교해봤을 때 항의 개수가 15개에서 6개로 줄어들었다는 것을 확인하였고 이 조건에서 제안한 2변수 1,2차 테일러 전개기반 MSE는 테일러 전개를 진행할수록 SE_{θ} 와 SE_{ϕ} 에 점점 더 근접해진다는 것을 MATLAB을 통해 생성한 그래프를 통해 보였다. 따라서 4개의 잡음에 대해서 각각 4개의 변수를 설정해서 연산을 진행하기보다는 잡음에 대한 식을 2개의 변수로 치환하여 식을 간소화한 테일러 전개기반 추정 각도 식을 유도할 수 있음을 확인하였다. 이에 제안한 방식을 적용함으로써 몬테카를로 기반 MSE 연산시간을 개선하였으며 성능분석 과정을 최적화하였다. 또한 (5)의 과정을 진행한 식에서 테일러 근사를 진행했을 때보다 (4)의 과정만 진행한 식에서 테일러 근사를 진행함에 따라 오차를 줄일 수 있다.

본 연구를 바탕으로 다중 안테나 요소를 갖는 배열 안테나의 도래각 추정 성능을 분석할 수 있을 것으로 예상된다. 또한 제안된 방법을 확장하여 2변수 테일러 근사식을 몬테카를로 기반의 경험적 MSE가 아닌 해석적으로 MSE를 유도할 수 있으며, 이전 연구[10]에서 제안된 3차 테일러 전개 기반의 해석적 MSE를 잡음랜덤변수의 간소화를 통해 해석적 MSE 수식을 최적화하는 연구의 기반이 될 것이라 판단한다.

REFERENCES

- [1] S. M. Sherman & D. K. Barton. (1984). *Monopulse principles and techniques*. Norwood, MA : Artech House.
- [2] A. I. Leonov & K. I. Fomichev. (1986). *Monopulse radar*. Norwood, MA : Artech House.
- [3] D. R. Rhodes. (1980). *Introduction to monopulse*. Norwood, MA : Artech House.
- [4] B. R. Mahafza. (2013). *Radar systems analysis and design using MATLAB*. London : Chapman & Hall.
- [5] M. A. Richards, J. A. Scheer & W. A. Holm. (2008). *Principles of modern radar: basic principles*. New

York : SciTech Publishing Inc.

- [6] R. C. Davis, L. E. Brennan & L. S. Reed. (1976). Angle estimation with adaptive arrays in external noise fields. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, AES-12(2), 179-186.
DOI : 10.1109/TAES.1976.308293
- [7] M. J. Kim, D. S. Hong & S. S. Park. (2020). A study on the amplitude comparison monopulse algorithm. *Applied Sciences*, 10(11).
DOI : 10.3390/app10113966
- [8] D. J. An & J. H. Lee. (2020). Performance analysis of amplitude comparison monopulse direction-of-arrival estimation. *Applied Sciences*, 10(4).
DOI : 10.3390/app10041246
- [9] D. J. An & J. H. Lee. (2018). Performance of amplitude comparison monopulse radar. *The Journal of Korean Institute of Electromagnetic Engineering and Science*, 29(12), 969-975.
DOI : 10.5515/KJKIEES.2018.29.12.969
- [10] H. W. Ham & J. H. Lee (2021). Improvement of performance analysis of amplitude-comparison monopulse algorithm in the presence of an additive noise. *Electronics* 2021, 10(21).
DOI : 10.3390/electronics10212649
- [11] Y. J. Han, J. W. Kim, S. R. Park & S. U. Noh. (2017). An Investigation into the monopulse radar using Tx-Rx simulator in electronic warfare settings. *Proceedings of Symposium of the Korean Institute of Communications and Information Sciences*, 705-706.
<http://www.dbpia.co.kr/journal/articleDetail?nodeId=NODE07125974>
- [12] S. R. Park, I. K. Nam & S. U. Noh. (2018). Modeling and simulation for the investigation of radar responses to electronic attacks in electronic warfare environments. *Security and Communication Networks*, 2018(18), 1-13.
DOI : 10.1155/2018/3580536
- [13] Taylor series. *Encyclopedia of Mathematics*.
https://encyclopediaofmath.org/wiki/Taylor_series
- [14] Normal distribution. *Wikipedia*.
https://en.wikipedia.org/wiki/Normal_distribution
- [15] Sum of normally distributed random variables. *Wikipedia*.
https://en.wikipedia.org/wiki/Sum_of_normally_distributed_random_variables
- [16] Mean squared error. *Wikipedia*.
https://en.wikipedia.org/wiki/Mean_squared_error

유 규 태(Kyu-Tae Ryu)

[학생회원]



- 2020년 2월 ~ 현재 : 세종대학교 전자정보통신공학과(학사과정)
- 관심분야 : 레이더신호처리, 인공지능, 회로처리
- E-Mail : tony4932@gmail.com

함 형 우(Hyeong-Woo Ham)

[학생회원]



- 2021년 2월 : 세종대학교 전자공학과 (공학사)
- 2021년 2월 ~ 현재 : 세종대학교 정보통신공학과(석사과정)
- 관심분야 : 레이더신호처리
- E-Mail : gkaguddn@gmail.com

이 준 호(Joon-Ho Lee)

[정회원]



- 1994년 2월 : 포항공과대학교 전자전기공학과(공학사)
- 1996년 2월 : 포항공과대학교 전자전기공학과(공학석사)
- 1999년 8월 : 포항공과대학교 전자전기공학과(공학박사)
- 2004년 3월 ~ 현재 : 세종대학교 정보통신공학과 교수
- 관심분야 : 배열신호처리, 레이더신호처리, 스마트안테나
- E-Mail : Joonhlee@sejong.ac.kr